

상변태를 고려한 담금질 공정의 수치해석기술 개발 현황

강성훈, 이영선, 이정환 | 한국기계연구원

1. 서론

일반적으로 소성가공에 의한 부품의 생산과정은 초기 원소재로부터 풀림, 윤활, 단조성형, 칩탄/담금질, 후가공 등의 여러 공정에 걸쳐 최종부품이 완성된다. 이 중 칩탄 및 열처리 공정은 최종 제품의 기계적 성질뿐만 아니라 품질에 절대적인 영향을 미치는 공정으로서 대부분의 부품생산업체에서는 칩탄 및 열처리 공정을 적용하고 있다.

담금질 공정은 강도, 내구성, 피로/마모 저항성 등 부품의 기계적 성질을 향상시키기 위한 생산공정의 하나이다. 일반적으로 담금질 공정 동안 급속한 온도변화, 상변화, 물성변화에 의해 그림 1에 나타난 바와 같이 부품에 국부적 열변형뿐만 아니라 예기치 않은 잔류응력이 발생하게 된다. 따라서 후가공에 의해 최종제품을 생산하게 되는데, 이는 경화된 표면을 제거해야 하므로 상당한 가공시간과 비용이 소요되며, 제거된 표면경화층 때문에 기계적 성질이 저하될 위험도 존재하게 된다.

담금질 공정 동안 발생하는 국부적 열변형 및 잔류응력의 분석은 그동안 현장 작업자의 경험과 실험에 의존해 왔다. 다양한 담금질 공정 조건을 분석하기 위해서는 그 만큼의 실험이 요구되어지기 때문에 생산성 측면에서도 비효율적이다. 또한 산업발전과 더불어 복잡형상의 부품과 신소재가 적용되면서 기존의 실험방법은 한계에 도달하게 되었다.

이러한 문제점을 해결하기 위한 수단으로서 유한요소법, 유한차분법, 기타 수학적 접근방식에 의한 수치해석법이 도입되어 다양한 공정조건에서의 잔류응력 및 열변형량을 예측하고, 이에 대한 메커니즘을 이해하는데 효율적인 도구로 활용되고 있다. 즉, 수치적 접근방식을 도입함으로써 냉각속도, 온도변화, 상변화, 부품형상, 냉매제(열전달계수), 소재종류(화학조성) 등 다양한 공정조건에 대한 분석이 보다 정확하고 용이하게 이루어질 수 있는 계기가 되었다.

유한요소해석 기술개발에 있어서의 핵심은 그림 1에 주어진 바와 같이 냉각과정 중에 발생하는 온도변화, 상변화, 이에 따른 부품의 탄소성 거동을 어떻게 모사하는 가에 있다. 즉, 이러한 기계적 거동은 화학조성, 온도변화, 상변화가 서로 연관되어 발생하게 되므로 이들을 연계한 유한요소해석기술이 요구된다.

그림 2에 주어진 바와 같이 담금질 공정의 유한요소해석은 열전달해석, 상변태 해석, 변형해석으로 구분된다. 열전달해석을 위한 지배방정식은 에너지 평형식과 경계조건에 의해 구현되며, 정확한 열전달 유한요소해석을 위해서는 각 상의 물성치와 온도의 함수로 주어진 열전달계수를 사용해야만 한다. 상변태 해석은 열전달해석이 완료된

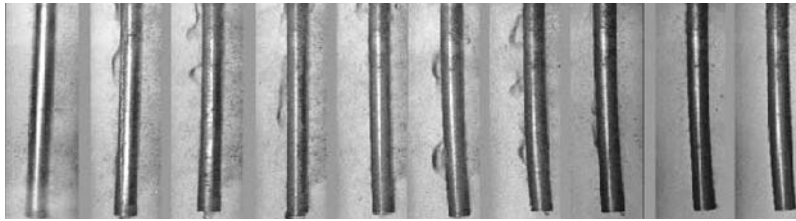


그림 1. 담금질 공정 동안의 온도 및 상변화에 의한 소재의 변형양상 (DEFORM-HT^[1])

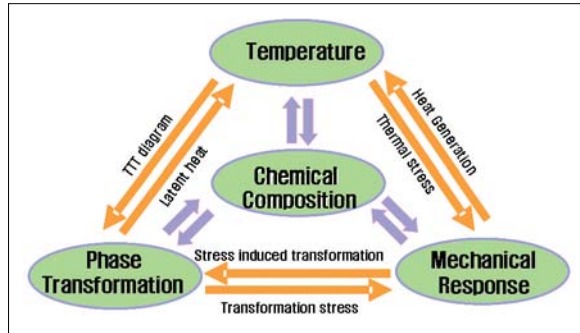


그림 2. 화학조성, 온도, 상변태, 기계적 거동의 연계

후 온도이력에 따라 상변태 이력이 결정되며, 상변태 동안의 열원으로 작용하는 잠열은 다시 열전달해석에 피드백 되어 사용되고 있는 추세이다. 그러나 현재 개발되고 있는 신소재나 기존의 소재 대부분에 대한 TTT (Time-Temperature-Transformation) 또는 CCT (Continuous Cooling Transformation) 선도가 정립이 되지 않아, 이들 소재에 대해서 상변태 거동을 유한요소해석에 의해 모사하기가 불가능하다는 난제에 부딪혀 있다.

