

< 논문 >

## 최적화 기법에 의한 비선형 시스템에서의 강인한 적응 관측기 설계

정 종 철\* · 허 건 수†

(2006년 3월 6일 접수, 2006년 6월 29일 심사완료)

### Robust Adaptive Observer Design for a Class of Nonlinear Systems via an Optimization Method

Jongchul Jung and Kunsoo Huh

**Key Words :** Adaptive Observer(적응 관측기), Robustness(강인성), LMI(Linear Matrix Inequality), Optimization Problem(최적화 문제)

#### Abstract

Existing adaptive observers may cause the parameter drifts due to disturbances even if state estimation errors remain small. To avoid the drift phenomena in the presence of bounded disturbances, several robust adaptive observers have been introduced addressing bounds in state and parameter estimates. However, it is not easy for these observers to manipulate the size of the bounds with the selection of the observer gain. In order to reduce estimation errors, this paper introduces the  $\mathcal{L}_2$  gain minimization problem in the adaptive observer structure, which minimizes the  $\mathcal{L}_2$  gain between disturbances and estimation errors. The stability condition of the adaptive observer is reformulated as a linear matrix inequality, and the observer gain is optimally chosen by solving the convex optimization problem. The estimation performance is demonstrated through a numerical example.

#### 1. 서론

적응 관측기는 시스템이 미지의 파라미터를 가지고 있을 때, 파라미터를 업데이트 하면서 상태 변수를 추정하는 대표적인 관측기이다. 이러한 적응 관측기는 미지의 파라미터를 가진 시스템에서 파라미터와 상태변수를 모두 추정하고자 할 때 유용하며 플랜트의 입출력 변수를 바탕으로 상태변수 추정을 위한 관측기(state observer)와 파라미터 업데이트를 위한 서로 연관된 적응 법칙(parameter

adaptation law)의 알고리즘이 사용된다. 즉, 상태 변수 추정 알고리즘에서는 온라인으로 업데이트 되는 파라미터와 시스템의 출력을 이용하여 상태 변수를 추정하고 파라미터 업데이트를 위한 알고리즘에서는 시스템의 출력과 추정된 상태변수가 사용된다.

비선형 시스템에서 이러한 적응 관측기를 설계하기 위한 많은 연구가 진행되었다.<sup>(1-6)</sup> 예를 들면 Marino와 Tomei<sup>(3)</sup>는 좌표 변환 행렬을 이용하여 비선형 시스템을 관측 가능한 선형 부분과 출력의 함수로 구성된 비선형 부분으로 분리시킨 후 리아프노프 안정성 해석을 통하여 얻어지는 부등식을 만족하도록 하는 관측기 게인을 선정하는 방법으로 보다 쉽게 적응 관측기를 설계하는 방법을 제안하였다. Cho와 Rajamani<sup>(4)</sup>는 Lipschitz 조건을 만

\* 한양대학교 대학원 자동차공학과

† 책임저자, 회원, 한양대학교 기계공학부

E-mail : khuh2@hanyang.ac.kr

TEL : (02)2220-0437 FAX : (02)2295-4584

측하는 비선형 시스템에 대하여 리아프노프 안정성 조건을 LMI(Linear Matrix Inequality)로 변환시켜 적응 관측기 계인을 용이하게 구하는 방법을 제시하였다. 그러나 이러한 기존의 적응 관측기는 실제 시스템에 존재하는 외란이나 모델링 오차 등의 불확실 요소를 고려하지 않은 상태로 설계되기 때문에 상태 변수에서의 추정 오차가 만족할 만한 범위에 머물지라도 추정된 파라미터가 발산하는 파라미터 드리프트가 야기될 수 있다.

