

# 드리븐 캐버티 내의 혼합현상에 대한 수치적 가시화

서 용 권\*<sup>1</sup>

## NUMERICAL VISUALIZATION OF THE MIXING PATTERN IN A LID-DRIVEN-CAVITY FLOW

Y.K. Suh\*<sup>1</sup>

*In this study we present the numerical methods that can be used in visualization of the flow and mixing patterns in a cavity driven by a top lid. The basic flow field within the cavity has been obtained by using a simple numerical scheme. The invariant manifold also called unstable manifold was then attained to represent the mixing pattern within the cavity. It was shown that care must be taken in calculating the trajectories of the fluid particles especially near corners of the cavity. The numerical results show excellent agreement with those obtained experimentally by other research group.*

**Key Words:** 드리븐 캐버티(Driven Cavity), 혼돈적 교반(Chaotic Stirring), 불안정 다양체(Unstable Manifold), 혼합양상(Mixing Pattern)

### 1. 서 론

유체혼합은 특히 마이크로 스케일에서 매우 중요한 요소로 작용한다. 즉, 마이크로 스케일에서는 유동은 대부분 층류이고 더구나 레이놀즈 수가 매우 낮은 크리핑 유동(creeping flow)의 특징을 보인다. 그래서 혼합효과의 증대가 매우 중요하며 이를 위한 갖가지 아이디어가 제시되어 왔다.

이들 마이크로 믹서(micro mixer)들은 대개 압력구동 하에서 채널 자체를 복잡하게 만들거나 채널 벽면에 장애물을 설치하여 유동을 복잡하게 만드는 방법, 전기삼투의 유동 중에서 전기적으로 표면의 특성을 달리 하면서 혼합을 피하는 방안, 그리고 그 외에 자기장 등을 이용하는 방법 등 세 가지로 형태로 분류할 수 있다. 우선 채널 자체를 복잡하게 하거나 장애물을 설치하는 방안은 가장 오래된 고전적 방법이다. 이 방법에서는 압력구동을 염두에 두고 있으며, 채널 바닥에 청어 뼈(herringbone) 모양의 블록을 설치하여 채널 길이에 대해 수직인 단면 상에서 2차유동을 생성시키는 방안(Strook 등[1]과 Howell 등[2])과 채널을 3차원적으로 꾸불꾸불하게 하여 (serpentine; 앞으로 서핀타인 구조라 칭함) 3차원 유동을 생성

시키는 방안[3]을 꼽을 수 있다. 한편 이와 달리 채널의 구석에서 강제적으로 유체를 흡입하거나 방출하는 형태로 하여 혼돈적 교반(chaotic stirring)을 피하는 방안도 보고되었다. 이들 채널은 그러나 주 유동이 압력구동에 의한 것이고 한편으로 마이크로 스케일에서 압력구배는 상당히 큰 값을 가져야 하므로 크게 실용적이지 못하다. 그리 하여 최근에는 전기력을 이용하는 방안이 보고되고 있다. Chang과 Yang[4]은 채널 내에 블록을 주기적으로 여러 개 설치한 경우에 대하여 수치 해석한 결과를 보고하였다. 전위분포는 Poisson-Boltzmann 방정식을 풀어서 구하였다. Wu와 Liu[5]는 채널 바닥에 청어 모양의 형태로 전극을 심고 제타 포텐션(zeta potential)을 조정하는 필드 이펙트 컨트롤(Field-effect control)을 통해 혼합효과의 증대를 피하고 있다. 그 외에 원심력에 의한 방법[6], 자력에 의한 방법[7,8]이 사용되고 있으나 그다지 큰 매력은 없어 보인다. 한편 마이크로 채널 내 혼합에 관한 수치해석적 연구는 주로 단순한 농도분산에 근거한 해석과 혼돈적 교반의 도구들을 이용한 분석을 가미한 연구로 분류할 수 있다. Beebe 등[9]은 서핀타인 구조와 “C” 자 모양의 채널 구조에서 수치해석과 실험을 통해 혼돈적 교반의 특징을 확인하였다. Qian과 Bau[10,11]는 채널 내 벽면에 국부적으로 불균일한 제타 포텐셜을 가하였을 때의 혼합특성을 수치적으로 규명하였다. Yi와 Bau[12]는 채널이 주기적으로 굽혀진 경우에 대해 수치적으로

접수일: 2006년 8월 11일, 심사완료일: 2006년 9월 13일.

1 정희원, 동아대학교 기계공학부

\* Corresponding author E-mail: jksuh@dau.ac.kr

혼돈적 교반의 특성을 가시화하였다.