상변태 모사는 일반적으로 알려져 있는 확산에 의한 변태와 시간과 무관한 무확산 변태로 모사가 가능하다. 일반적으로 알려져 있는 JMAK (Johnson-Mehl-Avrami-Kolmogorov) 식은 오스테나이트에서 페라이트, 펄라이트, 베이나이트 등 확산변태를 모사하기 위한 경험식으로, 등온의 평형상태에서의 상변화만을 모사하기 때문에 담금질과 같은 연속적인 냉각공정에 적용하기 위해 새로운 접근방식이 요구된다. 온도의 함수로만 주어지는 무확산변태는 일반적으로 오스테나이트에서 마르텐사이트로의 변태를 말하는 것으로, 실험에 의한 경험식이 유한요소해석에 적용되고 있다.

또한, 온도변화에 따른 상변태 동안 고전소성(classical plasticity)과는 다른 변태소성(transformation induced plasticity)이 상대적으로 약한 상의 경계면에서 발생하게 된다. 고전소성은 온도와 외력에 의해 소재에 발생하는 소성변형을 의미하며, 변태소성은 소재내부의 미세조직상에 나타나는, 즉 상변태 동안의 각 상의 체적변화 및 미세조직에 가해지는 응력에 따라 발생하는 소성변형을 의미한다. 이러한 상변태 변형율과 변태소성 변형율을 고려하지 않을 경우 실험과 매우 다른 결과를 얻게 되므로, 정확한 유한요소해석을 위해서는 필수적으로 고려해야 할 부분으로 제시되고 있다.

현재까지 담금질 공정 중의 소재의 변형거동 및 잔류응력을 예측하기 위한 다양한 유한요소해석 프로그램이 개발되어 있다. 일례로, HEART^[2], ABACUS^[3], DEFORM-HT^[1], SYSWELD^[4] 등이 개발되어 제공되고 있으며, 또한 부프로그램(Subroutine)을 제공하여 보다 정확한 해석이 가능하도록 사용자의 편의를 도모하고 있다.

그러나 대부분의 개발된 프로그램에서는 자세한 이론을 제공하지 않고 주어진 기능만을 사용하도록 한정되어 있다. 본 고에서는 현재까지 개발된 상변태 이론과 변태소성 이론, 그리고 탄소성 변형거동 유한요소 수식화에 필요한 다양한 소성이론을 소개하고, 향후 열처리 공정에 대한 수치해석에 관심을 갖고 있는 연구자들에게 기본적인 연구방향을 제시하고, 보다 정확한 수치해석을 위해서 고려해야 할 사항들에 대해서 간략하게 논의하는 기회를 제공하고자 한다.

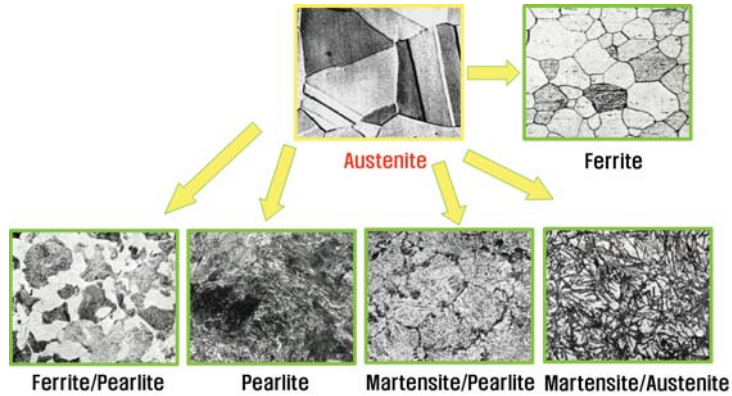


그림 3. 상변태에 의한 다양한 미세조직

2. 상변태 모델링

본 절에서는 그림 3에 주어진 바와 같이 초기 오스테나이트에서 확산에 의한 페라이트, 펄라이트, 베이나이트로의 변태, 무확산에 의한 마르텐사이트로의 변태를 모사하기 위한 다양한 상변태 모델에 대해 소개하고자 한다.

2.1 다양한 확산 변태 모델

확산변태 모델은 기본적으로 JMAK 모델을 바탕으로 몇 개의 수정 모델이 제안되었다. 그림 4는 공석강의 개략적인 TTT 선도 및 등온상태에서의 확산변태에 의한 각 상의 성장과정을 보여주는 JMAK 그래프를 보여준다.

모상인 오스테나이트에서 페라이트, 펄라이트, 베이나이트로의 상변태 동안 각 상의 체적분율을 예측하기 위한 JMAK식은 다음과 같이 주어진다.

$$F_i^j = 1.0 - \exp(-A \cdot t_j^B) \quad (1)$$

여기에서 F_i^j 는 유한요소해석에서 j 번째 시간 증분에서의 i 번째 상의 체적분율을 의미하며, 재료상수 A 와 B 는 TTT 선도에서

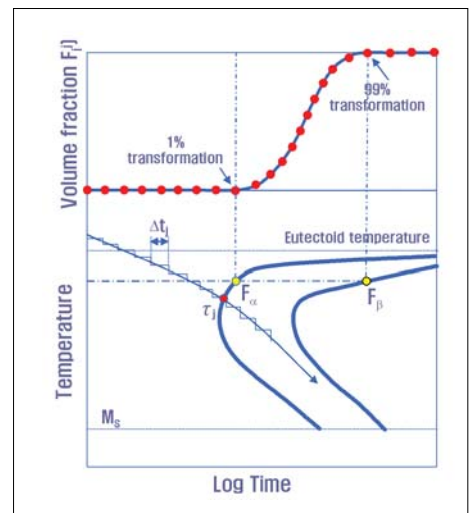


그림 4. 개략적인 TTT 선도

계산되어 사용된다. 즉 그림 4에서 각 상의 상변태 개시 시간(α) 및 종료시간 (β)에서의 각 상의 체적분율을 각각 F_α (=0.01)와 F_β (=0.99)라 정의한다면 A와 B는 식 (2)로 주어진다.