이러한 문제를 해결하고자 불확실 요소가 존재하는 시스템에 대하여 추정되는 상태변수와 파라미터의 바운드를 보장하는 적응 관측기 설계 방법이 제시되었다. 파라미터 적응 법칙을 변경시키는 방법이 대표적이며, 프로젝션(Projection), 리키지(Leakage), 노말라이제이션(Normalization) 등이 널리 이용되고 있다.<sup>(7-9)</sup> 예를 들어, 프로젝션 오퍼레이터는 추정되어지는 파라미터가 미리 얻어지는 파라미터의 존재 영역 내에 머물도록 구속시켜주는 방법이다. 리키지 업데이트 법칙은 pure integration 적응 법칙(adaptation law)에 리키지 항을 추가하는 방법으로, 파라미터 드리프트를 방지해주는 기법이다.

그러나 이러한 적응 관측기 설계 방법들은 상태변수와 파라미터 추정 오차의 드리프트는 방지해주지만 어떻게 효과적으로 추정 오차를 줄이도록 관측기 계인을 선정할 것인지에 대한 설계 지침이 없다. 예를 들면, Vargas와 Hemerly<sup>(9)</sup>는 Lipschitz 조건을 만족하는 불확실 비선형 시스템에서 리아프노프 안정성 해석을 통하여 상태변수 추정 오차와 파라미터 추정 오차의 바운드를 보장해주는 부등식으로부터 관측기 계인을 선택하는 방법을 제시하였다. 그러나 이 경우에 있어서 추정 오차의 바운드는 보장되지만 계인의 선택에 따라 큰 오차를 수반할 지도 모른다.

본 논문에서는 이러한 문제점을 개선하기 위하여 적응 관측기 구조에서  $H_{\infty}$  필터 설계 기법을 적용하고자 한다. 널리 알려진 것처럼  $H_{\infty}$  필터는 외란으로부터 추정 오차까지의  $L_2$ -gain의 크기를 최소화 시켜주는 설계 기법이므로 외란에 대한 민감도를 상당히 줄여줄 수 있다. 적응 관측기에서 외란으로부터 추정 오차 사이의  $L_2$ -gain의 크기를 최소화 시키기 위하여 리아프노프 안정성 조건을 LMI 형태로 변환시킨 후  $L_2$ -gain의 크기를 최소화 하도록 최적화 문제의 해를 구한 후, 이를 이용하여 상태변수 추정 필터를 위한 관측기 계인을 선

정하였으며 파라미터 적응 법칙은 리아프노프 안정성 조건을 만족하도록 설정하였다. 본 논문에서 제시하는 외란에 대한 상태변수와 파라미터의 추정 오차를 최소화 시켜주는 방법은 강인한 적응 관측기에서 어떻게 효과적으로 최적의 관측기 계인을 구할 것인지에 대한 방향을 제시해준다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 2장에서 비선형 시스템에서의 강인한 적응 관측기를 위한 안정성 조건을 구하였고, 3장에서 이 조건을 포함하는  $H_{\infty}$  필터를 설계하였으며, 4장에서 예제를 통하여 제안된 관측기의 타당성을 확인하였다.

## 2. 비선형 적응 관측기

### 2.1 오차 방정식

비선형 시스템에 다음과 같이 미지의 파라미터와 외란이 존재한다고 가정한다.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + \phi(y,u) + b\beta(y,u)\theta + d \\ y &= Cx \end{aligned} \quad (1)$$

여기서  $x$ 는 상태변수,  $y$ 는 출력변수,  $\theta$ 는 미지의 파라미터이며,  $d$ 는 플랜트에 존재하는 외란이다. 비선형 항  $\phi(y,u)$ 와  $\beta(y,u)$ 는 입력과 출력만의 함수로 정의된다. 행렬  $A, b, C$ 는 시스템 행렬이며 정확한 값을 안다고 가정한다. 식 (1)을 바탕으로 식 (2)와 같은 적응 관측기를 설계할 수 있다.

