

## 유사성 구성과 어포던스(affordance)에 대한 사례 연구

- 대수 문장제 해결 과정에서 -

박 현 정 (이화여자대학교 강사)

### I. 서론

대체로 우리는 어떤 새로운 개념을 이해하거나 문제를 해결하고자 할 때, 이전 경험을 근거로 생각한다. 개념학습에 관련된 피아제의 심리학적인 관점에서, 새로운 수학적 지식은 이전에 경험하였거나 내면화된 지식을 근거로 새로운 개념을 받아들인다고 한다(Tall, 1991). 또한 문제해결에 관련된 연구들(예를 들면, Gentner, 1983, 1989; Holyoak & Thagard, 1989; Novick & Holyoak, 1991)에서도 주어진 문제에 관련된 이전 문제해결 활동을 근거로 그 해법에 관련된 정보에 접근하거나 인출함으로써 문제해결 활동이 시작된다고 한다. 따라서 주어진 문제와 관련된 이전 경험들 간의 유사성에 대한 연구들(예를 들면, Gentner, 1983, 1989; Holyoak & Thagard, 1989; Novick & Holyoak, 1991)은 대부분 문제해결을 위한 해법을 구하는 과정에서 관련된 지식 접근이나 인출(retrieval) 단계에서 해법에 관련된 정보들의 표상이나 인출에 결정적인 영향을 미치는 유사성의 유형을 연구하기 위하여 MAC/FAC(Many are Called/ but Few are chosen)<sup>1)</sup>, ARCS<sup>2)</sup>(Analog Retrieval by

Constraint Satisfaction), 사례기반 추론<sup>3)</sup>(case-based reasoning)의 모델을 제시하였다(Gentner & Markman, 1997).

본 연구에서는 이러한 연구들에서 언급하지 않았던 유사성 구성에 대한 근원을 분석하고자 한다. 학생들이 이전 경험을 근거로 주어진 문제의 해법을 생각하였다면, 어떻게 이전 경험을 해법지식과 연결시킬 수 있는가

principle)에 의하여 대응되는데, 이러한 구조적 관계의 대응은 자원 유추원과 표적유추원 사이의 인과적 관계의 동일성에 기초한다고 보는 모델이다. 따라서 자원 정보에 대한 접근이 이뤄지는 단계에서는 표면 유사성이 중심적인 역할을 하지만, 관계성의 대응이라는 두 번째 선택단계에서는 구조적 유사성이 주된 역할을 한다는 것이다.

2) Thagard 등(1990)에 의한 ACRS는 인출의 제약 요인들을 강조하는 모델로, 인출의 세 단계를 설명한다. 첫 단계에서는 표적과 잠재적으로 관련된 자원을 선택하기 위하여 의미적 연결망(semantic network)에 부호화된 의미적 연결망 유사성을 사용하게 된다. 둘째 단계에서는 유사성뿐만 아니라 구조와 목적을 설명할 수 있는 제약적인 연결망을 창출하게 된다. 셋째 단계에서는 이 세 가지 조건하에서 표적과 가장 관련된 자원을 찾아내는 단계이다. 이 세 가지 단계는 어떠한 순차성을 갖기 보다는 병렬적으로 처리되는 과정이라고 가정되었다. 때문에 저장된 지식이 증가할수록 효율적인 정보들을 인출할 가능성도 증가될 수 있다. 이 모델에서는 인출이 일차적인 관계와 상위 관계 모두에 의하여 제약을 받는다고 보기에, 하나의 유추원은 그것과 의미적으로 유사한 하나 이상의 유추원들과 연결될 수 있으며, 이러한 면에서 인출은 경쟁적인 상황 하에서 이루어진다고 주장한다. 이 때문에 유추의 목적이 유추원들을 선택하는데 영향을 주게 된다고 가정한다(김민화, 최경숙, 2001).

3) 사례기반 추론은 장기 기억 내에 저장된 사례 혹은 유추원들이 새로운 문제 상황에 적용될 때는 실패를 피하고 성공적으로 문제를 해결할 수 있는 인과성의 기반에서 이뤄지며, 성공적인 문제해결을 이끌어낸 구조적 관계성은 우리의 기억 내에 지표화된다고 가정하였다. 문제해결의 성공이라는 목적을 달성하기 위하여 문제 문제해결자와 사례 저장고 사이에 효율적이고 역동적인 상호작용이 이뤄지며, 따라서 이후에 유사한 문제 상황에 직면하였을 때 관련된 사례의 인출이 용이해질 수 있다는 이론이다(김민화, 최경숙, 2001).

\* 2007년 8월 투고, 2007년 10월 심사 완료  
\* ZDM 분류 : C33  
\* MSC2000 분류 : 97C30  
\* 주제어 : 어포던스, 대수문장제, 유사성

1) 유추원의 접근단계에서 어떻게 정보들이 표상되고 인출되는가에 대한 인출 모델로서 MAC/FAC는 Forbus, Gentner, Law(1995)에 의해서 제안되었으며, 인출의 두 단계로 그 과정을 설명한다. 첫째 단계에서는 기억 저장고 속에 있는 많은 후보들 중에서 구조적 대응을 고려하지 않은 인출이 이뤄지며, 둘째 단계에서는 첫째 단계에서 인출된 많은 전제들에서 진정한 구조적 관계성을 계산하여 결국 관계성 확립에 필요한 소수만이 선택되는 과정이 이루어진다는 것이다. 이때 선택된 유추원들(analogs)은 '체계화의 원리(systematicity

를 분석하기 위하여 학생들의 문제해결 활동을 심층적으로 조사하고자 한다. 박현정, 이종희(2006)는 연구 대상자들이 문제를 해결하는 과정에서 구성하는 유사성의 유형과 구성과정을 조사하였다. 그러나 본 연구에서 해결하고자 하는 논제는 학생들이 구성하는 유사성의 유형이나 그 과정이 아니라, 그들의 이전 경험이나 예제가 현 문제와 유사성이 있다는 것을 인식하게 된 근원적인 요인을 조사하고자 하는 것이다.

Skemp(2000/1987)는 지적 학습의 주요 특성은 적응력에 있으며, 행동은 자극에 따라 결정되는 것이 아니라 목표 지향적이라고 하였다. 비록 문제해결을 위한 행동이 개념학습을 위한 행동과는 구별되지만, 문제해결과 개념학습을 완전하게 구별할 수는 없을 것이다. 특히, 해법에 대한 계획은 주어진 환경의 지식에 기초하는 것이며, 이것은 지식의 건조(building)와 관련된 것이기 때문이다. 그러므로 대수 문장제라는 환경에서 문제해결을 위한 계획은 주어진 환경지식에 기초하는 것이라고 볼 수 있으며, 그것은 이전 경험과의 유사성인식과 관련있기 때문이다. 따라서 본 연구에서는 어포던스(affordance)<sup>4)</sup>라는 개념을 적용하여 이를 분석하고자 한다. Gibson(1979/1986)은 서술되는 객체나 사건들에 대한 개념이 구체적으로 물질, 물체, 다른 동물, 장소 등을 포함하며, 이러한 대상들이 동물에게 제공해주고 공급하는 모든 것을 어포던스에 해당되는 것이라고 보았다.

본 연구에서는 Skemp(2000/1987)가 서술하는 물리적 지식을 기초로 목표로 하는 새로운 지식이 건조되며, 그것이 지능의 중요한 역할이라는 이론을 근거로, 학생들의 문제해결 활동을 분석하고자 한다. 따라서 주어진 대수 문장제를 해결하고자 하는 학생들의 행동은 주어진 문제에서 서술된 내용을 근거로 이전에 건조된 지식을 활성화하여 해법을 구성한다고 본다. 따라서 본 연구에서는 연구대상자들이 해법을 구하고자 할 때, 관련된 이전 지식이나 경험을 떠올리게 되는 유사성의 근원적 요인을 어포던스 개념을 적용하여 분석하고자 한다.

따라서 본 연구에서는 이러한 연구목적을 이루기 위

하여 다음과 같은 연구문제를 설정하였다. 첫째, 학생들은 어떠한 어포던스를 지각하여 유사성을 구성하는가?, 둘째, 학생들이 지각한 어포던스는 문제 해법을 구하는데 어떠한 영향을 미치는가? 이러한 연구 문제를 해결하고자 본 연구에서는 사례연구 방법을 적용하여 예제의 해법과 동일하거나 변형된 해법을 구해야 하는 경우, 그 근원이 어떠한 것인가를 심층적으로 고찰하고자 한다.

## II. 어포던스와 유사성

인지에 대한 내적 구조의 가정에 반대하는 입장의 심리학자 Gibson(1976/1986)은 어포던스(affordance)라는 개념을 만들어서 “어떤 동물이 다른 객체나 사건들에 대하여 생각하게 되는 그 대상들의 본질과 표면적 특징들의 특정한 합성”이라고 정의하였다(Gibson, 1979/1986). 그것은 상황에서의 어떤 객체나 대상들의 특성들에 의해 만들어진 특정 활동에 대한 지원을 말하는 것이다. 예를 들면, 두 발 동물들이 계단 오르기에 대한 어포던스는 개인의 다리 길이에 관련되어 취해지는 계단의 높이에 대하여 서술된다고 보는 것이다. 만일 계단 높이가 인간 다리 길이의 88%보다 낮다면 개인은 계단을 오를 수 있다고 한다(Warren, 1984). 여기서 인간이 자신의 다리 길이와 계단 높이 사이의 관계를 지각하는 것과 상관없이 내적으로 구성하고 저장하는 것이 아니라, 오히려 환경 체제 속에 존재하는 인간 개인 자신에게 본래부터 있었던 것이라고 가정하는 것이 Gibson의 관점이다. 또한 Gibson이 서술하는 객체나 사건들에 대한 개념은 구체적으로 물질, 표면과 구조, 물체, 그리고 다른 동물, 장소 등을 포함하는 것이며, 이러한 대상들이 동물에게 제공해주고, 공급하고, 그리고 마련해 주는 모든 것이 어포던스에 해당되는 것이다.

이러한 어포던스에 대한 개념 적용은 Gibson의 이론에서 출발한다. 또한 Gibson은 어떤 대상에 대하여 가장 정교한 어포던스를 제공하는 동물은 인간이라고 함으로써 어포던스의 의미에 대한 사회적 문화적 해석을 완전히 배제하지 않았다(Costall, 1995; 방정숙, 2002). 상황인지 연구자들은 인간의 인지 이해에서 사회적 환경이 중요함을 강조하였다. 이러한 관점에서 보면 Gibson과 상황인지 연구자들은 정보처리 관점에서 언급되는 심상의

4) 본 연구에서 적용되는 어포던스(affordance)에 대한 개념은 Gibson(1976/1986)과 Greeno 등의 연구(1983)를 근거로 하는 것으로서, 환경에서 직접 지각할 수 있는 행동에 대한 잠재력이며, 행위자가 환경에 대한 자원과의 활동에 대한 지원을 말한다.

의미를 거부한다고 볼 수 있다(Anderson, 1995/2000). 개인의 인지 과정에서의 표상이 아닌, 외부 세계에 존재하는 객체나 사건 그 자체에 의미를 부여하는 이론이기 때문이다.

