

가속도계 신호 처리 오차의 관성항법장치 영향 분석

Effects of Accelerometer Signal Processing Errors on Inertial Navigation Systems

성 창 기*
Sung, Chang-Ky

이 태 규*
Lee, Tae-Gyoo

이 정 신*
Lee, Jung-Shin

박 재 용*
Park, Jai-Yong

ABSTRACT

Strapdown Inertial navigation systems consist of an inertial sensor assembly(ISA), electronic modules to process sensor data, and a navigation computer to calculate attitude, velocity and position. In the ISA, most gyroscopes such as RLGs and FOGs, have digital output, but typical accelerometers use current as an analog output. For a high precision inertial navigation system, sufficient stability and resolution of the accelerometer board converting the analog accelerometer output into digital data needs to be guaranteed. To achieve this precision, the asymmetric error and A/D reset scale error of the accelerometer board must be properly compensated. If the relation between the acceleration error and the errors of boards are exactly known, the compensation and estimation techniques for the errors may be well developed. However, the A/D Reset scale error consists of a pulse-train type term with a period inversely proportional to an input acceleration additional to a proportional term, which makes it difficult to estimate. In this paper, the effects on the acceleration output for auto-pilot situations and the effects of A/D reset scale errors during horizontal alignment are qualitatively analyzed. The result can be applied to the development of the real-time compensation technique for A/D reset scale error and the derivation of the design parameters for accelerometer board.

주요기술용어(주제어) : SDINS(관성항법장치), Accelerometer Board(가속도계 보드), AD Reset Scale Error(AD 복원 척도계수 오차), Error Analysis(오차 해석)

1. 머리말

스트랩다운 관성항법장치(Strapdown Inertial Navigation System, SDINS)는 각속도 및 가속도 측정을 위한 자이로와 가속도계로 구성된 관성 측정기와

센서의 아날로그 출력을 디지털 형태로 변환하는 전자 모듈, 자세와 속도 및 위치를 계산하는 항법 컴퓨터로 구성되어 있다. SDINS에서 사용하는 RLG나 FOG 등의 자이로는 그 출력이 디지털인 반면, 가속도계는 출력이 전류인 아날로그 형태가 대부분이다. 그러므로 고성능의 SDINS 제작에서 가속도계의 아날로그 출력을 디지털로 변환하는 가속도계 보드의 해상도 및 안정성이 뒷받침 되도록 설계되어야 한다^[1~5].

† 2006년 8월 22일 접수~2006년 11월 20일 게재승인

* 국방과학연구소(ADD)

주저자 이메일 : einstein@add.re.kr

아날로그 데이터를 디지털로 변환하는 기법은 입력 전압에 반비례 관계의 주기를 가지는 펄스의 발생 횟수를 이용하는 전압-주파수 변환 기법(Voltage-Frequency Converting, VFC)과 순시 전압 값을 정해진 비트수의 해상도로 양자화 하는 아날로그-디지털 변환 기법(Analog-Digital Converting, ADC)이 있다. 그러나 단일 방식으로 중급 이상의 관성항법장치에서 요구되는 수 μg 부터 수 $\text{십}g$ (g 는 중력가속도)의 입력 가속도를 수 $\text{천}Hz$ 로 획득 가능하도록 가속도계 보드를 설계하기는 매우 어렵기 때문에, 관성항법장치의 가속도계 보드는 보편적으로 두 기법을 혼용하는 방식을 사용한다. 즉, VFC와 유사한 방식으로 입력 가속도에 비례하여 나타나는 펄스 수와 ADC에 의한 순시 전압 값 두 가지를 모두 이용하여 전류 형태의 입력 가속도를 디지털로 변환한다. 고정밀의 관성항법장치를 위한 가속도 신호 처리의 또 다른 방법으로써, 입력 전류를 크기에 비례하는 여러 구간으로 나누고 각 구간별로 미리 정해진 크기의 일정 전류를 입력 전류에 함께 인가하여 나타나는 순시전압을 ADC만으로 측정하는 방식이 있다. 이 방식에서는 두 전류의 합에 비례하는 전압의 크기가 항상 일정 범위 내에 놓이게 되어, 입력 가속도 전 범위 대신 훨씬 작은 범위의 전압만을 측정하면 되므로, 동일 해상도의 ADC를 이용하여 보다 고해상도로 입력전류를 측정할 수 있다. 최종의 가속도 출력은 ADC의 출력과 상수로 인가되는 전류에 비례하는 가속도의 합으로 계산된다. 그러나 이 방식의 경우 고정밀의 정전류원 설계에 많은 어려움이 따른다.