그러나 이들 연구의 특징은 유동장에 전혀 영향을 미치지 않는 농도의 분산을 바탕으로 한 특성 규명, 혹은 혼돈 동역학(chaotic dynamics) 도구의 일종인 Poincare 단면법에 의한 분석에 그친다. 다른 한편, 실제로 혼합과 관련하여 실험에서 가장 흔히 관찰되는 대상은 대부분 염료의 늘어진 형태이다. 따라서 수치해석 결과를 실험결과와 비교하기 위해서는 이러한 염료의 늘어진 모양을 잘 재현하지 않으면 안 된다. 본 연구는 이와 같이 실험에서 관찰되는 염료의 늘어짐을 대변하는 것으로 알려진 불안정 다양체[13-16]를 수치적으로 구현하는 것이 주된 목적이다. 대상으로 삼을 유동 모델은 혼돈적 교반을 일으키는 것으로 알려진 가장 단순한 모델로서 2차원 드리븐 캐버티 내의 주기 유동이다. 이는 Leong과 Ottino[17]가 실험적으로 연구한 바 있고 서[18]가 수치적으로 결과를 보고한 바 있으나 실험결과와 잘 일치하는 불안정 다양체의 구현에 대해서는 보고된 바 없다. 본 논문의 구성은 다음과 같다. 2장에서는 취급대상 유동장의 정의와 더불어 수치해석을 위한 기본 방법들을 제시하며, 3장에서는 불안정 다양체의 가시화를 위한 구체적인 기법들을 제시한다. 이로부터 검토된 결론은 4장에서 요약하여 제시한다.

## 2. 유동장과 혼합특성을 위한 수치해석 기본

본 연구의 대상 유동은 2차원 비정상 유동으로서 종횡비  $a$ 의 직사각형 캐버티 내에 점성 유체가 채워져 있을 때 캐버티의 상면과 하면이 주기적으로 이동하는 과정에서 형성되는 시간주기적인 유동이다. 이러한 유동에 대한 혼합효과는 Leong과 Ottino[17]가 실험적으로 가시화한 바 있으며, 서[18]가 수치해석적으로 혼합효과의 정량화에 관한 연구를 수행한 바 있으나 아직 혼합양상 그 자체를 수치해석적으로 규명한 연구사례는 없다.

이러한 유동장의 속도는 수학적으로는 간단히 아래와 같이 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{u} = \cos^2(\pi t/T)\mathbf{u}_0(x,y) + \sin^2(\pi t/T)\mathbf{u}_0(x,a-y) \quad (1)$$

여기서 모든 변수는 무차원이며, 길이는 캐버티의 가로  $L$ 로써 속도는 캐버티의 상면 또는 하면의 최대속도  $U$ 로써 시간은  $L/U$ 로써 각각 무차원화하였다.  $(x,y)$ 는 공간 좌표,  $t$ 는 시간, 그리고 시간주기적 유동을 생성시키는 기본 속도장  $\mathbf{u}_0(x,y)$ 는 캐버티의 상면이  $\mathbf{u}_0 = -1$ 로 이동하는 경우에 대한 속도장이다. 그리고  $T$ 는 비정상 2차원 유동의 시간 주기를 나타낸다. 기본 속도장  $\mathbf{u}_0(x,y)$ 는 2차원 Navier-Stokes 방정식을 양적 Euler 방법으로 풀어서 구하였다.

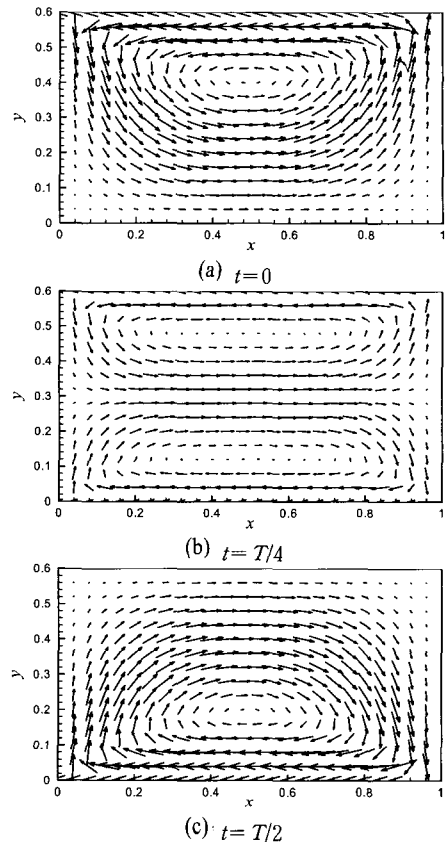


Fig. 1 Velocity vector fields of the flow model at three time instants.

이 때 압력 방정식은 ICCG(Incomplete Conjugate Gradient Method)으로 처리하였다. 레이놀즈 수를  $Re = 0.1$ , 종횡비를  $a = 0.6$ , 격자 수를  $I \times J = 101 \times 61$ , 시간 간격을  $\Delta t = 2 \times 10^{-6}$ 로 하였을 때 유동 해는  $t = 0.0046$  이후에서 정상상태로 돌입하였다. Fig. 1은 세 가지 시점에서의 유동장 속도 벡터로 나타낸 것이다.

입자의 궤적은 아래 식을 적분함으로써 구한다.

$$\frac{dx}{dt} = u(x,y,t) \quad (2a)$$

$$\frac{dy}{dt} = v(x,y,t) \quad (2b)$$

여기서  $x(t), y(t)$ 는 입자의 위치를 나타내는 공간 좌표로서 시간의 함수이다. 이 동적 방정식은 4계의 룬게-쿠타(Runge-Kutta) 방법을 사용하여 풀었다. 그리고 입의 위치에서의 속도값은 면적 가중치에 의한 내삽법(interpolation)으로 구하였다.

