

〈 논문 〉

상호결합제어기를 이용한 2 축 서보메커니즘의 최적튜닝

배 호 규* · 정 성 중†

(2006 년 1 월 31 일 접수, 2006 년 7 월 26 일 심사완료)

Optimal Tuning of Biaxial Servomechanisms Using a Cross-coupled Controller

Ho-Kyu Bae and Sung-Chong Chung

Key Words : Contour Error(윤곽오차), Cross-coupled Control(상호결합제어), Integrated Design(통합설계), Kharitonov's Theorem(카리토노브 정리), Optimal Tuning(최적튜닝), Robustness(강인성), Servomechanism(서보계)

Abstract

Precision servomechanisms are widely used in machine tool, semiconductor and flat panel display industries. It is important to improve contouring accuracy in high-precision servomechanisms. In order to improve the contouring accuracy, cross-coupled control systems have been proposed. However, it is very difficult to select the controller parameters because cross-coupled control systems are multivariable, nonlinear and time-varying systems. In this paper, in order to improve contouring accuracy of a biaxial servomechanism, a cross-coupled controller is adopted and an optimal tuning procedure based on an integrated design concept is proposed. Strict mathematical modeling and identification process of a servomechanism are performed. An optimal tuning problem is formulated as a nonlinear constrained optimization problem including the relevant controller parameters of the servomechanism. The objective of the optimal tuning procedure is to minimize both the contour error and the settling time while satisfying constraints such as the relative stability and maximum overshoot conditions, etc. The effectiveness of the proposed optimal tuning procedure is verified through experiments.

기호설명

$C_c(s)$: 상호결합제어기
 C_x, C_y : 상호결합게인, V/V
 e_x, e_y : 각 축의 위치오차, mm
 $P_{x,y}(s)$: 각 축의 위치제어기
 $G_{m_x, m_y}(s)$: 각 축의 기계부 전달함수
 K_{dc} : 상호결합제어기 미분이득, V/V
 K_{dx}, K_{dy} : 각 축 제어기의 미분이득, V/V
 K_{ic} : 상호결합제어기 적분이득, V/V
 K_{ix}, K_{iy} : 각 축 제어기의 적분이득, V/V

K_{pc} : 상호결합제어기 비례이득, V/V
 K_{px}, K_{py} : 각 축 제어기의 비례이득, V/V
 M_x, M_y : 각 축의 최대 오버슈트, %
 $P_{x,y}(s)$: 각 축의 위치제어기
 R : 원형계적의 반지름, mm
 t_{sx}, t_{sy} : 각 축의 정착시간, sec
 t_{sx0}, t_{sy0} : 각 축의 정착시간 초기값, sec
 w_i : 다목적 함수의 가중치, $i=1,2$
 x_0, y_0 : 원형계적의 중심점, mm
 x_c, y_c : 각 축의 지령위치, mm
 x_p, y_p : 각 축의 실제위치, mm
 x_{ss}, y_{ss} : 단위계단입력에 대한 정상상태 응답
 x_u, y_u : 각 축의 속도입력, mm
 ϵ_c : 원형윤곽오차, mm

* 한양대학교 대학원 기계설계학과

† 책임저자, 회원, 한양대학교 기계공학부

E-mail : chung@hanyang.ac.kr

TEL : (02)2220-0444 FAX : (02)2298-4634

- ϵ_f : 선형윤곽오차, mm
 ϵ_{f0} : 선형윤곽오차 초기값, mm
 τ_{dc} : 상호결합제어기 미분 시정수, sec
 τ_{dvo}, τ_{dy} : 각 축 제어기의 미분 시정수, sec
 θ : X 축과 지령궤적 사이의 각, degree

1. 서 론

컴퓨터 수치제어(computer numerical control, CNC) 공작기계, 반도체, 평판디스플레이(flat panel display, FPD), 항공등과 같은 첨단 산업에서는 고속·고정밀의 자동제어 시스템을 요구하고 있다. 이러한 산업의 요구에 부응하기 위해 자동제어 시스템의 핵심기술인 서보계(servomechanism)의 고속·고정밀화에 관한 연구를 수행하는 것은 매우 중요하다. 특히 시스템의 고정밀화를 위해서는 위치결정 정밀도뿐만 아니라 윤곽정밀도(contouring accuracy)의 향상이 중요하다.

현재 산업 현장에서 사용되고 있는 다축 제어시스템은 각 축을 별개로 제어하여 각각의 위치오차(position error)를 줄임으로써, 시스템의 윤곽정밀도를 만족시킨다. 하지만 더욱 정확한 윤곽정밀도를 갖기 위해서는 각 축들의 위치오차와 지정된 경로와의 수직거리로 정의되는 윤곽오차(contour error)가 발생하지 않도록 각 축들의 위치오차 정보를 실시간에 측정하여 보상하는 다축 제어 방법이 필요하다.

이를 위해 윤곽오차를 직접 줄이기 위한 방법으로 상호결합제어(cross-coupled control, CCC) 방식이 고안되었다.⁽¹⁻³⁾ 상호결합제어 시스템의 목적은 각각의 축을 독립적으로 제어하여 추종오차(tracking error)를 줄이기 보다는 두 축을 교차 시키고, 다른 축의 거동을 고려하여 제어함으로써 직접적으로 윤곽오차를 줄이는데 목적을 둔다. 따라서 상호결합제어기가 일반적인 교차되지 않은 제어기 보다 더 좋은 윤곽정밀도를 보여준다.

하지만 상호결합제어기로 이루어진 시스템은 다변수(multivariable), 비선형(nonlinear) 그리고 시변(time-varying) 시스템이기 때문에 제어이득을 선정하는데 어려움이 있다. 특히 제어이득의 튜닝(tuning)과정은 시스템의 성능에 중요한 영향을 끼치기 때문에 매우 중요하다.

기존의 제어기 튜닝은 제어 경험을 바탕으로 제어기의 게인값을 일차적으로 튜닝한 후, 설계자의 경험을 바탕으로 제어이득의 미세튜닝을 수행하는 것이 일반적인 방법으로 알려져 있다.⁽⁴⁾ 이렇게 설계된 서보시스템 및 제어기의 성능은 설계자의 경

험 및 지식에 절대적으로 의존하며, 제어이득의 미세튜닝 과정은 설계자의 경험에 따라 상당한 시간이 요구된다. 그러므로 동일한 제품의 서보시스템이라도 서로 다른 성능을 가질 수 있으며, 무엇보다 서보시스템의 제작 및 제어기 튜닝과정의 자동화가 불가능 하다. 또한 이러한 방법을 포함한 대부분의 제어기 튜닝법은 단일입출력(single-input single-output, SISO) 시스템을 기반으로 개발되었기 때문에 다중입출력(multi-input multi-output, MIMO) 시스템에 적용시키기 곤란하다.