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + \phi(y,u) + b\beta(y,u)\hat{\theta} + L(y - C\hat{x}) \quad (2)$$

여기서  $\hat{\theta}$ 는 추정된 파라미터이며,  $L$ 은 관측기 계인이다. 적응 관측기의 구조는 Fig. 1과 같다. 입력력 신호를 바탕으로 상태변수와 파라미터를 추정하며 두 알고리즘은 상호 연관되어 있다.

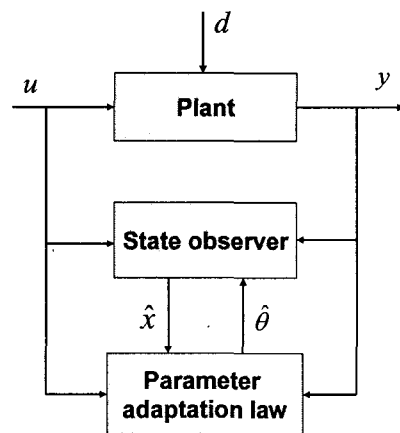


Fig. 1 The structure of the adaptive observer

식 (1)에서 식 (2)를 빼면 다음과 같은 오차 방정식을 구할 수 있다.

$$\dot{e} = (A - LC)e + b\beta(y, u)e_\theta + d \quad (3)$$

여기서  $e := x - \hat{x}$ ,  $e_\theta := \theta - \hat{\theta}$  이며 각각 상태변수 추정 오차와 파라미터 추정 오차로 정의된다.

식 (3)에서 외란이 존재하지 않는 경우( $d = 0$ 인 경우)에는 다음의 방정식을 이용하여 관측기 계인을 구할 수 있다.<sup>(3)</sup>

$$\begin{aligned} (A - LC)^T P + P(A - LC) &= -Q \\ Pb &= C^T \end{aligned} \quad (4)$$

여기서  $P = P^T > 0$  이며  $Q$ 는 양의 한정 행렬(positive definite matrix)이다. 식 (4)를 만족하는 변수  $P$ 와  $L$ 을 구하여 안정한 비선형 적응 관측기를 설계할 수 있다.

### 2.2 안정성 조건

식 (3)의 외란을 포함하는 비선형 오차 방정식의 안정성을 위한 충분조건은 리아프노프 안정성 해석을 통하여 얻어질 수 있다.

시스템에 존재하는 외란이 다음과 같이 norm bounded constraint를 만족한다고 가정한다.

$$\|d(t)\|_2 \leq \eta \quad (5)$$

그러면 다음의 Theorem을 통하여 외란이 존재하는 비선형 시스템의 오차 방정식에 대한 안정성 조건을 구할 수 있다.

**Theorem 1:** 식 (6)의 부등식을 만족하는  $P \geq 0$ 와  $S$ 가 존재한다면, 식 (5)를 만족하는 외란에 대하여 식 (3)의 비선형 오차 방정식은 안정하다:

$$\begin{bmatrix} A^T P + PA - C^T S - S^T C + \alpha P & P \\ P & -I \end{bmatrix} \leq 0 \quad (6)$$

여기서  $P = P^T$ 이며  $Pb = C^T$ 를 만족한다.

**Proof:** 식 (3)의 오차 방정식에 대한 리아프노프 안정성 해석을 수행하기 위하여 다음의 리아프노프 함수를 가정한다.

$$V(e, e_\theta) = e^T P e + e_\theta^T \Gamma^{-1} e_\theta \quad (7)$$

여기서  $P = P^T > 0$  이며  $\Gamma = \Gamma^T > 0$  이다. 식 (7)을 시간에 대해 미분하면 식 (8)과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{V} &= e^T (A - LC)^T P e + e^T P (A - LC) e + d^T P e + e^T P d \\ &\quad + e_\theta^T \beta^T \varepsilon + \varepsilon^T \beta e_\theta + e_\theta^T \Gamma^{-1} e_\theta + e_\theta^T \Gamma^{-1} \dot{e}_\theta \end{aligned} \quad (8)$$

