

논문 2007-44SP-6-1

영상 정합을 위한 Block-Coordinate Gauss-Newton 최적화

(Block-Coordinate Gauss-Newton Optimization for Image Registration)

김 동 식*

(Dong Sik Kim)

요 약

본 논문에서는 영상의 공간 정합과 서로 다른 노출의 보정을 동시에 최적화하기 위한 연구를 수행하였다. 노출 보정은 영상의 밝기 보정이라는 틀 안에서 두 영상의 관계식을 다항식 근사를 통하여 이루는데, 이를 가우스-뉴턴 방식의 비선형 최적화 기법을 이용하여 공간 정합과 동시에 수행을 한다. 본 논문에서는 보다 신뢰성 있고 단순한 동시 최적화를 위하여 블록 좌표(block-coordinate) 방법과의 결합을 제안하며 심도 있는 모의실험을 통하여 성능을 비교하였다. 나아가서 블록 좌표 방법의 단순성과 융통성을 이용하여 밝기 보정에 회기 분석 기법을 도입하여 여러 종류의 영상에 대하여 안정성에서도 우수한 성능을 보이는 최적화를 수행하였다. 기존의 가우스-뉴턴 최적화에 블록 좌표 방법을 결합하여 일반 가우스-뉴턴 최적화에 비하여 계산을 단순화시키면서 보다 빠르게 수렴하는 특성을 보이며 대등한 성능의 최적화를 수행할 수 있었다. 실험 결과를 보면 특정 영상에서 10회 반복정도로 원하는 수렴 결과를 얻었는데 이는 알고리즘 수행을 위한 계산을 50% 정도 감소시킨 것이다. 또한 에러도 1.5dB 이상 감소시켰다.

Abstract

In this paper, research on joint optimization of the image spatial registration and the exposure compensation is conducted. The exposure compensation is performed in a frame work of the intensity compensation based on the polynomial approximation of the relationship between images. This compensation is jointly combined with the registration problem employing the Gauss-Newton nonlinear optimization method. In this paper, to perform for a simple and stable optimization, the block-coordinate method is combined with the Gauss-Newton optimization and extensively compared with the traditional approaches. Furthermore, regression analysis is considered in the compensation part for a better stable performance. By combining the block-coordinate method with the Gauss-Newton optimization, we can obtain a compatible performance reducing the computational complexity and stabilizing the performance. In the numerical result for a particular image, we obtain a satisfactory result for 10 repeats of the iteration, which implies a 50% reduction of the computational complexity. The error is also further reduced by 1.5dB compared to the ordinary method.

Keywords: 밝기 보정, 영상 정합, block-coordinate method, Gauss-Newton optimization.

I. 서 론

공간 영역에서 영상의 정합(registration)은 컴퓨터 비전 분야와 의료 및 생물학 영상 분야 등에서 심도 있게 연구되고 있다^[1]. 여러 장의 획득된 영상을 적절한

정합과 밝기 보정 등을 통하여 하나의 영상으로 겹쳐서 각 화소의 동적 범위를 넓히거나 신호 대 잡음 비 등을 개선할 수 있다^[2]. 노출 차이 등과 같이, 밝기 차이로 인하여 밝기 정보가 서로 다른 영상들을 정합하는 경우에는 밝기 정보에 덜 민감한 특징점 기반의(feature-based) 정합 알고리즘을 사용할 수 있다^[3]. 그러나 화소 이하 단위의 정밀한 정합을 위해서는 가우스-뉴턴(Gauss-Newton) 비선형 최적화 기법^[7]에 기반을 두고 두 영상간의 상관관계(correlation)를 기반으로 공간 정합을 수행할 수 있다. 이때 보다 정확한 정합을 위해서는 두 영상의 서로 다른 밝기 상태가 정합 알고리즘의

* 정회원, 한국외국어대학교 전자정보공학부
(Department of Electronics and Information Engineering, Hankuk University of Foreign Studies)

※ 본 논문은 한국과학재단 특정기초연구(R01-2005-000-10035-0) 지원으로 수행되었음.

접수일자: 2007년2월16일, 수정완료일: 2007년10월29일

성능에 미치는 영향을 줄여 주어야 하며, 따라서 서로 다른 밝기 상태를 보정해 줄 필요가 있다. 밝기 보정을 위해서는 두 장의 영상이 같은 화면을 담고 있거나 적어도 부분적으로 같은 부분이 정합되어 있어야 한다^[2]. 그러나 언급한 바와 같이 정확한 정합을 위해서는 두 영상은 같은 밝기 조건을 가지고 있어야 한다. 따라서 이러한 문제를 해결하기 위해서는 공간 정합과 밝기 보정을 동시에 최적화하는 알고리즘 개발이 필요하다.