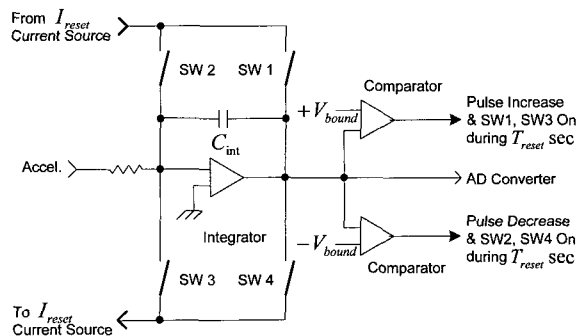
VFC와 ADC 혼합형의 가속도계 보드에 관련된 신호처리 오차로는 비대칭오차와 AD 복원 척도계수 오차(AD Reset Scale Error)가 있다. 먼저, 비대칭 오차는 VFC에 의해 발생하는 펄스의 수가 양의 가속도와 음의 가속도에서 다르게 나타나는 현상에 기인한다. 또 다른 신호처리 오차로서 AD 복원 척도계수 오차가 있는데, 이는 VFC 메커니즘에 의한 1 복원 펄스에 해당하는 ADC의 출력 값을 정확히 알지 못하는 경우에 발생한다^[2]. 이 때, 입력 가속도와 가속도 신호 처리 오차 사이의 정성적 관계를 알면, 가속도 신호 처리 오차에 대한 실시간 추정 및 보상 기법의 설계가 가능하다. 뿐만 아니라, 가속도계 보드 설

계에서 허용 오차 범위를 초과하지 않도록 하는 설계 요구 조건 등을 도출하는데 매우 유용하다. 그런데, AD 복원 척도계수 오차에 의한 가속도 오차는 입력 가속도에 반비례 주기의 펄스열로 구성되어 필터를 통과한 후의 가속도 오차로는 입력가속도와 오차 사이의 관계를 알기가 쉽지 않다.

따라서 본 연구에서는 가속도계 보드 내에서 AD 복원 척도계수 오차가 어떻게 유발되는지와 AD 복원 척도계수 오차에 의해 나타나는 동체 좌표계에서의 가속도 오차와 정지 상태에서 수행되는 수평 정렬각 오차에 대해서 분석하였다. 2장에서 가속도계 보드의 개략적인 동작 원리와 펄스로 측정되는 값을 정렬/항법을 위한 속도 증분으로 변환하기 위한 가속도계 환산계수, AD 복원 척도계수와 그 오차가 속도 증분 오차 또는 가속도 오차와 어떻게 관계하는지에 관하여 언급한다. 3장에서는 가속도 출력 계산 알고리즘과 정렬 알고리즘에서 사용하는 2차 디지털 필터와 AD 복원 척도계수 오차에 의해 유발되는 가속도 오차가 필터를 통과한 후 어떠한 형태로 영향을 주는지에 관해 기술하고, 4장에서 본 논문의 결론을 맺는다.

2. 가속도계 보드의 동작원리

가속도계 보드의 주요 기능은 전류 형태의 가속도계 출력을 커패시터에 충전하고 그 전압을 디지털 값으로 변환하는 것이다. 가속도계 보드는 복원 펄스 수와 커패시터 전압 값을 컴퓨터 보드에 전달하고, 항법컴퓨터는 이를 읽어 정렬/항법에 이용되는 속도



[그림 1] 가속도계 보드의 구성

증분을 계산한다. 그림 1은 가속도계 보드의 개념적인 구성을 나타낸다^[2].