식 (2a), (2b)로 단순히 입자의 궤적을 추적함에 있어서 한

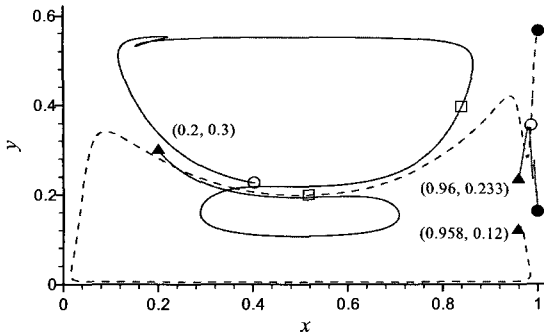


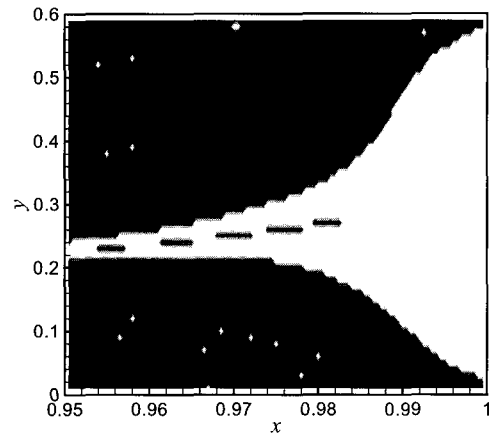
Fig. 2 Three particle trajectories during two periods with different initial positions as shown. Symbols indicate the starting time for a new period of time. Triangles;  $t=0$ , squares;  $t=T$ , circles;  $t=2T$ .

가지 중대한 문제는 우측 벽면 근처에서 입자들이 이동할 때는 벽면에 부착하여 궁극적으로는 전혀 움직이지 않는 문제가 발생한다는 점이다. 예로서,  $a=0.6$ ,  $T=7.79$ ,  $\Delta t=0.002$ 에서 입자의 초기 위치를 각각  $(0.2, 0.3)$ ,  $(0.96, 0.233)$ ,  $(0.958, 0.12)$ 로 한 경우의 입자궤적은 Fig. 2와 같다. 이 그림에서 속이 빈 원은 그 이후에도 계속해서 위치를 변화시키면서 이동하는 경우에 해당하며, 검은 원은 이 후 이 위치에서 입자의 위치가 거의 변함없는 상태를 나타내고 있다. 이와 같이 초기 위치에 따라서 입자가 우측 벽면에 부착할 확률은 다른데, 첫 번째 입자도 궁극적으로는 우측 벽면에 부착하게 된다. Fig. 3은 주기의 경과에 따른 입자의 부착여부를 초기 위치 별로 나타낸 것이다. (즉 입자가 궁극적으로 벽에 부착하는 초기 위치를 백색으로 나타내었다.) 그림에서 알 수 있듯이, 벽에 부착하는 입자의 수는 시간이 지날수록 늘어난다.

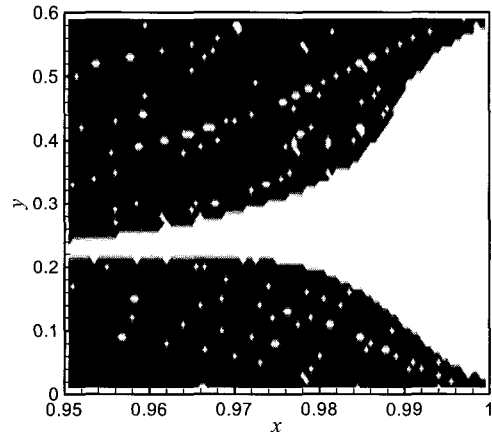
이와 같이 벽면에 부착하는 현상은 어디까지나 수치적인 문제이고 실제 물리현상은 아니다(여기서는 분자인력이나 다른 전기화학적 힘은 전혀 고려되지 않고 있음을 유의하기 바란다.) 이러한 벽면 부착현상을 해소하기 위하여 본 연구에서는 서[18]가 제안한 바 있는 방법을 우선 적용하여 보았다. 즉 벽면 근처에서 있는 수치 셀(numerical cell) 내의 임의 위치의 속도는 일반적으로 많이 사용되는 선형보간(linear interpolation)

$$u = \frac{\xi}{\Delta x} [u_1 + \frac{\eta}{\Delta y} (u_2 - u_1)] \quad (3)$$

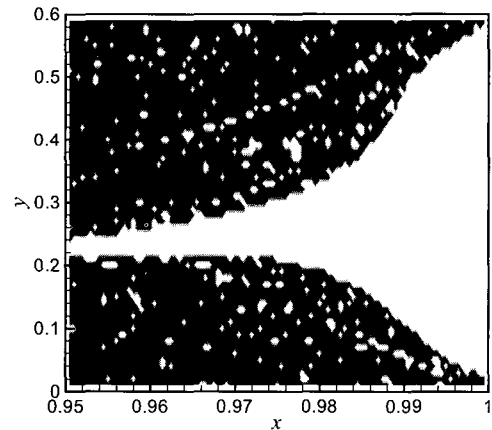
의 대신에 부분적으로 2차보간(quadratic interpolation)을 적용하였다. 좌측 벽면 근처를 예로 들어 설명하면(Fig. 4 참조), 속도 성분  $v$ 는 앞과 같이 선형 보간의 방법으로 구하고 성분  $u$ 는 연속 방정식을 만족하도록 아래와 같은 2차보간의 공식을 적용하였다.



