

〈 논문 〉

## 동하중을 받는 구조물의 동적특성에 관한 설계 관점에서의 고찰

이현아\* · 김용일\* · 강병수\*\* · 김주성\*\*\* · 박경진 †  
(2006년 1월 13일 접수, 2006년 7월 24일 심사완료)

### An Investigation of Dynamic Characteristics of Structures Subjected to Dynamic Load from the Viewpoint of Design

Hyun-Ah Lee, Yong-Il Kim, Byung-Soo Kang, Joo-Sung Kim and Gyung-Jin Park

**Key Words :** Dynamic Load(동하중), Static Load(정하중), Natural Frequency(고유진동수), Modal Analysis(모드해석), Homogeneous Solution(일반해), Particular Solution(특수해), Equivalent Static Load Method(등가정하중법), Dynamic Response Optimization (동적반응최적설계)

#### Abstract

All the loads in the real world are dynamic loads and structural optimization under dynamic loads is very difficult. Thus the dynamic loads are often transformed to static loads by dynamic factors, which are believed equivalent to the dynamic loads. However, due to the difference of load characteristics, there can be considerable differences between the results from static and dynamic analyses. When the natural frequency of a structure is high, the dynamic analysis result is similar to that of static analysis due to the small inertia effect on the behavior of the structure. However, if the natural frequency of the structure is low, the inertia effect should not be ignored. Then, the behavior of the dynamic system is different from that of the static system. The difference of the two cases can be explained from the relationship between the homogeneous and the particular solutions of the differential equation that governs the behavior of the structure. Through various examples, the difference between the dynamic analysis and the static analysis are shown. Also dynamic response optimization results are compared with the results with static loads transformed from dynamic loads by dynamic factors, which show the necessity of the design considering dynamic loads.

#### 1. 서론

구조물에 작용하는 하중은 대개 동하중이다. 그러나 해석의 편리함과 시간, 경제성 등의 이점 때문에 구조물을 정적해석하는 경우가 많다. 많은 경우에 동하중에서 정하중을 산출할 때에 동적

계수(dynamic factor)를 사용한다.<sup>(1)</sup> 이 때에 사용되는 동적계수는 경험이나 설계지침서, 실험 등에 의해서 결정된다.<sup>(1-5)</sup> 일반적으로 동적계수에 의하여 계산된 정하중은 동하중이 작용하는 방향과 동일한 방향으로 적용되는 경우가 대부분이다. 이 방법은 때로는 성공적일 수도 때로는 그렇지 않을 수도 있다.<sup>(1)</sup> 최우석 등은 동하중을 정하중으로 변환하기 위해 사용되는 동적계수를 사용하는 방법이 적절하지 않은 경우가 있음을 지적하였다.<sup>(6)</sup> 박기중 등은 구조물에서 동적해석과 정적해석의 최대응력이 나타나는 위치가 달라질 수 있기 때문에, 동하중이 가해지는 구조물은 동적반응최적화를 수행해야 한다고 하였다.<sup>(7)</sup>

† 책임저자, 회원, 한양대학교 기계경영정보공학부  
E-mail : gjpark@hanyang.ac.kr  
TEL : (031)400-5246 FAX : (031)407-0755

\* 한양대학교 대학원 기계설계학과

\*\* Altair Engineering, USA

\*\*\* 현대자동차

그럼에도 현장에서는 동적계수를 사용하여 동하중을 적절하게 정하중으로 변환한 후, 그 정하중을 사용하여 설계를 성공적으로 수행한 예들을 접할 수 있다. 여기서 다음과 같은 의문이 생긴다. 어떤 경우에 동적계수를 이용하여 만든 정하중으로도 설계가 가능한가? 또 어떤 경우에 동적반응 최적화 기법을 반드시 사용해야 하는가? 이 질문에 답하기 위해 이 연구에서는 가진주파수와 구조물의 고유진동수 사이의 관계를 주목할 것이다. 이를 위해 동하중을 받는 구조물의 평형방정식인 이계상미분방정식의 해를 다시 고찰하고, 고찰 결과를 바탕으로 논의를 더 진행한다.

2. 질량과 강성에 따른 구조물의 거동

Fig. 1은 2자유도 질량-스프링계이다. 동하중은 오른쪽 질량에 가해진다. Fig. 2의 왼쪽 그림들에서 변위  $x_2$ 에 대한 질량의 영향을 볼 수 있다. 질량이 작아질 수록 변위 개형이 하중 개형과 비슷하게 된다. Fig. 2의 오른쪽 그림들에서는 강성의 효과를 볼 수 있다. 강성이 커질 수록 변위 개형이 하중 개형과 비슷해진다.