Mann^[4]은 두개의 매개 변수를 가지는 어파인(affine) 모델에 기초한 컴파라메트릭(comparametric) 함수^[2]를 이용한 노출 보정을 공간 정합과 결합하여 동시 최적화를 수행하였다. 그는 정합을 위하여 8개의 매개 변수를 가지는 투사(projective) 공간 변환을 사용하였으며, 동시 최적화 문제를 풀기 위하여 가우스-뉴턴 비선형 최적화 기법에 기초하여 총 10개의 매개 변수를 반복적으로 갱신하였다. 그러나 밝기 보정을 위하여 단순히 영상에 상수를 곱하고 평균을 이동하는 것만으로는 정확한 밝기 보정이 힘들다. Candocia^[5]는 밝기 보정에서 보다 정확한 컴파라메트릭 함수^[2]를 얻기 위하여 연속 조각별 선형 함수(continuous piecewise-linear function)^[6]를 사용한 근사를 사용하였다. 선형 함수의 개수를 N 개라고 할 때 동시 최적화를 위하여 조각별 선형 함수를 위한 $(N-1)$ 개의 매개 변수와 투사 공간 정합을 위한 8개의 매개 변수 들을 합쳐서 총 $(N+7)$ 개의 매개 변수를 구하는 선형 방정식을 세웠다. 이 식을 반복적으로 적용하여 필요한 매개 변수를 갱신해 간다. 그러나 선형 함수 조각의 개수가 많아지면 행렬의 차수가 커지고 행렬의 역함수를 구할 때 조건수(condition number)를 좋게 유지하기가 쉽지 않다. 이는 서로 다른 특성을 가지는 매개 변수들이 섞여 있으므로 변수들의 적절한 비례축소화(scaling)가 용이하지 않기 때문이다.

본 논문에서는 서로 다른 특성을 가지는 매개 변수들을 분리하여 갱신하면서 최적화하는 블록 좌표(block-coordinate) 방법^[10]을 기존의 가우스-뉴턴 최적화에 기초를 둔 밝기 보정과 공간 정합의 동시 최적화의 성능 개선에 사용하였다^[8]. 분리 갱신으로 인하여, 다수의 매개 변수라도 안정된 갱신이 가능하다. 또한 분리를 통하여 갱신 식을 단순하게 만들 수가 있으며, 유용성도 높아져서 밝기 보정을 위해 회기 분석 기법의 도입도 가능하다. 본 논문에서는 다양한 실험을 통하여 제안하는 블록 좌표 방법이 성능과 안정성에 있어서 우수함을 제시하였다.

본 논문은 다음과 같이 구성되어 있다. 제 II장에서는 밝기 보정을 위한 다항식과 정합을 위한 함수를 소개하고 기존의 가우스-뉴턴 최적화에 기초한 동시 최적화 기법을 정리하였다. 제 III장에서는 제안하는 블록 좌표 방법이 결합된 가우스-뉴턴 최적화를 소개하며, 제 IV장에는 모의실험을 통한 블록 좌표 방법의 성능 비교를 하였다. 그리고 마지막 장에 본 논문의 결론을 정리하였다.

II. 밝기 보정을 고려한 영상 정합

1. 밝기 보정과 영상 정합

본 장에서는 두 영상의 밝기 관계를 다항식 회기 모델로 정리하고, 서로 다른 밝기 정보를 보정하는 방법에 대하여 언급하려한다. 디지털 영상에서 화소의 위치 벡터를 $x \in R^2$ 이라 표기 $q_0, \dots, q_t \in R$ 하고, 이때 영상의 화소 값을 각각 기준과 입력 영상에 대하여 $U(x)$ 와 $V(x)$ 로 표기하기로 하자. 밝기 보정을 위하여 어떤 변수 $v \in R$ 에 대하여 다음과 같이 정의되는 다항식 η 를 고려해보자.

$$\eta(v; q) := q_0 + \dots + q_{t-1}v^{t-1} + q_tv^t$$

이 식에서 q 는 다항식 계수 벡터로 $(t+1)$ 개의 계수 인 로 이루어져 있다. 화소의 이산 위치(discrete position)를 나타내는 2차원 공간의 임의의 격자(lattice)에서 그 일부분인 잘린 격자(truncated lattice)를 $\Lambda \subset R^2$ 로 표기하는데, 이는 유한 집합으로 크기는 m 이라고 가정한다. 이제 밝기 보정을 위한 다항식 회기 모델^[7, p.181]을 정의하면 다음과 같다.

$$U(X) = \eta(V(x); q^*) + \epsilon(x) \quad (x \in \Lambda)$$

이 식에서 $q^* \in R^{t+1}$ 는 회기 모델을 위한 다항식 계수 벡터이다. 여기서 불규칙 변수인 ϵ 에는 Gauss-Markov 조건^[7, p.35]을 가진다고 가정한다. 즉 모든 $x, y \in \Lambda$ 에 대하여 $E\{\epsilon(x)\} = 0$, $E\{\epsilon(x)^2\} = \sigma$, $E\{\epsilon(x)\epsilon(y)\} = 0$ ($x \neq y$)이 성립된다고 가정한다. 이제 밝기 보정을 위해 다음과 같은 실험적 평균 에러를 정의하자.

$$\frac{1}{m} \sum_{x \in \Lambda} [\eta(V(x); q) - U(x)]^2$$

그러면 계수 벡터 q 에 대하여 이러한 실험적 평균 에러를 최소화 시키는, q^* 에 대해 바이어스 되지 않은 추정인, q^o 를 구할 수 있다^[7, p. 30(2.9)]. 따라서 밝기 보정 함수인 η 를 사용하여 입력 영상 V 의 밝기를 보정할 수 있다. 즉 보정된 영상은 $\eta(V(x); q^o)$ 가 된다.