그리고 파라미터 업데이트를 위한 적응 법칙을 leaky 항을 갖는 식 (9)로 가정한다.<sup>(8)</sup>

$$\dot{e}_\theta = -\Gamma \beta^T (y - C\hat{x}) + \Gamma |w(t)| \hat{\theta} \quad (9)$$

식 (9)를 식 (8)에 대입하면 리아프노프 함수의 시간에 대한 미분값은 식 (10)과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{V} &= e^T (A - LC)^T P e + e^T P (A - LC) e \\ &\quad + d^T P e + e^T P d + |w| e_\theta^T \hat{\theta} + |w| \hat{\theta}^T e_\theta \end{aligned} \quad (10)$$

$\hat{\theta} = \theta - e_\theta$ 을 식 (10)에 대입하면,

$$\begin{aligned} \dot{V} &= e^T (A - LC)^T P e + e^T P (A - LC) e \\ &\quad + d^T P e + e^T P d - 2|w| (e_\theta^T e_\theta - e_\theta^T \theta) \end{aligned} \quad (11)$$

과 같이 정리되며  $2e_\theta^T \theta \leq e_\theta^T e_\theta + \theta^T \theta$ 의 관계식으로부터 식 (11)은 다음의 상한값을 갖는다.

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq e^T (A - LC)^T P e + e^T P (A - LC) e \\ &\quad + d^T P e + e^T P d - |w| e_\theta^T e_\theta + |w| \theta^T \theta \end{aligned} \quad (12)$$

식 (12)의 오른쪽 항에  $\alpha V$ 와  $d^T d$ 를 더하고 빼면 다음의 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq -\alpha V + e^T (A - LC)^T P e + e^T P (A - LC) e \\ &\quad + d^T P e + e^T P d + \alpha e^T P e + \alpha e_\theta^T \Gamma^{-1} e_\theta \\ &\quad - |w| e_\theta^T e_\theta + |w| \theta^T \theta + d^T d - d^T d \end{aligned} \quad (13)$$

여기서  $\alpha > 0$ . 따라서 식 (13)으로부터 알 수 있는 것은 만약 다음의 부등식

$$\begin{aligned} e^T (A - LC)^T P e + e^T P (A - LC) e + \alpha e^T P e \\ + d^T P e + e^T P d - d^T d - |w| e_\theta^T e_\theta + \alpha e_\theta^T \Gamma^{-1} e_\theta \leq 0 \end{aligned} \quad (14)$$

이 만족된다면, 다음의  $V \geq V_0 = (|w| \theta^T \theta + d^T d) / \alpha$ 의 조건 하에서 리아프노프 함수의 시간에 대한 미분값은 음의 반한정(Negative Semi-definite) 함수가 된다.<sup>(8)</sup> 이것은 리아프노프 함수  $V$ 가 바운드 된다는 것을 뜻하며 상태변수 추정 오차  $e$ 와 파라미터 추정 오차  $e_\theta$ 가 바운드 된다는 것을 의미한다.

식 (14)를 행렬 부등식(LMI, Linear Matrix Inequality)으로 변환시키면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} e \\ d \\ e_\theta \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \Omega + \alpha P & P & 0 \\ P & -I & 0 \\ 0 & 0 & -|w| + \alpha \Gamma^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e \\ d \\ e_\theta \end{bmatrix} \leq 0 \quad (15)$$

여기서  $\Omega := (A - LC)^T P + P(A - LC)$ 이다.