한편, Fig. 3은 Fig. 2(f)와 같은 조건에서 다중하중조건(multiple loading condition)으로 정적해석을 한 결과이다. 이 때의 다중하중은 Fig. 1의 동하중을 시간에 따라 40개의 정하중으로 나눈 것이다. 예를 들면, Fig. 1에서 1초에서의 동하중이 100N이라면, 다중하중들 중에서 10번째 정하중이 100N이다. 그리고 그 힘에 의한 정적해석 결과는 Fig. 3에서 약 0.2mm가 된다. Fig. 2와 Fig. 1의 동하중 개형을 비교하면,  $k/m$ 의 비가 커질 수록 전체적인 개형이 비슷해지는 것을 볼 수 있다. 또한 Fig. 3과 Fig. 2(c) 및 Fig. 2(f)도 최대값의 수치를 제외하고는 서로 비슷한 개형인 것을 볼 수 있다. 간단히 말하면, 고유진동수가 큰 경우에 최대치를 제외하면 동적해석에서 얻은 변위 개형이 정적해석에서 얻은 변위 개형과 매우 유사하다. 따라서 이 2자유도계의 고유진동수가 상대적으로 크고 변위와 관련된 성능이 설계대상일 경우에는, 정적해석과 적절한 동적계수로 동하중이 가해지는 2자유도계를 설계할 수 있다.

3. 평형방정식의 해 고찰

$n$  자유도 자유도의 비감쇠계가 동하중을 받을 경우의 평형방정식은 다음과 같다.

$$M\ddot{x} + Kx = f \tag{1}$$

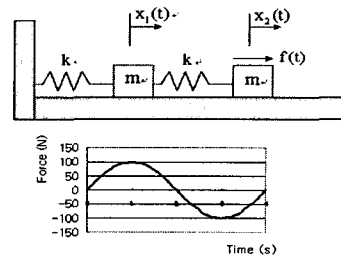


Fig. 1 A 2 DOF spring-mass system and an applied dynamic load

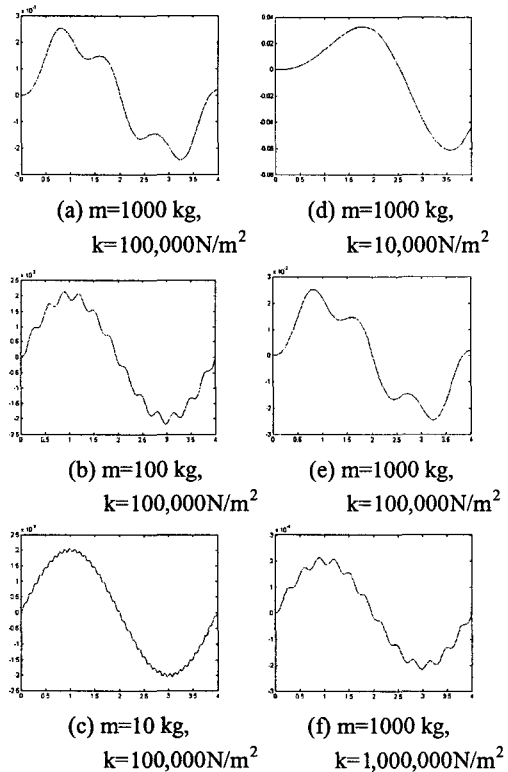


Fig. 2 The mass and stiffness effects on behaviors of the system

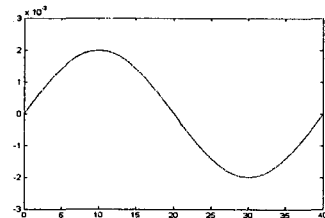


Fig. 3 The results of static analysis with multiple load conditions when  $k=100,000\text{N/m}^2$  in Fig. 1

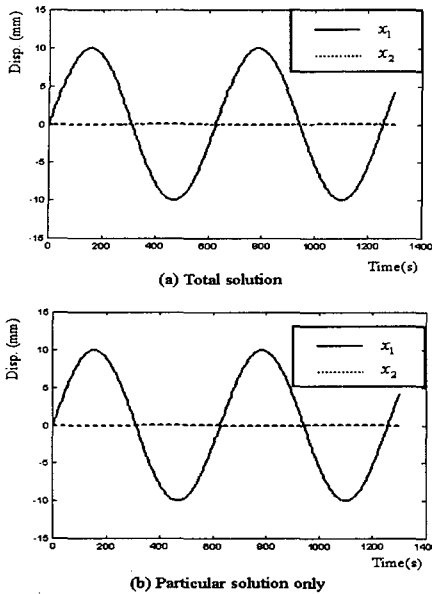


Fig. 4 The total solution and particular solution where the particular solution is dominant