Tamg 등⁽⁵⁾은 윤곽오차를 줄이기 위해 상호결합제어기와 앞먹임 제어기(feedforward controller)를 구성하여 유전알고리즘(genetic algorithm, GA)을 이용한 제어이득의 최적화 선정방법을 수행하였다. 하지만 이 연구에서는 전체 시스템의 모델을 제공하지 못하였고, 상대안정도(relative stability), 응답성, 오버슈트(overshoot) 등의 중요 요소를 고려하지 않았다.

따라서 설계자의 경험에 의존하지 않으며 시스템의 상대안정도와 응답성 등과 같은 성능을 고려한 체계적이고 정확한 제어이득의 튜닝방법이 필요하다. 또한 지금까지 연구되어 왔던 단일입출력뿐 아니라 상호결합제어 시스템과 같은 다중입출력 시스템에 적용 가능한 제어이득의 최적화 선정방법이 요구된다.

본 논문에서는 다축 제어시스템의 윤곽정밀도를 향상시키기 위해 상호결합제어 시스템을 구성하고, 통합설계(integrated design) 방법론⁽⁶⁻¹⁰⁾에 근거한 최적튜닝(optimal tuning)에 관한 연구를 수행한다. 제어대상 시스템인 기계부 모델을 시스템 규명법⁽¹¹⁾을 이용하여 규명하고, 기계부를 포함한 전체 시스템의 수학적 모델을 수립한다. 시스템의 모델을 바탕으로 윤곽오차와 정착시간(settling time)을 최소화하면서 시스템의 상대안정도와 오버슈트 등의 중요 요소를 고려한 비선형 최적튜닝 문제를 정식화 한다. x-y 테이블을 대상으로 원형 및 코너운동 실험을 수행함으로써 최적튜닝 과정을 검증한다.

2. 상호결합제어 시스템

2.1 윤곽오차 계산

상호결합제어기를 구성하기 위해서는 기준위치와 실제위치와의 법선 방향의 차로 정의되는 윤곽오차에 대한 정확한 계산이 요구된다.⁽³⁾ 윤곽오차의 계산식은 선형운동과 원형운동에 따라 다르게 표현된다. Fig. 1 과 Fig. 2 는 선형운동과 원형운동을 각각 나타낸다.

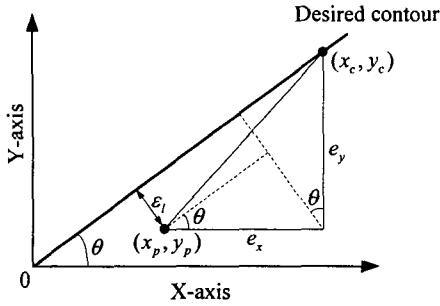


Fig. 1 Error model for a linear contour

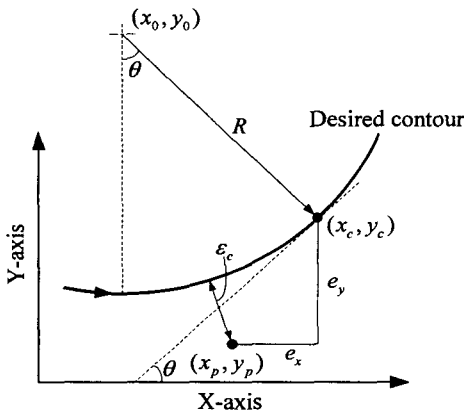


Fig. 2 Error model for a Circular contour

선형운동을 하는 경우의 윤곽오차는 Fig. 1 에서 보여진 관계로부터 다음과 같이 계산된다.

$$\epsilon_l = -e_x \sin \theta + e_y \cos \theta \quad (1)$$

여기서 θ 는 X축과 지령궤적 사이의 각이다.

원형운동을 하는 경우의 윤곽오차는 Fig. 2 로부터 식 (2)와 같이 계산되고, 실제위치(x_p, y_p)는 식 (3)과 같이 계산된다.

$$\epsilon_c = \sqrt{(x_p - x_0)^2 + (y_p - y_0)^2} - R \quad (2)$$

$$x_p = x_c - e_x = R \sin \theta + x_0 - e_x \quad (3)$$

$$y_p = y_c - e_y = -R \cos \theta + y_0 - e_y$$

식 (2)에 식 (3)을 대입하면 윤곽오차는 다음과 같이 정리된다.

$$\epsilon_c = \sqrt{(R \sin \theta - e_x)^2 + (-R \cos \theta - e_y)^2} - R \quad (4)$$

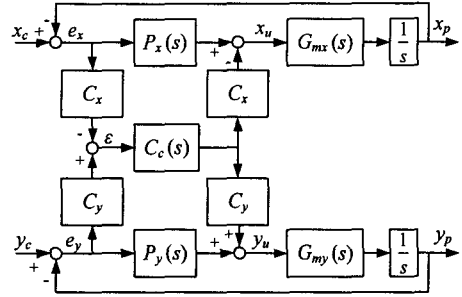


Fig. 3 Block diagram of the cross-coupled control system

식 (4)를 단순화시키기 위해, 원형궤적의 반지름이 윤곽오차보다 매우 크다고 가정하면 윤곽오차는 다음 식과 같이 결정된다.

$$\epsilon_c = -e_x \left(\sin \theta - \frac{e_x}{2R} \right) + e_y \left(\cos \theta + \frac{e_y}{2R} \right) \quad (5)$$

여기서 θ 는 X 축과 실제위치의 순간접선 사이의 각이다.

2.2 상호결합제어 시스템의 구축

윤곽오차를 줄이기 위해 구축한 상호결합제어 시스템을 Fig. 3 에 나타내었다. 각 축에 구성된 위치제어기 P_x, P_y 와 상호결합제어기 C_x, C_y 는 PID 제어기로 구성되었고 식 (6)과 식 (7)에 각각 정의된다

$$P_{x,y}(s) = K_{px,py} + K_{ix,iy} \frac{1}{s} + \frac{K_{dx,dy}s}{\tau_{dx,dy}s + 1} \quad (6)$$

$$C_c(s) = K_{pc} + K_{ic} \frac{1}{s} + \frac{K_{dc}s}{\tau_{dc}s + 1} \quad (7)$$

기계부 전달함수인 G_{mx}, G_{my} 는 속도제어기를 포함하고, 상호결합게인(cross-coupling gain) C_x, C_y 는 지령궤적에 따라 값이 변하게 된다. 선형운동을 하는 시스템과 원형운동을 하는 시스템의 상호결합게인은 윤곽오차의 계산식에 의해 식 (8), 식 (9)와 같이 각각 정의된다.

$$C_x = \sin \theta, \quad C_y = \cos \theta \quad (8)$$

$$C_x = \sin \theta - \frac{e_x}{2R}, \quad C_y = \cos \theta + \frac{e_y}{2R} \quad (9)$$

3. 서보계 모델링

3.1 기계부 모델 규명

구축된 상호결합제어 시스템의 안정도 해석과 최적튜닝을 수행하기 위해 전체 시스템의 수학적 모델을 수립해야 한다. 이를 위해서는 속도제어기를 포함하고 있는 기계부 모델의 규명(identification)이 선행되어야 한다.

