

상용 유한요소해석 프로그램을 이용한 공압 스프링 내 다이하프램의 복소강성 산출

Computation of Complex Stiffness of Inflated Diaphragm in Pneumatic Springs by Using FE Codes

이 정 훈† · 김 광 준*

Jeung-Hoon Lee and Kwang-Joon Kim

(2006년 6월 2일 접수 ; 2006년 8월 7일 심사완료)

Key Words : Pneumatic Spring(공압 스프링), Diaphragm(다이하프램), Complex Stiffness(복소강성)

ABSTRACT

An accurate mathematical model for complex stiffness of the pneumatic spring would be necessary for an efficient design of a pneumatic spring used in vibration isolation tables for precision instruments such as optical devices or nano-scale equipments. A diaphragm, often employed for prevention of air leakage, plays a significant role of complex stiffness element as well as the pressurized air itself. Therefore, effects of the diaphragm need to be included in the dynamic model for a more faithful description of dynamic behavior of pneumatic spring. But the complex stiffness of diaphragm is difficult to predict in an analytical way, since it is a rubber membrane of complicated shape in itself. Moreover, the diaphragm should be expandable in response to pressurization inside a chamber, which makes direct measurement of complex stiffness of diaphragm extremely difficult. In our earlier research, the complex stiffness of diaphragm was indirectly measured, which was just to eliminate the theoretical stiffness of pressurized air from the measured complex stiffness of the pneumatic spring. In order to reflect complex stiffness of inflated diaphragm on the total stiffness at the initial design or design improvement stage, however, it is required to be able to predict beforehand. In this paper, how to predict the complex stiffness of inflated rubber diaphragm by commercial FE codes(e.g. ABAQUS) will be discussed and the results will be compared with the indirectly measured values.

1. 서 론

반도체 관련 산업, 광학 기계 등 정밀도가 높은 분야에서는 지반 진동 등의 외부 진동이 일정 수준 이하일 것을 요구하고 있다. 이를 충족하기 위해 공압 스프링을 핵심 절연요소로서 이용하고 있는 공압

제진대 시스템이 적극적으로 활용되고 있다. 최근에는, 나노 관련 산업 성장과 관련하여, 초정밀 장비에 대한 진동허용규제^(1,2)의 강화에 따라 제진대의 절연 성능 개선에 대한 요구도 증가되고 있는 상황이다. 따라서, 공압 제진대 시스템의 모형화를 통한 설계 개선이 필요하다고 볼 수 있으며, 이를 위해서는 제진대의 주요 구성품인 공압 스프링 단품 상태에 대한 모형, 즉, 복소강성계수 모형이 기본적으로 요구된다.

Fig. 1에는 공압 챔버(pneumatic chamber), 피스

† 책임저자; 정희원, 한국과학기술원 기계공학과
E-mail : olo@kaist.ac.kr

Tel : (042)869-3064, Fax : (042)869-8220

* 정희원, 한국과학기술원 기계공학과

톤(piston) 그리고 다이어프램(diaphragm)으로 구성된 공압 스프링을 개략화하였다. 피스톤은 정밀 장비를 포함하는 정반, 즉, 페이로드(payload)를 지지하는 역할을 하고, 다이어프램은 복잡한 형상을 가진 얇은 고무막으로서 공기 누설을 막기 위해 설치되어 있다.

Harris et. al.⁽³⁾와 Debra⁽⁴⁾는 공압 스프링의 강성을 열역학적인 해석에 기초하여 공압에 의한 강성을 묘사하였는데, 실제 공압 스프링은 공압 챔버의 강성 모형보다 큰 강성 특성을 보일 뿐만 아니라, 감쇠의 특성도 보이게 된다⁽⁵⁾. 한편, 기존 공압 스프링의 모형화와 관련한 연구에서 흔히 간과된 다이어프램은, 고무풍선의 경우와 유사하게, 공압에 의해 충분히 팽창된 조건에서 작동하게 된다. 따라서, 그것은 강성 요소로서 역할을 할 수 있을 뿐만 아니라, 고무 재료가 가지고 있는 감쇠 특성에 의해 감쇠 요소로서의 역할을 함을 알 수 있다. 이와 관련, 공압 스프링의 모형화를 위해서는 다이어프램의 강성 및 감쇠 특성, 즉 복소강성을 반드시 반영해야 함을 강조할 수 있겠다. 그러나, 비교적 복잡한 형상을 가지고 있는 고무 재질의 다이어프램을 해석적인 방법을 동원하여 모형화하는 것에는 한계가 있다. 또한, 앞서 언급한 바와 같이 다이어프램은 공압에 의해 충분히 팽창된 조건에서만 강성 및 감쇠로서의 역할을 하기 때문에, 그것의 복소강성을 직접 실험적으로 얻는 것은 더욱 불가능하다.