여기서  $\mathbf{K}$ 는  $n \times n$  강성행렬,  $\mathbf{M}$ 은  $n \times n$  질량행렬,  $\mathbf{x}$ 는  $n \times 1$  변위벡터,  $\mathbf{f}$ 는  $n \times 1$  동하중벡터이다. 모드중첩법을 사용하여 식 (1)을 다시 쓰면 다음과 같다.<sup>(8)</sup>

$$\ddot{z}_i + \omega_i^2 z_i = q_{ji} f_j \quad (2)$$

여기서  $\omega_i$ 는  $i$ 번째 고유진동수,  $q_{ij}$ 는 정규모드행렬이다.  $x$ 와  $z$ 의 관계는 다음과 같다.

$$x_i = q_{ij} z_j \quad (3)$$

이제 다음의 동하중을  $i$ 번째 자유도에 가한다고 하자.

$$f_i = p_i \sin(\omega_f^f t) \quad (4)$$

여기서  $\omega_f^f$ 는  $i$ 번째 자유도에 가해지는 하중의 가진주파수이다. 식 (4)를 식 (2)에 대입하여  $i$ 번째 자유도에 대해 다음의 방정식을 얻는다.

$$\ddot{z}_i + \omega_i^2 z_i = q_{ji} p_j \sin(\omega_f^f t), \quad j=1, \dots, n \quad (5)$$

초기조건을 모두 0이라고 하면 식 (5)의 해는 다음과 같다.

$$x_k = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{q_{ki} q_{ji} p_j}{\omega_i^2 - \omega_f^f{}^2} \left( \sin(\omega_f^f t) - \frac{\omega_f^f}{\omega_i} \sin(\omega_i t) \right) \quad (6)$$

식 (6)에서  $\sin(\omega_f^f t)$  항은 특수해(particular solution)

에서,  $\frac{\omega_f^f}{\omega_i} \sin(\omega_i t)$  항은 일반해(homogeneous solution)에서 온 항이다.<sup>(9)</sup> 대개 비제차선형미분방정식(non-homogeneous linear differential equation)에서 특수해는 외부하중이 구조물에 미치는 영향을 나타낸다. 제차선형미분방정식의 일반해는 그 구조물의 고유한 특성을 나타내는 경향이 있다.

식 (6)에서 고유진동수가 가진주파수보다 월등히 높을 때 즉,  $\frac{\omega_f^f}{\omega_i} \ll 1$  일 때에는 구조물의 거동에서 특수해가 주도적인 역할을 하게 됨을 알 수 있다. 그 예가 Fig. 4에 있다. Fig. 4는 Fig. 1의 왼쪽 질량에 조화가진했을 경우의 변위이다. 가진주파수가 매우 작기 때문에 전체 해에서 특수해가 차지하는 비중이 거의 대부분이다. 이 경우,  $\frac{\omega_f^f}{\omega_i} \sin(\omega_i t)$  항이  $\sin(\omega_f^f t)$  항에 비해 무시할 수 있을 정도로 작기 때문에 식 (6)을 다음과 같이 근사화할 수 있다.

$$x_k \approx \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{q_{ki} q_{ji} p_j}{\omega_i^2} \sin(\omega_f^f t) \quad (7)$$

그런데 식 (7)의 변위는 하중인  $p_j \sin(\omega_f^f t)$ 에 의해 직접적으로 제어됨을 알 수 있다. 이는 식 (7)의 동하중에 의한 변위 개형이 하중개형과 닮은꼴이라는 뜻이다. 이로써  $k/m$  비가 높을 경우 Fig. 1의 하중개형과 Fig. 2의 과도응답해석의 변위개형이 왜 닮은 꼴이 되는지를 설명할 수 있다.

한 가지 더 유의할 것은 식 (7)은  $p_i \sin(\omega_f^f t)_{i=t^*}$ 의 정하중이 가해지는 구조물의 정적변위

$$\mathbf{x} = \mathbf{K}^{-1} \mathbf{f} \quad (8a)$$

$$\mathbf{f} = \left\{ p_j \sin(\omega_f^f t)_{j=t^*} \right\} \quad (8b)$$

와 같다는 점이다. 즉, 식 (7)과 식 (8)은 같은 표현으로, 고유진동수가 가진주파수에 비해 매우 높으면 그 구조물은 정적계(static system)이 된다는 것을 말하고 있다.<sup>(1,10)</sup> 식 (7)과 식 (8)로부터,

$\frac{\omega_f^f}{\omega_i} \ll 1$  이면 비록 동하중이 가해지더라도 동적 해석 대신 정적해석으로 변위를 구해도 무방하다는 것을 알 수 있다. Fig. 3과 Fig. 2(c)가 그 좋은

에이다. 두 개의 변위 개형은 거의 같다. 또 설계과정 동안  $\frac{\omega_j^f}{\omega_i} \ll 1$ 의 조건이 계속 유지된다면, 정적해석에서 얻은 변위를 바탕으로 동하중을 받는 구조물을 설계할 수도 있다.