(a) After 3 periods



(b) after 5 periods



(c) After 10 periods

Fig. 3 The initial positions that lead to the particle attachment on the right-hand side wall when the linear interpolation was used. White points indicate the attached particles.

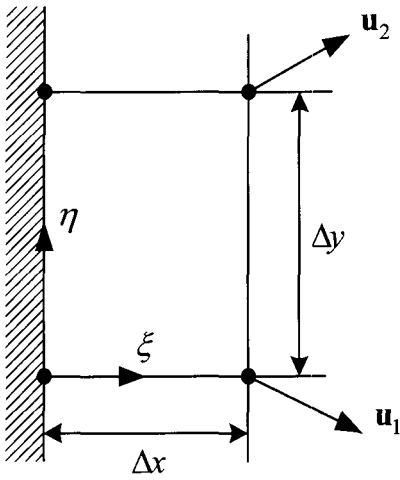


Fig. 4 Local coordinates and velocity vectors at nodes adjacent to the left wall.

$$u = -\frac{\Delta x}{2\Delta y}(v_2 - v_1)(\xi/\Delta x)^2 \quad (4)$$

Fig. 5는 이렇게 하였을 때 우측 벽면에 부착하는 초기 입자 위치를 나타낸 것이다. Fig. 3(c)와 비교해 보면 확실히 개선된 결과임을 이해할 수 있다.

다음으로, 구석에서의 특이성 해소를 위해 기본 유동장을 계산할 때 구석에 매우 인접한 노우드는 Taylor의 해를 적용하여 수치해석하였다. Taylor의 구석 근처 해는 다음과 같다.

$$\psi(r, \theta) = \frac{r}{\pi^2/4 - 1} g(\theta) \quad (5)$$

여기서

$$g(\theta) = \frac{\pi^2}{4} \sin\theta - \theta(\cos\theta + \frac{\pi}{2} \sin\theta) \quad (6)$$

이며,  $r, \theta$ 는 각각 구석점으로부터의 거리와  $x$ 축으로부터의 각도이며, Fig. 6은 우측 상단 모서리에서의 극좌표계를 보여 주고 있다. 그리고  $\psi$ 는 유동함수를 나타내며 속도성분  $u, v$ 는 각각  $u = \partial\psi/\partial y, v = -\partial\psi/\partial x$ 로써 구해진다. 식 (4)로 구한 속도장은 구석에 가장 가까이 위치한 9개 격자점에 적용되며 나머지 격자점의 속도장은 유한체적법으로 구해진다. Fig. 7은 이렇게 구한 속도장의 구석 근처에서의 분포를 나타낸 것이다. 그림에서  $u_{0cy}$ 와  $v_{0cy}$ 는 각각

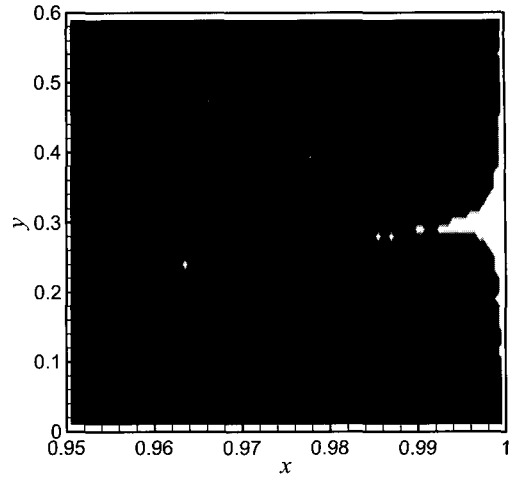


Fig. 5 The initial positions that lead to the particle attachment on the right-hand side wall after 10 periods when the quadratic interpolation scheme was used.

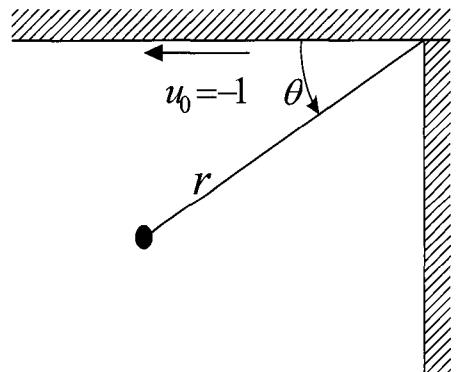


Fig. 6 Polar coordinates for the application of the Taylor solution near the corner.

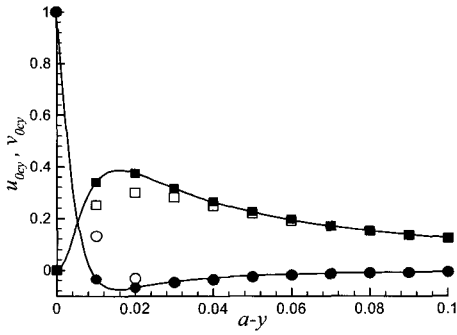
$$u_{0cy} = -u_0(\Delta x, y), \quad v_{0cy} = -v_0(\Delta x, y) \quad (7)$$