고속 서보계의 경우 제어주기가 일반적인 기계 시스템에 비해 짧기 때문에 동특성의 정확한 규명이 어렵다. 또한 서보계에 존재하는 비선형 특성에 의해 규명작업에 사용되는 입력신호에 왜곡이 발생하기 때문에 시스템 규명작업의 정밀도를 저하시킨다. 따라서 본 논문에서는 서보계의 기계부에 존재하는 여러 비선형 요소들이 시스템 규명작업에 미치는 영향을 최소화하기 위해 새롭게 고안된 입력신호와,⁽¹¹⁾ 특정한 주파수 영역(저주파 영역)에 가중치를 부여할 수 있는 가중 최소화법을 사용하여 선형요소를 규명한다.⁽¹²⁾ 시스템 규명은 1msec의 샘플링 주기와 함께 x-y 테이블을 대상으로 수행하였다. AC 서보모터, 볼나사(ball-screw) 그리고 1 μ m의 분해능을 갖는 동산제너스의 JSS1L-300mm 리니어인코더(linear encoder)로 구성된 x-y 테이블을 Fig. 4에 보인다. 최적튜닝을 효과적으로 수행하기 위해 기계부 모델 $G_{mx}(s)$, $G_{my}(s)$ 을 식 (10)과 같이 1차로 정의하였으며 MATLAB⁽¹³⁾을 사용하여 시스템 규명작업을 수행한다.

$$G_{m_{x,y}}(s) = \frac{n_{x,y}}{s + m_{x,y}} \quad (10)$$

규명된 기계부 모델의 주파수 응답곡선을 Fig. 5에 나타내었다. Fig. 5에서 알 수 있듯이 고주파 영역에서는 다소의 근사오차(misfit)가 존재하지만,

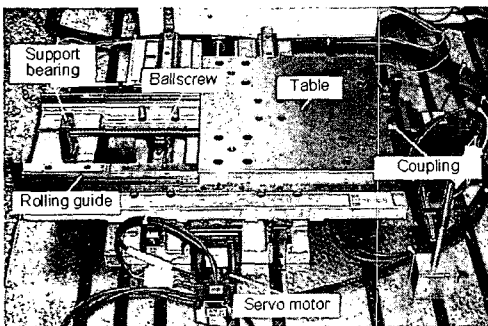


Fig. 4 Configuration of the x-y table

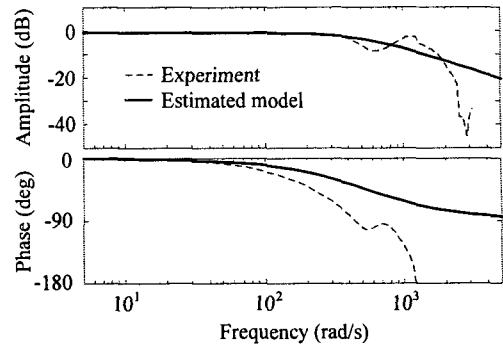


Fig. 5 Frequency response plots of the mechanical subsystem model

본 논문에서 관심을 가지고 있는 저주파 영역에서는 실제 모델과 잘 일치하고 있다. 따라서 최적튜닝을 위한 기계요소의 모델은 신뢰성 있게 수립된다.

3.2 상호결합제어 시스템의 수학적 모델링

상호결합제어 시스템에서 원형운동을 수행하게 되면 일반적으로 식 (9)의 상호결합계인을 적용한다. 하지만 식 (9)의 상호결합계인은 선형운동을 하는 식 (8)의 상호결합계인과는 달리 시변, 비선형의 특성을 갖기 때문에 최적튜닝을 수행하기 위해 필요한 수학적 모델을 수립하는 것이 매우 어렵다. 따라서 본 논문에서는 시스템의 수학적 모델을 수립하기 위해 다음과 같은 가정을 고려한다

- 가정 1) 모든 곡선은 매우 작은 직선의 연속으로 변환될 수 있기 때문에 원형운동 대신 다각형운동을 수행한다.
- 가정 2) 고정된 임의의 θ 에서 최적으로 튜닝된 파라미터들은 θ 의 전 범위에서 최적의 성능을 나타낸다.

위의 가정을 적용하면, 원형운동을 하는 상호결합제어 시스템에 선형운동을 하는 식 (8)의 상호결합계인의 적용이 가능하게 된다. 따라서 기계부를 포함한 전체 시스템의 수학적 모델을 선형운동에 근거하여 다중입출력 시스템에 적합한 상태공간방정식(state space equation)으로 수립할 수 있다. 수립된 상태공간방정식은 다음 식과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}_c \mathbf{x} + \mathbf{B}_c \mathbf{u} \\ \mathbf{y} &= \mathbf{C}_c \mathbf{x} \end{aligned} \quad (11)$$

여기서,

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ x_7 \\ x_8 \\ x_9 \\ x_{10} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_p \\ \dot{x}_1 + a_4 x_1 \\ \dot{x}_2 + a_3 x_1 + b_3 x_6 - c_3 u_1 - d_3 u_2 \\ \dot{x}_3 + a_2 x_1 + b_2 x_6 - c_2 u_1 - d_2 u_2 \\ \dot{x}_4 + a_1 x_1 + b_1 x_6 - c_1 u_1 - d_1 u_2 \\ y_p \\ \dot{x}_6 + e_4 x_6 \\ \dot{x}_7 + f_3 x_1 + e_3 x_6 - h_3 u_1 - g_3 u_2 \\ \dot{x}_8 + f_2 x_1 + e_2 x_6 - h_2 u_1 - g_2 u_2 \\ \dot{x}_9 + f_1 x_1 + e_1 x_6 - h_1 u_1 - g_1 u_2 \end{bmatrix}, \mathbf{u} = \begin{bmatrix} x_c \\ y_c \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A}_c = \begin{bmatrix} -a_4 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -a_3 & 0 & 1 & 0 & 0 & -b_3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -a_2 & 0 & 0 & 1 & 0 & -b_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -a_1 & 0 & 0 & 0 & 1 & -b_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -a_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -b_0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -e_4 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -f_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & -e_3 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -f_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & -e_2 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -f_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -e_1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -f_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -e_0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B}_c = \begin{bmatrix} 0 & c_3 & c_2 & c_1 & c_0 & 0 & h_3 & h_2 & h_1 & h_0 \\ 0 & d_3 & d_2 & d_1 & d_0 & 0 & g_3 & g_2 & g_1 & g_0 \end{bmatrix}^T$$