그러나 고유진동수가 가진주파수보다 현저하게 작을 때 즉,  $\frac{\omega_j^f}{\omega_i} \gg 1$  일 때에는 일반해(homogeneous solution)가 전체 해에서 주된 역할을 한다. 따라서 이 경우에는 전체해가  $\frac{\omega_j^f}{\omega_i} \ll 1$  일

때 만큼 하중의 영향을 받지 않는다. 때문에 정적해석으로 동하중의 가해지는 구조물의 변위를 예측하는 것이 쉽지 않다. 또 고유진동수가 가진주파수보다 그리 크지 않거나 그리 작지 않은 경우에는 어떻게 해야 할까? 아직까지 이 경우에 대한 정형적인 대처법은 잘 알려지지 않았다. 따라서 고유진동수가 가진주파수보다 현저하게 작지 않다면, 과도응답해석에 기반한 동적반응최적화 기법을 직접 사용하는 것이 안전하다.

#### 4. 동적반응최적화 기법으로서의 등가정하중법

등가정하중법(Equivalent Static Load method)는 동적반응최적화 기법들 중의 하나로서, 잘 발달된 정적반응최적화 기법을 반복적으로 사용한다. 이 논문에서의 동적반응최적화는 등가정하중법을 이용할 것이다. 아래는 이 방법의 알고리즘이다.

- 1)  $p=0$ , 설계변수  $\mathbf{b}_p = \mathbf{b}_0$ 으로 초기화한다.
- 2)  $\mathbf{b}_p$ 로 식 (1)의 과도응답해석을 수행한다.
- 3) 시간축을 따라 다음과 같이 등가정하중을 계산한다.

$$\mathbf{f}_{eq}^u = \mathbf{K}(\mathbf{b}_p) \mathbf{y}^u \quad u=1, \dots, q \quad (9)$$

여기서  $q$ 는 시절점(time grid points)의 수이다. 따라서 등가정하중  $\mathbf{f}_{eq}$ 의 수는  $q$ 개이다.  $\mathbf{y}^u$  과  $\mathbf{f}_{eq}^u$ 는 각각  $u$ 번째 시절점에서 과도응답해석을 통해 얻은 변위와 그에 따른 등가정하중이다.

- 4) 다음의 정적반응최적화 문제를 푼다.

$$\text{Find } \mathbf{b}_{p+1} \quad (10a)$$

$$\text{to minimize } f(\mathbf{b}_{p+1}) \quad (10b)$$

$$\mathbf{K}(\mathbf{b}_{p+1}) \mathbf{z}_u = \mathbf{f}_{eq}^u \quad u=1, \dots, q \quad (10c)$$

$$g_{ju}(\mathbf{b}_{p+1}, \mathbf{z}_u) \leq 0 \quad u=1, \dots, q \quad j=1, \dots, m \quad (10d)$$

여기서  $f$ 는 목적함수,  $g_{ju}$ 는  $u$ 번째 시절점에서 정의된  $j$ 번째 부등제한조건,  $m$ 은 부등제한조건의 수,  $\mathbf{z}_u$ 는  $u$ 번째 시절점에서 얻은 등가정하중에 의한 정적변위이다.

- 5) 다음의 수렴조건을 점검한다.

$$\frac{\|\mathbf{b}_{p+1} - \mathbf{b}_p\|}{\|\mathbf{b}_p\|} \leq \varepsilon$$

여기서  $\varepsilon$ 는 충분히 작은 양의 수이다.

- 6) 수렴하였으면 멈추고, 그렇지 않다면  $p=p+1$ 한 후 단계 2로 간다.

Fig. 5는 이 방법의 대략적인 흐름을 그림으로 나타낸 것이다. 등가정하중법을 비롯한 다른 동적반응최적화 기법에 대한 자세한 사항은 참고문헌에서 볼 수 있다.<sup>(11-14)</sup>

#### 5. 수치실험을 통한 고찰

##### 5.1 가진주파수/고유진동수 비와 최대응력 발생 지점 사이의 관계

이 수치실험은 가진주파수/고유진동수 비가 변함에 따라 과도응답해석의 최대응력이 일어나는 지점과 정적 해석의 최대응력이 일어나는 지점이 달라지는지를 확인하려는 것이다. Fig. 6은 11번째 트러스 구조물이다. 하중은 2, 4, 6번 절점에서 30 kN이 Fig. 6의 아래와 같은 개형으로 작용한다. 이 때에 가해지는 가진주파수는 62.8rad/sec이다. 정하중에 의해 최대응력이 발생하는 부재는 1번과 11번이다.