를,  $u_{0cx}$ 와  $v_{0cx}$ 는 각각

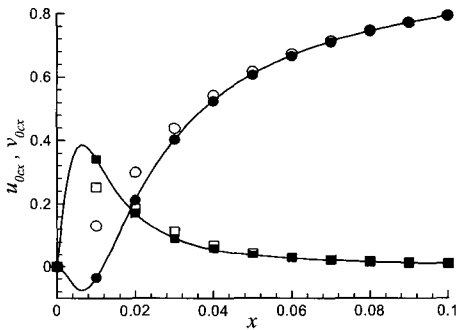
$$u_{0cx} = -u_0(x, a - \Delta y), \quad v_{0cx} = -v_0(x, a - \Delta y) \quad (8)$$

를 나타낸다. 그림을 보면 Taylor의 엄밀해를 사용한 준해석해(semi-analytic solution)는 엄밀해와 거의 구별하기 어려울 정도로 잘 일치하지만, Taylor의 엄밀해를 사용하지 않은 경우는 상당한 오차를 보이고 있다.

본 연구에서는 파라미터를 달리 변경하면서 여러 가지 경우에 대한 수치해석을 수행하는 과정에서 앞의 단순한 부분 2차보간법은 즉 식 (4)의 방법은 구석 근처에서 해석해와 매



(a)



(b)

Fig. 7 Distributions of velocity components (a)  $u_{0cy}$  and  $v_{0cy}$ , and (b)  $u_{0cx}$  and  $v_{0cx}$  along the first grid lines adjacent to the left wall near the left-top corner. Solid line; analytic solutions, open symbols; primitive method, solid symbols; semi-analytic method, circle; u-velocity, square; v-velocity.

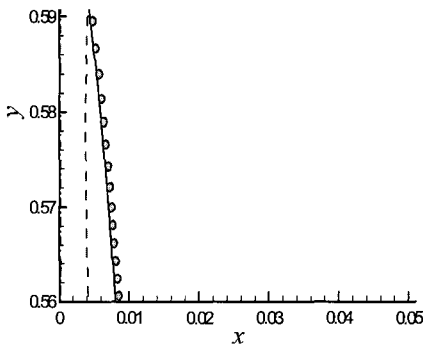
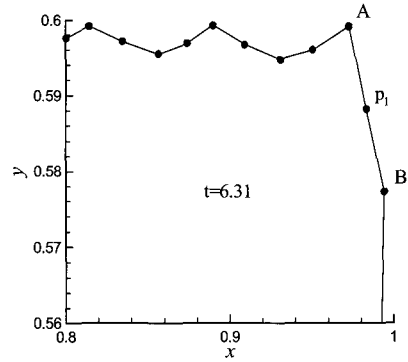
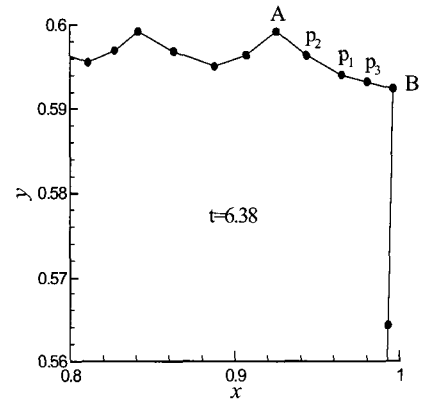


Fig. 8 Particle trajectory starting at (0.05, 0.599) with a steady velocity field  $u_0$ . Solid line; analytic solution, solid circles; semi-analytic method(i.e. with the special corner treatment and improved quadratic interpolation for side-wall u-velocity), dashed line; primitive method without the corner treatment, dash-dot line; improved quadratic interpolation without the corner treatment.



(a)



(b)

Fig. 9 Two instants of particle distribution patterns showing the process of construction of unstable manifold near the right-top corner with  $T=7.79$ ,  $\Delta t=0.002$ ,  $\delta_m=0.03$ ,  $N_{ms}=5$ ,  $\delta_{sp}=0.05$ . Initial line element ; (0.95, 0.2) to (0.95, 0.4) with 39 points between the two points.

끄럽지 못한 연결을 보여주고 있음을 발견하였다. 그것의 근본 이유는  $u$ 를 위한 식 (4)에는 이웃 노우드의  $u$ 의 정보가 전혀 참여하지 않는다는 데 있다. 따라서 이를 개선하기 위하여 식 (4) 대신에

$$u = [u_1 + (u_2 - u_1)\eta/\Delta\eta](\xi/\Delta x)^2 \tag{9}$$

을 적용하여 보았다. Fig. 9는 그 결과로서 구석에서의 특별조치와 개선된 2차보간법의 적용으로 인하여 입자의 궤적은 상당히 해석해에 근접함을 알 수 있다.