이제 정합에 사용되는 두 장의 영상 U 와 V 가 공간 영역에서의 어떠한 변환 관계를 가지고 있다고 가정하자. 이러한 공간 영역에서의 변환을 수식 화하기 위하여 다음과 같은 다양한 사상들을 고려할 수 있다. 사상 $\phi(x; p) := (\phi_x, \phi_y) \in R^2$ 를 공간 영역에서의 변환을 위한 변환 함수 또는 변환이라고 부르자. 이 식에서 $p := (p_1, \dots, p_s) \in R^s$ 는 s 개의 원소를 가지는 변환 계수 벡터이다. 변환 ϕ 는 기준 영상 V 의 좌표에서의 위치 x 를 입력 영상 U 의 좌표에서 위치 $\phi(x; p)$ 로 사상한다.

만일 2차원 평면에서의 이동만을 고려한다면 이때의 변환은 x 와 y 축에 각각 해당하는 두개의 변환 계수를 가지는 $\phi(x; p) = (p_1 + x, p_2 + y)$ 가 된다($s = 2$). 여기에 변환 계수를 하나 더 추가하여 회전이 포함된 변환^[3, p.332]을 만들 수 있다($s = 3$). 그러나 초점 거리를 포함하는 어파인 변환을 일반적으로 더 많이 사용한다($s = 6$). 투사 관계를 가지는 영상을 정합하기 위해서는 $s = 8$ 인 투사 변환을 사용하는데 이는 다음과 같이 정의 된다.

$$\begin{aligned} \phi(x, p) &= ((p_1 + p_2x + p_3y)/(1 + p_4x + p_5y), \\ & (p_6 + p_7x + p_8y)/(1 + p_4x + p_5y)) \end{aligned}$$

한편 $s = 6$ 인 어파인 변환은 일반 변환의 일차 다항식 근사로 생각할 수 있다. 같은 개념으로 2차 또는 3차의 다항식과 같이 보다 고차의 근사를 고려할 수 있다. 2차의 경우는 변환 계수의 개수가 $s = 12$ 가 되며^[3, p.367], 3차 다항식 근사는 20개의 변환 계수를 가지는데 ($s = 20$) 이는 다음과 같이 표시된다.

$$\begin{aligned} \phi(x, p) &= (p_1 + p_2x + p_3y + p_4x^2 + p_5xy + p_6y^2 \\ & + p_7x^3 + p_8x^2y + p_9xy^2 + p_{10}y^3, \\ & p_{11} + p_{12}x + p_{13}y + p_{14}x^2 + p_{15}xy + p_{16}y^2 \\ & + p_{17}x^3 + p_{18}x^2y + p_{19}xy^2 + p_{20}y^3) \end{aligned}$$

이 3차 다항식 근사 변환은 2차 다항식 방사(radial) 왜곡 모델을 포함하고 있다. 따라서 이러한 변환은 심각한 방사 왜곡을 보이는 현미경 영상들의 정합에 적합하다^[9].

공간 정합과 밝기 보정을 위하여 다음과 같은 평균 에러를 고려하자.

$$\delta(\beta) := \frac{1}{m} \sum_{x \in A} [\eta(V(\phi(x; p); q) - U(x))]^2 \quad (1)$$

이 식에서 $\beta \in R^{s+t+1}$ 는 전체 계수 벡터로 p 와 q 의 계수들로 구성되어 있으며, 원소의 개수가 $s + t + 1$ 인 $\beta := (p_1, \dots, p_s, q_0, \dots, q_t)$ 와 같이 정의된다. 동시 최적화는 식 (1)의 δ 를 최소화하는 β 를 구하므로 이루어진다.

2. 가우스-뉴턴 최적화 기법

식 (1)의 평균 에러 δ 는 어떤 함수의 제곱 형태로 되어 있으므로 가우스-뉴턴 최적화 기법^[7, p. 209]을 사용하여 2차 미분이 필요한 Hessian 행렬^[10]을 구하지 않고 효율적으로 최소화시킬 수 있다. 본 장에서는 이러한 가우스-뉴턴 비선형 최적화 기법을 설명한다.