본 연구에서 취해지는 어포던스에 대한 관점은 Greeno 등의 연구(1993)와 Lobato(1997)에서 서술된 의미와 유사하며, 어포던스에 대한 정의는 환경에서 직접 지각할 수 있는 행동에 대한 잠재력이며, 환경에 대한 자원과 활동을 지원하는 행위자와의 관계이다. 그들은 인지란 적절한 환경 구조에 대한 반응으로 이해될 수 있음을 강조하였다. 예를 들면, 어포던스라는 개념을 앓기 활동에서 생각할 때, '의자'가 그것이 되는 것이다. 그렇지만 어포던스는 단순히 의자의 속성이 아니다. 인간에게는 앓을 수 있는 어포던스로 작용하지만, 하마나 코끼리와 같은 동물에게는 아니다. 따라서 대상은 활동 가능성에 대한 여지를 가지고 있을 수 있지만, 행위자는 적절하게 그 대상과 상호작용을 할 수 있는 능력, 즉 앓을 수 있는 능력을 가지고 있어야 그 대상이 의자가 되는 것이다. 이와 같이 어포던스와 능력은 서로 관련되어 있다. 상황은 행위자가 적합한 능력을 갖도록 지원할 수 있다. 그리고 행위자는 적합한 어포던스가 있는 상황에서 활동을 할 수 있는 능력이 있다. 활동의 수행은 행위자의 동기와 상황에서의 활동에 대한 어포던스를 지각하는 것에 의존하게 되는 것으로 본다. Lobato(1997)는 어포던스라는 개념을 대상이나 상황의 특성과 행위자 능력 사이의 관계성이라고 정의하였다. Lobato(1997)는 문제 해결 과정에서 이전 지식이 새로운 상황에 적용되는가에 대한 전이 문제를 해결하기 위하여 행위자와 물질적인 자원들의 상호작용을 연구하기 위하여 상징적인 표현보다는 활동에 대한 결과적인 제약과 활동들의 구조에 초점을 두었다. 유사성의 구성은 반드시 어느 정도의 어포던스와 학습 상황에서 불변적인 어떤 구속이나 제약과 같은 것이 있을 경우에 가능한 것이라고 주장하였다. Skemp(2000/1987)는 지능모델에서 볼 때, 이러한 어포던스의 지각은 서술하는 행위자의 물리적인 환경과의 상호작용에 대한 핵심적인 요인이라고 볼 수 있을 것이다.

Greeno 등(1993)은 문제해결자들이 문제에서 서술된 문장들을 이해하는 과정에서 문장에서 서술된 물리적 대상들이나, 사람들, 그리고 사건들에 대하여 생각하게 되

는 방식으로, 인지적 대상들을 포함하는 정신적 모델<sup>5)</sup> 형식으로 표상을 구성한다고 보았다. 이러한 관점은 상징적 표상의 의미에 대하여 정보 처리 입장의 관점을 포함하여 보다 활동을 강조하는 입장이라고 볼 수 있다. 본 연구에서는 학생들이 해당 과제를 해결하기 위하여 이전 경험이나 지식과 현 문제 이해 과정에서 구성하는 유사성의 근원을 분석하는데 있다. 따라서 해당 과제에 대한 학생들의 문제해결 활동을 Skemp(2000/1987)가 서술하는 행위자의 물리적인 환경과의 상호작용으로 생각할 때, 학생들이 구성하는 정신적인 표상에 대한 의미는 문제에서 서술된 상황에 대한 이해와 더욱 관련된 것이라고 볼 수 있다. Kintsch & Greeno(1985)는 문제 내에서 텍스트 내에 있는 단어나 구절을 이해하는 일과 이러한 단어들이나 구절에 의해서 기술된 상황을 이해하는 일을 구분하였다. 또한 van Dijk & Kintsch(1983)는 제안한 텍스트 해독의 이론에 기초하여 하나의 모델을 제안하였다. 그 모델은 문제해결자가 문제를 읽을 때 문제 텍스트의 정신적 표상이 형성되고 텍스트로부터 표상된 정보들을 통합하여 그 문제의 수학적 상황을 나타내는 하나의 문제 모델을 구성하게 되는데, 이 과정에서 문제 해결자는 텍스트에는 포함되어 있지 않으나 문제 해석을 위해서 요구되는 정보를 기억 구조로부터 추론하고, 문제 해석에 관련이 없는 정보를 제거한다. 따라서 텍스트 자체를 이해하는 것만으로 문제를 이해했다고 볼 수는 없으며, 텍스트에 기술된 상황에 대해 이해하여야 한다. 결국 학생들은 하나의 문제 모델에 대한 범주의 문제들을 모두 그 문제 모델에 대한 구체적인 예로 생각한다는 것이다. 따라서 학생들은 문제의 텍스트를 통하여 그 문제 모델을 생각하게 되는 것이라고 볼 수 있다. 따라서 학생들은 해당 문제에서 서술된 문장들을 그 문장에서 묘사하는 상황들에 대한 대응물을 제시하는 정신적 모델을 구성하는데 사용하며, 그 정신적 모델이 묘사하는 것처럼 실제로 그 상황 안에 문제해결자들이 있는 것으로

5) 본 연구의 정신적 모델에 대한 의미도 Greeno 등(1993)이 언급하는 의미와 같은 것으로, 추상적이며, 그 안에는 문제에서 서술되는 상황들의 특성이나 대상들을 포함한다. 그 추상적인 표상에서는 문장들이나 공식, 그 표현에 대한 연산 등이 포함되며, 그것은 새로운 표현들을 만들거나 그 이전 표현들을 변화시킨다. Greeno 등(1993)의 관점은 정신적 모델이 문장 형태로 제시된 문제들 사이에서 문제해결자들이 유사성을 구성하는데 결정적인 역할을 한다고 보는 것이다.

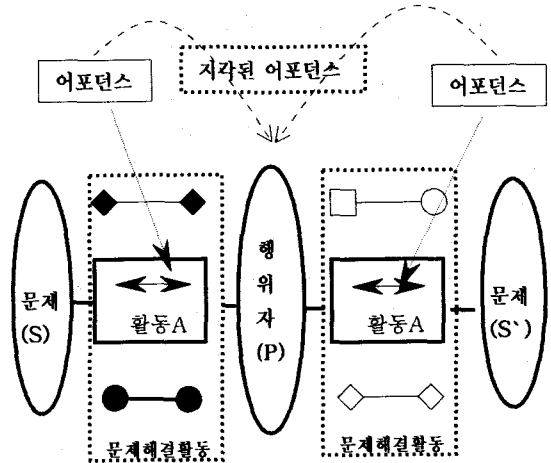
생각할 수 있다. 본 연구에서 서술하는 정신적 모델들과 추상적인 도식(schema)에 대한 일반적인 가정은 유사성을 근거로 문제를 해결하는데 필요한 특성들을 단지 상징들(symbols)로 표시된다고 보기 보다는, 사건들이나 대상들을 가정하는 특성일 수 있다고 보는 관점이다.

그러므로 학생들이 문제 내용을 읽을 때, 문제를 구성하는 텍스트 자체, 즉 단어나 문구를 통하여 이전에 경험하였던 문제 상황들을 표상하게 된다. 따라서 텍스트 자체가 어포던스가 되는 것이며, 학생들은 그 어포던스를 지각함으로써 문제 해법 단서에 대한 유사성을 구성한다고 볼 수 있을 것이다. 따라서 학생들이 지각하는 어포던스 자체는 문제에서 서술된 단어나 문구 자체라고 볼 수 있다. 또한 문제에서 서술된 일반적인 언어로 서술된 텍스트는 그 문제에서 서술된 상황을 가정하는 표상에 대한 어포던스가 될 수 있을 것이며, 숫자 정보나 수학적 의미의 문구나 단어들은 어떤 수학적 원리나 특성, 또는 공식에 관련된 표상의 어포던스가 될 수 있을 것이다. Kintsch & Greeno가 주장하는 서술된 텍스트 내의 단어나 구절을 이해하는 일과 이러한 단어들이나 구절이 서술하는 상황을 이해하는 일은 다른 것이라는 주장에 근거해서 본다면, 문제해결자 개인에 따라 문제 해결 활동의 어포던스는 동일하더라도 그 어포던스에 대하여 지각한 바에는 차이가 있을 수 있다는 것이다. 그리고 지각된 어포던스는 그 문제 상황을 얼마나 정확하게 서술하고 있는가에 관계된다고 볼 수 있을 것이다. 그렇다면 대수 문장제와 문제해결자 사이의 활동이 문제 해결 활동이라고 할 때, 현 문제 활동을 이루는 행위들 가운데 이전에 경험한 다른 문제해결 활동과 동일한 행위가 나타나는 경우를 지원하는 어포던스는 이전 활동에 대한 정신적 모델의 구성에 관계된 것이라고 볼 수 있다.

지금까지 유사성의 구성에 대한 관점이 연구자의 관점에서 학생들의 정신적 표상의 역할만을 강조하여 왔다 면, 본 연구에서 언급하는 유사성에 대한 관점은 개인적인 유사성의 구성이라는 활동의 역할을 강조하는 것이며, 학습자와 문장제 간의 상호작용을 텍스트를 근거로 구성되는 정신적 모델에서 가정된 활동들을 근거로 하는 것이다.

<그림 1>는 문제해결자가 문제(S)를 해결하는 활동과 문제(S')를 해결하는 활동에서 취하는 활동에서 변하지 않은 활동(A)가 존재할 때, 그 활동이 문제해결자의

유사성 구성이 되는 것이다. 이 때 유사성을 구성하는 활동을 지원하는 것이 바로 어포던스이다.



<그림 1> 유사성을 지원하는 어포던스

본 연구에서 다루지는 문제해결 상황에서 행위자인 문제해결자는 주어진 문제를 해결할 수 있는 적절한 능력으로 문제를 해결하기 위한 어포던스를 주어진 문제에 대하여 지각한다. 특히, 이전 경험과의 유사성을 근거로 지각한 어포던스에 초점을 둔다. 따라서 본 연구에서는 '지각된 어포던스'의 개념을 통하여 연구 대상자들의 인지를 보완적으로 이해하기 위하여 학생들이 지각하는 어포던스는 어떠한 유형이며, 그러한 어포던스가 해법을 구하는 과정에 어떠한 영향을 미치는가를 조사하고자 한다. 이러한 학생들의 사고에 대한 이해과정은 이전 경험을 근거로 학생 스스로가 문제해결의 활동을 어떻게 지원하는가를 이해하는 기본 자료구성에 토대가 될 수 있을 것이다.

### III. 연구 방법 및 절차

#### 1. 연구 대상

본 연구의 목적은 학생들이 대수 문장제를 해결하는 과정에서 이전 경험과 현 문제해결 사이에서 어떠한 어포던스를 근거로 유사성을 구성하는가를 조사하는데 있다. 따라서 이러한 연구 목적을 달성하기 위해서는 학생들의 문제해결 과정을 보다 심층적으로 관찰하고 분석하

기 위한 보다 세부적이며, 미리 정해지지 않은 범주의 발견을 가능하게 하는 질적인 연구 방법을 적용하였다. 본 연구 수행을 위한 표집 방법은 연구자가 연구하고자 대상물에 접근할 수 있는 사례를 선택하는 의도적 표본 추출이다. 우선, 연구자가 연구하고자 하는 적절한 사례를 찾기 위해서는 먼저 기준을 마련해야 하며, 그것은 사례연구의 신뢰성과 타당성을 증진하기 위한 절차의 정립과정이다(우정호외, 2006). 그 근거 기준을 제시하면 다음과 같다. 먼저 본 연구에서는 유사한 대수 문장제를 해결하는 과정에서 학생들이 해법에 관련된 지식을 활성화하게 되는 근원을 학생의 지각된 어포던스 개념을 사용하여 조사하고자 한다. 따라서 본 연구를 위한 연구 대상자들은 검사과제(일차 방정식과 연립 일차 방정식의 활용)에 대한 학습이 이뤄진 상태이어야 하며, 자신의 문제해결 과정과 생각을 설명할 수 있는 학생이어야 한다. 따라서 본 연구자는 연구가 가능한 경기도 소재의 B 중학교 2학년 담당 수학교사들에게 본 연구의 목적과 연구 문제를 설명한 후, 본 연구에 적합한 사례를 찾을 수 있는 학생들을 선정해 줄 것을 부탁하였다. 수학 교사들은 수학 성적이 중상위권이면서 자신의 생각을 표현할 수 있는 5명의 여학생들을 선정하여 주었다. 선정된 5명의 여학생들을 대상으로 면담을 한 결과, 그 과정을 명확하게 설명하지 못하는 2명의 여학생을 제외하고 3명의 여학생들인 학생 A, B, C를 본 연구 대상으로 선정하여 사례연구를 수행하였다. 선정된 학생들은 모두 성적이 중상위권에 속하며 자신의 해법과정을 적극적으로 설명하는 학생들이었다.