$$\mathbf{C}_c = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$a_0 = \frac{n_x \{K_{ix} + K_{ic}(1 - \cos^2 \theta)\}}{\tau_{dx} \tau_{dc}}$$

$$\vdots$$

$$a_4 = m_x + \frac{\tau_{dx} + \tau_{dc}}{\tau_{dx} \tau_{dc}}$$

$$b_0 = d_0 = -\frac{n_x K_{ic} \sin \theta \cos \theta}{\tau_{dx} \tau_{dc}}$$

$$\vdots$$

$$b_3 = d_3 = -\frac{n_x (K_{pc} \tau_{dc} + K_{dc}) \sin \theta \cos \theta}{\tau_{dc}}$$

$$c_0 = \frac{n_x \{K_{ix} + K_{ic}(1 - \cos^2 \theta)\}}{\tau_{dx} \tau_{dc}}$$

$$\vdots$$

$$c_3 = \frac{n_x \{\tau_{dc} (K_{px} \tau_{dx} + K_{dx}) + \tau_{dx} (K_{pc} \tau_{dc} + K_{dc})(1 - \cos^2 \theta)\}}{\tau_{dx} \tau_{dc}}$$

$$e_0 = \frac{n_y (K_{iy} + K_{ic} \cos^2 \theta)}{\tau_{dy} \tau_{dc}}$$

$$\vdots$$

$$e_4 = m_y + \frac{\tau_{dy} + \tau_{dc}}{\tau_{dy} \tau_{dc}}$$

$$f_0 = h_0 = -\frac{n_y K_{ic} \sin \theta \cos \theta}{\tau_{dy} \tau_{dc}}$$

$$\vdots$$

$$f_3 = h_3 = -\frac{n_y (K_{pc} \tau_{dc} + K_{dc}) \sin \theta \cos \theta}{\tau_{dc}}$$

$$g_0 = \frac{n_y (K_{iy} + K_{ic} \cos^2 \theta)}{\tau_{dy} \tau_{dc}}$$

$$\vdots$$

$$g_3 = \frac{n_y \{\tau_{dc} (K_{py} \tau_{dy} + K_{dy}) + \tau_{dy} (K_{pc} \tau_{dc} + K_{dc}) \cos^2 \theta\}}{\tau_{dy} \tau_{dc}}$$

4. 안정도 해석

설계된 시스템이 최적의 성능을 나타내도록 제어이득을 튜닝하기 위해서는 시스템의 안정성을 반드시 고려해야만 한다. 특히 상호결합제어 시스템은 이동경로가 바뀔에 따라 θ 가 바뀌게 되어 식 (8)의 상호결합제어인 \mathbf{A} 가 변하게 된다. 또한 기계부 모델을 규명하는 과정에 있어서 모델링 오차 및 불확실성(uncertainty)이 존재하게 된다. 이러한 계인 값의 변화와 불확실성이 시스템에 존재하더라도 전체 시스템의 안정도를 만족시키기 위해 상대안정도를 고려한다. 본 논문에서는 상태공간방정식으로 수립된 시스템의 상대안정도를 고려하기 위해 다음에 기술된 카리토노브 정리(Kharitonov's theorem)⁽¹⁴⁾를 적용한다.

전체 시스템의 모델 식 (11)로부터 다음과 같은 특성방정식이 얻어진다.

$$P(s, \mathbf{q}) = \det(s\mathbf{I} - \mathbf{A}_c) = s^{10} + \alpha_9(\mathbf{q})s^9 + \alpha_8(\mathbf{q})s^8 + \dots + \alpha_0(\mathbf{q}) \quad (12)$$

여기서,

$$\alpha_0(\mathbf{q}) = a_0 e_0 - f_0 b_0$$

$$\alpha_1(\mathbf{q}) = a_0 e_1 + a_1 e_0 - f_0 b_1 - f_1 b_0$$

$$\alpha_2(\mathbf{q}) = a_0 e_2 + a_1 e_1 + a_2 e_0 - f_0 b_2 - f_1 b_1 - f_2 b_0$$

$$\alpha_3(\mathbf{q}) = a_0 e_3 + a_1 e_2 + a_2 e_1 + a_3 e_0 - f_0 b_3 - f_1 b_2 - f_2 b_1 - f_3 b_0$$

$$\alpha_4(\mathbf{q}) = a_0 e_4 + a_1 e_3 + a_2 e_2 + a_3 e_1 + a_4 e_0 - f_1 b_3 - f_2 b_2 - f_3 b_1$$

$$\alpha_5(\mathbf{q}) = a_0 + a_1 e_4 + a_2 e_3 + a_3 e_2 + a_4 e_1 + e_0 - f_2 b_3 - f_3 b_2$$

$$\alpha_6(\mathbf{q}) = a_1 + a_2 e_4 + a_3 e_3 + a_4 e_2 + e_1 - f_3 b_3$$

$$\alpha_7(\mathbf{q}) = a_2 + a_3 e_4 + a_4 e_3 + e_2$$

$$\alpha_8(\mathbf{q}) = a_3 + a_4 e_4 + e_3$$

$$\alpha_9(\mathbf{q}) = a_4 + e_4$$

특성방정식은 식 (13)에 정의된 불확실한 파라미터(parameter)들을 갖는다.

$$\mathbf{q} = [n_x, m_x, n_y, m_y, \theta]^T \quad (13)$$

여기서,

$$\theta \in [0^\circ; 90^\circ], n_i \in [n_i^-, n_i^+], m_i \in [m_i^-, m_i^+], i = x, y$$

불확실한 파라미터 \mathbf{q} 를 포함하는 시스템의 안정도를 결정하기 위해 식 (12)로부터 카리토노브 다항식(Kharitonov polynomial)으로 정의된 식 (14)와 같은 4 개의 방정식이 얻어진다.