먼저 함수 g 를 다음과 같이 정의하자.

$$g(x, \beta) := \eta(V(\phi(x; p)); q) - U(x)$$

그러면 식 (1)의 평균 에러 δ 는 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$\delta(\beta) = \frac{1}{m} \sum_{x \in A} [g(x; \beta)]^2 \quad (2)$$

$\nabla g(x; \beta)$ 를 β 에 대한 g 의 gradient라고 하면 이는 다음과 같이 열벡터로 정의된다^[10].

$$\nabla g(x, \beta) := \left(\frac{\partial g}{\partial p_1}, \dots, \frac{\partial g}{\partial p_s}, \frac{\partial g}{\partial q_0}, \dots, \frac{\partial g}{\partial q_t} \right)$$

$\beta^{(k)}$ 를 반복 알고리즘의 k 번째 매개 변수 벡터를 표시한다고 하자. 그러면 작은 값의 $\|\beta - \beta^{(k)}\|$ 에 대하여, Taylor 급수 전개로부터 다음과 같이 근사식을 얻을 수 있다.

$$g(x; \beta) \approx g(x; \beta^{(k)}) + \nabla g(x; \beta^{(k)})(\beta - \beta^{(k)}) \quad (3)$$

근사식 (3)을 식 (2)에 대입하고 다음과 같은 미분 관계

식을 구한다.

$$\frac{\partial \delta(\beta)}{\partial p_1} = 0, \dots, \frac{\partial \delta(\beta)}{\partial p_s} = 0$$

$$\frac{\partial \delta(\beta)}{\partial q_0} = 0, \dots, \frac{\partial \delta(\beta)}{\partial q_t} = 0$$

이러한 관계식으로부터, 다음과 같은 $\delta(\beta)$ 를 최소화시키는 다음 추정 $\beta^{(k+1)}$ 를 위한 갱신 식이 구해진다.

$$\begin{aligned} & \beta^{(k+1)} \\ &= \beta^{(k)} - J(\beta^{(k)})^{-1} \sum_{x \in A} \nabla g(x; \beta^{(k)})^\top g(x; \beta^{(k)}) \end{aligned} \quad (4)$$

이 식에서 $J(\beta)$ 는 $(s+t+1) \times (s+t+1)$ 크기의 행렬로, $J(\beta) := \sum_{x \in A} \nabla g(x; \beta)^\top \nabla g(x; \beta)$ 로 정의되며, \top 는 행렬의 전치를 의미한다. 식 (4)의 갱신 식을 가우스-뉴턴 갱신이라고 부른다.

알고리즘의 본 단계에 들어가기 전에 몇 가지 초기 상태를 결정하는데, 여기에는 초기 변환을 위한 $p^{(0)}$ 와 초기 보정을 위한 $q^{(0)}$ 가 있다. $p^{(0)}$ 는 두 영상을 간단한 2차원 평면 이동을 이용하여 구한 두개의 변환 계수로 정한다. 만일 $s=8$ 인 투사 변환을 사용한다고 하면 2차원 평면 이동과 관련된 p_1 과 p_6 이 어떠한 값을 가지게 되어 전체적으로 초기 변환 계수 벡터는 $p^{(0)} = (p_1, 1, 0, 0, 0, p_6, 0, 1)$ 이 된다. 반면에 밝기 보정을 위한 $q^{(0)}$ 는 기울기 1에 절편이 0인 직선을 의미하는 $q^{(0)} = (0, 1, 0, \dots, 0)$ 을 사용한다. 이제 식 (4)의 가우스-뉴턴 갱신에 기초한 알고리즘을 정리하면 다음과 같다.

Gauss-Newton(GN) 알고리즘

- 0) 작은 상수 e 를 정한다. 반복 인덱스를 $k=0$ 으로 하고 초기 ϕ 와 η 를 위한 $\beta^{(0)}$ 를 정한다.
- 1) 식 (4)로부터 $\beta^{(k+1)}$ 를 구한다.
- 2) 만일 $\|\delta(\beta^{(k+1)}) - \delta(\beta^{(k)})\| < e$ 이면 정지. 아니면 $k \leftarrow k+1$ 하고 다시 제 1)단계로 진행.

III. 블록 좌표 방법

블록 좌표 방법은 구해야 하는 계수들을 몇 개의 블록으로 재구성하는 것에 기초를 두고 각 블록에 국한된 최적화를 순차적으로 적용하는 기법이다^[10]. 따라서 일반적으로 수렴 속도가 느리거나 국부 최적에 빠지기 쉬운 위험이 있지만, 복잡한 동시 최적화 문제를 쉽게 풀 수가 있다. 예를 들면 행렬의 비례축소화를 각 블록 별로 적절하게 독립적으로 적용하여 안정된 계수 갱신이 가능하다. 본 논문에서는 β 를 구성하는 계수들을 공간 정합을 위한 p 와 밝기 보정을 위한 q 의 두 블록으로 나누는 것을 제안한다.