### 3. 불변다양체의 수치적 가시화

불안정 다양체(unstable manifold)는 혼돈동역학의 학문에서

사용하는 용어로서 위상공간의 쌍곡형 고정점(hyperbolic fixed point)에서 고유치가 양인 방향으로의 곡선을 의미하며[13], 이는 바로 실험결과 얻어지는 염료의 모양을 대변한다. 따라서 이는 수치해석적으로 구한 결과와 실험결과와를 직접 비교하는 데 있어서 가장 직접적으로 확인가능한 원초적인 방법을 제공하는 셈이다. 유동장에서의 입자 거동을 대상으로 하는 동적 방정식에서 불안정 다양체를 구하는 방법은 매우 간단하다. 초기에 하나의 매우 짧은 직선 선분을 구성하고 그 위에 수 개의 입자를 위치시킨다. 입자들이 시간과 더불어 이동해 갈 때 이웃한 두 입자 사이의 거리가 어떠한 임계치보다 더 커지면 그 사이에 새로운 입자를 추가하는 방법으로 계산을 수행해 간다. 이 때 입자들을 연결한 선이 바로 불안정 다양체이다. 이러한 방법은 상면 좌우측에 있는 구석 근처를 제외한 모든 영역에서 아무런 문제없이 잘 적용된다. 그러나 구석 근처에서는 입자 궤적의 급격한 선회로 인하여 불안정 다양체가 제대로 표현되지 못하는 문제가 발생한다. Fig. 9는 그 전형적인 예를 보여주고 있다. 여기서,  $\delta_m$ 은 이웃한 두 입자 사이의 허용 최대 거리,  $N_{ins}$ 는 입자간 거리  $\delta$ 가  $\delta_m$ 보다 커질 때 입자를 추가하기 위한 시간 간격의 수(즉 매  $N_{ins}$  번째 시간 스텝마다  $\delta$ 를 확인하고 필요시 입자를 추가한다),  $\delta_{cp}$ 는 입자의 궤적 추적시 해석해를 사용하는 구석 영역의 범위이다. 그림에서 알 수 있듯이, 구석 근처에서는 실제 궤적이 상당한 곡률을 보임에도 불구하고 두 점 사이를 직선으로 취급하여 새로운 점들을 직선 상에 추가함으로써 그 이후의 불안정 다양체는 축 처진 빨랫줄과 같은 모양을 보인다. 이것은 이 다음에 입자들이 좌측 상단 구석 영역을 지나면서 더욱 심하게 일그러진 모양이 된다. 이같은 현상이 많을수록 불안정 다양체는 제대로 표현될 수 없으며 더구나 불필요한 입자들의 추가로 인하여 계산시간이 증대된다. 이러한 문제는 구석 근처 (특히 우측 상단의 구석 근처)에서는 두 입자 사이의 거리가 증가하더라도 새로운 입자들을 추가하지 않도록 함으로써 해결하였다. Fig. 10은 그 결과를 나타내고 있다. 여기서  $\delta_{cs}$ 는 입자 추가를 하지 않아야 하는 구석 근처 영역의 범위를 나타낸다. 그림을 통해 알 수 있듯이, 구석을 지난 입자들의 연결이 앞과 비교하여 매우 매끈한 분포를 보이며, 이들이 좌측 상단 구석을 통과할 때도 일그러짐이 일어나지 않는다.

Fig. 11은 네 가지 주기에 대한 수치해석 결과를 Leong과 Ottino[17]의 실험결과와 비교하여 나타낸 것이다. 실험결과는 염료의 변형에 해당한다. 수치해석 결과는 초기 매우 짧은 선분들이 20주기 동안에 변형된 결과를 모은 것이다. 초기에 매우 짧은 선분이더라도 시간의 경과 더불어 이들은 지수적인 빠르기로 늘어나기 때문에 선분을 나타내는 입자의 수도 그만큼 증가한다. 이에 따라 사용 메모리와 계산시간이 매우 크

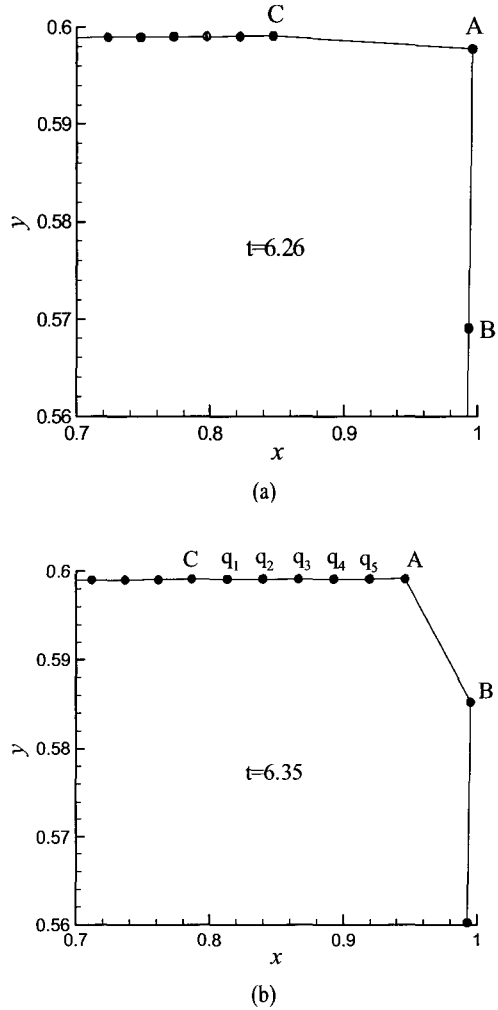


Fig. 10 Same as Fig. 10 except that in this plot we choose  $\delta_{cs}=0.05$ .

게 증가하는 것을 막기 위해 각 선분을 나타내는 입자의 수는  $n_{lim}=200$ 으로 한정시켰다. 그림을 보면 전반적으로 수치해석 결과는 실험결과와 매우 잘 맞는다. 국지적으로 약간 씩 차이가 나는 것은 (예를 들면 Fig. 11(c), Fig. 11(d)) 실험시 실제 원하는 시점보다 약간 씩 더 지연된 시점에서 영상을 촬영하였기 때문이라 추측된다.