그림 1로부터, 가속도계의 출력은 전류이고 이 전류는 커패시터 양단에 모두 흐르게 되므로 커패시터 양단간의 전압인 $v(t)$ 는 t_0 부터 t 까지 가속도계 출력 전류의 적분치에 비례하는 값이다.

$$v(t) = \frac{1}{C_{int}} \int_{t_0}^t i(\tau) d\tau \quad (1)$$

여기서 C_{int} 는 가속도계 전류 적분을 위한 커패시터의 커패시턴스이다. 전압 $v(t)$ 는 일정 주기로 ADC를 통해 디지털 값으로 변환되고, 커패시터 양단의 전압은 $\pm V_{bound}$ 의 전압비교기에 연결되어 가속도 출력에 관계하는 복원 펄스 수를 증가 또는 감소시킨다. 커패시터 전압이 $+V_{bound}$ 가 되면 가속도계 보드는 커패시터의 전압을 0V 근방으로 방전시키면서 복원 펄스 수를 1 증가시키고, 커패시터 전압이 $-V_{bound}$ 가 되면 커패시터의 전압을 0V로 충전시키면서 복원 펄스 수를 1 감소시킨다. 이 때 커패시터 양단에 발생하는 전압강하 또는 상승 양은 식 (1)로부터 다음과 같다.

$$V_{discharge} = V_{charge} = \frac{1}{C_{int}} \times I_{reset} \times T_{reset} \quad (2)$$

여기서 I_{reset} 과 T_{reset} 은 각각 커패시터의 충전 또는 방전시 전류 값과 스위칭 시간으로서 상수이다. I_{reset} 과 T_{reset} 이 주어지면 단위 시간(1sec) 동안 단위 전류(1mA)가 인가된 경우의 복원 펄스 발생 횟수를 계산 할 수 있다.

커패시터의 전압 증분은 센서 출력 획득 주기 ΔT 동안의 복원 펄스 증분과 AD 값 증분으로부터 계산 가능하고, 이 값에 적절한 환산 계수를 곱하면 항법에 필요한 ΔT 동안의 속도 증분을 계산할 수 있다. 복원 펄스가 발생하지 않은 경우와 발생한 경우 모두에 대해 가속도계 출력의 적분 값에 비례하는 커패시터 전압은 다음 식으로 표현 가능하다.

$$\Delta V = \Delta R \times N_{A/Dreset} + \Delta AD \quad (3)$$

여기서, ΔR 는 ΔT 동안 발생한 복원 펄스 횟수, $N_{A/Dreset}$ 는 1 복원 펄스에 해당하는 AD 값으로서 AD 복원 척도계수라 하고, ΔAD 는 ΔT 동안 커패시터 전압 증분이다.

식 (3)으로 주어지는 디지털 값의 가속도계 출력을 정렬 및 항법 알고리즘을 위한 속도 증분으로 변환하기 위해 가속도 척도계수를 알아야 한다. 즉, 복원 펄스 증분을 기준으로 입력 가속도를 측정하는 가속도계 보드 출력에 $m/sec/pulse$ 단위의 SF 를 곱하면 ΔT 동안의 속도 증분을 획득할 수 있다. SF 는 중력가속도에 대한 출력 전류의 비인 가속도계 척도계수 [$mA/(m/sec^2)$]와 ΔT 동안 단위 전류에 대한 복원 펄스 발생 횟수의 비인 가속도계 보드 척도계수 [$pulse/(mA \cdot sec)$]로부터 계산될 수 있다. 매 ΔT 마다의 속도 증분 값과 SF 는 다음과 같다.