1. 블록 좌표 가우스-뉴턴 알고리즘

앞 장의 가우스-뉴턴 최적화에 블록 좌표 방법을 결합하는 것에 대하여 정리하면 다음과 같다. $\nabla_1 g(x; \beta)$ 와 $\nabla_2 g(x; \beta)$ 를 다음과 같은 열벡터로 정의하자.

$$\nabla_1 g(x; \beta) := \left(\frac{\partial g}{\partial p_1} \dots \frac{\partial g}{\partial p_s} \right)$$

$$\nabla_2 g(x; \beta) := \left(\frac{\partial g}{\partial q_0} \dots \frac{\partial g}{\partial q_t} \right)$$

그러면 첫 번째 단계는 정합을 위한 계수의 갱신으로 다음과 같은 관계식으로 이루어진다.

$$\begin{aligned} & p^{(k+1)} \\ &= p^{(k)} - J_1(\beta^{(k)})^{-1} \sum_{x \in A} \nabla_1 g(x; \beta^{(k)})^\top g(x; \beta^{(k)}) \end{aligned} \quad (5)$$

그 다음 단계는 밝기 보정을 위한 계수의 갱신으로 다음과 같은 관계식으로 이루어진다.

$$\begin{aligned} & q^{(k+1)} \\ &= q^{(k)} - J_2(\gamma^{(k)})^{-1} \sum_{x \in A} \nabla_2 g(x; \gamma^{(k)})^\top g(x; \gamma^{(k)}) \end{aligned} \quad (6)$$

갱신 식 (5)와 (6)에서 J_1 과 J_2 는 다음과 같이 정의된다.

$$J_1(\beta) := \sum_{x \in A} \nabla_1 g(x; \beta)^\top \nabla_1 g(x; \beta)$$

$$J_2(\beta) := \sum_{x \in A} \nabla_2 g(x; \beta)^T \nabla_2 g(x; \beta)$$

또한 식 (6)에서 $\gamma^{(k)} \in R^{s+t+1}$ 는 중간 계수 벡터로 다음과 같이 정의된다.

$$\gamma^{(k)} := (p_1^{(k+1)}, \dots, p_s^{(k+1)}, q_0^{(k)}, \dots, q_t^{(k)})$$

블록 좌표 방법은 우선 고정된 $q^{(k)}$ 에 대하여 식 (5)로부터 새로운 $p^{(k+1)}$ 를 구하며, 다음 단계는 $\gamma^{(k)}$ 의 정의에서 보는 바와 같이 $p = p^{(k+1)}$ 로 고정시키고 식 (6)으로부터 새로운 $q^{(k+1)}$ 를 구한다. 이제 블록 좌표 방법이 결합된 제안하는 동시 최적화 방법을 정리하면 다음과 같다.

Block-Coordinate Gauss-Newton(BCGN) 알고리즘

- 0) 작은 상수 e 를 정한다. 반복 인덱스를 $k = 0$ 으로 하고 초기 ϕ 와 η 를 위한 $\beta^{(0)}$ 를 정한다.
- 1) 정합: 식 (5)로부터 $p^{(k+1)}$ 를 계산한다.
- 2) 보정: 식 (6)으로부터 $q^{(k+1)}$ 를 계산한다.
- 3) 만일 $\|\delta(\beta^{(k+1)}) - \delta(\beta^{(k)})\| < e$ 이면 정지. 아니면 $k \leftarrow k + 1$ 하고 다시 제 1)단계로 진행.

BCGN을 보면, 식 (4)의 가우스-뉴턴 갱신 식이 두 단계인 단계 1)과 2)로 나뉘어져 있음을 알 수 있다. 각 갱신 식에서 독립적으로 행렬 역변환을 수행하므로 역행렬의 크기는 줄어들며, 각 계수의 성질에 따라서 적절한 역변환을 수행하기 위해서 독립적으로 비례축소화를 적용할 수 있다. 그러나 이러한 비례축소화를 식 (4)와 같이 하나의 큰 행렬 안에서 행하는 경우에는 성격이 다른 계수 간에 서로의 관계를 고려해서 적절한 역행렬 변환이 이루어지도록 하여야 하는 세심한 연구가 필요하다.

2. 블록 좌표 가우스-뉴턴/회기 알고리즘

BCGN의 단계 1)과 2)에서 갱신이 서로 독립적으로 이루어지므로, 각 단계의 가우스-뉴턴 갱신을 다른 갱신 알고리즘으로 바꿀 수도 있다. 본 장에서는 회기 분석에 근거하여, 단계 2)를 가우스-뉴턴 갱신 식 대신에 보정 계수 벡터 q 를 평균 에러 δ 의 최소화를 통하여 구하는 갱신 식으로 대체하는 것을 제안한다. 이 알고리

즘을 정리하면 다음과 같다.

Block-Coordinate Gauss-Newton/Regression (BCGNR) 알고리즘

- 0) 작은 상수 e 를 정한다. 반복 인덱스를 $k = 0$ 으로 하고 초기 ϕ 와 η 를 위한 $\beta^{(0)}$ 를 정한다.
- 1) 정합(Gauss-Newton): 식 (5)로부터 $p^{(k+1)}$ 를 계산한다.
- 2) 보정(regression): 다음 식으로 $q^{(k+1)}$ 를 계산

$$q^{(k+1)} = \min_q^{-1} \delta((p_1^{(k+1)}, \dots, p_s^{(k+1)}, q_0, \dots, q_t))$$
- 3) 만일 $\|\delta(\beta^{(k+1)}) - \delta(\beta^{(k)})\| < e$ 이면 정지. 아니면 $k \leftarrow k + 1$ 하고 제 1)단계로 진행.