2. 검사과제

학생들이 이전 경험을 근거로 문제를 해결하는 과정에 대한 사례연구의 검사과제는 학생들이 이미 경험한 학습내용에 대한 것이 적합하다고 볼 수 있다.

우리나라에서 수행된 유사성에 관련된 연구들(예를 들면, 이종희, 김진화, 김선희, 2003; 이종희, 김부미, 2003)의 검사과제들은 제 7차 수학교육과정의 <7, 8-가 단계>에서 제시하는 대수 문장제인 ‘일차방정식의 활용’과 ‘연립방정식의 활용’에 수록된 문제들과 유사한 것이다. 또한 학생들에게 너무 많은 연습이 경험인 된 문제는 본 연구의 검사과제로 적합하다고 볼 수 없다.

<표 1> 검사 과제로 사용된 문항

예제	방의 페인트칠을 완성하는데 아버지는 4시간 걸리고 아들은 6시간이 걸린다고 한다. 그렇다면 만일 그들이 함께 그 방을 페인트칠한다면 완성하는데 몇 시간 걸리겠는가?
S1	아들이 거실의 페인트칠을 완성하는 시간은 12시간이며, 아버지는 8시간이다. 이때 먼저 아버지가 전체 거실의 $\frac{1}{4}$ 을 먼저 페인트칠을 하시고 난후에 나머지 거실을 아버지와 아들이 함께 페인트칠을 하려고 할 때, 그(전체) 일을 마치는데 몇 시간이 걸리겠는가?
S2	형은 그의 집 정원에 있는 문의 페인트칠을 완성하는데 9시간이 걸리고, 동생은 12시간이 걸린다. 형과 동생이 4시간 동안 함께 페인트칠을 한 뒤 동생은 쉬고, 형 혼자서 나머지를 페인트칠을 하였다. 그렇다면 형이 혼자서 페인트칠을 마치는데 걸린 시간은 얼마인가?
S3	어머니와 딸이 대문을 페인트칠 하려고 한다. 딸이 혼자서 페인트칠을 마치는데 6시간 걸리고, 어머니 혼자서 하시면 4시간 걸린다. 그렇다면 쉬지 않고, 어머니와 딸이 들어서 함께 대문을 페인트칠을 한다고 할 때, (나머지 일을) 완성하는데 몇 시간이 걸리겠는가?(단, 어머니가 혼자서 1시간 먼저 페인트칠을 하신 후에, 나머지를 딸과 함께 페인트칠을 하셨다.)
I1	물탱크를 가득 채우는데 작은 호스는 5시간 걸리고 큰 호스는 3시간 걸린다. 만약 두 호스를 동시에 모두 사용한다면, 물탱크를 채우는데 걸리는 시간은 얼마인가?
I2	철수는 회수네 집까지 자전거를 타고 2시간 걸린다. 회수는 철수네 집까지 가는데 자전거로 3시간 걸린다. 그렇다면 철수와 회수가 동시에 자전거를 타고 상대방의 집을 향하여 떠난다고 할 경우, 그들이 만나는 데까지 걸리는 시간은 얼마인가?
I3	나와 친한 친구가 모형 비행기를 조립하였다. 내가 혼자서 조립하는 경우에는 3시간 걸리고, 내 친구가 혼자서 만드는 경우는 4시간 걸린다. 그렇다면 친구와 내가 함께 그 모형 비행기를 쉬지 않고 조립한다면 완성하는데 몇 시간 걸리겠는가?

따라서 블랙, 교학사, 금성, 두산, 디딤돌 출판의 수학 교과서<7, 8-가 단계>의 ‘일차방정식의 활용’과 ‘연립방정식의 활용’ 단원에 수록된 예제와 익힘 문제, 그리고 연습 문제 유형들 중에서 교과서에 수록된 횃수가 가장 적은 <일문제>를 수정 및 보완하여 <예제>와 유사한 <일문제> 6문항을 <표 1>과 같이 본 연구의 검사과제

로 선정하였다. 그리고 검사과제의 타당도를 확인하기 위하여 서울지역에 소재한 중학교에서 수학 성적이 중상 위권에 속하는 학생 2명을 대상으로 예비 검사를 실시하여 너무 전형적인 문제풀이를 유도하는 등의 문제는 제외하거나 수정하였다.

### 3. 자료 수집과 분석

본 사례연구를 위한 면담은 2005년 11월 말에서 12월 초까지 모두 3명의 연구 대상자들을 대상으로 진행하였으며, 모두 1또는 2차시<sup>6)</sup>에 걸쳐서 수행되었다. 학생A는 1차시로 면담이 진행되었으며, 연구 대상자 B, C의 경우는 1차시와, 그 다음 날 수행된 2차시로 면담이 진행되었다. 그리고 각 차시 당 면담 시간은 2시간 정도였다.

면담 진행 방법은 각 연구 대상자들에게는 검사과제들을 한 문제씩 제시하고 풀이하도록 요구하면서 그 과정을 큰 소리로 말하게 하였으며, 개별적으로 일대일 면담을 진행하였다. 우선 각 연구 대상자들은 <예제>를 해결하는 과정에서, 이전에 획득하였던 지식과 경험을 활성화할 수 있도록 최소화한 안내자 역할을 하는 연구자의 도움으로 문제를 해결하였다. 그리고 현장에서 얻은 자료를 수집하기 위하여 현장 노트(field note)와 비디오, 오디오 녹음을 적절히 사용하였다. 현장 노트에는 연구 대상자의 행동이나 비언어적 의사소통에 대한 연구자의 느낌이나 해석을 위한 근거를 반영하는 기록들이 포함되었다.

본 사례연구에서 자료 분석을 보다 심층적으로 하기 위하여 '구성요소로서의 지식(knowledge in pieces)'이라는 diSessa(1993)의 인식론적인 관점을 적용하여 유사성의 구성을 위한 직관적인 아이디어는 어떻게 형성되는 것인가에 대한 답을 찾고자 하였다. 또한 본 연구는 실제적인 상황에서 행위자들과 대상들 간의 상호작용에 대한 것이 아니다. 텍스트로 제시되는 문장제를 해결하는 과정에서 언급하고자 하는 것이다. 이러한 분석과정은 각각의 연구대상자들이 해결하는 각각의 과제들에 대한 문제해결 활동들 모두에 대하여 이뤄졌다. 특히, 해법에

대한 단서를 인식하는 과정에서 어떠한 어포던스가 있었으며, 그러한 어포던스는 해법을 구하는 과정에 어떠한 영향을 미치는가에 대하여 세밀히 서술하고, 그 다음에는 각각의 연구대상자들의 각 과제에서 공통적으로 나타나거나 새로운 사례를 조직적으로 분류하고 범주화하였다. 그것은 사례내 분석과 사례간 분석의 사용이다 (Creswell, 1998/2006). 또한 전통적인 기초적 도식 이론에 대한 기본 연구들(예를 들면, Bassok & Holyoak, 1993; Reed, 1993)에서는 문제해결자들이 기억 속에 저장된 지식을 근거로 문장에서 서술된 정보에 대한 상징적인 표상을 구성하는 것이며, 그러한 상징적 표상은 문제해결을 위한 심오한 추론의 근원을 포함한다고 가정한다. 그런 다음에 문제해결 능력이 언어 이해에 대한 이론에서 특정 과정과 지식에 의존한다고 보는 것이다. 그러나 본 연구에서는 상징적인 표상뿐만 아니라, 물리적 환경과의 상호작용을 언급한다. 따라서 본 자료 분석의 핵심은 각각의 연구 대상자들이 텍스트로 제시된 문장제에서 무엇이 자극원이 되어 자신들의 가지고 있는 지식이 어떻게 활성화하는가를 유사성의 관점으로 분석하는 것이다.

이를 위해서 <표 2>에서 제시되는 바와 같이, 수집된 전체 전사내용을 근거로 학생A가 "이 문제는 유사하거나 비슷하다."라는 인용 구분을 맨 왼쪽에 두고 학생A가 이전 문제와 현 문제를 유사하다고 생각하게 된 이유를 언급하는 텍스트를 '지각된 어포던스'라는 그 다음 칸에 서술하였다. 그리고 그러한 어포던스를 지각함으로써 어떠한 내적 행동인 표상이 이루어졌는가를 그 다음 칸에서 서술하였다. 그리고 맨 오른쪽 칸에서는 연구 대상자들의 문제해결 과정에서 구성된 유사성이 어떠한 것인가를 '유사성의 구성'이라는 칸에서 분석하였다.

<표 2>에서 나타나듯이, 지각된 어포던스라는 개념을 학생A가 직접적으로 유사성을 언급하는 대화 내용을 서술하는 칸의 오른쪽에서 서술한 이유는 연구 대상자의 해법에 대한 지식이 활성화되기 위해서는 그 해법 지식에 가장 가까운 지식이 우선권을 갖는다는 diSessa(1993)의 이론을 근거로 한 것이다. 연구 대상자들이 '지각된 어포던스'라는 창을 통하여 그들이 구성하는 유사성들에 대한 가장 가까운 단서들을 분석하고자 하는 것이다.

6) 면담 기간이 1차시 혹은 2차시에 걸쳐서 진행된 이유는 문제해결에 대한 시간이 모자라거나 지친 연구 대상자들이 연구자에게 다음 시간에 면담을 할 것을 요청하였기 때문이다.

IV. 사례 연구 결과 및 논의

분석하였다.

본 장에서는 사례연구 결과를 기술하고, 결과 분석을 기반으로 하여 학생들의 문제해결에 대한 사고과정을 논의한다. 먼저, A절에서는 연구 대상자들이 각 과제 별로 수행한 문제해결 과정을 연구 문제 중심으로 분석한 내용을 서술하였다. 그리고 B절에서는 본 연구 문제에 대한 결과 및 논의 내용에 대하여 서술하였다.

1. 사례 분석 결과

본 절에서는 각 연구 대상자별로 검사과제들에 대한 문제해결 활동들을 분석한 결과를 기술한다. 이론적인 고찰에서 언급된 바와 같이, 해법을 구하는 과정에서 학생 관점으로 이해하기 위하여 학생들이 직접적으로 “이 문제는 비슷하다.” 나 “유사하다.” 라는 표현을 근거로

가. 학생A의 사례 분석

학생A는 문제에서 상황을 나타내는 텍스트를 어포던스로 지각하여 이전에 해결하였던 문제들과 ‘일을 하는 상황’이라는 내용이 유사하다고 생각하였다. 특히, ‘몇 시간’, ‘먼저’, 또는 ‘혼자서’와 같은 텍스트를 어포던스로 지각하여 해법을 구성하였다.