$$\Delta Vel = SF \times \left(\Delta R + \frac{\Delta AD}{N_{A/Dreset}} \right) \quad (4)$$

$$SF = \frac{\Delta T}{(Accelerometer\ Scale) \cdot (Board\ Scale)} \quad (5)$$

식 (4)로부터 정확한 가속도 신호처리를 위해 SF 의 가속도 척도계수와 $N_{A/Dreset}$ 의 AD 복원 척도계수를 정확히 알아야 한다. 이 때, AD 복원 척도계수에 대해서, 실험적으로 찾은 값이 제작 공정상의 실수 등에 의해 잘못된 값이 사용되거나 커패시터 등의 온도 특성이 나쁠 경우 동체 가속도 출력과 정렬 중 수평각에 진동하는 오차를 유발한다. 참 값의 AD 복원 척도계수와 그 오차가 각각 N_t 와 N_e 일 때, 실험적으로 찾은 AD 복원 척도계수 $\hat{N} = N_t + N_e$ 을 식 (4)에 대입하면, N_e 로 표현되는 속도 증분 오차 ΔVel_e 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \Delta Vel_e &= \Delta \widehat{Vel} - \Delta Vel_t = SF \cdot \Delta AD \cdot \left(\frac{1}{\hat{N}} - \frac{1}{N_t} \right) \\ &\simeq - \frac{SF \cdot N_e}{N_t^2} \cdot \Delta AD \end{aligned} \quad (6)$$

여기서 $N_t \gg N_e$ 라 가정하였다. 현실적으로 ΔT 동안의 입력 가속도의 순간적인 변화에 의해 ΔAD 가

$\pm N_t$ 이상의 크기를 가지는 경우는 발생 불가능 하므로, $|\Delta AD| \leq N_t$ 라 하면 다음의 부등식이 성립한다.

$$|\Delta Vel_e| \leq SF \frac{|N_e|}{N_t} \quad (7)$$

식 (7)로부터 N_e 에 의해 유발되는 속도 오차는 입력 가속도나 항법 시간, 자세 오차 등과 상관없이 항상 위와 아래로 유계임을 알 수 있다. 식 (6)으로부터 시간 t_k 에서의 AD 척도계수 오차에 의한 속도 오차는 다음과 같다.

$$Vel_{e,k} = \sum_{i=0}^k \Delta Vel_{e,i} = - \frac{SF \cdot N_e}{N_t^2} AD_k \quad (8)$$

식 (8)에서 AD_k 는 시간 t_k 에서 커패시터의 전압 값으로서, AD 복원 척도계수에 의해 발생된 속도 오차 역시 발산하지 않음을 알 수 있다. 한편, 가속도 오차는 식 (7)에서 구한 속도 증분 오차를 시간으로 나눈 값을 평균 취하여 구할 수 있고 이는 센서 오차를 찾는 교정에는 큰 영향이 없을 것으로 판단된다.

3. AD 복원 척도계수 오차의 SDINS에의 영향

본 절에서는 앞에서 기술한 AD 복원 척도계수 오차에 의해 유발되는 속도 증분 오차 또는 가속도 오차가 동체 가속도 출력 및 정렬/항법에 미치는 영향에 대해서 기술한다.

식 (4)와 식 (6)으로부터 복원 펄스 발생 횟수 항을 분리하여 AD 증분에 대해서만 근사화한 시간 t_k 에서의 가속도 오차는 속도 증분 오차를 데이터 획득 주기로 나누어 구할 수 있다^[2].

$$\begin{aligned} Acc_{e,k} &= \frac{SF}{dT} \left(\frac{\Delta R_k \cdot \hat{N} + \Delta AD_k}{\hat{N}} - \frac{\Delta V_{AD,k}}{N_t} \right) \\ &= \frac{SF}{dT} \left(\Delta R_k \frac{N_e}{\hat{N}} + \frac{\Delta V_{AD,k}}{\hat{N}} - \frac{\Delta V_{AD,k}}{N_t} \right) \quad (9) \\ &\approx \frac{SF}{dT} \left(\Delta R_k \frac{N_e}{\hat{N}} - \Delta V_{AD,k} \frac{N_e}{N_t^2} \right) \end{aligned}$$