Fig. 12는 이를 확인하기 위해 Fig. 11(c)와 (d)의 두 가지 주기에 대한 수치해석 결과를 규정 시점보다 각각 0.2, 0.4씩 더 지연시킨 시점에서 구한 결과를 보인 것이다. 앞에서 예측한 바와 같이 이 결과는 각각 Fig. 11(c)와 (d)의 실험결과와 거의 일치한다. 이로 미루어 보아 Fig. 11에서 나타난 수치해석 결과와 실험결과의 다소의 차이는 순전히 실험시의 촬영 시점이 약간씩 지연된 것이기 때문이라 판단할 수 있다.

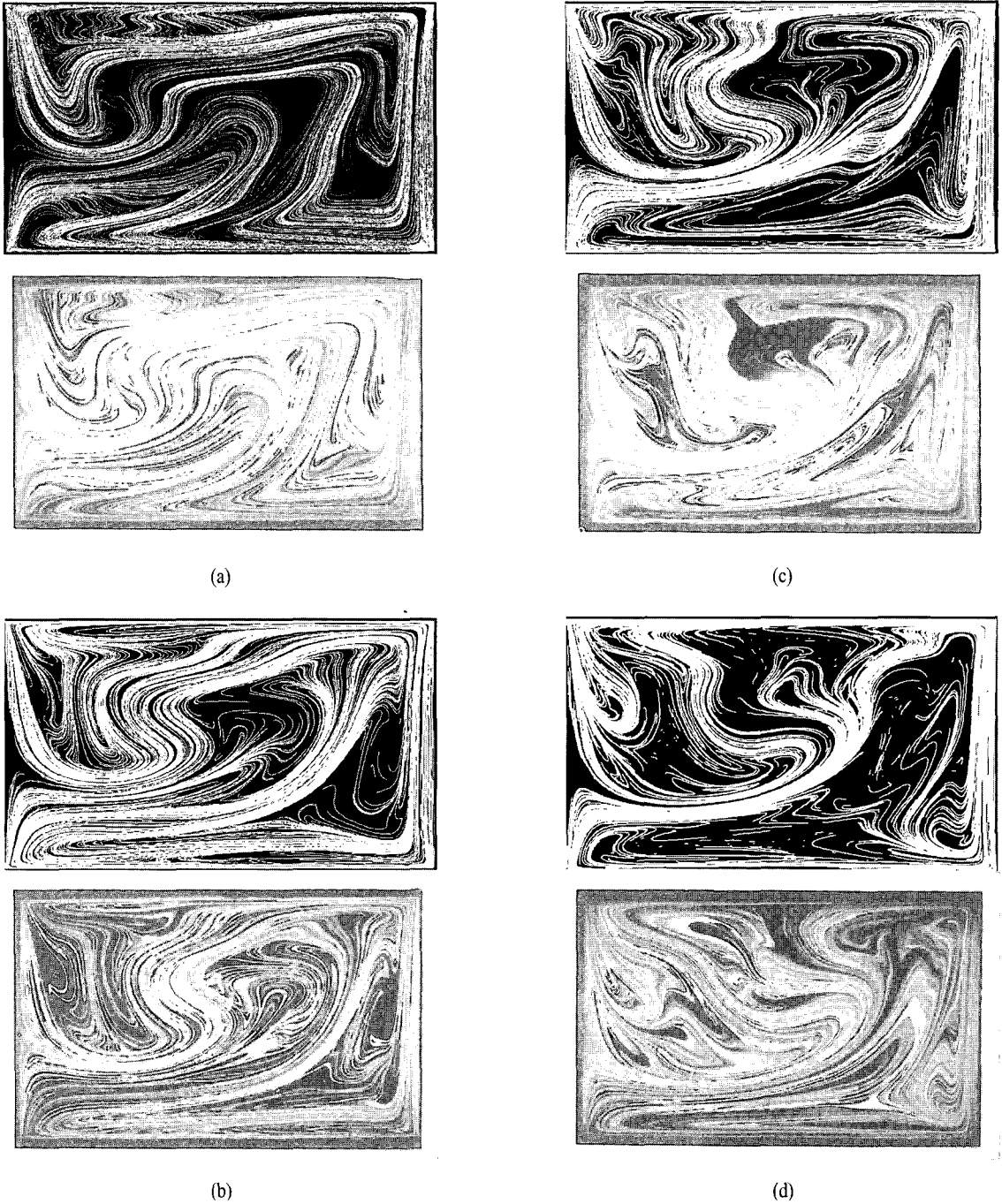


Fig. 11 Numerical striation patterns (upper frame) in comparison with the experimental visualization (lower frame) of Leong and Ottino[17]. (a)  $T=3.89$ ; (b)  $T=5.19$ ; (c)  $T=6.49$ ; (d)  $T=7.79$ . Each line element representing the striation pattern is composed of  $n_{slim} = 200$  and with  $\delta_m = 0.01$ .



(a)



(b)

Fig 12. Striation patterns obtained numerically for the two cases, Fig. 11(c) and Fig 11(d) but at different phases; (a) at  $t = 0.2$  with  $T = 6.49$ ; (b) at  $t = 0.4$  with  $T = 7.79$ .