$$\begin{aligned} P^{++}(s, \mathbf{q}) &= s^{10} + \alpha_9^+ s^9 + \alpha_8^+ s^8 + \alpha_7^- s^7 + \dots + \alpha_0^- \\ P^{--}(s, \mathbf{q}) &= s^{10} + \alpha_9^- s^9 + \alpha_8^- s^8 + \alpha_7^+ s^7 + \dots + \alpha_0^+ \\ P^{+-}(s, \mathbf{q}) &= s^{10} + \alpha_9^+ s^9 + \alpha_8^- s^8 + \alpha_7^+ s^7 + \dots + \alpha_0^- \\ P^{-+}(s, \mathbf{q}) &= s^{10} + \alpha_9^- s^9 + \alpha_8^+ s^8 + \alpha_7^- s^7 + \dots + \alpha_0^+ \end{aligned} \quad (14)$$

여기서, $\alpha_i^+ = \max \alpha_i(\mathbf{q}), \alpha_i^- = \min \alpha_i(\mathbf{q}), i = 1 \sim 9$

식 (14)에 정의된 카리토노브 다항식들의 근이 모두 음의 값을 갖는다면 시스템에 불확실성이 존재하더라도 안정성이 보장된다.⁽¹⁴⁾

5. 최적튜닝의 정식화

5.1 최적튜닝의 목적 및 고려사항

본 논문에서 고려한 최적튜닝의 목적은 설계된 서보계가 여러 성능조건과 제한조건들을 만족하면서 빠른 응답성과 윤곽정밀도를 향상시키기 위함이다. 따라서 식 (1)에서 정의된 윤곽오차와 식 (15)에 정의한 정착시간의 최소화가 최적튜닝의 다목적 함수(multi-objective function)로 고려된다.

$$\begin{aligned} t_{sx} &= \{t : x_p(t) = 0.98x_{ss}\} \\ t_{sy} &= \{t : y_p(t) = 0.98y_{ss}\} \end{aligned} \quad (15)$$

또한 최적화 과정 중에 발생할 수 있는 설계변수의 발산 및 유효숫자 등과 관련된 계산오차를 최소화하기 위해 식 (16)과 같이 다목적 함수의 각 항을 무차원 변수로 변환하여 최적튜닝 과정에 사용한다.

$$F_n(\mathbf{x}) = w_1 \varepsilon_1^n + w_2 t_s^n \quad (16)$$

여기서, $\varepsilon_1^n = \frac{\varepsilon_{1i}}{\varepsilon_{10}}$, $t_s^n = \frac{t_{sx} + t_{sy}}{t_{sx0} + t_{sy0}}$

Table 1 Constraints for optimal tuning

Description	Constraints
Relative stability	$g_1 : s_i^{++} < 0$
	$s_i^{++} = \{s : P^{++}(s) = 0\}, i = 1 \sim 10$
	$g_2 : s_i^{--} < 0$
	$s_i^{--} = \{s : P^{--}(s) = 0\}, i = 1 \sim 10$
	$g_3 : s_i^{+-} < 0$
	$s_i^{+-} = \{s : P^{+-}(s) = 0\}, i = 1 \sim 10$
Maximum overshoot	$g_4 : s_i^{-+} < 0$
	$s_i^{-+} = \{s : P^{-+}(s) = 0\}, i = 1 \sim 10$
	$g_5 : M_x(\theta) < 0\%, \text{ where } \theta = 85^\circ$
	$g_6 : M_y(\theta) < 0\%, \text{ where } \theta = 5^\circ$

시스템의 강인성(robustness)을 보장하기 위해 앞에서 기술한 카리토노브 다항식과 함께 식(17)에서 정의한 최대 오버슈트가 제한조건으로 고려된다.

$$\begin{aligned} M_x &= \frac{\max \{x_p(t)\} - x_{ss}}{x_{ss}} \times 100\% \\ M_y &= \frac{\max \{y_p(t)\} - y_{ss}}{y_{ss}} \times 100\% \end{aligned} \quad (17)$$

설계된 상호결합제어 시스템은 이동경로에 따라 θ 값이 다르므로 그에 대한 오버슈트 역시 다른 결과를 보인다. θ 가 0° 에 가까워질수록 Y 축의 오버슈트가 증가하고 반대로 90° 에 가까워질수록 X 축의 오버슈트가 증가한다. 따라서 본 논문에서는 5° 에서 Y 축의 최대 오버슈트를 제한조건으로 두고, 85° 에서 X 축의 최대 오버슈트를 제한조건으로 고려한다. 최적튜닝 시 고려되어야 할 제한조건들을 Table 1에 나타내었다.

5.2 통합설계의 정식화

최적튜닝을 위한 설계변수로서 모든 제어기의 파라미터인 $K_{px}, K_{dx}, K_{ix}, K_{py}, K_{dy}, K_{iy}, K_{pc}, K_{dc}, K_{ic}$ 를 선정한다. 서보계의 수학적 모델과 성능평가 함수들로부터 최적튜닝 문제는 식 (18)과 같은 일반화된 비선형 최적화 문제로 정식화 할 수 있다.⁽⁶⁻¹⁰⁾

Table 2 Operating conditions for optimal tuning

Description		Values (Unit)
Feedrate		3 (m/min)
Plant uncertainty		±7 (%)
θ		45 (degree)
Weighting factors	w_1	0.5
	w_2	0.5
Mechanical subsystem parameters	m_x	701
	n_x	613.4
	m_y	534.5
	n_y	488.3
Time constants	τ_{dx}	0.01 (sec)
	τ_{dy}	0.01 (sec)
	τ_{dc}	0.01 (sec)

Minimize

$$F_n(\mathbf{x}) = w_1 \varepsilon_i^n + w_2 t_s^n$$

subjected to (18)

$$g_i(\mathbf{x}) \leq 0, \quad i = 1 \sim 6$$

$$x_j^L \leq x_j \leq x_j^U, \quad j = 1 \sim 9$$

$$\mathbf{x} = [K_{px}, K_{dx}, K_{ix}, K_{py}, K_{dy}, K_{iy}, K_{pc}, K_{dc}, K_{ic}]$$

6. 최적튜닝 결과 및 모의실험

6.1 최적튜닝의 수행 및 결과

본 논문에서는 제한조건이 있는 비선형 최적화 문제에 적합한 SQP(Sequential Quadratic Programming) 알고리즘⁽¹⁵⁾과 MATLAB⁽¹⁶⁾을 사용하여 식(18)로 표현된 최적화 문제의 해를 도출하였다. SQP 알고리즘은 Lagrangian 함수의 Hessian 을 이용하여 비선형 함수를 이차 근사화(quadratic approximation)하여 최적해를 도출한다.