선행 연구⁽⁶⁾에서는 공압 스프링 전체의 복소강성 측정치로부터 이론적인 공기의 강성을 단순히 제한으로써 다이어프램의 복소강성을 얻을 수 있었다. 이 간접적으로 얻은 결과는 고무 등과 같이 다이어프램을 구성하는 점탄성 재료의 전형적인 특성과 비교적 일치하였기 때문에, 그 결과의 대부분을 다이

아프램의 복소강성으로 간주할 수 있었다. 그러나, 공기 압축성에 의한 비선형성과 같이 모형화 되지 않은 동역학 특성도 그 결과에 포함될 수 있기 때문에, 이를 유한요소해석을 통해 얻은 예측치와 비교 및 검증이 선행되어야 하겠다. 또한, 공압 스프링의 설계를 효율적으로 진행하기 위해서도 다이어프램의 복소강성을 예측할 필요가 있으므로, 다이어프램에 대한 유한요소해석이 수반되어야 하겠다. 그러므로, 이 논문에서는 상용 유한요소해석 프로그램(ABAQUS)을 이용하여 다이어프램의 복소강성을 산출하는 방법에 대해 논의하고자 한다.

2. 다이어프램 복소강성의 산출 방법

이 절에서는 다이어프램의 복소강성을 산출하기 위한 비선형 정적 해석, 그리고 선형 동적 해석과정에 대해 상술한다. 챔버에 인가되는 정압에 의해 다이어프램이 팽창된 형상, 즉 정적 평형 상태에서의 형상을 비선형 정적 해석을 통해 얻는다. 그 후, 선형 동적 해석에서는 팽창된 다이어프램의 형상을 반영하여 정현파 가진을 통해 복소강성을 산출하게 된다.

2.1 비선형 정적 해석

Fig. 2에 보이는 다이어프램은 정압에 의해 팽창될 때 대변형을 겪게 되므로 이 과정을 묘사하기 위한 비선형 정적 해석이 필요하다. 이 연구에서는, 다이어프램의 단면을 반원으로 가정한 후, ABAQUS에서 제공하는 1차원 축대칭 요소(CAX4H, [7])을 이용하여 Fig. 3과 같은 유한요소 모형을 구성하였으며, 대변형 해석을 위한 식 (1)의 Mooney-Rivlin 구성 방정식을 적용하였다.

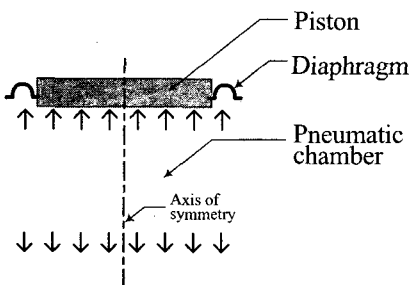


Fig. 1 Schematics of pneumatic spring

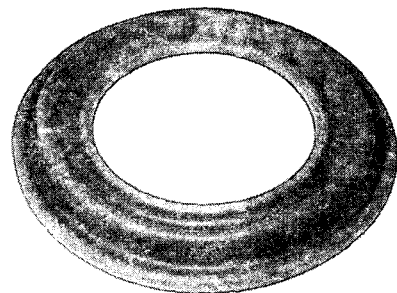


Fig. 2 Full view of diaphragm

$$\sigma = 2(C_1\lambda + C_2) \left(\lambda - \frac{1}{\lambda^2} \right) \quad (1)$$

위에서, σ 는 응력(stress)을 의미하며, $\lambda (=1 + \epsilon)$ 는 신장률(extensional stretch)을 나타내는데