## 5. 결 론

본 연구에서는 2차원 드리븐 캐버티 내 주기유동의 혼합양상을 수치적으로 묘사하는 방법을 제시하였다. 본 연구를 통해 얻어진 결론을 정리한다면 아래와 같다.

- (1) 드리븐-캐버티 내의 단순한 유동이더라도 유동장을 구할 때 구석에서의 특이성을 처리할 수 있는 방안이 필요하며, 이를 위해 Taylor의 해석해를 수치해석시 국부적으로 사용하는 방법을 제시하였으며, 이에 따른 수치해석 결과는 만족스럽다.
- (2) 또한 입자의 궤적을 구할 때에도 우측 벽면에서 입자가 부착하는 문제가 발생하였으며, 이를 해결하기 위해 측면벽 근처의 수직방향 속도성분을 2차보간의 공식으로 처리하였으며, 그 결과는 성공적이다.
- (3) 본 연구에서 제안한 수치묘사법을 실제 드리븐-캐버티 내의 유동 혼합에 적용하였으며, 그 결과 수치해석적으로 구한 불안정 다양체는 실험에서 구한 염료의 변형 모양과 매우 잘 맞는 것을 확인할 수 있었다.
- (4) 앞으로 다양한 중횡비에 대해 수치해석 결과를 구하며 이를 실험결과와 비교하는 후속연구가 필요하다.

## 후 기

본 연구는 동아대학교 2004년도 학술연구비의 지원에 의해 수행되었으며 이에 관계자 여러분께 감사드립니다.

## 참고문헌

- [1] Strook, A.D., Dertinger, S.K.W., Ajdari, A., Megic, I., Stone H.A. and Whitesides, G.M., 2002, "Chaotic mixer for microchannels", *Science*, Vol.295, p.647-651.
- [2] Howell, P.B., Mott, D.R., Fertig, S., Kaplan, C.R., Golden, J.P., Oran, E.S. and Ligler, F.S., 2005, "A microfluidic mixer with grooves placed on the top and bottom of the channel", *Lab Chip*, Vol.5, p.524-530.
- [3] Kim, D.S., Lee S.H., Kwon, T.H. and Ahn, C.H., 2005, "A serpentine laminating micromixer combining splitting/recombination and advection", *Lab Chip*, Vol.5, p.739-747.
- [4] Chang, C-C and Yang, R-J, 2004, "Computational analysis of electrokinetically driven flow mixing in microchannels with patterned blocks", *J. Micromech. Microeng.*, Vol.14, p. 550-558.
- [5] H-Y Wu and C-H Liu, 2005, "A novel electrokinetic micromixer", *Sensors and Actuators A*, Vol.118, p. 107-115.
- [6] Grumann, M., Geipel, A., Riegger, G.L., 2005, Zengerle, R. and Ducree, J., "Batch-mode mixing on centrifugal microfluidic platforms", *Lab Chip*, Vol.5, p.560-565.
- [7] Bau, H.H., Zhong, J. and Yi, M., 2001, "A minute magneto hydro dynamic (MHD) mixer", *Sensors and Actuators B*, Vol.79, p.207-215.
- [8] Qian, S., Zhu, J. and Bau, H.H., 2002, "A stirrer for magnetohydrodynamically controlled minute fluidic networks", *Phys. Fluids*, Vol.14, No.10, p.3584-3592.
- [9] Beebe, D.J., Adrian, R.J., Olsen, M.G., Strenler, M.A., Aref, H. and Jo, B-H, 2001, "Passive mixing in microchannels: Fabrication and flow experiments", *Mec. Ind.*, Vol.2, p. 343-348.
- [10] Qian, S. and Bau, H.H., 2002, "A chaotic electroosmotic stirrer", *Anal. Chem*, Vol.74, p.3618-3625.
- [11] Qian, S. and Bau, H.H., 2005, "Theoretical investigation of electro-osmotic flows and chaotic stirring in rectangular cavities", *Appl. Math. Modelling*, Vol.29, p.726-753.
- [12] Yi, M. and Bau, H.H., 2003, "The kinematics of bend-induced mixing in micro-conduits", *In. J. Heat and*



*Fluid Flow*, Vol.24, p.645-656.

- [13] Guckenheimer, J. and Holmes, P., 1983, "Nonlinear oscillations, Dynamical Systems, and Bifurcations of Vector Fields", *Springer-Verlag*
- [14] Aref, H., 1984, "Stirring by chaotic advection", *J. Fluid Mech.*, Vol. 143, p.1-21.
- [15] Ottino, J.M., 1989, *The Kinematics of Mixing : Stretching, Chaos, and Transport*, *Cambridge University Press*.
- [16] Ottino, J.M., 1990, "Mixing, chaotic advection, and turbulence", *Annu. Rev. Fluid Mech.*, Vol.22, p. 207-253.
- [17] Leong, C.W. and Ottino, J.M., 1989, "Experiments on mixing due to chaotic advection", *J. Fluid Mech.*, Vol.209, p. 463-499.
- [18] 서용권, 1995, "요동운동에 의한 Driven-Cavity 유동의 혼돈적 교반", *대한기계학회논문집*, Vol.19, No.2, p. 537-547.