여기서,

SF : 가속도 척도계수

N_t : AD 복원 척도계수

N_e : AD 복원 척도계수 오차

$\hat{N} = N_t + N_e$

dT : 데이터 획득 주기

$\Delta V_{AD,k} = \Delta R_k \cdot N_t + \Delta AD_k$: 입력 가속도에 의한 커패시터 전압 증분

ΔR_k : 복원 펄스 발생 횟수

$\Delta V_{AD,k}$ 는 시간 t_k 에서 커패시터 전압 증분으로서, 복원 펄스 발생에 의한 전압 강하 또는 증가에 무관한 가속도 입력의 적분에 비례하는 순수 전압 증분이다. 식 (9)에서 구한 가속도 오차의 동체 가속도 출력과 정렬 알고리즘에 이용되는 2차 디지털 필터 통과 후의 결과를 분석하기 위해, 가속도계 보드에 일정한 입력 가속도 a 가 인가되는 경우를 가정하면, 커패시터 전압 증분은 일정한 값이 된다. 즉, 복원 펄스는 일정 주기로 발생하는 펄스열의 형태가 되고 커패시터 전압 증분에 의한 오차는 복원펄스 발생 주기와 무관한 상수 오차를 유발한다. 식 (9)의 가속도 오차는 이산 신호 형태로 다음이 써질 수 있다^[2].

$$\begin{aligned} Acc_e[n] &= E_{N_e} \cdot a \cdot u[n] \\ &+ S \cdot \text{sgn}(a) \sum_{k=0}^{\infty} \delta[n - n_{R_0} - k \cdot N_a] \quad (10) \end{aligned}$$

여기서,

n_{R_0} : 복원 펄스 초기 발생 시점

N_a : 복원 펄스 발생 주기

$E_{N_e} = - \frac{SF \cdot N_e \cdot \Delta V_{AD}}{N_t^2 \cdot dT}$: 입력 가속도에 비례하는

오차 비례상수

$$S = \frac{SF \cdot N_e}{\hat{N} \cdot dT}$$

여기서 복원 펄스 발생 주기 N_a 는 가속도 환산계수와 보드 환산계수를 통해 입력 가속도 a 인 경우에 대해 계산될 수 있다.

동체 가속도 출력을 위한 2차 IIR 디지털 필터를 고려하면, 필터는 $|z| > \zeta$ 의 ROC(Region of Convergence)내에서 다음과 같이 표현될 수 있다^[6].

$$H(z) = \frac{b(1+z^{-1})^2}{1-2\zeta\cos\omega_n z^{-1} + \zeta^2 z^{-2}} \quad (11)$$

여기서 ζ 은 감쇄 상수로서 $\zeta < 1$ 이고, ω_n 는 필터의 공진 주파수이다. $H(z)$ 의 역변환에 해당되는 필터의 임펄스 응답 $h[n]$ 은 다음과 같다.

$$h[n] = \frac{b}{\zeta^2} \delta[n] + \frac{b}{\zeta^2} (\zeta+1) \zeta^n \cdot \left\{ (\zeta-1)\cos\omega_n n + (\zeta+1) \frac{\cos\omega_n}{\sin\omega_n} \sin\omega_n n \right\} u[n] \quad (12)$$

센서 출력 획득 주기 dT 가 수 천 Hz이고 필터 차단 주파수가 수 십 Hz인 경우에 필터의 공진주파수 ω_n 은 10^{-2} 차수의 크기로 충분히 작은 값이라 하면, 식 (12)는 다음과 같이 근사화 될 수 있다.

$$h[n] \approx \frac{b(\zeta+1)^2}{\zeta^2} \frac{\cos\omega_n}{\sin\omega_n} \zeta^n \sin\omega_n n \cdot u[n] \quad (13)$$

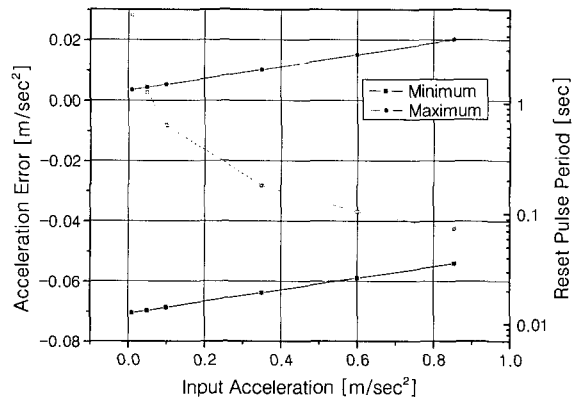
임펄스 응답은 $h[n]$ 이 두 번째로 0이 되는 시점인 $2\pi/\omega_n$ 이후에는 매우 작은 값을 가지고, 계단 응답 역시 $2\pi/\omega_n$ 이후로 계단 입력을 충분히 추종한다.