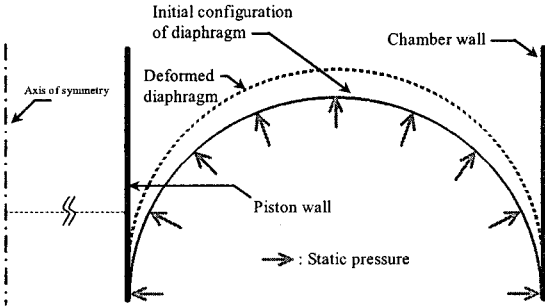


Fig. 3 FE model of diaphragm

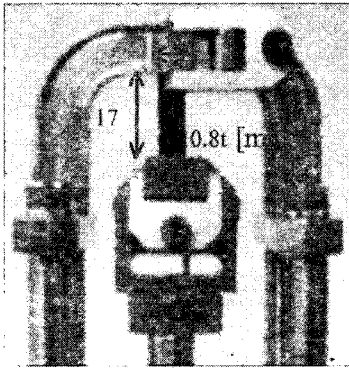


Fig. 4 Experimental setup for the static tension test

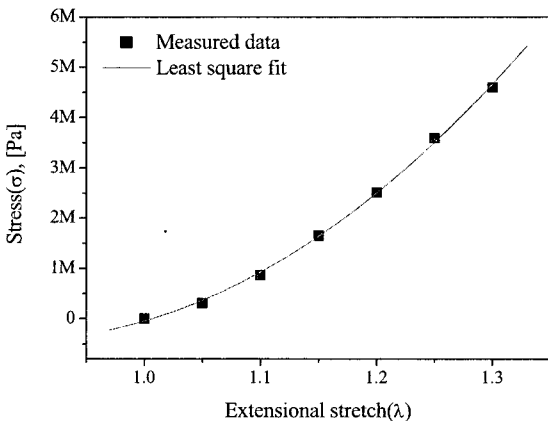


Fig. 5 Experimental results of static tension test

이는 변형을 ϵ 과 관련이 되어있다. 그리고, C_1 과 C_2 는 정적 대변형 실험결과로부터 얻어져야 할 상수이다.

Fig. 4는 계수 C_1 과 C_2 를 얻기 위한 실험 장치, 즉, 정적 대변형 실험 장치를 나타내고 있다. 먼저, 다이어프램 시편(길이: 17 mm, 너비: 3 mm, 두께: 0.8 mm)을 서보-전동기로 구동되는 물성시험장치(model: DMA2980, TA instrument)에 설치하였다. 그 후, 신장률을 1.05에서 1.3까지 변화시켰으며, 각각의 신장률에 대해 20분의 응력 이완(stress relaxation)을 거친 다음 응력을 측정하였다. 그 측정 결과를 Fig. 5에서 점으로 표시하였으며, 실선은 식에 대한 최소자승오차(least square error) 곡선 적합결과로서, 이때 C_1 과 C_2 는 각각 8.7 MPa, 0.8 MPa의 값을 가진다. 따라서, 유한요소 모형에 위 두 상수값을 대입하고, 정압을 인가하면 다이어프램의 팽창된 형상을 Fig. 3에 점선으로 표시된 바와 같이 얻을 수 있다.

2.2 선형 동적 해석

동적 해석에서는, 정적 해석 결과로부터 얻은 다이어프램의 팽창 형상에 대해, 시편으로부터 측정된 복소탄성계수(complex modulus)를 이용하여, Fig. 6에 표시된 바와 같이 피스톤과 다이어프램의 연결점에서 정현파 변위 가진을 하고 걸리는 힘을 계산한다. 단, 다이어프램 자체의 복소강성을 얻기 위해서는 정압에 의해 발생하는 힘을 배제해야 하므로, 앞절의 정적 해석에서 다이어프램을 팽창시킬 때 사용했던 정압은 제거되어야 한다. 한편, 다이어프램의 주요 구성요소인 고무재료의 복소탄성계수는 예변형

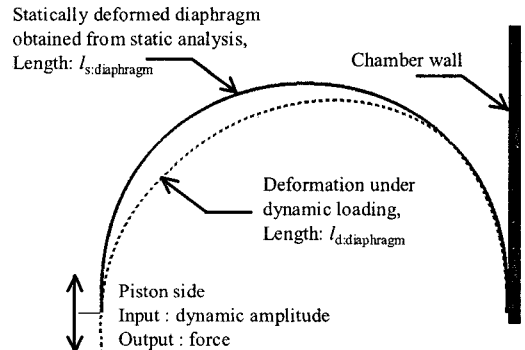


Fig. 6 Linear dynamic analysis

률(pre-strain)뿐만이 아니라 동적 변형률(dynamic strain)에도 의존적인 특성을 보이고 있으므로⁽⁸⁾, 시편의 복소탄성계수 측정에 있어서 예변형률과 동적 변형률의 결정이 선행되어야 한다. 예변형률 ϵ_0 의 경우, 정압에 의한 다이어프램의 정적 변형을 반영해야 하므로, 식 (2)와 같이 결정할 수 있는데,

$$\epsilon_0 = \frac{l_{s:diaphragm} - l_{0:diaphragm}}{l_{0:diaphragm}} \quad (2)$$