BCGNR 알고리즘의 첫 번째 단계는 고정된 $q^{(k)}$ 에 대하여 식 (5)의 가우스-뉴턴 갱신 식에 의한 새로운 $p^{(k+1)}$ 를 구하는 것이다. 두 번째 단계는 이렇게 구한 $p^{(k+1)}$ 에 대하여 평균 에러 δ 를 최소화 시키는 $q^{(k+1)}$ 를 찾는 것이다. 궁극적으로 평균 에러 δ 는 감소하여 어떤 값으로 수렴한다. 그러나 이러한 BCGNR 알고리즘의 전역 수렴 특성(global convergency)에 대한 연구는 본 논문에서는 다루지 않는다.

IV. 실험 결과

본 장에서는 제안한 블록 좌표 방법에 기초한 동시 최적화 방법 BCGN과 BCGNR 알고리즘의 성능을 수치 해석을 통하여 기존의 GN 알고리즘과 비교하여 보았다. 역행렬인 $J(\beta)^{-1}$ 를 좋은 조건수에서 구하기 위하여 입력 데이터의 비례축소화를 다음과 같이 수행하였다. 어떤 양수 τ 에 대하여 다항식 η 를 수정하였다.

$$\eta'(u; q') := \tau \cdot [q_0' + \dots + q_{t-1}'(u/\tau)^{t-1} + q_t'(u/\tau)^t]$$

일반적으로 영상의 화소 값이 0에서 255이므로, 고차의 다항식에서는 최대 255^t 의 값이 발생할 수 있다. 이는 역행렬을 구하는데 조건수를 악화시키게 된다. 따라서 본 실험에서는 밝기 보정을 위한 다항식에만 비례축소화를 수행하였으며 $\tau = 255$ 를 사용하여 입력 데이터가 0에서 1의 값을 갖도록 하였다.

몇 장의 영상 쌍에 대하여 실험을 하였는데, 그림 1

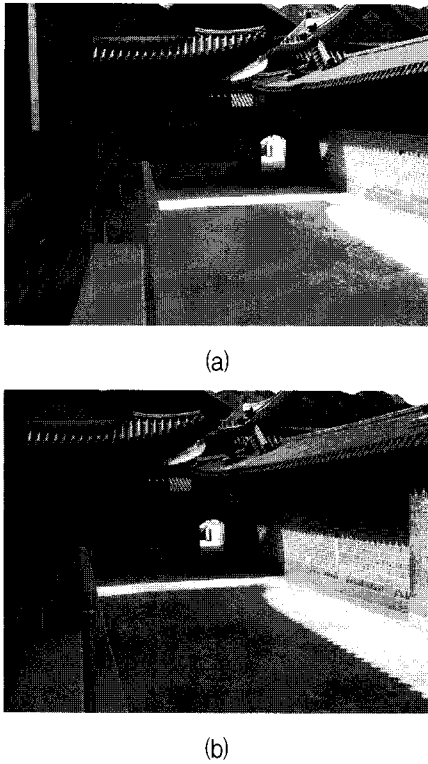


그림 1. 투사 변환 관계($s = 8$)를 가지는 영상 쌍 (image g) (a) 기준 영상 U (1/640sec, f5) (b) 입력 영상 V (1/640sec, f4)

Fig. 1. Image pair (image g) having the relationship of the projective transformation ($s = 8$). (a) Reference image U (1/640sec, f5). (b) Input image V (1/640sec, f4).

에 그중 한 영상 쌍을 나타내었다. 이는 320×240 의 영상 크기에 화소 당 8bit의 명암 단계를 가지고 있다. 두 영상은 서로 다른 노출 정보를 가지고 있고 투사 변환 ($s = 8$)의 관계를 가지고 있다고 한다. 또한 비교하고자 하는 영상 영역의 화소 위치를 나타내는 집합 A 는, 우선 입력 영상의 중앙에서 일정 영역을 선택하여 임시로 평행 이동에 근거하여 기준 영상과 정렬($s = 2$)을 수행하여 기준 영상에서 직사각형 형태로 선정을 하였다. 이렇게 선정된 화소들, 즉 $U(x)$ ($x \in A$)는 동시 정렬과 보정을 위한 기준 영상으로 사용된다.