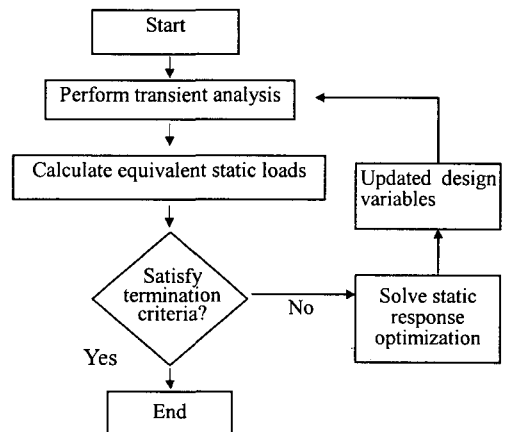


Fig. 5 A dynamic response optimization process using the equivalent static loads, which is a sort of sequential static response optimization

이제 고정된 가진주파수에 대해 고유진동수가 구조물의 거동에 미치는 영향을 알아보자. 이를 위해 가진주파수보다 매우 작은 고유진동수를 갖는 구조물과 매우 큰 고유진동수를 갖는 구조물을 비교하였다. 먼저 가진주파수에 비하여 매우 작은 10.51 rad/sec의 1차 고유진동수를 갖는 구조물이다. 이 경우 정적해석과 달리 6번 부재에서 최대응력이 발생한다. 이와 반대로 가진주파수에 비하여 매우 큰 89.32 rad/sec의 1차 고유진동수를 갖는 구조물에서는 정적해석과 같이 1번과 11번 부재에서 최대응력이 발생한다.

이런 경향은 가진주파수 자체가 높아도 같다. 앞의 가진주파수의 10배가 되는 628.3 rad/sec의 가진주파수로 구조물에 힘을 가할 때를 살펴본다. 첫번째 비교 대상은 105.12 rad/sec의 1차 고유진동수를 갖는 구조물이다. 이 경우 6번 부재에서 최대응력이 발생한다. 그러나 가진주파수보다 매우 큰 893.21 rad/sec의 고유진동수를 가지는 경우에는 정적해석과 같이 1번과 11번 부재에서 최대응력이 발생하였다.

Table 1은 위의 실험결과를 다시 정리한 것이다. Table 1에 의하면 고유진동수가 가진주파수보다 현저히 크지 않으면, 고유진동수가 아무리 커더라도 과도응답해석과 정적해석에서의 응력이 나타나는 위치가 서로 전혀 달라질 수 있다는 점을 알 수 있다.

더불어 고유진동수가 가진주파수보다 매우 큰 경우에는 비록 동하중을 받더라도 그 구조물은 정적계(static system)인 것처럼 거동하는 것도 명확하다. 이 경우에는 정적해석을 통해 최대응력이 일어나는 지점과 값을 예측한 후, 적절한 동적계수를 사용하여 구조물을 설계할 수 있다. 식 (6) 및 이어지는 일련의 논의들이 이러한 결론을 뒷받침한다.

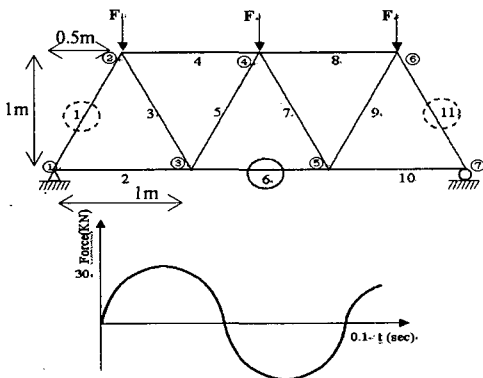


Fig. 6 An eleven bar truss and the applied dynamic loads

Table 1 The member where the maximum stress is developed with respect to the relationship between frequency of applied load and the first natural frequency of the 11 member truss structure

Frequency of applied load (rad/sec)	62.83		628.3		Static analysis
The first natural frequency (rad/sec)	10.51	89.32	105.12	893.21	
The member where the maximum stress is developed	6	1, 11	6	1, 11	1, 11

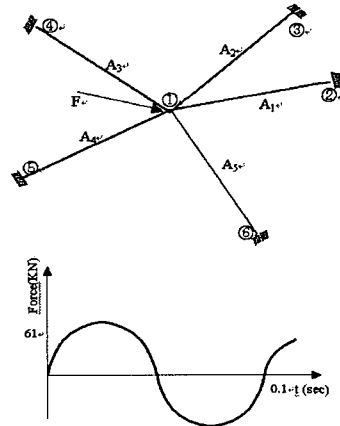


Fig. 7 A five bar truss and the applied dynamic load for the size optimization

Table 2 The optimum values of the five bar truss with higher natural frequency

	Weight (kg)	A <sub>1</sub> (mm <sup>2</sup> )	A <sub>2</sub> (mm <sup>2</sup> )	A <sub>3</sub> (mm <sup>2</sup> )	A <sub>4</sub> (mm <sup>2</sup> )	A <sub>5</sub> (mm <sup>2</sup> )
Initial	2.796	400.0	400.0	400.0	400.0	400.0
Dynamic factor	1.968	831.2	40.0	473.1	40.0	40.0
E. S. L	1.295	589.4	40.0	220.3	40.0	40.0