새로운 변수  $S = L^T P$ 를 도입하여 식 (15)를 다음과 같이 치환시킬 수 있다.<sup>(10)</sup>

$$\begin{bmatrix} A^T P + PA - C^T S - S^T C + \alpha P & P & 0 \\ P & -I & 0 \\ 0 & 0 & -|w| + \alpha \Gamma^{-1} \end{bmatrix} \leq 0 \quad (16)$$

만약  $|w| \geq \alpha \Gamma^{-1}$  을 만족하도록 적응 법칙 계인을 설정한다면, 식 (16)은 식 (6)과 같은 등가 부등식으로 변환된다. 따라서 위 식을 만족한다면 상태 추정 오차와 파라미터 추정 오차가 바운드 된다. <Q.E.D>

### 3. 적응 관측기를 위한 최적 계인

3장에서는 2장에서 구해진 안정성 조건을 바탕으로 외란에 대한 상태변수와 파라미터에서의 추정 오차에 대한 영향을 최소화시킬 수 있는 관측기 계인 설정 방법을 제시하고자 한다. 본 논문에서는 worst-case의 외란에 대한 상태변수와 파라미터의 추정 오차까지의  $H_\infty$ -norm 최소화 기법을 통하여 비선형 적응 관측기에서 외란에 대한 영향을 최소화 시키고자 한다.

외란  $d$ 와 추정 오차  $e$ 와  $e_\theta$ 에 사이의  $L_2$ -gain은  $H_\infty$ -norm을 의미하며 다음 식과 같이 표현될 수 있다.

$$\gamma = \sup_{\|d\|_2 \neq 0} \frac{\delta_1 \|e\|_2 + \delta_2 \|e_\theta\|_2}{\|d\|_2} \quad (17)$$

여기서 ‘sup’은 ‘supremum’을 뜻하며,  $\delta_1$ 과  $\delta_2$ 는 각각 상태변수 추정 오차와 파라미터 추정 오차에의 weighting을 위한 상수이다. Supremum norm과  $L_2$ -gain의 정의로부터 식 (17)은  $\forall T \geq 0$  에 대하여 다음 식으로 표현될 수 있다.

$$\int_0^T (\delta_1 e^T e + \delta_2 e_\theta^T e_\theta) dt \leq \gamma^2 \int_0^T d^T d dt \quad (18)$$

여기서 식 (18)이 의미하는 것은  $L_2$ -gain이  $\gamma$ 보다 작다는 것을 의미한다.

2장에서 구한 안정성 조건에 식 (18)의 구속조건을 포함시키면 식 (19)로 표현될 수 있다.

$$\frac{d}{dt} V + \delta_1 e^T e + \delta_2 e_\theta^T e_\theta - \gamma^2 d^T d \leq 0 \quad (19)$$

식 (19)를 2장에서 수행했던 방법으로 전개하여

정리하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} A^T P + PA - C^T S - S^T C + \alpha P + \delta_1 I & P & 0 \\ P & -I - \gamma^2 I & 0 \\ 0 & 0 & \mathcal{G} \end{bmatrix} \leq 0 \quad (20)$$

여기서  $\mathcal{G} := -|w| + \alpha \Gamma^{-1} + \delta_2$ . 만약  $|w| \geq \alpha \Gamma^{-1} + \delta_2$  가 되도록 선택한다면, 식 (20)은 식 (21)과 동등하게 된다.

$$\begin{bmatrix} A^T P + PA - C^T S - S^T C + \alpha P + \delta_1 I & P \\ P & -I - \gamma^2 I \end{bmatrix} \leq 0 \quad (21)$$

따라서 식 (21)을 만족하는  $\gamma$ 에 대하여  $L_2$ -gain은  $\gamma$ 보다 작다는 것을 의미한다.

위에서 언급한 내용을 바탕으로 본 논문에서 제시하는 worst-case의 외란에 대한 상태변수와 파라미터의 추정 오차까지의  $H_\infty$ -norm 최소화 기법을 통하여 설계되는 비선형 적응 관측기의 상태 관측기는 다음과 같다.