$$A = -\frac{\ln(1-F_\alpha)}{\alpha^\beta} \quad B = \ln\left\{\frac{\ln(1-F_\alpha)}{\ln(1-F_\beta)}\right\} / \ln\left(\frac{\alpha}{\beta}\right) \quad (2)$$

여기에서 상수 A는 상의 핵생성 및 성장속도, B는 핵생성 조건 및 핵의 모양과 관련된 상수이다.

최근에는 모상인 오스테나이트의 결정립 크기(AGS)가 증가함에 따라 상변태속도가 감소하는 효과를 고려하고자 Umemoto는 식 (3)과 같은 수정된 JMAK식을 제안하였다.

$$F_i^j = 1.0 - \exp\left(-\frac{A \cdot t_j^B}{d_r^m}\right) \quad (3)$$

m 은 경험적으로 도출되는 상수이며, d_r 는 AGS를 의미한다.

또 다른 수정 JMAK 식으로서 열처리 전의 응력상태를 고려한 모델이 Inoue에 의해 제안되었다.

$$F_i^j = 1.0 - \exp(-V_e) \quad \text{where} \quad V_e = \int_0^j f(T, \sigma) (t-r)^3 dr \quad \text{and} \quad f(T, \sigma) = \exp(C \cdot \sigma) f(T) \quad (4)$$

식 (4)에서 $f(T)$ 는 응력이 존재하지 않을 때의 TTT선도로부터 계산되어지는 함수를 나타낸다.

2.2 다양한 무확산 변태 모델

오스테나이트에서 마르텐사이트로의 무확산 변태를 모사하는 모델 중 하나는 Harris와 Cohen의 모델이다. 이 모델은 약 150°C 이하의 온도범위에서 잔류오스테나이트 양을 실험적으로 측정하여 제안한 모델로서 다음과 같이 주어진다.

$$F_m = 1.0 - [6.95 \times 10^{-15} \cdot \{455.0 - (M_s - T)\}^{5.32}] \quad (5)$$

여기에서 F_m 은 마르텐사이트의 체적분율, M_s 는 마르텐사이트의 변태 개시 온도, T 는 현재온도를 의미한다. 그러나 이 모델은 약 150°C 이상의 온도에서의 마르텐사이트의 양을 예측하는데 한계가 있으며, 외삽을 하게 되면 실험결과와 큰 차이가 발생하는 단점이 있다.

무확산 변태의 대표적인 모델로는 Koistinen and Marburger의 실험에서 도출된 경험식이 주로 적용되고 있으며, 다음과 같이 온도의 함수로만 주어지는 식으로 표현된다.

$$F_m = 1.0 - \exp\{-0.011 \cdot (M_s - T)\} \quad (6)$$

이 모델은 다양한 탄소조성의 소재를 사용하여 실험한 결과를 바탕으로 도출된 식으로 Harris와 Cohen이 제안한 모델에 비하여 상대적으로 정확히 마르텐사이트의 체적분율을 예측하는 것으로 알려져 있다.

또 다른 무확산 모델로서 Heming과 Yu 등이 제안한 방법으로 마르텐사이트의 체적분율은 냉각속도에 관계없이 마르텐사이트의 개시 온도(M_s)와 종료 온도(M_f)에만 의존한다고 가정하여 다음과 같은 식을 제안하였다.

$$F_m = 1.0 - \left(\frac{T - M_s}{M_s - M_f} \right)^p \tag{7}$$

식 (7)에서 상수 p는 2.0에서 2.5의 값이 사용되고 있다.

2.3 비등온 냉각공정에의 확산변태 모델 적용

담금질과 같은 비등온 냉각공정에 확산변태 모델을 바로 적용할 수는 없다. 즉, JMAK 모델은 등온상태에서의 상변태만을 묘사하기 위해 제안된 식으로 비등온 냉각공정에 적용하기 위해서는 새로운 접근 방법을 모색해야 한다.

가장 널리 알려진 방법으로 그림 4에 나타내었듯이 비등온 냉각곡선을 여러 개의 등온 스텝으로 나누어 묘사하는 방법이다. 즉 각각의 등온스텝에서 JMAK 모델을 적용하는 방법을 사용할 수 있는데 이러한 방법을 Scheil의 Additive rule이라고 불린다.

따라서 Scheil의 규칙에 따라 유한요소해석에서는 다음과 같은 조건을 만족하였을 때 각 상의 핵이 생성되는 것으로 판단하고, 이 후 상변태 모델을 적용하여 각 상의 체적분율을 계산한다.

$$\sum_j \frac{\Delta t_j}{\tau_j} = 1 \tag{8}$$

여기에서 Δt_j 는 유한요소해석에서 주어진 시간증분을 의미하며, τ_j 는 TTT 선도에서 주어진 온도에서의 상변태 개시 시간을 의미한다.