3.1 절에서 규명한 x-y 테이블의 파라미터가 ±7%의 불확실한 범위가 존재한다고 가정하고, X 축과 Z 방향 사이의 각이 45°인 선형운동에 대하여 최적튜닝을 수행한다. 최적튜닝을 수행하기 위한 초기값으로는 상호결합제어기를 사용하지 않고 X 축과 Y 축의 제어이득을 시행착오법으로 튜닝한 값을 사용한다. 이와 같은 최적튜닝을 위한 조건들과 초기값을 Table 2 와 Table 3 에 각각 나타내었다.

Table 3 Optimal tuning results: design variables

Design variable	Unit	Initial design (uncoupled)	Optimal tuning
$x_1(K_{px})$	V/V	140.000	135.43000
$x_2(K_{dx})$	V/V	0.100	0.14559
$x_3(K_{ix})$	V/V	0.100	0.09222
$x_4(K_{py})$	V/V	130.000	135.21000
$x_5(K_{dy})$	V/V	0.100	0.07940
$x_6(K_{iy})$	V/V	0.100	0.32086
$x_7(K_{pc})$	V/V	0.000	82.77675
$x_8(K_{dc})$	V/V	0.000	0.5106
$x_9(K_{ic})$	V/V	0.000	0.00051

Table 4 Optimal tuning results: system performance

Performance index	Unit	Initial design (uncoupled)	Optimal tuning
Max. ε_i	mm	0.0138	0.0008
t_{sx}	sec	0.025	0.026
t_{sy}	sec	0.025	0.024
$s_i^{++}, i = 1 \sim 10$	-	$s_i^{++} < 0$	$s_i^{++} < 0$
$s_i^{--}, i = 1 \sim 10$	-	$s_i^{--} < 0$	$s_i^{--} < 0$
$s_i^+, i = 1 \sim 10$	-	$s_i^+ < 0$	$s_i^+ < 0$
$s_i^-, i = 1 \sim 10$	-	$s_i^- < 0$	$s_i^- < 0$
$M_x(\theta)$	%	0 ($\theta = 85^\circ$)	0 ($\theta = 85^\circ$)
$M_y(\theta)$	%	0 ($\theta = 5^\circ$)	0 ($\theta = 5^\circ$)

최적튜닝 과정으로부터 획득한 설계변수와 시스템 성능함수는 Table 3 과 Table 4 에 나타내었으며, 시행착오법으로 튜닝된 초기조건의 성능과 비교한다. 최적튜닝을 수행한 후의 결과를 살펴보면, 제한조건으로 고려된 상대안정도 및 오버슈트가 모두 만족되었으며 윤곽오차가 초기설계에 비해 94%정도 감소하여 윤곽정밀도가 향상되었음을 알 수 있다. 다만 시스템의 응답성으로 고려된 정착시간이 초기성능과 차이가 없는 이유는 초기값으로 설정된 제어이득이 상대적으로 높았기 때문이다.

6.2 모의실험

최적튜닝 과정으로부터 획득한 제어이득을 사용하여 모의실험을 수행한다. 모의실험을 수행하기 위한 조건은 최적튜닝 과정과 동일한 조건을 적용한다. 또한 시스템의 강인성(robustness)을 확인하기 위해 각 축의 기계부 파라미터에 ±7%의 변화를 주어 원형운동을 수행한다. X 축과 Y 축의 파라

미터를 동일하게 -7% 변화시킨 경우(case A : $m_x=651.9, n_x=570.5, m_y=497.1, n_y=454.1$)와 X 축과 Y 축의 파라미터를 서로 다른 방향으로 변화시킨 경우(case B : $m_x=701.1, n_x=570.5, m_y=534.5, n_y=454.1$)에 대하여 모의실험을 수행한다. 선형운동에서 튜닝된 결과를 원형운동으로 적용시키기 위해, 3.2 절에서 가정하였듯이 50mm의 반경을 갖는 1024 각형으로 원형운동을 수행한다.

규명된 기계부 파라미터를 사용하여 모의실험을 수행한 결과는 Fig. 6에 나타내었다. 초기값이 적용된 시스템의 윤곽오차는 17 μ m이었지만, 최적튜닝의 이득 값을 적용한 결과는 1 μ m 이하로 감소되어 최적튜닝 과정에서 보여준 성능과 거의 동일한 결과를 보였다. Fig. 7은 각 축의 기계부 파라미터에 $\pm 7\%$ 의 변화를 주고 모의실험한 결과를 나타낸다. X 축과 Y 축의 파라미터가 같은 비율과 방향으로 변화된 경우(case A)는 규명된 파라미터를 적용한 시스템과 동일한 윤곽정밀도를 나타내었지만, X 축과 Y 축의 파라미터가 다른 방향으로 변화된 경우(case B)는 윤곽오차가 발생하였다. 하지만 이

경우 역시 초기성능보다는 향상된 윤곽정밀도를 나타낸다. 그리고 두 경우의 결과 값으로부터 시스템의 안정도가 보장되었음을 확인할 수 있다.

이러한 결과들은 최적튜닝 기법의 정확성과 우수성에 대한 가능성을 제시해 주었고, ‘고정된 임의의 θ 에서 최적으로 튜닝된 파라미터들은 θ 의 전 범위에서 최적의 성능을 나타낸다’는 3.2 절의 가정을 증명해 주었다. 또한 가정된 범위 내의 불확실한 파라미터가 있더라도 시스템의 안정성이 만족됨을 증명해 주었다.

7. 실험 결과

7.1 규명된 시스템의 경우

최적튜닝 기법의 우수성과 실효성을 검증하기 위해 3.1 절에서 규명한 x-y 테이블을 대상으로 성능평가 실험을 수행한다. 상호결합제어기와 되먹임 제어기 등은 C 언어를 이용하여 구현하며, MATLAB⁽¹⁷⁾의 Simulink와 실시간 제어환경을 제공하는 xPc-target을 사용하여 성능평가 실험을 수행한다. 최적튜닝 결과를 적용한 시스템의 성능을 시행착오법으로 튜닝한 상호결합제어 시스템과 상호결합제어기를 사용하지 않은 시스템의 성능과 비교하여 최적튜닝 결과의 우수성을 증명한다. 상호결합제어기를 사용하지 않은 시스템의 제어이득은 최적튜닝 과정에 적용한 Table 3의 초기값을 사용한다. 시행착오법으로 튜닝한 상호결합제어 시스템은 상호결합제어기를 사용하지 않은 시스템에 $K_{pc}=200, K_{dc}=0.5, K_{ic}=0.5$ 의 값을 사용한다.