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + \phi(y, u) + b\beta(y, u)\hat{\theta} + P^{-1}S^T(y - C\hat{x}) \quad (22)$$

그리고 미지의 파라미터  $\theta$ 가 일정하다는 조건으로부터  $\dot{e}_\theta = -\dot{\hat{\theta}}$ 의 관계식을 구할 수 있으며 식 (9)를 여기에 대입하면 식 (23)의 파라미터 업데이트 식을 구할 수 있다.

$$\dot{\hat{\theta}} = \Gamma \beta^T(y, u)(y - C\hat{x}) + \Gamma |w(t)|(\theta^0 - \hat{\theta}) \quad (23)$$

여기서  $\theta^0$ 는 파라미터의 nominal 값이고,  $\Gamma = \Gamma^T > 0$ 와  $|w(t)|$ 는  $|w| \geq \alpha \Gamma^{-1} + \delta_2$ 의 조건이 만족되도록 설계자에 의해 미리 정해지는 계인값들이며, 행렬  $P, S$ 는 다음의 최적화 문제의 해로부터 구해진다.

$$\begin{aligned} & \underset{P, \Gamma \geq 0, \alpha \geq 0, S}{\text{Minimize}} && \gamma^2 \\ & \text{subject to} && P = P^T > 0, Pb = C^T, \\ & && \begin{bmatrix} A^T P + PA - C^T S - S^T C + \alpha P + \delta_1 I & P \\ P & -I - \gamma^2 I \end{bmatrix} \leq 0 \end{aligned} \quad (24)$$

따라서 식 (24)를 만족하는 해로부터 상태변수 추정 관측기인 식 (22)와 파라미터 추정 관측기인 식 (23)이 설계된다. 식 (24)의 최적화 문제의 구속조건과 가격함수는 변수에 대하여 convex이므로 글로벌 해가 구해진다.

식 (24)의 최적화 문제의 해는 시스템에 존재하

는 외란의 불확실 요소에 대한  $L_2$  게인이 최소화 된다는 것을 의미한다. 파라미터 업데이트를 위한 식 (23)은 nominal 값에 대한 정보를 필요로 하고 추정된 파라미터가 nominal 값으로 수렴된다는 단점은 있으나, 파라미터 드리프트 현상을 방지한다는 의미에서 강인한 적응 법칙이라 할 수 있다.

#### 4. 예 제

다음과 같은 미지의 파라미터와 외란이 존재하는 비선형 시스템을 가정한다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 - \theta x_1^3 + d_1 \\ \dot{x}_2 &= -x_1 - 2x_2 - 0.1e^{x_1} + d_2 \\ y &= x_1 \end{aligned} \quad (25)$$

여기서  $\theta$ 는 미지의 파라미터이며, 실제값은 1.1로 가정하며 nominal 값은 1로서 미리 안다고 가정한다. 외란  $d_1$ 과  $d_2$ 는 각각  $0.1\sin(t)$ 로 가정하였고, 식 (5)의 행렬을 다음과 같이 가정하였다.

추정 오차의 성능 비교를 위하여 3장에서 제시한  $H_\infty$  적응 관측기와 Marino 등<sup>(7)</sup>이 제시한 강인한 적응 관측기를 설계하였다.  $H_\infty$  적응 관측기는 외란에 대한 영향을 최소화 시켜주지만, Marino 등이 제시한 관측기는 단지 안정성 조건만을 만족하도록 설계되기 때문에 단지 추정 오차의 바운드만을 보장한다.  $H_\infty$  적응 관측기를 설계하기 위하여 상태변수와 파라미터의 추정 오차에 대한 가중치를 각각  $\delta_1 = \delta_2 = 1$ 로 설정하였고,  $w(t) = 1.1$ ,  $\alpha = 1$ ,  $\Gamma = 1$ 로 설계하였다. 본 논문에서는 식 (24)의 최적화 문제를 풀기 위하여 MATLAB의 Optimization Toolbox의 'fmincon' 명령어를 이용하였다. 설계된 두 관측기의 게인은 다음과 같다.