이제 AD 복원 척도계수 오차에 의해 나타나는 펄스 열 형태의 가속도 오차 $Acc_e[n]$ 가 2차 IIR 필터 $h[n]$ 을 통과하게 되면, 일정한 상수 오차와 함께 복원 펄스 발생 주기마다 필터의 임펄스 응답이 나타난다. 이 때, 발생 주기 N_a 가 $N_a > 2\pi/\omega_n$ 이면, 임펄스 응답 사이의 간섭이 거의 발생하지 않게 되어 복원 펄스 발생 시점에서 임펄스 응답이 그대로 유지되는 형태로 오차가 발생된다. 이 경우는 $h[n]$ 의 최대값과 최소값을 구함으로써 필터 통과 후의 가속도 오차의 진폭을 구할 수 있다. 식 (13)의 $h[n]$ 을 n 에 대해서 미분 취하여 0이 되는 시점을 구하면 다음과 같다.

$$n = \left\{ \tan^{-1} \left(-\frac{\omega_n}{\ln \zeta} \right) + k\pi \right\} \frac{1}{\omega_n}, \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (14)$$

$h[n]$ 은 식 (14)의 k 가 0과 1일 때 각각 최대와 최소이므로, 이 값을 식 (13)에 대입하여 $h[n]$ 의 최대값과 최소값을 구하고 여기에 식 (10)의 두 번째 항의 비례 상수를 곱한 후 첫 번째 항의 상수 오차를 더하면 필터 통과 후 가속도 오차의 진폭을 찾을 수 있다. 분명히 $N_a > 2\pi/\omega_n$ 인 경우 임펄스 응답 사이의 간섭이 거의 없으므로, $N_a > 2\pi/\omega_n$ 이면 상수 오차의 크기가 상이함을 제외하면 그 진폭은 같고 상수항의 영향에 의해 입력 가속도에 선형으로 오차의 최대값과 최소값이 변하게 된다.

그림 2는 센서 획득 주기 2400 Hz에 대해, N_e 와 N_i 가 각각 -20과 1066.5, 필터의 차단주파수는 20 Hz, 복원 펄스 발생 주기가 $N_a > 2\pi/\omega_n$ 인 경우에 대한 필터 통과 후의 총 가속도 오차의 입력 가속도에 대한 최대값과 최소값의 변화를 보여준다. 시뮬레이션 결과로부터 N_e 의 N_i 대비 약 2% 정도의 오차는 약 $0.076 m/sec^2$ 정도의 진폭을 가지는 오차를 유발함을 알 수 있다. 이 진폭은 오차율에 따라 변하게 되는데, 오차율 α 에 대해 $N_e = \alpha N_i$ 를 식 (10)의 S 에 대입하면 진폭은 오차율의 함수로서 $\alpha/(1+\alpha)$ 에 비례하여 변하게 된다. 즉, 오차율이 5%이면 오차의 진폭은 약 $0.18 m/sec^2$, 10%이면 그 진폭은 약 $0.35 m/sec^2$ 이 된다. 또한, 복원 펄스 발생 주기가 $2\pi/\omega_n$ 가 되는 $0.9 m/sec^2$ 의 입력가속도까지 오차의 진폭 크기가 감소되지 않고 유지된다.