학생A는 처음에 문제 상황이 의미적으로 어떠한 상황 인가를 나타내는 텍스트에 집중하고, 그 다음에는 표상된 상황의 세부적인 내용인 숫자 정보나 수학적 의미의 텍스트를 어포던스로 지각함으로써 해법을 구성하였다.

(1) 검사과제 (S-1,2,3)

학생A는 <표 2>와 같이 주어진 문제를 읽으면서 페인트칠을 완성하는’, ‘아버지와 아들이 함께 페인트칠을

<표 2> 분석 도구를 이용한 학생A의 문제(S-1)에 대한 문제해결에 대한 분석

외적 행동(대화 내용과 표시)	지각된 어포던스	내적 행동(표상 및 문제 목표)	유사성의 관점
<p>“이 문제는 앞의 문제와 비슷해요. 같은 유형 같아요. 문제가 그 일을 마치는 데 몇 시간이 걸리고 아버지도 몇 시간이 걸리고 같이 하는 데는 몇 시간이 걸리는 가인데, 이 문제는 아버지가 먼저 하지만 마치는 데 걸리는 시간을 구하니까……”</p> <p>· 각 대상들의 일에 대한 비율을 표시 (아들-1/12, 아버지-1/8)</p> $\cdot \frac{1}{12} + \frac{1}{8} = \frac{2+3}{24} = \frac{5}{24}$ <p>· 직사각형을 사등분하고 1/4 을 빗금치고, 빗금 친 부분의 일을 하는 시간을 구함</p> $\cdot \frac{1}{8} y = \frac{1}{4}, y = 2$ $\cdot \frac{5}{24} x = \frac{3}{4}$ <p>그리고 계산한 후, <math>x = \frac{18}{5}</math></p> $\cdot 2 + \frac{18}{5} = \frac{28}{5}$	<p>· “일을 하는데 각 대상들이 각각 몇 시간이 걸리는 경우, 함께 한다면 마치는 시간은 얼마인가?”</p> <p>· “아들은 12시간, 아버지는 8시간…….전체 거실의 <math>\frac{1}{4}</math>”</p>	<p>· 문제 상황을 설명하는 텍스트와 숫자 정보 등을 어포던스로 지각하여 문제에서 서술된 상황을 심적으로 표상함.</p> <p>· 자신이 표상하는 상황에서 숫자 정보나 수학적 의미의 언어를 어포던스로 지각하여 구체적인 해법에 대한 원리에 관련된 표상</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> <p><b>목표(제약) - 전체 일의 완성 시간 구함</b></p> </div> <p>· 양적 정보에 대한 수학적 언어(제약)의 표상 구성</p> <p>· 문제에서 서술된 언어적 정보와 양적 정보의 부호화 및 명칭 붙이기 과정(일련의 표시)</p> <p>· “함께(더함)” 하는 경우에 대한 일의 비율 생각함</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> <p><b>하위 목표(제약) - 아버지가 전체 일의 1/4을 하는데 필요한 시간, 남은 일의 양을 구함</b></p> </div> <p>· 문제 정보 확인함으로써 전체 일에서 남은 일의 비율을 생각함</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> <p><b>해법- 전체 일을 하는데 필요한 시간을 구함</b></p> </div>	<p><b>표면 유사성</b> : 각 대상이 일을 하는 상황, 제시된 일을 하는데 필요한 시간, 함께 일을 완성하는 상황,</p> <p><b>구조적 유사성</b> : 일의 비율과 “일을 하는 조건”(정보)들을 사용하여 “일을 마치는 데 필요한 시간”에 대한 해법 원리에 대한 유사성</p> <p><b>절차적 유사성(열린 공식 구체화-적용)</b></p>

할 때, 또는 '그 일을 마치는 시간은'과 같은 텍스트들을 어포던스로 지각하여 관련된 이전 문제를 생각하였다. 또한 <표 2>와 [면담A:3]에서 서술된 대화 내용에 나타 나듯이, 학생A는 '페인트칠'이라는 문구 자체보다는 그 의미가 '일'이라는 사실에 초점을 두어 문제에서 서술된 상황이 '일을 하는 상황'이라고 생각하였으며, 동시에 그 상황을 구체적으로 이해하는 과정에서 이전 상황과의 비교가 이뤄졌음을 알 수 있다.

1. 학생A : 문제를 읽는다.
2. 연구자 : 문제를 풀 때 표시를 하는 이유는 뭐지?
3. 학생A : 제가 국어를 잘못해서 문제를 세 번 정도 읽으면 그 내용을 자꾸 잊어서 줄을 치면서 기억하면서 읽어요. 음..이 문제는 앞의 문제와 비슷해요. 같은 유형 같아요. 아까 문제가 그 일을 마치는 데 몇 시간이 걸리고 아버지도 몇 시간이 걸리고 같이 하는 데는 몇 시간이 걸리는 가인데, 이 문제는 아버지가 먼저 하지만 마치는 데 마 치는데 걸리는 시간을 구하니까. [면담 A:1-3]

'학생A는 '같이 일하는 데 걸리는 시간'과 '일을 하는 데 걸리는 시간'이라는 텍스트를 바탕으로 "일에 대한 비율"에 대하여 생각하게 되었다. 그것은 일을 하는 상황에 대한 보다 세밀하며 구체적인 상황을 묘사하는 문 맥적인 정보에서 주어진 숫자 정보나 수학적 기호로 변환되는 '함께'나 '먼저', 그리고 '전체 일의  $\frac{1}{4}$ '과 같은 텍스트를 어포던스로 지각하여 이전 문제를 풀기 위하여 사용하였던 '일의 비율'과 '일의 양'에 대한 개념을 해법 원리로 생각한 것이라고 볼 수 있다.

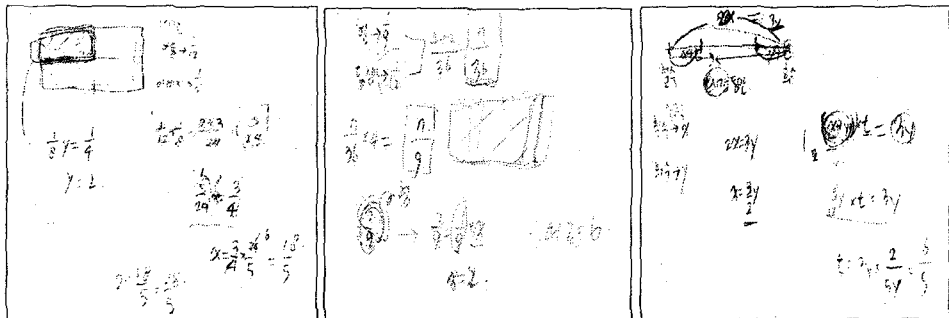
문제(S-1)와 마찬가지로 문제(S-2, 3)의 경우에서도 학생A는 "각각 몇 시간 걸리고, 함께 일을 하는데 마치는 시간은 구하라." 라는 텍스트를 어포던스로 지각하여 '일을 하는 상황'에 대한 구체적인 세부 조건들을 표상하면서 이전에 해결하였던 관련된 문제들의

해법을 생각하였다. 그것이 구조적 유사성의 구성을 지원하는 것이라고 볼 수 있다.

<그림 2>에서와 같이, 문제(S-2)에서도 학생A는 '일을 하는 상황'을 나타내는 표면적인 서술 내용과 '같이 정해진 일을 하는 상황'이라는 서술 내용에 대하여 표면 유사성을 구성하였다. 그리고 숫자 정보, 즉 '9시간, 12시간, 4시간'이라는 텍스트를 어포던스로 지각하여 "일의 양=일의 비율×시간"이라는 해법 원리를 생각하였다. 그리고 문제(S-3)에서도 자신이 일 문제에 대하여 알고 있는, 즉 "어머니와 딸이 대문을 페인트칠 하려고 한다. 딸이 혼자서 페인트칠을 마치는데.." 와 같이 상황을 나타 내는 텍스트를 어포던스로 지각하여 '일을 하는 상황'에 관련된 이전 문제와 유사하다고 생각한 것이다. 그리고 동시에 '일을 하는데 6시간, 4시간' 또는 '혼자서' 나 '함께'와 같은 텍스트를 어포던스로 지각하여 '일의 비율'이나 '일의 양'에 관련된 개념을 해법 원리로 생각하여 이전에 적용하였던 해법을 떠올린 것이라고 볼 수 있다.

(2) 검사과제(I-1,2,3)

학생A는 연구자와 함께 해결했던 <예제>의 해법으로 적용하였던 공식과 동일한 공식을 그대로 적용하여 문제를 풀 수 있는 문제(I-1)와 문제(I-3)를 해결하기 위하여 해법을 생각하는 이유는 매우 단순하였다. 우선, 제'시된 문제(I-1)를 읽으면서 학생A는 '물탱크를 가득



<그림 2> 학생A: 문제(S- 1.2), (I-2) 풀이 과정



채우는데..'라는 텍스트를 어포던스로 지각하여 의미적으로 '물을 채우는 상황'이 '일을 하는 상황'이라고 설명하면서 <예제>들과의 동일한 해법을 사용하면 된다고 하였다.

주어진 문제 정보에 대하여 학생A는 "일을 하는데 몇 시간이 걸리고, 같이 하면 몇 시간이 걸리는가?"라는 텍스트를 어포던스로 지각함으로써 <예제>문제와 현 검사과제가 유사하다고 생각한 것이다. 따라서 <예제>를 풀기 위하여 사용하였던 해법 공식들을 생각하였다. 이때 각 정보들 간의 일대일대응이 명확하게 드러났다. 특히, 학생A는 "아버지=큰 호수", "아들=작은 호수"로 대응하면서 '5시간'과 '3시간'에 대한 숫자 대응을 명료하게 나타내었다.

그러나 <그림 2>와 예서 [면담A: 40-45]에서 나타난 바와 같이, 문제(I-2)의 경우에는 학생A는 문제(I-2)에서 서술된 '철수는 희수네 집까지 자전거를 타고 가면'과 '철수와 희수가 동시에 자전거를 타고 상대방의 집을 향하여 떠난다고 할 경우'와 같은 텍스트를 어포던스로 지각하여 '자전거를 타는 상황'이 '일을 하는 상황'과 의미적으로 유사하다고 생각하였지만 해법에 대한 생각은 다른 문제의 경우에 대하여 생각하였다.

- 40. 연구자 : 이 문제요?
- 41. 학생A : 조금 비슷한 것 같은데..
- 42. 연구자 : 어떤 부분에서 비슷한데?
- 43. 학생A : 일이란 시간이랑...일하는데 걸리는 시간이. 주어진니까요.
- 44. 연구자 : 어떤 생각이 들어요? 여기서?
- 45. 학생A : 집까지 가는데 일을 1이라고 하고. 그것을 1이라고 두면요. 일을 다 하는데 2시간 걸리고, 철수네 집까지는 3시간이 걸리는....것도...1이라고 보면, 그 부분이 유사하다는 거죠.
- 46. 학생A : 그런데 이 문제는 거리와 속력을 연관시켜서 풀면 될 것 같은데..
- 47. 연구자 : 음...유사하다고 하면서 왜 다른 식으로 생각을 하지?
- 48. 학생A : 근데요. 이 문제는 원래 적용하던 공식으로는 못하겠어요. [면담A:40-48]

학생A는 [면담A:45-48]에서 나타난 바와 같이, '일의 비율'에 대한 원리를 생각하였지만 주어진 문제의 해법

으로는 생각하지 않고, '자전거를 타고' 또는 "철수와 희수가 만난다." 라는 텍스트를 근거로 이전 경험하였던 속력 문제7)에 대한 해법을 생각하였다. 그 이유는 문제에서 제시되는 숫자 정보인 '2시간', '3시간'으로, 그리고 자신이 모르는 속력과 거리를 미지수로 생각하여 <거리=시간×속력>을 해법 원리로 사용하여 주어진 문제의 해답을 구할 수 있다고 생각했기 때문이다.