그림 2에는 평균 에러 δ 의 값이 알고리즘의 반복회수가 증가함에 따라 어떻게 변화하는지 GN, BCGN, BCGNR에 대하여 비교를 하였다. 이때 다항식의 차수는 $t = 5$ 이다. 우선 일반 가우스-뉴턴 경우의 결과를 그림 2(a)에 정리하였다. 영상 g와 i로 이름 붙인 두개의 영상 쌍을 사용하였는데, 영상 g의 경우는 어느 정도 안정된 결과가 나오나, 영상 i의 경우에는 불안정한 반

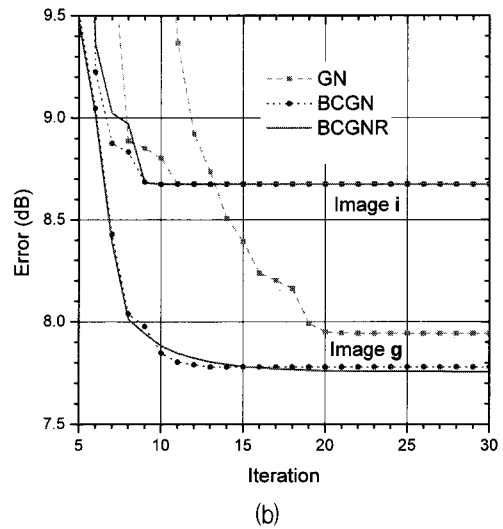
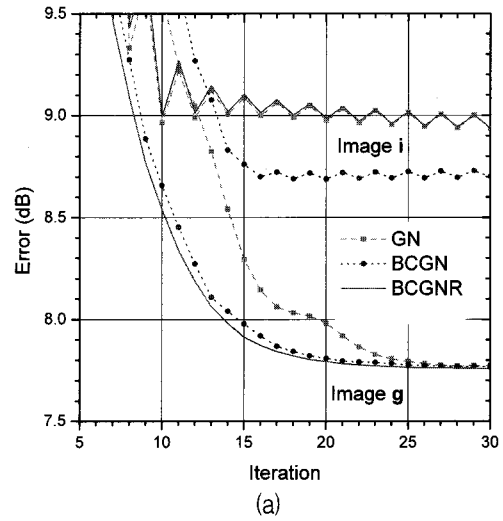


그림 2. 알고리즘의 반복 회수에 따른 GN과 제안한 BCGN 및 BCGNR의 평균 에러 δ (dB) 비교 ($s = 8, t = 5$) (a) 일반 가우스-뉴턴 갱신 (b) 수정된 가우스-뉴턴 갱신 식에서 $\alpha^{(k)}$ 를 찾기 위해 균일 탐색을 사용함

Fig. 2. Error comparison between GN and proposed BCGN and BCGNR in decibels with respect to the iteration. (a) Conventional Gauss-Newton update. (b) Modified Gauss-Newton update with a uniform search for $\alpha^{(k)}$.

복 특성을 보이며 수렴하지 못함을 알 수 있다. 즉 영상에 따라서 성능이 좌우되는 안정되지 않은 특성을 보인다. 이는 가우스-뉴턴 갱신 식이 근사를 통하여 유도된 식이기 때문인데, 이러한 근사로 인한 영향을 줄이기 위하여 식 (4)의 갱신 식을 다음과 같이 수정하였다^[10].

$$\beta^{(k+1)} = \beta^{(k)} - \alpha^{(k)} J(\beta^{(k)})^{-1} \sum_{x \in A} \nabla g(x; \beta^{(k)})^\top g(x; \beta^{(k)})$$

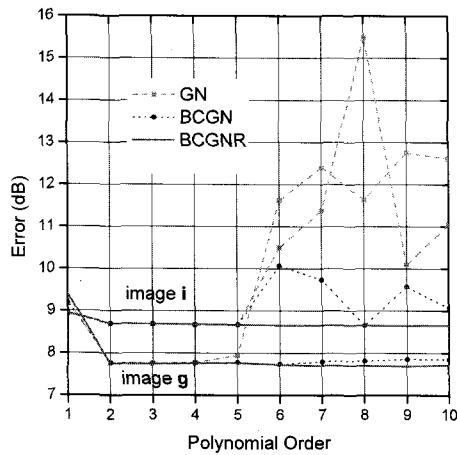


그림 3. 다항식의 차수에 따른 GN과 제안한 BCGN 및 BCGNR의 평균 에러 δ (dB) 비교($s = 8$)

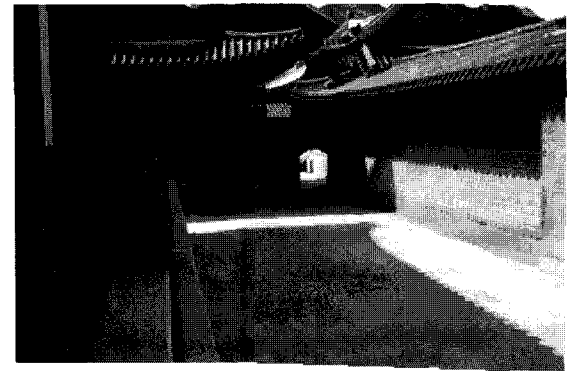
Fig. 3. Error comparison between GN and proposed BCGN and BCGNR in decibels with respect to the polynomial order.