3. 변형율의 정의

냉각공정 동안의 총변형율 증분(dc_{ij}^t)은 일반적으로 탄성변형율 증분(dc_{ij}^e), 소성변형율 증분(dc_{ij}^p), 열변형율 증분(dc_{ij}^t)의 합으로 표현된다.

$$dc_{ij}^t = dc_{ij}^e + dc_{ij}^p + dc_{ij}^t \tag{9}$$

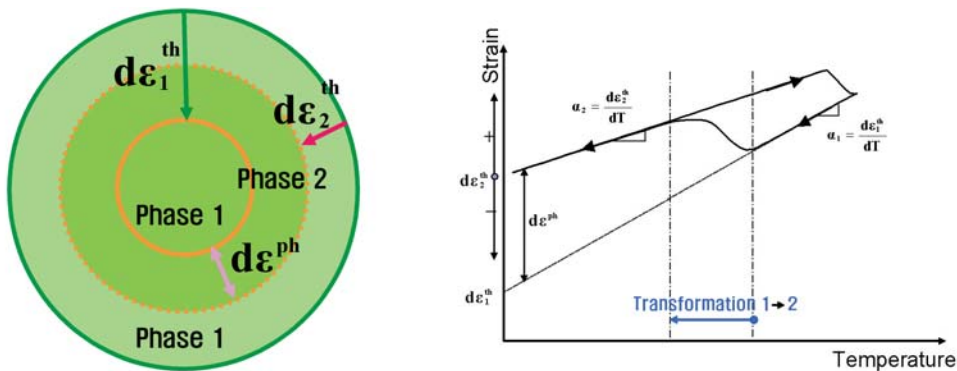


그림 5. 온도 및 상변화에 기인하는 열변형율

3.1 열변형을 증분(dc_{ij}^t)

열변형을 증분은 그림 5에 나타난 바와 같이 모상인 오스테나이트에서 각 상으로 변태될 시, 각 상의 열팽창계수(α)와 온도변화(dT)에 기인하는 열변형을 증분 (dc_{ij}^t)과 각 상의 상대적 체적분율의 차이($\Delta V/(3V)$)에서 발생하는 상변태 변형을 증분(dc_{ij}^p)으로 구분되며, 각각 다음과 같이 정의될 수 있다.

$$dc_{ij}^t = (\alpha dT + Td\alpha)\delta_{ij} \tag{10}$$

$$dc_{ij}^p = \frac{1}{3} \frac{\Delta V}{V} \delta_{ij} \tag{11}$$

여기에서 δ_{ij} 는 kronecker delta를 나타낸다.

3.2 소성변형을 증분(dc_{ij}^p)

일반적으로 금속학적 상변태 동안의 소성거동은 고전소성변형을(dc_{ij}^p)과 변태소성변형을(dc_{ij}^p)로 정의될 수 있다. 고전적 소성은 외부의 하중이나 온도변화에 의해 발생하는 소성거동을 의미하며, 변태소성은 가해진 외부하중이나 온도변화가 없어도 상변태 동안에 각 상의 체적분율의 변화에 의해 발생하는 미세조직 내의 소성거동으로 정의된다. 이러한 변태소성은 미세조직 관점에서 다음 두 기구에 의해 정의된다.

- ① Greenwood-Johnson 기구: 앞서 기술한 바와 같이 상변태 동안 체적분율의 차이에 의해 낮은 항복응력을 갖는 상(모상인 오스테나이트)에 미시적인 소성이 발생하는 기구.
- ② Magee 기구: 만약 외부하중이 가해지는 상태에서 마르텐사이트로의 변태가 발생하면, 마르텐사이트상은 응력이 가해진 방향으로 정렬되면서 판재형상으로 성장하게 되어 오스테나이트상과의 경계표면에서 높은 전단응력을 형성시키는 기구.

위의 두 기구에 의한 변태소성과 고전소성에 의한 변형을 유도하기 위해 두 종류의 상을 포함하는 미소체적 V 를 고려하고 미소 소성변형율의 평균 $\langle \epsilon^p \rangle_v$ 는 거시 소성변형율 ϵ^p 와 같다고 가정하면 소성변형율속도 $\dot{\epsilon}^p$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon}^p &= \langle \dot{\epsilon}^p \rangle_v = \frac{d}{dt} \left[\frac{1}{\text{vol}(V)} \int_{V_1} \epsilon^p dv \right] \\ &= \frac{1}{\text{vol}(V)} \int_{V_1} \dot{\epsilon}_1^p dv + \frac{1}{\text{vol}(V)} \int_{V_2} \dot{\epsilon}_2^p dv + \frac{1}{\text{vol}(V)} \int_s \Delta \dot{\epsilon}_{12}^p U_n dS \end{aligned} \tag{12}$$

여기에서 $\text{vol}(V)$, $\dot{\epsilon}_1^p$, $\dot{\epsilon}_2^p$ 는 각각 미소체적 V 의 전체부피, 상 1과 2의 미소 소성변형율속도를 의미하면, $\dot{\epsilon}_{12}^p$ 는 그림 6에 주어진 바와 같이 상 1에서 상 2로 변태되면서 상 2의 미소체적 V_2 가 V_1 로 U_n 의 속도로 팽창할 때 발생하는 소성변형율을 의미한다.

상 2의 체적분율을 F 라고 하면, 다음과 같은 관계식이 성립된다.