이러한 과정은 학생A가 지각한 '자전거'나 '만나다'와 같은 텍스트에 대하여 지각한 어포던스가 속력 문제와의 표면 유사성을 지원한 어포던스였기 때문이라고 볼 수 있다. 예를 들면, 문제(I-2)를 해결하는 과정에서, 학생A는 "자전거를 타는 구체적인 상황"을 서술하는 텍스트를 어포던스로 지각하여 과거에 해결하였던 <속력문제>에 관련된 해법 지식을 활성화하였다. 그렇지만 의식적으로는 그 문제가 <예제>와 유사하다고는 것을 인정하지만, 해법지식에 관련해서는 <예제>에서 서술된 문제 상황과 연결시키지 못한 것이다.

#### 나. 학생C의 사례 분석

학생C는 처음에는 문제 상황이 의미적으로 어떠한 상황인가에 대한 텍스트에 집중하고, 그 다음에는 그러한 상황의 세부적인 내용인 수학적 의미의 텍스트를 어포던스로 지각하였다.

#### (1) 검사과제(S-1, 2, 3)

학생C는 검사과제(S-1, 2, 3)에서는, 먼저 '포인트칠을 하는'과 같은 상황을 나타내는 텍스트를 어포던스로 지각하여 이전에 해결했던 [예제]와 '일을 하는 시간이 주어진' 상황이라는 점에서 유사하다고 생각하는 표면 유사성을 구성하였다. 또한 <표 3>과 [면담C:10]에서 나타난 바와 같이, 학생C는 숫자 정보나, '함께' 또는 '나머지'와 같은 수학적 기호로 변형이 되는 텍스트를 어포던스로 지각하여 <예제>와 공통적인 해법공식을 본 문제의 해법 원리로 생각하였다. 즉, "비율1×시간1 + 비율2×시간2 = 1(전체 일의 양)"이라는 공식을 사용하여

7) '속력 문제'라는 것은 우리나라 수학교과서 '7-가 단계'와 '8-가 단계'에서 수록된 농도 문제와 속력 문제 중에서 "거리=시간×속력"의 공식을 이용하여 문제를 해결하는 속력 문제를 언급하는 것이다.

현 문제를 풀 수 있다고 생각하는 구조적 유사성을 구성하였다. 여기서 각각의 숫자 정보인 '주어진 시간'에 대한 개념은 수학적 개념인 '일의 비율'과 '일의 양'에 대하여 생각하게 되는 Greeno 등(1993)의 수학적 어포던스와 같은 개념이라고 볼 수 있다.

3. 연구자 : 그럼 이문제가 아까 문제(예제)와 유사하다는 이야기예요?
4. 학생C : 네!!
5. 연구자 : 왜요?
6. 학생C : 어! 지난번에 풀었던 거는요, 같이 일하는데 한사람이 더 많이 하는 거구요. 여기서 는 뭐지? 그때는 시간을 배분해서 조정했는데, 여기서는 뭐지? 일한 양을 배분한 거니까. 문제가 비슷하긴 한데..... 좀 다르다고 생각했는데...
7. 연구자 : 비슷한 유형이냐!.. 라는 생각 그 다음에 생각한건 뭐예요?
8. 학생C : 아까 것은 시간을 가지고 이렇게 을 했고

요! 이번 건 일의 양을 먼저  $\frac{1}{4}$  를 칠하고,

나머지를 했다고 했으니까!

9. 연구자 : 아버지가 아들이 함께 했다는 거에 놓그라미를 친 이유는 뭐예요?
10. 학생C : 처음에 문제를 착각해서요. 아버지가 먼저 4분의1을 칠하고 아들이 나머지를 칠했다는 줄 알았는데요! 다시 읽어보니까 '함께' 라고 해서요( $\frac{1}{8}x = \frac{1}{4}$  라는 식을 쓴다).[면담C3-10]

<그림 3>에서 제시된 바와 같이, 학생C는 이와 같은 서술된 텍스트 간의 유사성을 생각하면서 이전문제를 풀기 위하여 사용하였던 해법 원리인 알고리즘적 공식인 "비율1×시간1 + 비율2×시간2 = 1(전체 일의 양)"을 해법공식으로 생각하는 구조적 유사성을 구성하였다.

특히, 학생C는 현 문제와 이전 문제의 해법이 유사하

<표 3> 분석 도구를 이용한 학생C의 문제(S-1)에 대한 문제해결에 대한 분석

외적 행동(대화 내용 및 표시)	지각된 어포던스	내적 행동(표상 및 문제 목표)	유사성의 구성
<p>· "아까 문제와 유사한 것 같은데. 어! 지난 번 풀었던 것은 같이 일하는데 한 사람이 더 많이 하는 것이 구요. 그때는 시간을 배분해서 조정했는데 여기서는 일한 양을 배분하는 것이니까. 문제가 비슷한데 좀 다르다고 생각했는데."</p> <p>· 아버지가 4분의1을 먼저 한 일에 대한 시간을 먼저 구하고 그 다음에 4분의 3에 대한 일의 경우를 생각할 것이라고 설명하고, 그림을 그런 다음에 식을 세운다고 함.</p> <p>· <math>\frac{1}{8}x (\frac{1}{2}) = \frac{1}{4}</math>.</p> <p>· <math>\frac{1}{12}x + \frac{1}{8}x = \frac{3}{4}</math></p> <p>· <math>\frac{1}{12}x + \frac{1}{8}x = \frac{2+3}{24}x = \frac{5}{24}x</math></p> <p>· <math>\frac{5}{24}x = \frac{3}{4}</math></p> <p>· <math>x = \frac{18}{5} \rightarrow 30분 (\frac{1}{2}) + \frac{18}{5}</math></p>	<p>· "일을 하는데 각 대상들이 각각 몇 시간이 걸리는 경우, 함께 한다면 마치는 시간은 얼마인가?"</p> <p>· "...아버지는 8시간, 전체 일의 <math>\frac{1}{4}</math> 을 먼저 한다. 아버지와 아들이 함께 일을 하려고 할 때."</p>	<p>· 문제에서 서술되는 상황이 일을 하는 상황이라고 생각하면서 예제 내용을 떠올리면서 현 문제와 비교하여 다른 점을 구조적으로 생각함.</p> <p>· 그 상황에 관련된 이전 문제 상황을 생각하면서 관련된 해법(공식)을 떠올림</p> <p><b>목표(제약)전체 일을 하는데 필요한 시간구함</b></p> <p><b>하위 목표(제약)</b></p> <p>-전체 일의 <math>\frac{1}{4}</math>에 대한 시간</p> <p>숫자 정보(제약)를 어포던스로 지각하여 시간당 일의 비율과 시간의 곱이 일의 양이라는 원리(제약)를 사용하여 아버지가 먼저 한 일의 시간을 구한다고 생각함.</p> <p>· 각 대상들이 한 일의 양을 더하면 남은 전체일의 양이 나온다는 생각을 공식으로 구체화하려고 함.</p> <p>· 수식의 계산 과정에 대한 사고</p> <p><b>해법 - 전체 일을 완성하는 시간</b></p>	<p><b>표면 유사성</b> : 일을 하는 상황</p> <p><b>구조적 유사성, 절차적 유사성(원리)</b> : 주어진 시간과, 시간에 대한 비율을 이용한 비율, <math>\times</math>시간<sub>1</sub> + 비율<sub>2</sub> <math>\times</math>시간<sub>2</sub> = 1 공식을 해법 원리로 사용하여 문제에서 요구하는 시간을 구하면 된다는 해법 원리에 대한 유사성.</p> <p><b>절차적 유사성(공식과 구체화)</b> : 해법에 대한 원리인 일의 비율과 시간을 이용하여 일의 양을 구한다는 생각을 근거로 알고리즘적 공식인 '비율<sub>1</sub> <math>\times</math> 시간<sub>1</sub> + 비율<sub>2</sub> <math>\times</math> 시간<sub>2</sub> = 1'에 숫자 정보를 대입한 후, 구체화 과정에서 숫자 정보와 수학적 언어 관계를 생각하면서 변형해 가는 과정으로 구체화됨.</p>

는 생각으로 끝난 것이 아니라, 문제에서 서술된 구체적 인 상황들 간의 내적인 비교과정을 거쳤다는 것을 [면담 C:6-10]의내용을 통하여 확인할 수 있다. 그러한 비교과 정은 자신의 해법지식을 보다 정확하고 올바르게 적용할 수 있는 계기가 되었다고 볼 수 있다. 이처럼 학생 C는 자신이 생각하는 해법공식을 그대로 사용하지 않고 문제내용의 계속적인 확인과 비교과정을 거쳐서 자신이 생각하였던 공식을 변형하였다.

(2) 검사과제(I-1, 2, 3)

학생C는 학생A와 마찬가지로 문제(I-1, 3)의 경우에서, 문제에 대한 상황을 서술하는 '물탱크에 물을 채우는', '모형 비행기를 쉬지 않고 함께 조립하는'과 같은 텍스트를 어포던스로 지각하여 <예제>와 표면 유사성을 구성하였다. 또한 학생C는 <예제>를 해결하기 위하여 사용하였던 해법 공식을 생각하면서 이전 문제 상황을 서술하는 숫자 정보를 중심으로 해서 현 문제에서 서술된 정보와 일대일대응이 명확하다고 생각하였다. 하지만 <그림 3>에서 제시된 문제(I-2)의 경우에는 '자전거'와 '상대방과 마주보고 가는 상황'이라는 문제 내용에서 서술된 표현 때문에 이전에 해결한 <예제>가 아니라, 더 이전에 경험한 <속력문제>와 표면 유사성을 구성하였다.

- 138. 연구자 : 그럼 이 문제? 무슨 생각이 들어요?
- 139. 학생C : 이진.....거속시문제..
- 140. 연구자 : 왜요? 왜 거속시라는 생각이 들어요?
- 141. 학생C : 예전에 푼 것 같은데요. 서로 상대방으로 가는 거니까요. 이렇게 만난 시간은 같고요. 속도랑 거리가 그 자신의 속력이 따라 다르니까요.

- 142. 연구자 : 보통 거속시문제는 어떤 것인데?
- 143. 학생C : 시간이랑 거리랑 속력을 이렇게 주고요. 그 다음에 그 세가 중에서 하나를 구하라는 식으로요. 시간이 같다고 해서 푸는 것인가요? [면담C:138-143]

학생C는 “자전거를 타고 서로를 바라보면서 일정하게 가는 경우 만나는 시간이 얼마인가?”라는 텍스트를 어포던스로 지각하여 <속력문제>와 유사하다고 생각하였다. 따라서 해법에 관련된 <거리=시간×속력>에 대한 지식을 활성화한 것이다. 학생C의 문제해결과정은 면담 C:138-143]에 나타나는 바와 같이, 문제에서 서술된 상황을 내적으로 구체화하면서 그 상황과 유사하였던 이전 문제해결 경험에 관련된 지식을 활성화하는 것이라고 볼 수 있다.

이러한 과정에서 결정적인 것은 문제에서 서술된 숫자 정보와 단서가 되는 단어들을 어포던스로 지각하여 기억해낸 공식을 어떻게 구체화하는가에 대한 것이라고 볼 수 있다.