i) proposed adaptive observer:

$$L = [1.67 \quad 0.83]^T \quad (26)$$

ii) Marino's adaptive observer<sup>(7)</sup>:

$$L = [0.2 \quad -1]^T \quad (27)$$

시뮬레이션 결과를 Fig. 2와 Fig. 3에 나타내었다. Fig. 2는 상태변수 추정 결과이며, Fig. 3은 파라미터 추정 결과이다. 상태변수 추정 결과를 살펴보면 외란이 존재할 때, Fig. 2에서 보여지듯이, 본 논문에서 제시한  $H_\infty$  적응 관측기가 Marino 등이 제안한 안정한 적응 관측기보다 외란의 영향에 덜

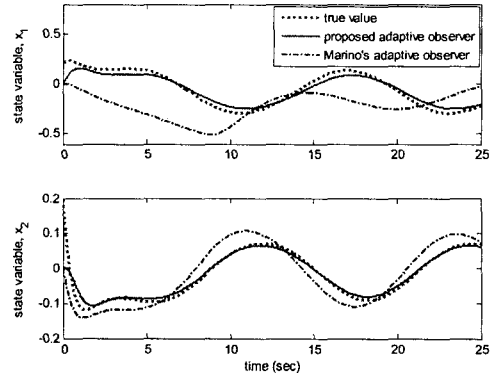


Fig. 2 The results of the state estimation

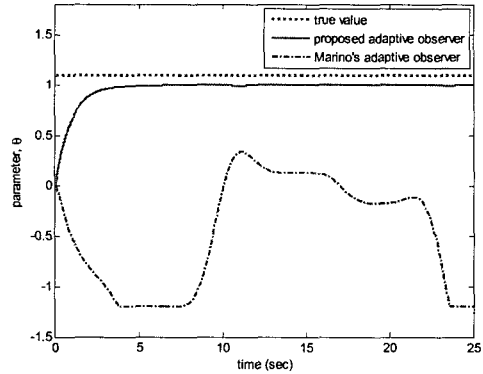


Fig. 3 The results of the parameter estimation

민감하여 상태변수 추정에 있어서 더 좋은 추정 성능을 보여줄 수 있다.

파라미터 추정에 있어서, 본 논문에서 제시한 적응 관측기는 리키지 항을 포함하는 업데이트 식을 이용하기 때문에 추정된 파라미터가 nominal 값으로 수렴하는 특성이 있으며, Marino 등이 제안한 적응 관측기는 프로젝션 기법을 이용하고 있어서 어떤 바운드된 세트 안에 머무는 것을 보장해준다. 이렇게 관측기의 특성이 다르기 때문에, Fig. 3의 파라미터 추정 결과를 보면, 본 논문에서 제안된 관측기는 파라미터가 nominal 값으로 수렴하지만, Marino 등이 제안한 관측기의 경우는 어떤 바운드 내에 머무는 것을 볼 수 있다.

따라서 본 논문에서 제시하는 것처럼 외란이 존재하는 비선형 시스템에 대하여 적응 관측기를 설계할 때에는 외란에 대한 영향을 최소화시키는 방법으로 적응 관측기를 설계하는 것이 필요하며, 그 결과로서 외란에 대한 영향이 상태변수와 파라미터 추정 결과

에서 최소화 될 수 있음을 확인할 수 있다.

적용 관측기를 실제 시스템에 적용여부를 검토하기 위하여 계산 시간을 살펴보면, MATLAB 환경에서 본 논문에서 제안된 적용 관측기의 시뮬레이션 한 루프 당 소요시간이 0.04 ms 미만이 소요되므로 온라인 적용을 하는데 있어서의 문제는 없을 것으로 판단된다.

이러한 적용 관측기는 실제 제어 시스템이 상태변수와 파라미터의 정보를 요구하는 경우에 유용하다. 즉, 일반적으로 적용 관측기의 계산 시간은 미지의 파라미터를 추정하기 위하여 파라미터를 확장된 상태변수로 대체하여 설계되는 확장된 필터보다 적은 계산량과 계산 시간을 요구하기 때문에 실제 적용 시 더 효과적인 방법이라 판단된다.