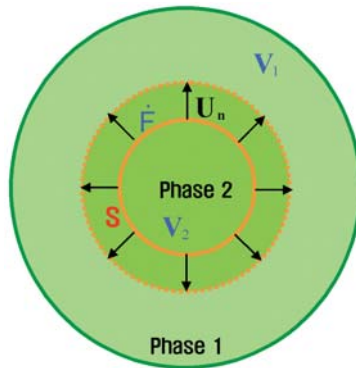


그림 6. 변태소성을 정의하기 위한 개략도

$$F = \frac{\text{vol}(V_2)}{\text{vol}(V)}, \quad 1-F = \frac{\text{vol}(V_1)}{\text{vol}(V)}, \quad F = \frac{1}{\text{vol}(V)} \int_s U_n dS \quad (13)$$

식 (13)의 각 상의 체적분율을 이용하면 식 (12)는 다음과 같이 표현된다.

$$\dot{\epsilon}^p = (1-F)\langle \dot{\epsilon}_1^p \rangle_{V_1} + F\langle \dot{\epsilon}_2^p \rangle_{V_2} + F\langle \Delta \dot{\epsilon}_{12}^p \rangle_{S(U_n)} \quad (14)$$

또한, 미소 소성변형을 속도 $\dot{\epsilon}^p$ 는 온도, 응력, 체적분율의 함수, 즉 $\dot{\epsilon}^p = f(\dot{\sigma}, \dot{T}, F)$ 이므로 다음과 같은 편미분식으로 표현가능하다.

$$\dot{\epsilon}^p = \frac{d\hat{\epsilon}^p}{d\sigma} \dot{\sigma} + \frac{d\hat{\epsilon}^p}{dT} \dot{T} + \frac{d\hat{\epsilon}^p}{dF} \dot{F} \quad (15)$$

식 (15)를 식 (14)에 대입하면 다음과 같다.

$$\dot{\epsilon}^p = \dot{\epsilon}^{\text{cp}} + \dot{\epsilon}^{\text{sp}} \quad (16)$$

여기에서 $\dot{\epsilon}^{\text{cp}}$ 와 $\dot{\epsilon}^{\text{sp}}$ 는 각각 다음과 같이 정의된다.

$$\dot{\epsilon}^{\text{cp}} = \left\{ (1-F) \left\langle \frac{\partial \hat{\epsilon}_1^p}{\partial \sigma} \right\rangle_{V_1} + F \left\langle \frac{\partial \hat{\epsilon}_2^p}{\partial \sigma} \right\rangle_{V_2} \right\} \dot{\sigma} + \left\{ (1-F) \left\langle \frac{\partial \hat{\epsilon}_1^p}{\partial T} \right\rangle_{V_1} + F \left\langle \frac{\partial \hat{\epsilon}_2^p}{\partial T} \right\rangle_{V_2} \right\} \dot{T} \quad (17)$$

$$\dot{\epsilon}^{\text{sp}} = \left\{ (1-F) \left\langle \frac{\partial \hat{\epsilon}_1^p}{\partial F} \right\rangle_{V_1} + F \left\langle \frac{\partial \hat{\epsilon}_2^p}{\partial F} \right\rangle_{V_2} + \langle \Delta \hat{\epsilon}_{12}^p \rangle_{S(U_n)} \right\} \dot{F} \quad (18)$$

식 (17)과 (18)에서 $\dot{\epsilon}^{\text{cp}}$ 는 가해진 외부하중 $\dot{\sigma}$ 과 온도변화 \dot{T} 에 기인하는 고전소성변형률속도를 의미하며, $\dot{\epsilon}^{\text{sp}}$ 는 상의 체적분율의 변화 \dot{F} 에 기인하는 변태소성변형률속도를 나타내고 있음을 알 수 있다.

새롭게 생성되는 상 2의 강도가 상 1에 비하여 상대적으로 높아 탄성거동을 한다고 가정하고, 각 상의 형상을 결정하는 의사소성 변형률 $\Delta \hat{\epsilon}_{12}^p$ 를 무시한다고 가정하면 최종적인 변태소성 변형율은 모상 1에서 발생하며, 다음과 같이 식을 얻을 수 있다.

$$\dot{\epsilon}^p = (1-F) \left\langle \frac{\partial \hat{\epsilon}^p}{\partial F} \right\rangle_{v_1} \dot{F} \quad (19)$$

지금까지 고전소성과 변태소성에 의한 변형율에 대해 간략하게 소개하였다. 특히 식 (19)의 변태소성에 대한 많은 이론적/실험적 연구가 있으며, 대표적인 변태소성모델을 표 1에 정리하였다. 대부분의 변태소성 모델은 상의 체적분율의 변화, 편차응력, 그리고 일정상수에 의존하는 형식을 취하고 있음을 알 수 있으며, 이를 개략적으로 보여주는 그래프를 그림 7에 나타내었다. 여기서 상수 k는 모상(일반적으로 오스테나이트)의 항복강도와 상 1, 2의 영역에서의 변형량에 따라 달라지며 대부분 실험적으로 구한 값을 사용하고 있다.