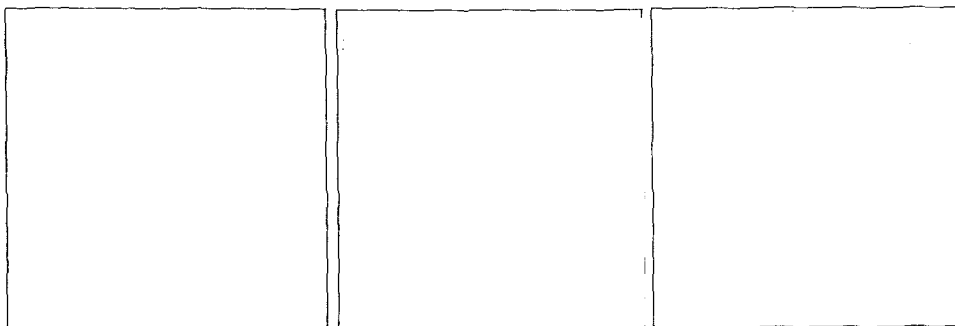
학생C도 학생A와 마찬가지로, 주어진 문제내용에서 서술된 상황과 연관된 해법 지식을 활성화하였다.

다. 학생B의 사례 분석

학생B는 검사과제들(S)의 ‘일하는 상황’을 나타내는 텍스트를 어포던스로 지각하여 <예제>와 유사하다고 생각하여 동일한 해법을 그대로 적용하였다.

(1) 검사과제 (S-1, 2, 3)

<표 4>과 [면담B:49]에서 제시된 바와 같이, 학생B는 ‘페인트칠을 하는’ 상황이라는 텍스트를 어포던스로 지각



<그림 3> 학생C:

하여 <예제>와 동일한 문제라고 생각하고, 또한 수학적 의미로 해석되는 '먼저'나 '함께'라는 텍스트를 어포던스로 지각하여 <예제>와 동일한 해법지식을 활성화하였다. 그 공식은 변형되지 않는 <예제>의 해법과 동일한 공식이다. [면담B:55-59]에서 나타난 바와 같이, 문제에서 서술된 숫자 정보를 자신이 생각하는 공식에 어떠한 통제 과정이 없이 그대로 대입하는 경우를 통하여 알 수 있다.

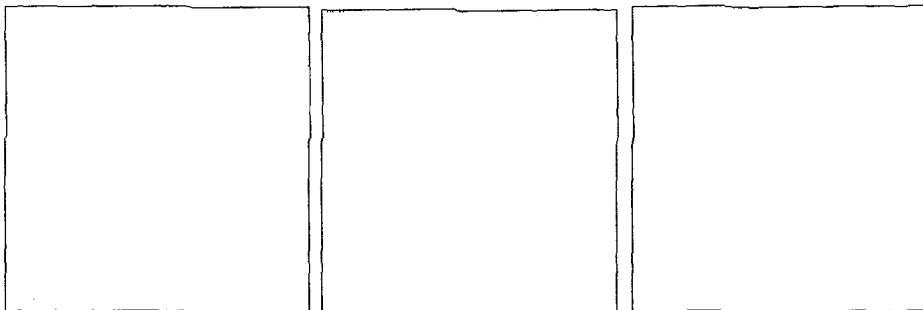
<그림 4>의 문제(S-2)의 경우에서도, 현 문제가 '페인트칠을 하는'이라는 텍스트와 '혼자서'나 '몇 시간', '함께'와 같은 텍스트를 어포던스로 지각하여 이전문제와 동일하다고 생각하였다. 이때 해법 원리로 인식한 것은,

" $\frac{1}{\Delta}x + \frac{1}{\Delta}x = 1$ "과 같은 알고리즘적인 공식이라는 것을 [면담B:49]에서 알 수 있다. 그 공식을 구체화하는 과정이 문제(S-1)의 경우와는 다르게 <예제>의 해법공식에 대한 변형이 요구되는 문제이기에 학생B는 혼란스러워 하였다.

49. 학생B : 애요? 비슷한 거 같아요. 2시간 동안 함께 페인트칠을 한 것이.....그리고 동생은 쉬고 형이 혼자 페인트칠을 한 게. 이렇게 먼저 식을 써 주구요 ( $\frac{1}{\Delta}x + \frac{1}{\Delta}x = 1$ )이라고 쓴다! 형과 동

<표 4> 분석 도구를 이용한 학생B의 문제(S-1)에 대한 문제해결에 대한 분석

외적 행동(대화 내용 및 표시)	지각된 어포던스	내적 행동(표상 및 문제 목표)	유사성의 구성
<p>· "이 문제는 앞에서 풀었던 문제와 같은 것 같아요"</p> <p>· "앞에는 그냥 간단하게 함께 페인트칠을 했다는 것만 있었는데, 이 문제는 아버지가 전체의 4분의 1을 먼저 했다고 하니까 비슷해요. 그러니까 먼저하구. 함께 한다고 하니까....."</p> <p>· "1시간 동안 아빠가 하는 일이 8분의 1이니까, 그리고 아들은 12분의 1이니까, 둘이 같이 하는 시간을 x로 해서 각각 곱하고 아버지가 4분의 1을 했다고 하니까 더하고 전체 페인트칠을 한 일의 1이라고 하면....."</p> <p>· <math>\frac{1}{12}x + \frac{1}{8}x + \frac{1}{4} = 1</math></p> <p>· <math>\frac{2}{24}x + \frac{3}{24}x + \frac{6}{24} = 1</math></p> <p>· <math>\frac{5}{24}x = \frac{18}{24} \quad x = \frac{18}{24} \times \frac{24}{5} = \frac{18}{5}</math></p>	<p>· "일을 하는데 먼저 하고, 그리고 함께 하"고....."</p> <p>· "...12시간, 8시간, 1....." 4</p>	<p>· 문제가 페인트칠을 하는 상황으로 일을 먼저하고 함께 하는 식으로 일을 하는 상황을 설명하는 텍스트 때문에 현 문제를 예제와 유사하다고 생각함.</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px;"> <p><b>목표(계약)</b></p> <p>- 일을 함께 하는 시간을 구함</p> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px;"> <p><b>하위 목표(계약)</b></p> <p><math>\frac{1}{12}x + \frac{1}{8}x + \frac{1}{4} = 1</math>에 양적 정보 대입</p> </div> <p>· 이전 문제를 풀기 위하여 사용하였던 해법을 생각하면서 숫자 정보(계약)와 '먼저'나 '함께'라는 텍스트를 어포던스로 지각하여 자신이 생각하는 규칙을 적용함.</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px;"> <p><b>해답 구함</b></p> <p>아버지와 아들이 함께 일한 시간</p> </div>	<p><b>표면 유사성</b></p> <p>일(페인트칠)을 하는 상황</p> <p><b>구조 유사성, 절차 유사성(원리)</b></p> <p>: 학생 관점(상황과 연결 안 됨)</p> <p>주어진 숫자 정보와 수학적 의미의 언어인 "함께"나 "먼저"와 같은 문구를 근거로 이전에 사용하였던 공식인</p> <p><math>\frac{1}{12}x + \frac{1}{8}x + \frac{1}{4} = 1</math>을 이용하여 문제를 풀 수 있다고 생각함.</p> <p>문(S-2, 3)의 경우를 통하여 이 경우도 문제 상황 학생B가 생각하는 원리가 연결되지 않음을 발견.</p> <p><b>절차적 유사성(구체화)</b></p> <p>: 주어진 양적 정보를 순서대로 역수로 취하여 대입하고, 주어진 분수를 더함.</p>



<그림 4> 학생B: 문제(S-1, 2), (1-2) 풀이 과정

생을 이제부터 생각을 하려고요!

- 50. 연구자 : 음. 예전에 풀었던 거와 같은 유형으로 풀고 있네?
- 52. 연구자 : 어떻게 같은 유형이란 걸 알아?
- 53. 학생B : 몇 시간, 몇 시간이 나오고 함께 했다는 거 나오고 그래서 .....헛갈려요!
- 54. 연구자 : 뭐가?
- 55. 학생B : 4시간 동안 함께 칠을 한 게 동생은 쉬고, 형 혼자 페인트칠을 했다. 4시간을 한 시간하면  $\frac{1}{4}$ 가 나오잖아요!

- 56. 연구자 :  $\frac{1}{4}$ 은 뭐야?
- 57. 학생B : 한 시간 동안 한 속력 같은 거요
- 58. 연구자 : 한 일의 양?
- 59. 학생B : 네! 한 일의 양이요! 함께 한 거잖아요! 애는 근데 일을 한 뒤에 형 혼자 한 시간 동안 페인트칠을 했다고 했잖아요!  
그러니까 나머지는  $\frac{3}{4}$ 이 될 거 아니에요! 그래서 여기다가  $\frac{1}{4}$ 를 더해야 할지  $\frac{3}{4}$ 을 더해야 할지 헛갈려요! [면담 B:49-59]

결국, 학생B가 해법지식으로 활성화한 것은 문제내용에서 서술되는 구체적인 상황과 관련되지 않은 것이었다. 그것은 [면담B:59]에서 서술된 학생B의 설명에서 확인할 수 있다. 학생B는 자신이 인식한 해법 원리를 구체화하기 위한 자신만의 알고리즘적 규칙이 존재한다는 것을 알 수 있다. 그것은 문제(S-3)의 경우에서도 확인할 수 있었다.

(2) 검사과제 (I-1, 2, 3)

학생B는 표면 정보가 '일을 하는 상황'이라는 의미의 문제인 경우에 그 문제에 대한 해법 원리로 " $\frac{1}{\Delta}x + \frac{1}{\Delta}x = 1$ "을 생각하고 있다.

[면담B:24-26]에서 나타난 바와 같이, 학생B는 '두 호스'나 "물탱크에 물을 채운다."는 텍스트를 어포던스로 지각하여 '물탱크에 물을 채우는 것'은 '일을 하는 것'과 같은 의미이기 때문에 유사한 문제라는 표면 유사성을 구성하였다.

- 24. 학생B : 음... 처음 문제와 비슷한 것 같아요.

25. 연구자 : 왜?

- 26. 학생B : 몇 시간 걸린다. 두 호스가 나오고 함께 "채우는 것"과 "일을 하는 것"과 같은 의미인 것 같아요. [면담B:24-26]

학생B는 " $\frac{1}{\Delta}x + \frac{1}{\Delta}x = 1$ "을 해법 원리로 인식하여

문제에서 제시된 숫자 정보를 대입하여 식을 구체화하였다는 것을 [면담B:35-40]을 통하여 알 수 있다.

문제(I-3)문제를 해결하는 과정에서 학생B는 문제에서 서술된 "나와 친한 친구가 모험비행기를 조립하는데 몇 시간이 걸린다."와 같은 텍스트를 어포던스로 지각하여 '일을 하는 상황'이라는 표면 유사성을 구성하였다. 그리고 해당 문제에 대한 해법으로 주어진 양적 정보를 이용하여 " $\frac{1}{\Delta}x + \frac{1}{\Delta}x = 1$ "을 사용하여 결과물을 구할 수 있다는 인과적 관계에 대한 구조적 유사성을 구성한다.