## 5. 결 론

비선형 시스템에서 외란과 미지의 파라미터가 존재할 때, 상태변수와 파라미터를 추정하기 위하여 강인한 적용 관측기의 설계가 요구되어진다. 그러나 기존의 적용 관측기 설계 방법은 비록 외란이 존재할지라도 관측기의 안정성은 보장시켜주지만, 외란에 대하여 상태변수와 파라미터의 추정 오차의 결과에 대한 민감도 정도를 예측할 수가 없어 결과적으로 추정 오차가 크게 발생할 수 있다. 따라서 본 논문에서는 추정 오차에서 외란에 대한 영향을 줄이기 위하여  $H_\infty$  기법을 강인한 적용 관측기에 적용하였다. 즉, 비선형 시스템으로부터 얻어지는 오차 방정식의 리아프노프 안정성 조건과  $H_\infty$ -norm 을 최소화시키는 최적화 문제를 결합시켜 worst-case 외란에 대한 영향을 최소화시키는 강인한 비선형 적용 관측기를 설계하였다. 또한, 리아프노프 안정성 조건을 LMI(Linear Matrix Inequality) 형태로 변환시켜 최적화 문제에 대한 해를 용이하게 구할 수 있도록 하였다. 따라서, 미지의 파라미터와 외란 등의 불확실 요소를 포함하는 비선형 시스템에 대하여 본 논문에서 제시되는 적용 관측기 설계 방법은 불확실 요소로부터 야기되는 추정 오차에의 영향을 최소화시킴으로서 보다 강인하게 적용 관측기를 설계할 수 있는 방법을 제시하였다.

## 후 기

이 논문은 2004 년도 한국학술진흥재단의 지원에 의하여 연구되었음 (KRF-2004-041-D00051).

## 참고문헌

- (1) Bastin, G. and Gevers, M. R., 1988, "Stable Adaptive Observers for Nonlinear Time-Varying Systems," *IEEE Trans. on Automatic Control*, Vol. 33, No. 7, pp. 650~658.
- (2) Marino, R., 1990, "Adaptive Observers for Single Output Nonlinear Systems," *IEEE Trans. on Automatic Control*, Vol. 35, No. 9, pp. 1054~1058.
- (3) Marino, R. and Tomei, P., 1992, "Global Adaptive Observers for Nonlinear Systems via Filtered Transformations," *IEEE Trans. on Automatic Control*, Vol. 37, No. 8, pp. 1239~1245.
- (4) Cho, Y. M. and Rajamani, R., 1997, "A Systematic Approach to Adaptive Observer Synthesis for Nonlinear Systems," *IEEE Trans. on Automatic Control*, Vol. 42, No. 4, pp. 534~537.
- (5) Besançon, G., 2000, "Remarks on Nonlinear Adaptive Observer Design," *Systems & Control Letters*, Vol. 41, pp. 271~280.
- (6) Jo, N.-H., 2005, "Adaptive Observer Design for Multi-Output Unobservable Nonlinear Systems," *J. of Control, Automation and Systems Engineering*, Vol. 11, No. 4, pp. 271~278.
- (7) Marino, R., Santosuosso, G. L. and Tomei, P., 2001, "Robust Adaptive Observers for Nonlinear Systems with Bounded Disturbances," *IEEE Trans. on Automatic Control*, Vol. 46, No. 6, pp. 967~972.
- (8) Ioannou, P. and Sun, J., 1996, *Robust Adaptive Control*, Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ.
- (9) Vargas, J. A. R. and Hemerly, E. M., 2000, "Nonlinear Adaptive Observer Design for Uncertain Dynamical Systems," *Proc. of the IEEE Conf. on Decision and Control*, pp. 1307~1308.
- (10) Boyd, S., El Ghaoui, L., Feron, E. and Balakrishnan, V., 1994, *Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory*, SIAM (Society for Industrial and Applied mathematics), Philadelphia