$l_{0:diaphragm}$ 와 $l_{s:diaphragm}$ 는 각각 정적 변형 전·후의 다이어프램의 길이를 의미한다. 식 (2)와 마찬가지로 동적 변형률 ϵ_d 는 다음 식을 통해 얻을 수 있다.

$$\epsilon_d = \frac{l_{d:diaphragm} - l_{s:diaphragm}}{l_{s:diaphragm}} \quad (3)$$

위에서, $l_{d:diaphragm}$ 는 Fig. 6에 표시된 동적 변형 후 다이어프램의 길이를 의미한다. 그러나, 측정하고자 하는 복소탄성계수 없이는 $l_{d:diaphragm}$ 를 정확하게 알

수 없다. 이 연구에서는, 동적 변위 진폭을 피스톤과 다이어프램의 연결점에 인가하는 추가적인 정적 해석을 수행하여 $l_{d:diaphragm}$ 를 근사하였는데, Table 1에 추가 정적 해석에 사용된 피스톤 변위 진폭 X_p 와 계산된 ϵ_d 를 요약하였다.

Fig. 7에는 위에서 얻은 ϵ_0 (11%)와 ϵ_d 에 대해 0.2~25 Hz 사이의 주파수 영역에서 측정된 복소탄성계수를 도시하였는데, 이 결과를 다이어프램의 복소강성을 유한요소해석 프로그램을 통해 계산하는데에 이용하게 된다.

참고로, 정압에 의해 팽창된 다이어프램 내에서도 변형률 분포가 균일하지 않기 때문에, 고무 재료의 복소탄성계수는 예변형률에 의존적임을 고려하면, 유한요소모형의 각 요소마다 각기 다른 복소탄성계수가 사용되어야 하겠다. 물론, 이는 해석결과의 질을 높일 수는 있으나, 현재 상용 유한요소해석 프로그램의 기술수준을 고려할 때 매우 번거로운 절차를 야기한다. 유한요소별로 복소탄성계수를 할당하는 체계적인 방법을 참고문헌 (9)에서 찾을 수 있으나, 이 연구에서는 이 방법을 사용하지 않고, 전체 유한 요소에 대해 Fig. 7의 복소탄성계수만을 적용하였다.

Table 1 Summary of X_p and ϵ_d

X_p [mm]	ϵ_d
0.05	1.3×10^{-5}
0.07	1.8×10^{-5}
0.09	2.4×10^{-5}
0.15	4.0×10^{-5}
0.3	8.1×10^{-5}
0.5	14.1×10^{-5}

3. 다이어프램 복소강성의 간접적 추출

서론에서 언급한 바와 같이, 피스톤 운동에 대해 챔버 내부의 압력 변화는 다이어프램의 변형을 수반하므로, Fig. 8과 같이 공압 챔버의 강성 k_s 와 다이어프램의 복소강성 k_d^* 를 평행하게 배치하여 공압 스프링을 모형화 할 수 있다. 그러므로, 공압 스프링 복소강성 측정치로부터 이론적인 공기 강성을 재합