Table 3 The optimum values of the five bar truss with lower natural frequency

	Weight (kg)	A <sub>1</sub> (mm <sup>2</sup> )	A <sub>2</sub> (mm <sup>2</sup> )	A <sub>3</sub> (mm <sup>2</sup> )	A <sub>4</sub> (mm <sup>2</sup> )	A <sub>5</sub> (mm <sup>2</sup> )
Initial	2.796	400.0	400.0	400.0	400.0	400.0
Dynamic factor	1.968	831.2	40.0	473.1	40.0	40.0
E. S. L	2.670	354.3	351.6	376.3	231.1	348.4

5.2 가진주파수/고유진동수 비와 최대응력 발생 지점 사이의 관계

Fig. 7은 5부재 트러스 구조물의 하중조건 및 구속조건과 가해지는 동하중의 개형을 나타낸다. 가진주파수는 62.8rad/sec이다. 최적화의 정식화는 다음과 같다.

$$\text{Find cross sectional areas } A_1, A_2, A_3, A_4, A_5 \quad (11a)$$

$$\text{to minimize weight} \quad (11b)$$

$$\text{subject to } |\sigma_i| < 50\text{MPa} \quad i=1, \dots, 5 \quad (11c)$$

이 문제는 두 가지 방법으로 푼다. 한 방법은 동적계수를 이용한 정적반응최적화이고 나머지 한 방법은 등가정하중법을 이용한 동적반응최적화이다. 정적반응최적화에 사용한 동적계수는 2이다. 이 두 방법으로 각각 고유진동수가 큰 경우와 작은 경우에 대해 식 (11)의 문제를 푼다.

먼저 구조물의 고유진동수가 가진주파수보다 매우 큰 경우로 1차 고유진동수가 89.04rad/sec이다. 이 경우 동적계수를 사용한 최적화에서 1번 부재가 가장 두껍게 설계된다. 그리고 동적반응최적화를 이용한 최적화도 역시 1번 부재가 가장 두껍게 설계된다. 또한 전체적인 설계 경향에서도 단면적 값의 순서가 서로 일치한다. 결과는 Table 2에 있다.

이어서 구조물의 고유진동수가 가진주파수에 비하여 매우 작은 경우로, 1차 고유진동수가 12.67 rad/sec이다. 이 경우 동적계수를 사용한 최적화는 첫번째 경우와 같이 1번 부재가 가장 두껍게 설계된다. 반면 동적반응최적화의 결과에서는 3번 부재가 가장 두껍게 설계된다. 그리고 전체적인 설계경향도 많은 차이를 보인다. 예를 들면 동적계수를 사용한 최적화에서는 2번 부재의 면적이 하한값이 되어야 하지만, 동적반응최적화 결과에 의하면 이 부재는 상당히 큰 면적을 가져야만 한다.

위의 수치실험을 통해 고유진동수가 가진주파수보다 충분히 낮은 경우에는 구조물의 동적인 특성을 감안한 설계가 이루어져야 하며, 그렇지 않을 경우 그 구조물은 안전하지 않을 수 있다는 것을 알 수 있다. 또 고유진동수가 가진주파수에 비해 상대적으로 큰 경우에는 동적계수를 이용한 정적반응최적화 결과가 동적반응최적화 결과와 비슷한 설계경향을 보인다는 것도 확인할 수 있다.

5.3 동적반응최적화기법과 동적계수와 정적반응 최적화기법을 각각 이용한 연결봉의 형상 최적화

이 문제는 박기종 등이 등가정하중법으로 형상 최적화(shape optimization)한 연결봉(connecting rod)

이다.<sup>(7)</sup> 이들은 과도응답해석에서의 최대응력지점과 정적해석의 최대응력지점이 다른 경우가 있기 때문에, 구조물에 동하중이 가해지는 경우에는 과도응답해석에 기반을 둔 동적반응최적화를 수행해야한다고 주장한다. 그러나 이들의 연구에서는 어떤 조건에서 과도응답해석에서의 최대응력지점과 정적해석의 최대응력지점이 다른지를 적시하지 않았다. 지금까지 이 논문에서 논의한 바에 의하면 고유주파수와 가진주파수 사이 관계가 그 조건을 규정하는 핵심이다. 더 구체적으로 말하자면, 가진주파수가 고유진동수보다 현저히 클 때, 과도응답해석에서의 최대응력지점과 정적해석의 최대응력지점이 달라질 것으로 예상된다.