이 식에서 $\alpha^{(k)}$ 는 음수가 아닌 상수로 $\delta(\beta^{(k+1)})$ 를 최소화 하도록 선 탐색에 의하여 선택하는데, 본 연구에서는 그중에서 균일 탐색 방법에 의하여 최적의 $\alpha^{(k)}$ 를 구하였다^[7]. 마찬가지로 BCGN과 BCGNR의 가우스-뉴턴 갱신 식에도 같은 수정을 하였으며, 그 결과를 그림 2(b)에 도시하였다. 영상 g와 i의 경우는 세 알고리즘이 모두 비슷하게 안정된 수렴 특성을 보이고 있음을 알 수 있다. 특히 영상 g의 경우는 제안한 BCGN과 BCGNR이 GN보다 안정되고 빠른 수렴 특성을 보이고 있음을 알 수 있다.

그림 3의 그래프는 다항식의 차수인 t 를 바꾸면서 실험한 평균 에러를 도시한 것으로, 큰 다항식 차수에서도 BCGNR이 가장 안정된 성능을 보이고 있음을 알 수 있다. 그림 2와 3에서의 수렴 특성과 다항식 차수에 따른 성능 비교에서 보면, 우려한 바와는 다르게 블록 좌표 방법이 결합된 BCGN과 BCGNR의 성능은 일반 GN과 비슷하거나 약간 우수하다. 또한 수렴 특성이나 안정성 측면에서도 오히려 GN 보다 우수함을 알 수 있다. 다양한 영상 쌍과 조건 등에서도 전반적으로 블록 좌표 방법을 결합한 것이 보다 우수한 성능을 나타냄을 알 수 있다. 특히 회기 분석에 기초한 BCGNR의 경우 가장 안정된 특성을 보임을 알 수 있다. 그림 4에는 동시 최적화를 통하여 정합을 수행한 후 두 영상을 붙인 결과이다. 두 영상이 겹치는 부분은 평균 처리를 했는데, GN의 경우(그림 4(a))와 BCGNR의 경우(그림 4(b)) 서로 약간의 에러 차이는 보이지만 육안으로 붙인 영상



(a)



(b)

그림 4. 동시 정합 및 보정 후 겹친 영상 결과($s = 8, t = 5$) (a) GN 결과(7.94dB) (b) BCGNR 결과(7.76dB)

Fig. 4. Mosaicked image results after joint registration and compensation ($s = 8, t = 5$). (a) GN result (7.94dB). (b) BCGNR result (7.76dB).

결과를 관찰해 보았을 때는 거의 동등한 결과를 얻을 수 있다.

IV. 결 론

본 논문에서는 영상의 공간 정렬을 영상 간의 밝기 차를 보정하면서 동시에 최적화하는 알고리즘을 연구하였다. 기존의 방법은 가우스-뉴턴 최적화 기법에 기초한 것인데, 본 논문에서는 알고리즘의 단순화와 유용성을 위하여 가우스-뉴턴 최적화에 블록 좌표 방법을 결합하였다. 수치해석을 통한 비교 실험 결과를 보면 블록 좌표 방법을 결합함으로써 알고리즘 구현의 단순화와 유용성을 높인 것뿐만 아니라, 수렴 특성과 성능의 안정화에서도 일반 GN에 비하여 우수함을 알 수 있었다.

참 고 문 헌

- [1] J. Frank, *Three-Dimensional Electron Microscopy of Macromolecular Assemblies*. San Diego, CA: Academic, 1996.
- [2] S. Mann, "Comparametric equations with practical applications in quantigraphic image processing," *IEEE Trans. Image processing*, vol. 9, no. 8, pp. 1389-1406, Aug. 2000
- [3] L. G. Shapiro and G. C. Stockman, *Computer Vision*, NJ: Prentice-Hall, 2001.
- [4] S. Mann, "Pencigraphy with AGC: Joint parameter estimation in both domain and range of functions in same orbit of the projective-Wyckoff group", in *Proc IEEE Int. Conf. Image Processing*, vol. 3, pp. 193-196, Sept. 1996.
- [5] F. M. Candocia, "Jointly registering images in domain and range by piecewise linear comparametric analysis," *IEEE Trans. Image Processing*, vol. 12, no. 4, pp. 409-419, April 2003.
- [6] T. Hastie, R. Tibshirani, and J. Friedman, *The Elements of Statistical Learning*. NY: Springer, 2001.
- [7] A. Sen and M. Srivastava, *Regression Analysis*, Reading, NY: Springer-Verlag, 1990.
- [8] D. S. Kim and K. Lee, "Block-coordinate Gauss-Newton/regression method for image registration with efficient outlier detection," in *Proc. IEEE Int. Conf. Image Processing*, Texas, USA, pp. I-517 - I-520, Sep. 2007.
- [9] D. S. Kim, K. Lee, K. E. Lee, and S. S. Han, "Joint optimization of spatial registration and histogram compensation for microscopic images," in *Proc. Int. Conf. IEEE Eng. Medicine and Biology Society*, Aug. 2006.
- [10] D. Luenberger, *Linear and Nonlinear Programming*, 2nd ed. MA: Addison-Wesley, 1984.

————— 저 자 소 개 —————

김 동 식(정회원)
 대한전자공학회 논문지
 제 42권 SP편 제 6호 참조