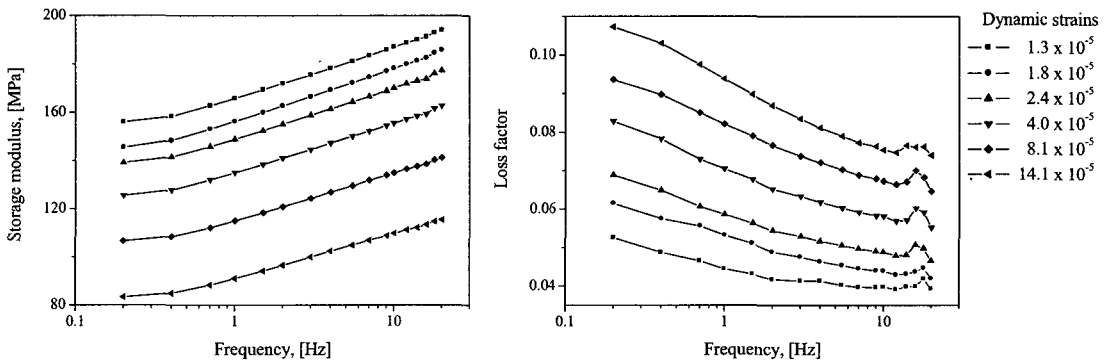


Fig. 7 Measured complex modulus E^* , $\epsilon_0=11\%$; Storage modulus : $\text{Re}[E^*]$, loss factor : $\text{Im}[E^*]/\text{Re}[E^*]$

으로써 다이어프램의 복소강성을 아래에 같이 간접적으로 얻을 수 있다.

$$k_d^*(X_p, \omega) = k_{exp}^*(X_p, \omega) - k_s \quad (4)$$

위 식에서 $k_{exp}^*(X_p, \omega)$ 는 실험적으로 측정된 공압 스프링의 복소강성을 의미하며, 동적 변위(dynamic amplitude) X_p 및 주파수(frequency)에 대한 의존성을 포함할 수 있다. 공기의 강성 k_s 는 챔버내 공기에 대해 열역학 제 1법칙(the first law of thermodynamics)과 이상기체 법칙(ideal-gas law)을 적용하여 식 (5)와 같이 쓸 수 있는데, 자세한 유도 과정은 참고문헌 (6)에서 찾을 수 있다.

$$k_s = \frac{\kappa p_0 A_p^2}{V_0} \quad (5)$$

$\kappa (=1.4)$ 는 공기의 비열비(specific heat ratio)를 의미하며, p_0 와 V_0 는 각각 챔버내 공기의 인가

압력, 챔버 부피를 나타낸다. 그리고, A_p 는 피스톤 및 다이어프램의 거동을 가상 피스톤의 왕복 운동으로 근사화 할 경우의 등가 피스톤 면적을 나타낸다. 그러므로, 위에 기술된 변수들과 식 (4) 및 (5)를 이용하여 다이어프램의 복소강성을 간접적으로 얻을 수 있겠다.

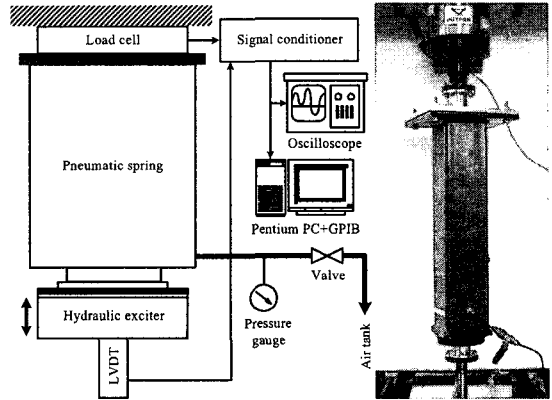


Fig. 9 Experimental setup for the measurements of the complex stiffness of pneumatic spring

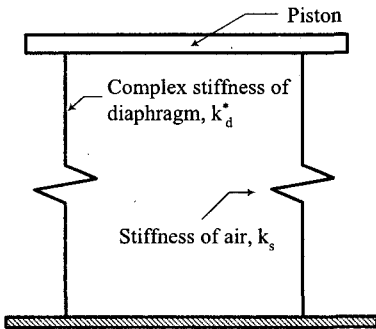


Fig. 8 Equivalent mechanical model of pneumatic spring

Table 2 Design specifications of employed pneumatic spring for experiments

Symbol	Name	Value
κ	Specific heat ratio of air	1.4
p_0	Supplied pressure	4.9×10^5 [Pa]
V_0	Chamber volume	8.1×10^{-4} [m ³]
A_p	Effective piston area	5.3×10^{-3} [m ²]
k_s	Stiffness of air	23 [kN/m]