원형 및 코너운동의 실험결과를 Fig. 8과 Fig. 9에 나타내었다. 원형운동 결과를 살펴보면, 상호결합제어기를 사용하지 않은 시스템의 경우 17 μ m의 윤곽오차를 나타내었고, 시행착오법으로 튜닝된 상호결합제어기를 사용한 경우 8 μ m으로 윤곽 오차가 감소되어 상호결합제어기의 효과를 살펴볼 수 있었다. 하지만 최적튜닝 결과를 적용한 시스템의 경우 2 μ m까지 윤곽오차가 감소되어 상호결합제어기를 사용하지 않은 시스템보다 88%, 시행착오법으로 튜닝된 상호결합제어 시스템보다 75% 감소한 우수한 성능을 나타내었다. 또한 정지마찰력과 백래쉬(backlash)로 인해 발생하는 상한절환오차(quadrant glitches) 역시 각각 20 μ m, 12 μ m, 12 μ m으로 최적튜닝의 효과를 증명하여 준다. 이러한 원형운동을 수행한 결과들은 선형운동을 대상으로 최적튜닝한 결과값이 원형운동에도 적용될 수 있음을 증명하여 준다.

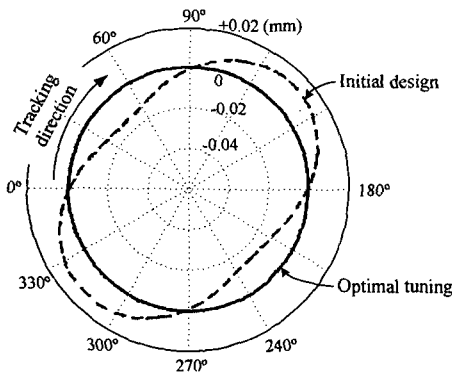


Fig. 6 Simulation results of the circular motion (identified mechanical subsystem)

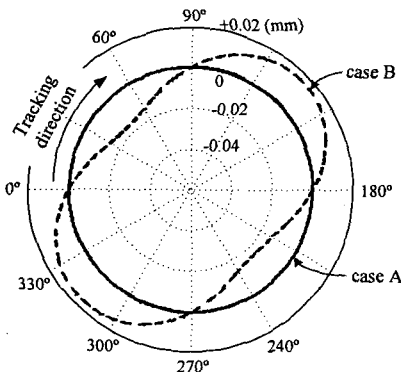


Fig. 7 Simulation results according to the variation of parameters

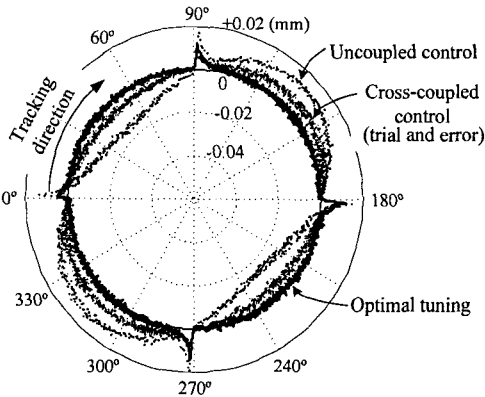


Fig. 8 Experimental results of the circular motion (identified mechanical subsystem)

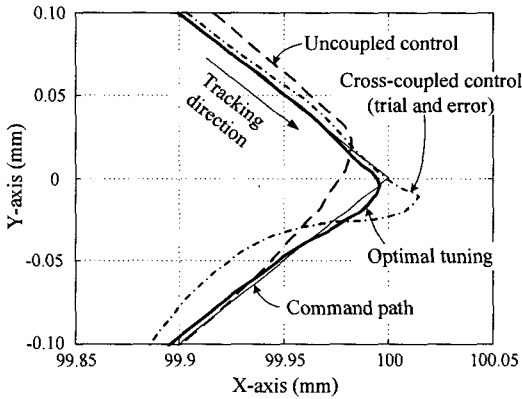
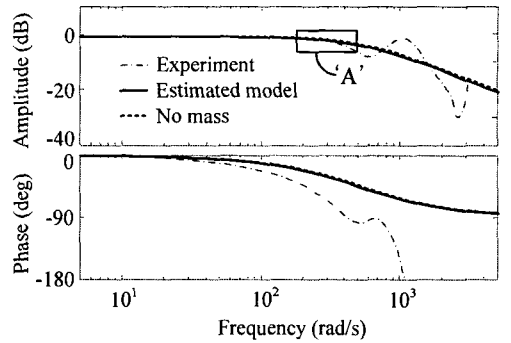


Fig. 9 Experimental results of the corner motion (identified mechanical subsystem)

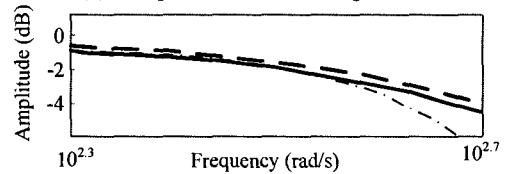
Fig. 9의 코너운동 결과를 살펴보면, 상호결합제어를 사용하지 않은 시스템은 코너에서 완만한 곡선을 그리며 큰 윤곽오차를 나타내었고, 시행착오법으로 튜닝된 상호결합제어 시스템은 코너에서 과도한 오버슈트를 발생하였다. 하지만 최적튜닝 결과를 적용한 시스템의 경우 과도한 오버슈트가 발생되지 않으면서 윤곽오차까지 감소시키는 우수한 성능을 보여준다.

7.2 기계부 파라미터에 변동성이 있는 경우

시스템의 강인성을 확인하기 위해 x-y 테이블 위에 7kg의 질량을 추가하여 실험을 수행하였다. 7kg의 질량이 추가된 x-y 테이블을 3.1절과 같이 규명하였고, 규명된 결과($m_x=669.4$, $n_x=574.9$, $m_y=506.3$, $n_y=454.3$)는 기계부 파라미터가 4.5% ~ 7% 변화된 값을 보인다. 규명된 기계부 모델의 주파수 응답곡선을 Fig. 10에 나타내었다. 질량이 추가된 x-y 테이블을 대상으로 최적튜닝 결과를 적용하여 원형 및 코너운동을 수행한다.