표 1. 변태소성 모델

Incremental transformation induced plasticity					
$d\epsilon_{ij}^p = k \, dg(F) \frac{3}{2} s_{ij}$					
	Greenwood & Johnson	Abrassart	Desalos	Leblond	Taleb
K	$\frac{5}{2} \frac{\Delta\epsilon_{12}}{\sigma_{1r}}$	$\frac{3}{4} \frac{\Delta\epsilon_{12}}{\sigma_{1r}}$		$2 \frac{\Delta\epsilon_{12}}{\sigma_{1r}}$	$2 \frac{\Delta\epsilon_{12}}{\sigma_{1r}}$
dg(F)		$3(1-F^{1/2})dF$	$2(1-F)dF$	0 if $F \leq 0.03$ $-\ln F \, dF$ if $F > 0.03$	$\ln F_c dF$ if $F \leq F_c = \frac{\sigma_{1r}}{2\Delta\epsilon_{12}} \frac{4\mu + 3K}{9K\mu}$ $-\ln F dF$ if $F > F_c$

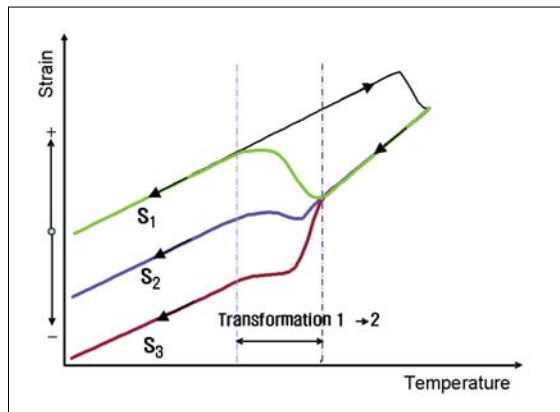


그림 7. 상변태 및 외부응력의 변화에 따른 변태소성의 변화

4. 수치해석에 요구되는 다양한 이론식

4.1 온도해석

앞서 언급하였듯이 냉각과정 동안의 상변태를 고려한 열전달 해석을 위한 지배방정식은 에너지 평형식과 경계 조건에 의해 표현된다. 즉,

$$\text{에너지 평형식 } KT_{,ii} - \rho c \dot{T} + \dot{r} = 0 \text{ in } V$$

$$\text{경계조건: } T = T^* \text{ on } S_T$$

$$q_n = q_n^* = -kT_{,n} \text{ on } S_Q$$

여기에서 T , k , c , \dot{r} 는 각각 소재의 온도, 열전달계수, 밀도, 비열, 잠열발생율을 나타낸다. 각 물성치는 탄소함유량 및 온도의 함수로 사용되어야 하며, 또한 냉각과정 동안 다양한 미세조직의 변화가 발생하므로, 각상의 체적분율을 고려한 물성치를 사용해야만 정확한 해석을 할 수 있다. 일반적으로는 선형혼합법칙을 사용하여 각 상의 체적분율에 따른 소재의 물성치가 계산되어 사용되고 있다.

상변태동안에 발생하는 잠열발생은 다음과 같이 온도에 따른 엔탈피변화와 시간에 따른 각 상의 체적변화율을 고려하여 사용되고 있다.

$$\dot{r} = \sum \Delta H_i \frac{\Delta F_i}{\Delta t} \text{ in } V \quad (20)$$

열전달 경계조건은 다음과 같이 표현된다.

$$q_n = h_A(T_w - T_e) \quad (21)$$

h_A , T_e , T_w 는 각각 열전달 계수, 냉매제 온도, 소재온도를 의미한다.

4.2 열탄소성 변형해석

온도 및 상변화를 고려한 열탄소성 변형해석에 필요한 구성방정식 유도과정에 필수적으로 사용되는 다양한 탄소성 이론식을 정리하였다.

- ① 후크의 법칙 (General Hooke's law): $\sigma_{ij} = C_{ijkl} \epsilon_{kl}^{eij}$
- ② 항복 조건식 (von-Mises yield criterion): $f = \frac{1}{2} (S_{ij} - \alpha_{ij}) (S_{ij} - \alpha_{ij}) - \frac{\sigma_y}{3} = 0$
- ③ 유동응력 (선형경화법칙 적용): $\sigma_y = \sigma_{y0} + (1 - \gamma) H \bar{\epsilon}^p$
- ④ 프라거의 정리 (Prager's rule): $d\alpha_{ij} = \frac{2}{3} \gamma H d\epsilon_{ij}^p$
- ⑤ 소성일 (Plastic work): $dW^p = \sigma_y d\bar{\epsilon}^p = (\sigma_{ij} - \alpha_{ij}) d\epsilon_{ij}^p$
- ⑥ 프란틀-로이스 식 (Prandtl-Reuss equation): $d\epsilon_{ij}^p = \Lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} = \Lambda (S_{ij} - \alpha_{ij})$

여기에서 σ_{ij} , C_{ijkl} , f , S_{ij} , α_{ij} , σ_y , σ_{y0} , γ , H , $\bar{\epsilon}^p$, Λ 는 각각 응력성분, 탄성계수행렬, 항복조건, 편차응력, 항복곡선 이동벡터, 항복응력, 초기항복응력, 기중치(등방경화:0, 이동경화:1), 경화지수, 유효소성변형율, 유동상수를 나타낸다.

위의 탄소성 이론식을 적용하여 유한요소 수식화에 필요한 탄소성 구성방정식을 유도할 수 있다.

$$d\sigma_{ij} = C_{ijkl}^{ep} (d\epsilon_{kl} - d\epsilon_{kl}^{th} - d\epsilon_{kl}^{ph} - d\epsilon_{kl}^{tp}) + dM_{ij} \quad (22)$$

여기에서 C_{ijkl}^{ep} 는 탄소성행렬, dM_{ij} 는 각상의 물성치 변화와 관련된 벡터를 의미한다.