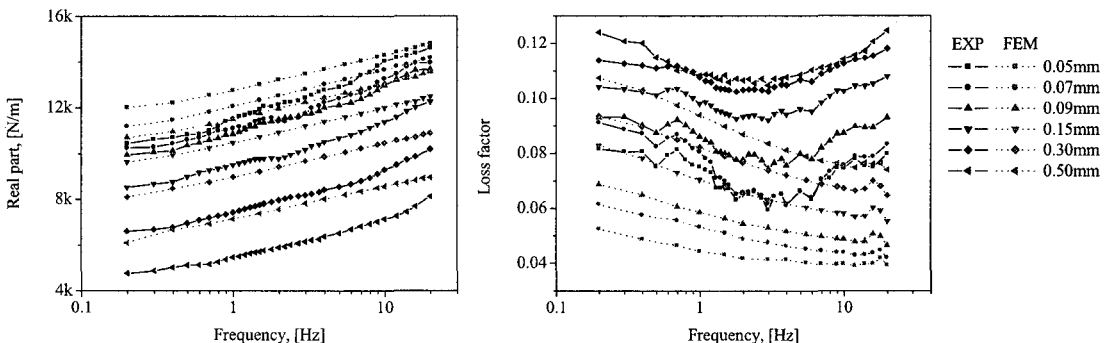


Fig. 10 Comparison between measured – and calculated – complex stiffness of inflated diaphragm k_d^* real part : $Re[k_d^*]$, loss factor : $Im[k_d^*]/Re[k_d^*]$

Fig. 9에는 간접적 추출 방법을 적용하기 위한 공압 스프링의 복소강성계수 측정 장치를 나타내었다. 인가 압력 p_0 로 충전된 공압 스프링(Table 2 참고)은 유압으로 구동되는(hydraulic actuation) 동적재료시험기(INSTRON 8502)에 장착되었고, 변위와 힘 신호는 LVDT(linear variable differential transformer)와 힘 센서(load cell)로 각각 측정하였다. 측정된 신호들은 신호 조절기를 통과한 후, 복소강성계수를 계산하기 위해 후처리된다. Fig. 9에서 굵은 선은 공압선(pneumatic transmission line)을 의미하며, 인가 압력, 즉, 정적 평형 상태에서의 챔버 내부 압력을 측정하기 위해 압력계를 사용하였다. 위와 같은 실험 환경하에서, 페이로드(100 kg)에 해당하는 예하중을 공압 스프링에 인가한 후, Table 1에 기재된 물성 시험과 동일한 조건으로 정현파 변위자전을 하여 공압 스프링의 복소강성을 측정하였다.

식 (4)를 이용하여 간접적으로 측정한 다이아프램의 복소강성을 Fig. 10에 실수부(real part, $\text{Re}[k_{\text{exp}}^*]$)와 손실 계수(loss factor, $\text{Im}[k_{\text{exp}}^*] / \text{Re}[k_{\text{exp}}^*]$)의 형태로 나타내었는데, 각각 강성 및 감쇠 특성을 의미한다. 우선, 다이아프램의 복소강성계수가 주파수 및 동적 변위에 의존적인 특성을 가지고 있음을 알 수 있는데, 부연하면, 실수부의 경우 주파수에 대해 그 값이 약간씩 증가하는 추세에 있으나, 동적 변위가 증가함에 있어서는 그 값이 전체적으로 줄어들고 있다. 즉, 동적 변위에 대해서는 연화 현상(softening phenomenon)⁽⁸⁾이 발생하고 있음을 볼 수 있다. 그리고, 손실 계수는 주파수에 대해 감소하다가 다시 증가하는 특성을 보이고 있으며, 동적 변위에 대해서는 그 값이 증가하는 경향을 보이는 것을 확인할 수 있다. 이와 같이, 위에서 살펴본 다이아프램의 복소강성의 주파수 및 동적 변위에 대한 정성적인 특성은 고무 등과 같은 점탄성 재료의 거동⁽⁸⁾과 유사함을 알 수 있다.

이를 미루어, 간접적으로 얻은 결과의 대부분이 다이아프램을 구성하는 고무 재료의 특성으로부터 기인한 것임을 유추할 수 있으며, 다이아프램의 복소강성을 간접적으로 얻을 수 있는 것으로 사료된다. 그러나, 이미 서론에서 언급한 바와 같이, 간접적으로 얻은 결과는 고려되지 않은 동특성의 영향도 포함할 수 있기 때문에, 그 결과를 전적으로 다이아

프램의 복소강성으로 간주할 수는 없다.