(a) Comparisons of Bode diagrams



(b) Magnification of 'A'

Fig. 10 Frequency response plots of the mechanical subsystem model (mass addition : 7kg)

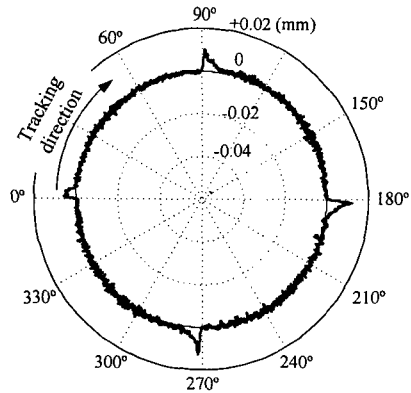


Fig. 11 Experimental results of the circular motion (mass addition : 7kg)

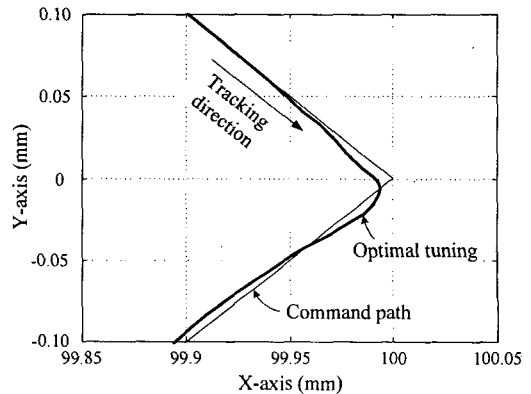


Fig. 12 Experimental results of the corner motion (mass addition : 7kg)

Fig. 11 과 Fig. 12 의 실험결과는 기계부에 질량을 추가하여 기계부 파라미터가 변화하였음에도 시스템의 안정도가 만족되었음을 보여준다. 또한 X 축과 Y 축의 파라미터가 비슷한 비율로 동일하게 감소하였기 때문에 윤곽오차의 경우 질량이 추가되지 않은 시스템과 거의 동일한 결과를 보였다.

이러한 결과들은 최적튜닝 결과에서 제시된 성능함수 및 모의실험 결과와 일치함을 확인시켜 주었고, 최적튜닝기법의 우수성과 실효성을 증명하여 주었다.

8. 결론

본 논문에서는 서보계의 응답성과 윤곽정밀도를 향상시키기 위하여 상호결합제어기를 이용하여 시스템을 구성하였고, 통합설계 방법론에 근거한 최적튜닝 기법을 제안하였다. 또한 제안된 최적튜닝 기법을 실험적으로 검증하기 위해 x-y 테이블을 대상으로 성능평가 실험을 수행하였다. 본 논문의 주요 결과는 다음과 같다.

(1) 시스템 규명법을 사용하여 서보계 기계요소의 모델을 규명하였고, 기계부를 포함한 상호결합 제어 시스템의 수학적 모델을 선형운동에 근거하여 상태공간 방정식으로 수립하였다.

(2) 카리토노브 정리를 이용하여 불확실한 파라미터를 포함한 서보계의 안정도를 해석하였다.

(3) 상대안정도와 오버슈트 등의 성능조건 및 제한조건을 만족하면서 윤곽오차와 정착시간을 최소화하는 최적튜닝문제를 정식화 하였다.

(4) 성능실험의 수행결과 최적튜닝 결과를 적용한 시스템의 윤곽오차가 상호결합제어기를 사용하지 않은 시스템보다 88%, 시행착오법으로 튜닝된 상호결합제어 시스템보다 75% 감소하였고, 코너에서도 좋은 윤곽정밀도를 나타내었다.

(5) 제안된 최적튜닝 기법은 선형운동뿐 아니라 모든 운동에 적용이 가능함을 실험을 통해 증명하였다.

(6) 불확실한 파라미터를 적용한 모의실험과 x-y 테이블 위에 7kg 의 질량을 추가하여 수행한 실험을 통해 최적튜닝된 시스템의 강인성을 증명하였다.

참고문헌

(1) Koren, Y., 1980, "Cross-Coupled Biaxial Computer

Control for Manufacturing Systems," *ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, Vol. 102, No. 4, pp. 265~272.

(2) Srinivasan, K. and Kulkarni, P. K., 1990, "Cross-Coupled Control of Biaxial Feed Drive Servomechanisms," *ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, Vol. 112, No. 4, pp. 225~232.

(3) Koren, Y. and Lo, C. C., 1991, "Variable-Gain Cross-Coupling Controller for Contouring," *Annals of the CIRP*, Vol. 40, No. 1, pp. 371~374.

(4) Ziegler, J. G. and Nichols, N. B., 1942, "Optimum Setting for Automatic Controllers," *ASME Transaction*, Vol. 64, pp. 759~768.

(5) Tarn, Y. S., Chuang, H. Y. and Hsu, W. T., 1997, "An Optimisation Approach to the Contour Error Control of CNC Machine Tools Using Genetic Algorithms," *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, Vol. 13, pp. 359~366.

(6) Kim, M. S. and Chung, S. C., 2005, "A Systematic Approach to Design High-Performance Feed Drive Systems," *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, Vol. 45, pp. 1421~1435.

(7) Kim, M. S., and Chung, S. C., 2003, "Integrated Design of High-speed Feed Drive Systems," *Trans. of KSME(A)*, Vol. 27, No. 12, pp. 2028~2038 (in Korean).

(8) Kim, M. S., and Chung, S. C., 2004, "Integrated Design of Feed Drive Systems using Discrete 2-D.O.F. Controllers (I)," *Trans. of KSME(A)*, Vol. 28, No. 7, pp. 1029~1037 (in Korean).

(9) Kim, M. S., and Chung, S. C., 2004, "Integrated Design of Feed Drive Systems using Discrete 2-D.O.F. Controllers (II)," *Trans. of KSME(A)*, Vol. 28, No. 7, pp. 1038~1046 (in Korean).

(10) Kim, M. S., and Chung, S. C., 2005, "Integrated Design of servomechanisms using a Disturbance Observer," *Trans. of KSME(A)*, Vol. 29, No. 4, pp. 591~599 (in Korean).

(11) Kim, M. S. and Chung, S. C., 2003, "Identification of Nonlinear Characteristics for Precision Servomechanism," *Proceedings of the ASPE 2003 Annual Meeting*, pp. 191~194.

(12) Ljung, L., 1999, *System Identification-Theory for the User*, Prentice Hall PTR, New Jersey, pp. 79~246.

(13) *MATLAB System Identification Toolbox User Guide*, 2000, Mathworks, Inc.

(14) Ackermann, J., Bartlett, A., Kaesbauer, D., Sienel, W. and Steinhauser, R., 1993, *Robust Control : Systems with Uncertain Physical Parameters*, Springer-Verlag, English, pp. 124~134.

(15) Arora, J. S., 1989, *Introduction to Optimum Design*, McGraw-Hill, Inc., Singapore.

(16) *MATLAB Optimization Toolbox User Guide*, 2000, Mathworks, Inc.

(17) *MATLAB Simulink User Guide*, 2000, Mathworks, Inc.