- 35. 연구자 : ( $\frac{1}{5}x + \frac{1}{3}x = 1$ 라고 학생B가 쓴 식을 지적하면서) 그런데 그 식은 뭐야?
- 36. 학생B : 아.이 식이요? 그냥.
- 37. 연구자 : 이 식을 쓰기 위해서 머릿속에서는 어떤 생각을 했어?
- 38. 학생B : 머릿속이요?
- 39. 연구자 : 응!
- 40. 학생B : 한 시간 동안 채워지는 양.....그러니까  $\frac{1}{5}$ . 그런데 그것이 1이라는 것이 좀 헛갈렸는데, 맞는 것 같아요. [면담B:35-40]

<그림 4>에서 제시된 문제(I-2)의 경우에서는 그 과정이 조금 달랐다. 처음에는 [면담B:88-94]에서 서술된 바와 같이, 문제(I-2)에서 서술된 "자전거를 타고 2시간 간다."와 같은 텍스트를 어포던스로 지각하여 이전에 경험하였던 속력 문제와의 표면 유사성을 구성하였다. 그러나 자신이 이전 문제를 풀기 위하여 사용하였던 <거리=시간×속력>을 해법 원리로 생각하려고 하였지만 구조적 유사성을 구성하지 못하였다.

그런 후에, 학생B는 문제(I-2)에서 서술된 '자전거를 타고 철수가 회수네 집까지 가는'이라는 텍스트를 '일을 하는 상황'이라고 생각하면서 표면 유사성을 일 문제와 구성하였다. 지금까지의 자신이 검사과제들을 풀기 위해

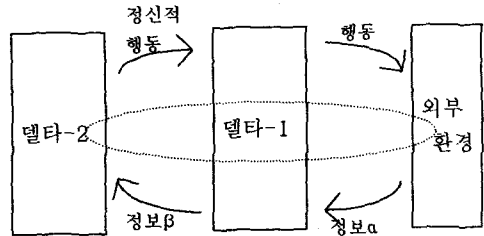
서 사용하였던 “ $\frac{1}{\Delta}x + \frac{1}{\Delta}x = 1$ ”의 알고리즘을 해법 원리로 사용할 수 있을 것이라는 생각이 들었던 것이다.

2. 논의

본 연구의 목적은 대수 문장제 해결과정에서 관련된 이전 문제나 경험을 떠올려서 해법을 구하는 경우에, 문제해결자는 어떻게 해서 이전 지식과 현 문제를 연결할 수 있게 되는가를 어포던스 개념을 적용하여 조사하는 것이다. 일반적으로 문제해결에서 연구대상자들의 공통적인 목표는 주어진 문제의 해법을 구하고자하는 행동이다. 따라서 본 연구자는 이러한 행동을 Skemp(2000/1987)가 제시한 지능모델과 스키마 이론과 관련지어 논의하고자 한다. Skemp가 서술하는 지능은 다양하며 광범위한 조건과 계획에 의하여 목표 상태에 도달하는 능력의 결과인, 일종의 학습 형태로만 언급되었다. 그러나 문제해결 활동이 해법을 구하는 목표를 가진 행동이라는 점과 문제해결 활동이 개념학습과 완전하게 구분된다고는 볼 수 없다는 관점(Vinner, 1997)에서 지식의 구성과 검증은 지식의 활성화와 적용의 관점에서 설명할 수 있을 것이라고 본다.

따라서 본 사례연구 결과와 관련하여 볼 때, 다음과 같이 논의할 수 있다. 학생A는 주어진 문제에서 서술된 대상이나 대상들의 행위에 대한 텍스트를 어포던스로 지각하여 <예제>에서 ‘일을 하는 상황’을 설명하는 텍스트와 연결하여 주어진 문제를 예제와 유사하다고 생각하는 표면 유사성을 구성하였다. 학생C도 주어진 문제에서 상황을 서술하는 단어나 구절을 어포던스로 지각하여 <예제>에서 ‘일을 하는 상황을 설명하는 텍스트를 떠올리면서 피상적인 정보에서 유사하다고 생각하였다. 마찬가지로 학생B도 문(S-1, 2, 3)의 문제 내용에서 서술되는 ‘상황이 시간이 주어진 일을 하는 상황’이라고 생각하여 <예제>와 비슷하다고 설명하였다.

<그림 5>에서 제시된 바와 같이, 본 연구대상자들의 공통적인 행동은 해법을 구하고자 하는 목표지향적 행동에서 주어진 대수 문장제라는 외부환경에 대하여, 문제에서 서술된 텍스트를 어포던스(→)로 지각하는 행동이다. 그것은 델타-1의 지휘체제와 델타-2가 작동하게 되는 과정에서 개입된다고 볼 수 있을 것이다.



<그림 5> Skemp의 지능모델에서의 어포던스

이때 델타-2의 기능을 수행하기 위해서는, 즉 해법을 구하기 위해서 델타-1에서는 해법을 구하기 위한 ‘계획’이 수립되어야 한다. 먼저 제시된 문장제인 외부환경에서 서술된 텍스트들을 정보(α)라고 볼 때, 정보(α)는 다시 델타-2의 기능을 수행시키기 위한 어포던스로 작용하여 정보(β)의 역할을 하는 것이다. 그 결과, 일을 하는 상황에 관련된 이전 경험이 떠오르게 된다. 이때 구성되는 것이 문제에서 서술하는 피상적인 정보의 유사성인 표면 유사성이다. 본 사례연구 분석 내용을 근거로, 그 과정에서 중요한 역할을 하는 것이 문제에서 제시되는 숫자 정보나 수학적 의미의 텍스트를 어포던스로 지각하는 것이다. 그러한 활동은 다시 이차적인 싸이클에 관련된 것이라고 볼 수 있다. 여기서 문제에서 제시된 수학적 정보에 대한 텍스트는 문제해결자가 관련된 이전 경험, 즉 <예제>를 푸는데 사용하였던 수학적 개념과 절차에 대한 지식을 활성화하는 어포던스로 작용하는 것이라고 볼 수 있다. 이때 학생A가 구성하는 해법은 “일을 하는 상황”을 설명하는 문제내용과 연결된 것이다. 예를 들면, 문제 내용에서 서술된 행위자들(아버지, 아들, 어머니 등)이 일을 하는 시간을 “2시간 또는 3시간”으로 보는 것이지, 일하는 맥락을 떠나서 공식에 적용하기 위한 숫자 그 자체로 생각하는 것이 아니라는 것이다. 이 과정에서 구성되는 것은 해법공식에 대하여 유사하다고 생각하였다. 학생A와 학생C는 문제에서 서술된 내용을 근거로 문제에서 서술된 구체적인 상황을 표상하면서 해법을 구하기 위한 순서나 절차에 대한 개념으로, 변형이 가능한 해법 공식을 구조적 유사성으로 구성한 것이다. 하지만 학생C는 처음에는 이전 문제의 해법 공식을 그대로 떠올렸지만, 문제에서 서술된 ‘일을 하는 전체 시간’이나 각 대상들이 ‘혼자서 일을 하는 시간’을 구해야

한다는 내용을 근거로 현 상태를 자신이 생각하는 해법을 구하고자 하는 목표 상태로 변형시키기 위하여 처음에 생각하였던 공식을 계속적으로 수정해나갔다. 예를 들면, '몇 시간, '함께, '혼자서'와 같은 문구를 어포던스로 지각하여 '예제'를 푸는데 사용하였던 "일의 비율=1÷주어진 시간"이라는 "일의 양=시간×일의 비율"이라는 알고리즘 형태의 공식을 생각하였지만 계속적으로 문제 상황과 연결하여 적합한 형태로 변형하였다는 것이다.

위에서 논의된 해법 공식의 변형과정은 Carlson & Bloom(2005)이 수학 문제해결 과정에서 수학자들은 문제 이해, 식의 계획과 실행, 그리고 반성이라는 1차적인 문제해결 과정 이외에도, 문제 이해나 식의 계획 단계에서 이뤄지는 '상상-추측-검토'라는 2차 순환과정이 구성된다는 연구 결과와 관련지어 볼 수 있다. 그것은 단지 표면적인 유사성으로 동일한 해법만을 적용한 것이 아니라, 그 해법의 현 문제 상황의 경우에서 상상하고 추측하는 과정을 거치면서 해법이 변형된 것이라고 볼 수 있다는 것이다. 이러한 과정에서 중요한 것은 '정신적 모델의 구성'이다. 그것은 문제해결자들이 문제에서 서술된 문장들을 이해하는 과정에서 문제에서 서술된 물리적 대상들이나, 사람들, 그리고 사건들에 대한 가상적인 상황을 인지적으로 구성하는 Greeno 등(1993)의 정신적 모델과 같은 개념이다. Greeno 등(1993)이 서술하는 정신적 모델은 상징적 표상의 의미에 대하여 정보 처리 입장의 관점을 포함하여, 보다 활동을 강조하는 입장이라고 볼 수 있다. 그러므로 학생A나 C가 구성하는 공식의 변형은 정신적 모델의 구성과 연결되는 것이라고 볼 수 있을 것이다.

반면에 학생B는 주어진 문제가 '시간이 주어진 일을 하는 상황'이라는 장면이라는 점에서 <예제>와 같은 유형의 문제라고 생각하여 이전에 사용하였던 알고리즘적이며 변형이 되지 않은 자리지기 개념의 변수를 포함하는  $\frac{1}{\Delta}x + \frac{1}{\Delta}x + (\frac{1}{\Delta}) = 1$ 와 같은 공식을 해법으로 생각하였다. 다행히 문제(S-1)의 경우에는 정답을 제시하였다. 그러나 문제(S-2, 3)와 같은 경우에는 문제의 해법을 구하지 못하였다. 그것은 문제에서 서술된 문구를 근거로 이전 경험을 떠올려서 자신이 생각하는 알고리즘적인 규칙을 해법으로 사용하였지만 2차적인 사고 과정의 순환, 즉 문제에서 제시된 숫자 정보와 수학적 언어

가 조화되는 정신적 모델이 구성되지 않았기 때문이라고 볼 수 있을 것이다.

이러한 학생A, C, B의 행동들은 Skemp가 설명하는 사고의 적응력과 경제성의 차이라고 볼 수 있다.

본 사례 연구의 경우와 비교하여 볼 때, 학생B가 기억한 공식에는 단지 경제성만이 있었다고 볼 수 있을 것이다. 변형이 필요한 경우에는 유연성을 발휘하지 못하였기 때문이다. 또한 그러한 가운데서 어포던스의 개념이 관련된 수학적 지식을 일깨우게 되는 요인이 될 수 있을 것이다. 하지만 중요한 것은 연구대상자 스스로가 현 상태와 해법을 구하고자 하는 목표 상태의 연결을 위한 계속적인 의도적 노력이 필요하다고 볼 수 있을 것이다.

이러한 의도적인 노력과 관련된 개념이 관련된 지식의 총체라는 의미의 스키마(schema)이다. 본 연구에서는 스키마를 목표지향적인 행동에 관련된 지식들의 모임이며 구조라고 본다. Steele & Johanning(2006)는 스키마를 각 개인이 유사한 경험을 쉽게 인식할 수 있는 방법이며, 유사한 경험들을 조직화하도록 돕는 것이라고 하였다.

본 사례연구 분석에 의하여 해법에 관련된 스키마의 활성화는 어포던스와 관련된 것이라고 볼 수 있을 것이다. 또한 그러한 과정은 Carlson & Bloom(2005)이 지적하였던 2차적인 사고의 순환과정과 연결하여 생각해 볼 수 있을 것이다. 그러나 가장 중요한 것은 지금까지 이전 지식과 현 문제 해법의 적용 간의 유사성 구성, 외적인 물리적인 환경과 인지적인 작용 간의 상호작용이 "어포던스"라는 개념을 적용함으로써 가능한 기본적인 이론 근거를 관련시킬 수 있다는 점일 것이다.