2절에서 설명한 절차에 따라, 유한요소해석을 통해 얻은 다이아프램의 복소강성을 Fig. 10에 점선으로 표시하였다. 실수부의 경우 실험 결과와 해석 결과와의 전반적인 차이가 3~15%(평균 8%)정도로서, 주파수 및 동적 변위에 대한 의존성이 비교적 잘 일치하고 있다. 그러나, 손실 계수의 경우는 그 차이가 고주파 영역으로 갈수록 증폭되고 있는데 최대 40%정도로서 다소 불만족스러운 결과를 보이고 있다. 전반적으로 해석 결과보다 실험 결과가 크게 나타나고 있는데, 이는 다이아프램과 피스톤 사이의 국부적인 마찰로 인해 실험 결과에 감쇠가 추가되었거나, 혹은 해석상에서 불완전한 경계조건 구현과 관련하여 발생한 차이라고 추정되고 있다.

한편, 최종적인 목표인 공압 스프링의 제진 성능을 개선시키기 위해서는 공압 스프링의 강성을 저감시켜야 하는데, 다이아프램이 공압 스프링의 강성 저감에 큰 영향을 미치고 있음을 추가 연구를 통해 알 수 있었다. 그러므로, 유한요소해석 결과를 평가하는데 있어서 손실 계수 보다는 실수부 측면에 우선적인 관심을 둘 필요가 있겠다. 아울러, 일반적인 점탄성 재료의 해석에 있어서 손실 계수에 대해 정확한 예측 결과를 얻는 것은 매우 까다로운 것으로 알려져 있는 것을 감안하여^(8,9), 이 연구에서는 Fig. 10의 실수부 예측 결과에 대해서만 우선 만족하고자 하며, 추후 연구를 통하여 손실 계수 예측 결과를 개선시키고자 한다.

4. 결 론

이 논문에서는 상용 유한요소해석 프로그램을 이용하여 공압 스프링 내 다이아프램의 복소강성을 산출하는 방법에 대해 다루었다. 비선형 정적해석 및 선형 동적해석의 두 가지 단계로 나누어져 얻은 산출 결과를 간접적으로 얻은 실험 결과와 비교하였으며, 공압 스프링의 절연 성능을 개선하는데 있어서 매우 중요한 복소강성의 실수부를 오차 수준 8% 정도로 예측하는 좋은 결과를 얻었다. 따라서, 이 연구에서 제시하는 다이아프램 복소강성의 산출 혹은 예측 방법은 타당한 것으로 사료되며, 공압 스프링의 설계 단계에서부터 이를 효과적으로 활용할 수 있다고 예상된다.

후 기

이 연구는 한국기계연구원의 나노메카트로닉스 기술개발 사업의 지원을 받아 수행되었습니다.

참 고 문 헌

(1) Gordon, C. G., 1991, "Generic Criteria for Vibration-sensitive Equipment", Proceedings of SPIE, San Jose, CA.

(2) Amick, H., Gendreau, M. and Gordon, C. G., 2002, "Facility Vibration Issues for Nanotechnology Research", Proceedings of the Symposium on Nano Device Technology, Hsinchu, Taiwan.

(3) Harris, C. M. and Crede, C. E., 1961, "Shock and Vibration Handbook", McGraw-Hill.

(4) DeBra, D. B., 1984, "Design of Laminar Flow Restrictors for Damping Pneumatic Vibration

Isolators", CIRP Annals Vol. 33, No. 1, pp. 351~356.

(5) Erin, C., Wilson, B. and Zapfe, J., 1998, "An Improved Model of a Pneumatic Vibration Isolator: Theory and Experiment", Journal of Sound and Vibration, Vol. 218, No. 1, pp. 81~101.

(6) Lee, J. H. and Kim, K. J., 2005, "Complex Stiffness of Diaphragm in Pneumatic Springs for Vibration Isolation Tables", Proceedings of 11th Asia Pacific Vibration Conference, Langkawi, Malaysia.

(7) ABAQUS Theory Manual, 1997, Hibbitt, Karlsson Inc.

(8) Nashif, A. D., Jones, D. I. G. and Henderson, J. P., 1986, "Vibration Damping", New York: John Wiley & Sons, Inc.

(9) Shin, Y. H., Lee, H. J. and Kim, K. J., 2005, "Consideration of Static-strain-dependent Dynamic Complex Modulus Indynamic Stiffness Calculation of Mount/bushing by Commercial Finite Element Codes", SAE 05NVC-61.