열탄소성 유한요소해석에서 재료의 거동은 시간에 따라 변하게 되므로, 이를 여러 개의 시간 증분으로 나누어 해를 구한다. 이 때 각 시간 증분에서 소재의 변형은 미소변형이므로, 미소변형률 이론(infinitesimal theory of strain)과 가상일의 원리(principle of virtual work)를 적용하고 소재의 관성력을 무시하면, 임의의 시간 t 에서 외력 f_e 에 대하여 다음과 같은 에너지 평형식을 얻을 수 있다.

$$\int_V \sigma' \delta \epsilon = \int_V f_e' \delta \hat{u} \quad (23)$$

식 (22)와 (23)을 이용하면, 강성행렬과 하중벡터를 도출할 수 있고, 이를 풀어 각 스텝에서의 변위장을 구할 수 있게 되며 이를 바탕으로 변형율과 응력성분을 계산할 수 있다.

5. 탄소성 변형 거동 및 잔류응력 예측

지금까지 담금질 공정 중에 발생하는 온도변화, 상변화에 기인하는 소재의 탄소성 변형거동 및 잔류응력의 예측을 위한 여러 가지 상변태 모델, 변태소성 모델, 탄소성 이론, 유한요소 수식화에 대하여 소개하였다. 본 절에서는 이러한 모델을 도입하여 탄소성 변형해석을 수행한 예제에 대해 다루고자 한다^[5].

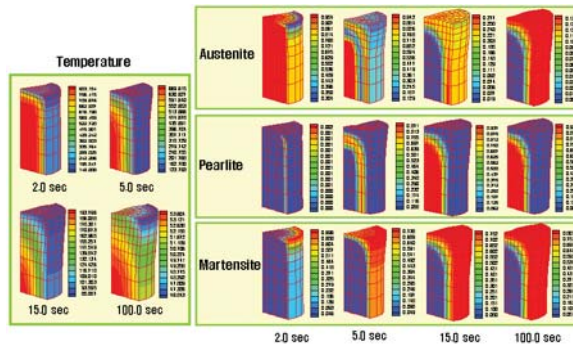


그림 8. 담금질 공정 중의 각 상의 분포

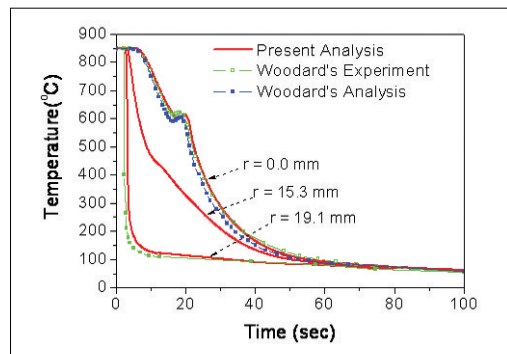


그림 9. 담금질 공정 중의 온도변화 예측

그림 8은 공석강의 담금질 공정 중에 나타나는 온도변화와 각 상의 분포를 보여준다. 급냉되는 모서리 영역에서 마르텐사이트가 먼저 생성이 되며 이후에 전 표면에 걸쳐 발생하게 된다. 소재 내부는 상대적으로 낮은 냉각속도로 인해 펄라이트 조직이 형성됨을 알 수 있다. 또한 소재 표면에서의 마르텐사이트로의 변태로 인한 부피팽창으로 인해 전체적으로 오목한 변형양상을 보여주고 있다.

그림 9는 유한요소해석을 통해 예측된 온도이력을 실험결과와 비교한 것으로, 비교적 잘 일치하는 것을 확인할 수 있다. 특히, 소재 중심에서 오스테나이트에서 펄라이트로의 상변태에 의한 잠열발생으로 인해 온도가 다시 상승하는 것을 살펴볼 수 있다.

그림 10의 축방향응력을 살펴보면, 초기에 소재표면이 냉각되면서 소재표면은 인장, 내부는 압축응력상태가 되나, 시간이 지날수록 소재내부의 온도감소 및 상변화에 의해 소재표면은 압축, 내부는 인장응력상태가 되는 것을 확인할 수 있다. 따라서 소재내부에서 균열과 결함이 발생할 확률이 높게 됨을 예측할 수 있다.