또한 학생 자신이 문제 이해과정에서 이뤄지는 추측과 상상을 가능하도록 하였던 정신적 모델의 구성은 다음과 같은 의미에서 생각해 볼 수 있을 것이다. 일반적으로 수학 문제해결 과정에서 해법에 대한 반성의 과정은 문제해결의 마지막 단계로 보고 있다. 그렇지만 본 사례 연구 결과, 학생 자신이 처음에 생각하였던 해법지식을 현 문제상황과 관련하여 생각해 보는 정신적 모델 구성 과정은 해법지식을 적용하는 과정에서, 또는 그 이전과정에서 그 해법에 대한 반성을 가능하게 하였다고 볼 수 있을 것이다.

비록 이러한 사례연구 분석 결과에 대한 논의는 한정된 검사과제와 소수의 학생들만을 대상으로 한 사례 연

구 결과에 대한 것이지만, 보다 체계적이며 확장된 연구를 위한 밑거름이 되는 기본 자료구성이라는 점에서 그 의미를 강조할 수 있을 것이다.

## V. 결 론

본 사례 연구의 목적은 학생들이 주어진 문제를 해결할 때, 이전 지식을 활성화할 수 있게 되는 근원을 학생들이 지각하는 어포던스의 관점에서 이해하고자 하는 것이다. 따라서 이러한 연구 목적을 이루기 위하여 학생들이 지각하는 어포던스는 무엇이며, 해법을 구하는 과정에 어떠한 영향을 미치는가에 대한 연구 문제를 설명하였다. 사례연구 분석 결과, 모든 연구 대상자들은 공통적으로 처음에는 문제에서 서술된 텍스트를 근거로 하여 관련된 지식을 활성화하였는데, 특히 일하는(페인트칠하는) 상황에 대한 텍스트를 어포던스로 지각한다는 것을 알 수 있었다. 또한 경험하였던 이전 문제 상황과 동일한 해법지식을 활성화하지만, 처음부터 관련된 해법 지식을 떠올린 것이 아니라, 문제에서 서술된 공통적인 단어나 문구를 포함한 문장제 해결 경험을 떠올린다는 사실을 본 사례연구결과 알 수 있었다.

정리하면, 본 연구 대상자들이 지각하는 어포던스와 해법을 구하는 과정에 대한 영향을 크게 두 가지 형태로 정리할 수 있다. 첫째는 학생들이 지각하는 어포던스는 문제 상황을 서술하는 핵심적인 단어나 문구, 그리고 문제 상황과 연결된 숫자 정보나 수학적 의미의 언어의 형태이다. 이러한 용어나 단어를 어포던스로 지각하여 문제 상황에 대한 가상적인 시나리오를 구체적으로 생각하는 경우에는 해법에 관련된 수식에 대한 기호적 표상을 근거로, 현 문제에 적합한 형태로 해법을 변형한다. 이러한 해법 지식의 구성은 문제해결자가 문제를 읽을 때, 서술된 텍스트로부터 표상된 정보들을 통합하여 그 문제에 대한 수학적 상황을 나타내는 하나의 가상적인 정신적 모델을 구성함으로써 이뤄진 것이다. 이러한 과정은 처음에 지각된 어포던스를 근거로 활성화된 해법 지식이 현 문제 상황에 적합한 형태로 변형이 가능하도록 하였던 것이다. 그것은 자신이 기억하는, 혹은 생각하는 해법을 현 상황에 적용하여 그 과정을 상상하고 추측하는 과정을 가능하도록 하였다.

두 번째 형태는 연구 대상자들의 표현 그 자체로는 첫째 경우와 마찬가지로 문제 상황을 설명하는 특징적인 문구나 단어, 그리고 숫자 등을 어포던스로 지각한다. 하지만 해법을 생각하는 과정에서 해당 문제에서 서술된 숫자 정보나 수학적 의미의 텍스트가 현 문제 상황과 연결되지 않고, 형식적이며 일반적인 수학적 개념 그 자체로 표상되는 경우이다. 이 상황에서는 문제에서 서술된 피상적인 문구나 단어인 텍스트를 어포던스로 지각하여 이전에 사용하였던 알고리즘적인 공식을 그대로 적용한 경우이다. 동시에 그러한 해법 적용은 현 문제와 그 해법이 어떻게 연결되는가에 대한 반성 과정이 전혀 이뤄지지 않고 공통적인 문구와 관련된 숫자 정보를 자신이 기억하는 공식에 적용하려는 시도만이 존재하였다. 따라서 그러한 해법지식은 현 문제 상황과 관련된 것이 아니라, 일반적이며 형식적인 공식 그 자체인 것이었다. 따라서 현 문제에서 서술되는 구체적인 '일을 하는 상황'과는 관련 없는 독립적으로 존재하는 것이며, 단지 그 알고리즘적인 공식은 피상적인 단어나 문구 그 자체와 연결된 것이다.

결론적으로 본 사례 연구결과를 근거로 많은 학생들이 이전 문제해결 경험을 통하여 알고리즘적인 지식만을 기억에 담아두며, 그 기억은 문제에서 서술된 특징적인 문구들과 연결되어 있다는 것을 추측할 수 있다. 그렇다면 그 이후에 관련된 문제가 제시될 경우에 학생들이 즉흥적으로 활성화되는 지식들이 현 문제 상황에 올바르게 적용되기 위해서는 자신이 생각하는 해법지식과 현 문제를 연결하는 과정이 이뤄져야 한다는 것이다. 그것은 지금까지 문제를 풀기 위한 해법의 적용 과정이 마지막 단계인 반성의 과정에서만이 이뤄져야 되는 것이 아니라, 문제를 이해하고 계획을 수립하는 과정에서 그 문제 상황에 대한 추측과 상상 과정이 그러한 반성 과정을 가능하게 하였다고 볼 수 있을 것이다. 따라서 문제 이해 과정에서 학생들이 문제 상황에 대한 정신적 모델의 구성을 할 수 있는 교수학적인 방안이 마련되어야 한다고 볼 수 있을 것이다.

## 참 고 문 헌

- 이종희·김진화·김선희 (2003). 중학생을 대상으로 한 대수 문장제 해결에서의 유추적 전이, 한국수학교육



- 학회지 시리즈 A <수학교육> 42(3), pp.353-368.
- 박현정 · 이종희 (2006). 중학생들이 수학 문장제 해결 과정에서 구성하는 유사성 분석, 수학 교육학 연구 16(2), pp.115-138.
- 방정숙 (2002). 수학교육에서 도구의 역할에 관한 관점: 수학적 어포던스와 상황적 어포던스의 조정, 수학 교육학 연구 12(3), pp.331-351.
- 우정호 · 정영옥 · 박경미 · 이경화 · 김남희 · 나귀수 · 임재훈 (2006). 수학교육학 연구방법론, 서울: 경문사.
- 이종희 · 김부미 (2003). 문장제 해결에서 구조-표현을 강조한 학습의 교수학적 분석, 학교수학 5(3), pp.223-385.
- Anderson, J. R. (이영애 역) (2000). 인지심리학과 그 응용, 서울: 이대출판부.
- Bassok, M. (1990). Transfer of domain-specific problem-solving procedures, *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory and Cognition* 16(3), pp.522-533.
- Bassok, M. & Holyoak, K. (1993). Pragmatic knowledge and conceptual structure: Determinants of transfer between quantitative domains. In D. K. Detterman & R. J. Sternberg(Eds), *Transfer on trial: Intelligence*,
- Carlson, Marilyn P. & Bloom, Irene (2005). The Cyclic Nature of Problem Solving: An Emergent Multidimensional Problem-Solving Framework. *Educational Studies in Mathematics* 58(1), pp.45-75.
- Chinnappan, M. (1998). Schemas and Mental model in geometry problem solving, *Educational Studies in Mathematics* 36, pp.201-217.
- Costall, A. (1995). Socializing affordances. *Theory and Psychology* 5(4), pp.467-481.
- Creswell, J. W. (조홍식, 정선옥, 김진숙, 권지성 역) (2006). 질적 연구 방법론: 다섯 가지 전통, 서울: 학지사.
- Gentner, D. (1983). Structure-mapping: A theoretical framework for analogy, *Cognitive Science* 7, pp.155-170.
- Gentner, D. (1989). The mechanisms of analogical learning. In Vonsniadou S. & Ortony, A. (Eds.), *Similarity and analogical reasoning* pp.199-241, N. Y.: Cambridge University Press.
- Gentner, D., & Markman, A. B. (1997). Structure mapping in analogy and similarity, *American Psychologist* 52, pp.45-56.
- Gibson, J. J. (1986). *The ecological approach to visual perception*. Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Greeno, J. G.; Moore, J. L. & Smith, D. R. (1993). Transfer of situated learning. In D. K. Detterman & R. J. Sternberg(Eds.), *Transfer on trial: Intelligence, cognition, and instruction* pp.99-167, Norwood, NJ: Ablex.
- Halford, G. S. (1993). *Children's understanding: The development of mental models*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Holyoak, K. J. & Thagard, P. (1989). Analogical Mapping by Constraint satisfaction, *Cognitive Science* 13, pp.295-355.
- Kintsch, W. & Greeno, J. C. (1985). Understanding & solving word arithmetic problems, *Psychological Review* 92, pp.109-129.
- Lozano, J. (1997). *Transfer reconceived: How 'sameness' is produced in mathematical activity*, Unpublished doctoral dissertation, University of California, Berkeley.
- Novick, L. R. & Holyoak, K. J. (1991). mathematical problem solving by analogy, *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition* 17, pp.398-415
- Reed, S. K. (1993). A schema-based theory of transfer. In D. K. Detterman & R. J. Sternberg(Eds.), *Transfer on trial: Intelligence, cognition, & instruction* pp.39-67, Norwood, NJ: Ablex.
- Tall, D. (1991). 'The psychology of advanced mathematical thinking', in D. Tall (ed.), *Advanced Mathematical Thinking*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, pp.3-21.
- van Dijk, T. A. & Kintsch, W. (1983). *Strategies of discourse comprehension*, New York: Academic.

- Warren, W. H. Jr. (1984). Perceiving affordances: Visual guidance of stair climbing. *Journal of Experimental Psychology: Human Perception and Performance* 10(5), pp.683-703.

## The Case Study for The Construction of Similarities and Affordance

Hyun Jeong Park

Ewha Womans University, Seoul, Korea

E-mail: hyunjp88@naver.com

This is a case study trying to understand from the view of affordance which certain three middle school students perceive an activation of previous knowledge in the course of problem solving when they solve algebra word problems with a previous knowledge.

The results of this study showed that at first, every subjects perceived the text as affordance which explaining superficial similarities, that is, a working(painting)situation rather than problem structure and then activated the related solution knowledge on the ground of the experience of previous problem solving which is similar to current situation. The subject's applying process for solving knowledge could be arranged largely into two types. The first type is a numeral information connected with the described problem situation or a symbolic representation of mathematical meaning which are the transformed solution applied process with a suitable solution formula to the current problem.

This process achieved by constructing a virtual mental model that indicating mathematical situation about the problem when the solver read the problem integrating symbolized information from the described text.

The second type is a case that those subjects *symbolizing a formal mathematical* concept which is not connected with the problem situation about the described numeral information from the applied problem or the text of mathematical meaning, which process is the case to perceive superficial phrases or words that described from the problem as affordance and then applied previously used algorithmical formula as it was.

In conclusion, on the ground of the results of this case study, it is guessed that many students put only algorithmical knowledge in their memories through previous experiences of problem solving, and the memories are connected with the particular phrases described from the problems. And it is also recognizable when the reflection process which is the last step of problem solving carried out in the process of understanding the problem and making a plan showed the most successful in problem solving.

---

\* ZDM Classification : C33

\* 2000 Mathematics Subject Classification : 97C30

\* Key Words : Affordance, Problem Solving, Similarity