[그림 2] 복원 펄스 발생 주기가 $N_a > 2\pi/\omega_n$ 인 경우의 가속도 오차의 최대값과 최소값

복원 펄스 발생 주기가 $N_a < 2\pi/\omega_n$ 인 경우에는 임펄스 응답 사이에 간섭이 발생하므로 필터 통과 후의 가속도 오차는 복원 펄스 발생 주기에 따라 가속도 오차의 진폭이 변하게 된다. 필터 통과 후의 오차가 충분히 안정화 되어 N_a 주기로 $E_{N_a} \cdot a + S \cdot e[n]$ 이 반복된다고 하자. 그러면 분명히 $e[n]$ 은 $h[\cdot]$ 의 합의 형태로 다음과 같이 표현 가능하다.

$$e[n] = \sum_{i=0}^{\infty} h[n+iN_a], \quad 0 \leq n \leq N_a-1 \quad (15)$$

식 (15)에 식 (13)을 대입하면 $e[n]$ 은 다음과 같이 정리될 수 있다.

$$e[n] = \frac{b(\zeta+1)^2 \cdot \cos \omega_n}{\zeta^2 \cdot \sin \omega_n \cdot (1-2\zeta^N \cos \omega_n N_a + \zeta^{2N_a})} \times \zeta^n \cdot \{ \zeta^N \sin \omega_n (N_a-n) + \sin \omega_n n \} \quad (16)$$

복원 펄스 발생 주기 N_a 에 의한 $e[n]$ 의 진폭 변화를 알아보기 위해, 먼저 $e[n]$ 이 0이 되는 시점은 식 (16)으로부터 다음과 같다.

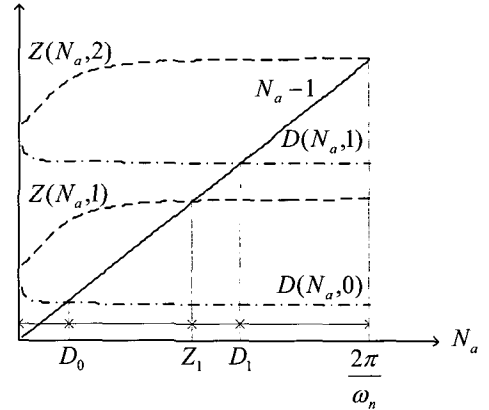
$$Z(N_a, k) = \frac{1}{\omega_n} \tan^{-1} \left(\frac{\zeta^{N_a}}{\zeta^{N_a} \cos \omega_n N_a + 1} \right) + \frac{\pi}{\omega_n} k \quad (17)$$

여기서 k 는 정수인데, $0 \leq Z(N_a, k) \leq N_a-1$ 가 만족되어야 하므로, $Z(N_a, 1) = N_a-1$ 을 만족하는 N_a 를 Z_1 라 하면 $N_a \geq Z_1$ 인 경우에만 $Z(N_a, 1)$ 만이 존재한다. 또한 $e[n]$ 의 n 에 대한 미분이 0이 되는 지점은 다음과 같다.

$$D(N_a, k) = \frac{\tan^{-1}(\cdot)}{\omega_n} + \frac{\pi}{\omega_n} k \quad (18)$$

$$(\cdot) = \frac{\zeta^{N_a}(\omega_n - \ln \zeta \cdot \tan \omega_n N_a) - \omega_n \cdot \sec \omega_n N_a}{\zeta^{N_a}(-\ln \zeta + \omega_n \cdot \tan \omega_n N_a) + \ln \zeta \cdot \sec \omega_n N_a}$$

여기서도 $Z(N_a, k)$ 에서와 마찬가지로 D_0 과 D_1 이 각각 $D(N_a, 0) = N_a-1$ 과 $D(N_a, 1) = N_a-1$ 을 만족한다고 하면, $N_a \geq D_0$ 인 경우만 $D(N_a, 0)$ 이 존재하고



[그림 3] $Z(N_a, k)$ 와 $D(N_a, k)$ 존재 구간

$N_a \geq D_1$ 인 경우에만 $D(N_a, 1)$ 이 존재한다.