Fig. 8은 연결봉의 구속조건과 하중조건, 그리고 가해지는 하중의 개형을 나타내고 있다. 가진주파수는 62.8rad/sec이다. 첫번째는 구조물의 고유진동수가 가진주파수보다 매우 큰 경우로 그 1차 고유진동수가 94.75rad/sec이다. 이 경우 최대응력은 하중의 작용 절점 주변에서 발생하는 것을 알 수 있다. 이것은 정적해석과 같은 결과이다. 두번째는 구조물의 고유진동수가 가진주파수보다 매우 작은 경우로 1차 고유진동수가 3.0rad/sec이다. 이 경우는 첫번째의 결과와 달리 고정된 구멍 주변에서 최대 응력이 발생한다. 이는 지금까지의 논의로 미루어 보아 이미 짐작한 바이다.

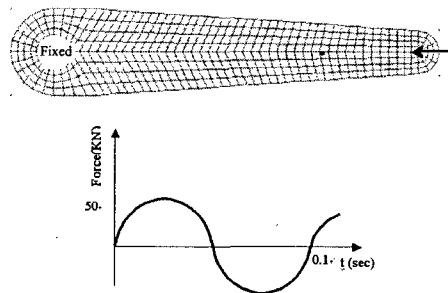


Fig. 8 A connecting rod and the applied dynamic load

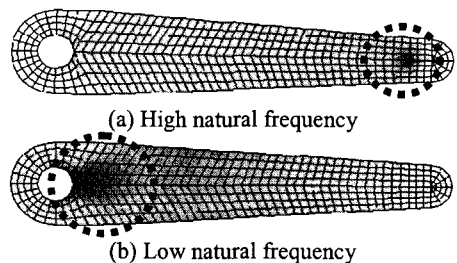


Fig. 9 The locations of the maximum stress with the corresponding natural frequency

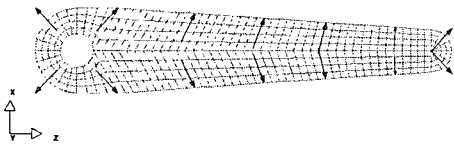
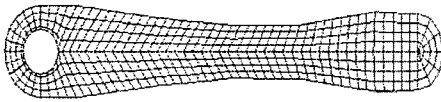
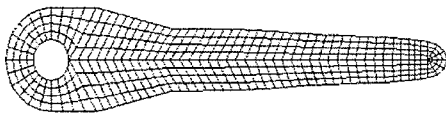


Fig. 10 Design variables for the shape optimization of the connecting rod



(a) High natural frequency



(b) Low natural frequency

Fig. 11 Results of optimization of the connecting rod using the equivalent static load method with the high and low natural frequency

Fig. 9는 구조물의 고유진동수가 가진주파수에 비하여 매우 큰 경우와 작은 경우 최대응력이 발생하는 위치를 나타낸다. 동적반응최적화를 이용하여 형상최적화를 수행하기 위한 설계변수가 Fig. 10에 있고, 문제의 정식화는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} &\text{Find design variables} && (12a) \\ &\text{to minimize weight} && (12b) \\ &\text{subject to } |\sigma_{\max}| < 250\text{MPa} && (12c) \end{aligned}$$

형상최적화 결과는 Fig. 11에 있다. Fig. 11(a)와 같이 고유진동수가 높은 경우에는 힘을 가한 쪽이 가장 넓게 설계되었다. 이는 동적계수를 이용한 정적반응최적화의 결과와도 유사한 결과이다. 그러나 Fig. 11(b)와 같이 고유진동수가 가진주파수에 비해 낮은 경우에는 다른 형상을 얻는다. 이 수치실험 결과로부터 고유진동수가 가진 주파수에 비해 낮은 경우에는 동적반응최적화를 시도하는 것이 안전하다는 것을 확인할 수 있다. 그리고 고유진동수가 가진주파수에 비해 높은 경우에는 적절한동적계수를 사용한 정적반응최적화가 경제적인 대안이 될 수 있는 것도 확인할 수 있다.

## 6. 결론

동적반응최적화 대신 동적계수를 이용한 정적반응최적화를 이용하여 구조물을 설계하는 것이 현장에서 흔히 있는 일이다. 그러나 동적계수를 이

용한 정적반응최적화를 사용하여 얻은 설계결과가 항상 안전하다는 보장이 없기 때문에, 이 방법이 항상 사용될 수 있는 것은 아니다. 따라서 어떤 경우에 동적계수를 사용한 정적반응최적화를 시도할 수 있는지, 어떤 경우에 반드시 동적반응최적화를 사용해야 하는지에 대한 기준을 세우는 것이 중요하다. 이 논문은 그 기준을 세우기 위한 핵심 척도를 제안하였다. 또 그 과정에서 구조물의 고유진동수가 가진주파수보다 매우 높으면 그 구조물은 마치 정적계(static system)처럼 거동한다는 것을 해석적으로 밝혔다.