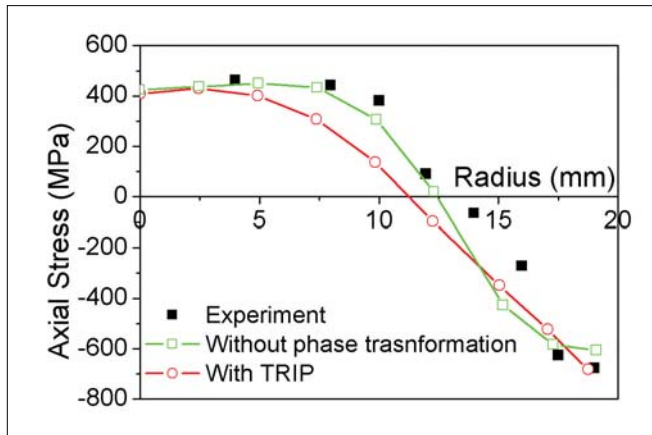


그림 10. 담금질 공정 중의 축방향응력 분포

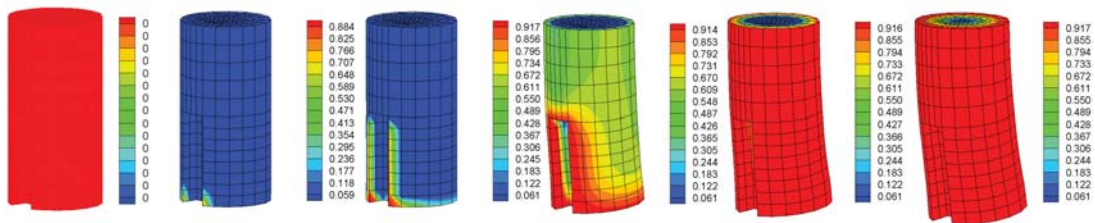


그림 11. 시간에 따른 키홈이 있는 축의 변형양상과 마르텐사이트의 분포현황

그림 11은 키홈이 있는 축을 급속 냉각할 때 전체적인 변형양상과 마르텐사이트의 분포를 시간에 따라 나타낸 것이다. 그림 1의 키홈이 있는 축의 냉각공정 중에 발생하는 전체적인 변형양상을 잘 묘사하고 있음을 확인할 수 있다. 특히 냉각 초기에는 키홈 부분에서 냉매제와의 접촉면적이 가장 크므로 급냉에 의한 부피감소가 발생하여 축은 왼쪽방향으로 휘기 시작한다. 그러나 키홈영역의 온도가 마르텐사이트 변태온도 이하가 되면서 마르텐사이트로의 변태로 인한 부피팽창량이 온도감소에 의한 부피감소량보다 커지게 되어 축은 오른쪽 방향으로 휘어지기

시작하는 것을 살펴볼 수 있다.

6. 맺음말

지금까지 담금질 공정 중에 발생하는 온도변화, 상변화, 이에 따른 탄소성 변형거동 및 잔류응력의 예측을 위한 다양한 상변태 모델과 변태소성 모델에 대해 논의하였다. 또한, 변형해석 및 응력예측에 필요한 다양한 탄소성 이론과 이를 이용한 유한요소해석 수식화과정에 대해서 간략하게 소개하였다. 현재까지 담금질과 용접 등 연속적인 비등온 공정을 모사하기 위한 몇몇 유한요소해석 프로그램이 개발되어 사용되고 있지만, 아직까지는 실험결과를 정확하게 모사하는 데 한계가 있다. 특히, 기존의 강종 또는 신강종에 대한 TTT 또는 CCT 선도의 절대적인 부족과 각 상의 물성치 정립이 되어 있지 않은 상태에 있기 때문에, 이 부분에 대한 데이터베이스의 정립이 무엇보다도 선행되어야 할 것으로 판단된다. 향후에는 보다 정확한 모사를 위해서는 AGS 및 초기 응력상태 또는 변형을 상태, 각 상의 미세조직적 형상을 고려한 새로운 상변태 모델과 변태소성 모델 개발이 요구된다. 특히 지금까지 유한요소해석에서 무시되어온 Magee 기구, 즉 마르텐사이트의 방향성과 형상을 고려한 변태소성 모델 개발이 이루어져야 할 것으로 판단된다.

본 고에서 정리한 다양한 모델과 기본적인 탄소성 이론을 바탕으로 향후 열처리 공정의 모사에 관심이 많은 분들에게 조그마한 도움이 되었으면 하는 바람이다.

❁ 참고 문헌

- [1] K. Arimoto, G. Li, A. Avdind, and W. T. Wu, Proceeding of the 18th ASM Heat Treating Process Conference and Exposition, pp. 121, 1998.
- [2] T. Inoue, D. Y. Ju, and K. Arimoto, Proceeding of the First International Conference on Quenching and Control of Distortion, ASM International, Chicago, IL, pp. 205, 1992.
- [3] C. Mgbokwere and M. Callabresi, J. Eng. Mater. Technol., Vol. 122, pp. 305, 2000.
- [4] D. Pont, Proceeding of the Third World Congress on computational Mechanics, Vol. 2, pp. 1723, 1994.
- [5] S.H. Kang and Y.T. Im, Metallurgical and Materials Transactions A, Vol. 36A, pp.2315, 2005.
- [6] 강성훈, 임용택, 연속적인 냉각공정에서 탄소강의 상변태를 고려한 금속학적 열탄소성 변형해석에 관한 연구, 대한기계학회 춘계학술대회, 2006.
- [7] Y. Ruan, Journal of Applied Mechanics, Trans. ASME, Vol. 66, pp. 334, 1999.
- [8] L. Taleb and F. Sidroff, International Journal of Plasticity, Vol. 19, pp. 1821, 2003.
- [9] F.D. Fischer, G. Reisner, E. Werner, K. Tanaka, G. Cailletaud and T. Antretter, International Journal of Plasticity, Vol. 16, pp. 723, 2000.
- [10] J.B. Leblond, International Journal of Plasticity, Vol. 5, pp. 573, 1989.



강 성 훈

- 한국기계연구원 소재성형연구소 선임연구원
- 관심분야 : 소성가공공정 해석 및 설계, 전산모사프로그램 개발, 마그네슘합금 성형
- E-mail : kangsh@kmail.kimm.re.kr



이 영 선

- 한국기계연구원 소재성형연구소 선임연구원
- 관심분야 : 냉간단조 기어 정밀성형, 단조성형공정 최적화, 마그네슘 및 고강도 박판온/열간 스텝핑
- E-mail : lys1668@kmail.kimm.re.kr



이 정 환

- 한국기계연구원 소재성형연구소 센터장
- 관심분야 : 무절삭 정밀 단조 성형 기술, 소성가공공정 해석 및 설계
- E-mail : ljh1239@kmail.kimm.re.kr