제한한 척도는 구조물의 고유진동수와 가진주파수 사이의 관계이다. 구조물의 고유진동수가 가진주파수보다 매우 클 경우에는 적당한 동적계수와 함께 정적반응최적화를 사용할 수 있다. 그러나 그 외의 경우에는 동적반응최적화를 사용하는 것이 안전하다.

한편, 구조물이 매우 단단한 경우 대개 고유진동수가 높기 때문에, 구조물이 매우 단단하면 적당한 동적계수와 함께 정적반응최적화를 사용할 수 있다고 할 수 있다. 그러나 그렇지 않을 수도 있다. 구조물이 아무리 단단하더라도 그 고유진동수보다 더 큰 가진주파수의 하중이 가해지면 그 구조물은 동적계(dynamic system)의 특성을 나타낸다. 그 반대의 경우는 아주 무른 구조물에 적용된다.

이 연구에서는 동적반응최적화와 동적계수를 사용한 정적반응최적화를 각각 사용할 수 있는 대략적인 기준만을 제안하였을 뿐, 정량적인 기준을 명확하게 제안하지는 못하였다. 따라서 고유진동수와 가진주파수 사이의 관계를 좀더 정량적으로 설정하기 위한 연구가 진행되어야 한다.

## 후기

이 연구는 미공군연구소와 한국과학재단 지정 최적설계신기술연구센터의 협력을 통하여 수행되었습니다.

## 참고문헌

- (1) Kang, B.S., Choi, W.S. and Park, G.J., 2000, "Structural Optimization under Equivalent Static Loads Transformed from Dynamic Loads Based on Displacement," *Transactions of the KSME(A)*, Vol. 24, No. 8, pp. 1949~1957.
- (2) Wen, H.M., Reddy, T.Y. and Reid, S.R., 1995, "Deformation and Failure Clamped Beams under Low Speed Impact Loading," *International Journal of*

- Impact Engineering*, Vol. 16, No. 3, pp. 435~454.
- (3) Chen, X. and Kareem, A., 2001, "Equivalent Static Wind Loads for Buffeting Response of Bridge," *Journal of Structural Engineering*, Vol. 127, No. 12, pp. 1467~1475.
- (4) Zhang, Q.L., Vrouwenvelder, A. and Wardenier, J., 2001, "Dynamic Amplification Factors and EUDL of Bridges under Random Traffic Flows," *Engineering Structures*, Vol. 23, No. 6, pp. 663~672.
- (5) Letchford, C.W. and Killen, G.P., 2002, "Equivalent Static Wind Loads for Cantilevered Grandstand Roofs," *Engineering Structures*, Vol. 24, No. 2, pp. 207~217.
- (6) Choi, W.S., Kang, S.C., Shin, M.J. and Park, G.J., 1996, "Transformation of a Dynamic Load into an Equivalent Static Load and Shape Optimization of the Road Arm in Self-Propelled Howitzer," *Transactions of the KSME(A)*, Vol. 20, No. 12, pp. 3767~3781.
- (7) Park, K.J., Lee, J.N. and Park, G.J., 2003, "Structural Shape Optimization under Static Loads Transformed from Dynamic Loads," *Transactions of the KSME(A)*, Vol. 27, No. 8, pp. 1363~1370.
- (8) Thomson, W.T., 1993, *Theory of Vibration with Applications*, Prentice-Hall International, New Jersey, U.S.A.
- (9) Erwin, K., 1999, *Advanced Engineering Mathematics*, John Wiley and Sons INC, New York, U.S.A.
- (10) Choi, W.S., Kang, B.S. and Park, G.J., 1998, "Transformation of Dynamic Loads into Equivalent Static Loads Based on Modal Analysis," *Transactions of the KSME(A)*, Vol. 22, No. 7, pp. 1193~1204.
- (11) Choi, W.S. and Park, G.J., 2000, "Quasi-Static Structural Optimization Technique Using Equivalent Static Loads Calculated at Every Time Step as a Multiple Loading Condition," *Transactions of the KSME(A)*, Vol. 24, No. 10, pp. 2568~2580.
- (12) Park, G.J. and Kang, B.S., 2003, "Mathematical Proof for Structural Optimization with Equivalent Static Loads Transformed from Dynamic Loads," *Transactions of the KSME(A)*, Vol. 27, No. 2, pp. 268~275.
- (13) Kang, B.S. and Park, G.J., 2005, "An Overview of Optimization of Structures Subjected to Transient Loads," *Transactions of the KSME(A)*, Vol. 29, No. 3, pp. 369~386.
- (14) Kang, B.S. and Park, G.J., 2004, "Optimization of Flexible Multibody Dynamic Systems Using Equivalent Static Load Method," *Transactions of the KSME(A)*, Vol. 28, No. 1, pp. 48~54.