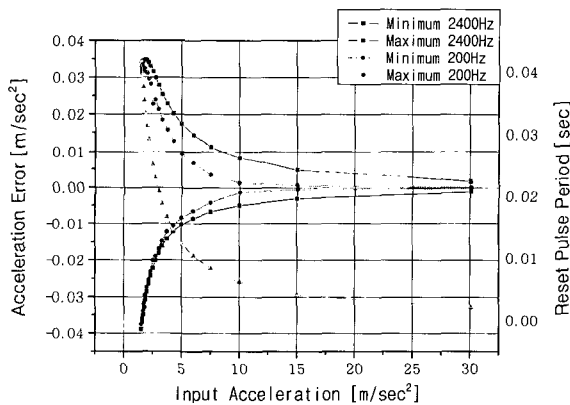
그림 3은 $Z(N_a, k)$ 과 $D(N_a, k)$ 그래프를 나타낸다. 그림 3으로부터 $Z(N_a, k)$ 와 $D(N_a, k)$ 는 N_a 에 대해 각각 단조 증가와 단조 감소임을 알 수 있고, 임의의 ζ 와 ω_n 에 대해 $Z\left(\frac{2\pi}{\omega_n}, k\right)$ 의 \tan^{-1} 의 인자가 $D\left(\frac{2\pi}{\omega_n}, k\right)$ 의 것보다 항상 작으므로 $Z(N_a, 1) < D(N_a, 1)$ 이 성립한다. 한편, $N_a > \pi/\omega_n$ 인 경우에 $Z(N_a, k)$ 와 $D(N_a, k)$ 의 \tan^{-1} 인자가 각각 $-\zeta^{\pi/\omega_n}$ 과 $-\omega_n/\ln \zeta$ 에 수렴한다. $-\zeta^{\pi/\omega_n}$ 는 음의 값이고 $-\omega_n/\ln \zeta$ 는 양의 값이므로 Z_1 은 π/ω_n 보다 작고 D_1 은 π/ω_n 보다 크다. 여기서 충분히 작은 ω_n 에 대해 $|\zeta^{\pi/\omega_n}| \ll |-\omega_n/\ln \zeta| < \infty$ 이다. 즉, $\pi/\omega_n - Z_1 \ll D_1 - \pi/\omega_n < \pi/2\omega_n$ 이고, 분명히 $D_0 = D_1 - \pi/\omega_n$ 이므로 다음의 부등식이 성립한다.

$$0 < D_0 < Z_1 < \frac{\pi}{\omega_n} < D_1 < \frac{2\pi}{\omega_n} \quad (19)$$

그러므로 $e[n]$ 의 진폭은 N_a 에 대한 $Z(N_a, k)$ 와 $D(N_a, k)$ 의 존재 여부에 따라 식 (19)로부터 4가지 경우로 나눌 수 있다. 식 (19)의 두 번째 부등식으로부터 각 구간에서 $e[n]$ 의 진폭은 다음과 같다.

$$\begin{cases} e[N_a-1] - e[0] & , N_a \leq D_0 \\ e[D(N_a, 0)] - e[0] & , D_0 < N_a \leq Z_1 \\ e[D(N_a, 0)] - e[N_a-1] & , Z_1 < N_a \leq D_1 \\ e[D(N_a, 0)] - e[D(N_a, 1)] & , N_a > D_1 \end{cases} \quad (20)$$

그림 4는 그림 2의 시뮬레이션과 동일한 조건에서 복원 펄스 발생 주기가 $2\pi/\omega_n$ 보다 작은 경우에 대한 필터 통과 후의 가속도 오차의 최대값과 최소값의 변화를 보여준다. 입력가속도가 커질수록 오차의 진폭은 지수적으로 0에 수렴해감을 알 수 있다. 단, 최소값은 지속적으로 0으로 수렴하는 반면 최대값은 $N_e = Z_1$ 인 지점까지 증가하다가 감소하는 현상을 나타낸다. 그 이유는 $N_e = Z_1$ 이후부터 임펄스 응답의 간섭에서 임펄스 응답의 음인 부분이 사라지기 때문이다. 어쨌든 입력 가속도가 2.5, $5m/sec^2$ 인 경우 오차의 진폭은 0.054, $0.027m/sec^2$ 정도의 크기를 가진다. 여기서도 N_e 의 오차율 α 에 대해 오차의 진폭은



[그림 4] 복원 펄스 발생 주기가 $2\pi/\omega_n$ 보다 작은 경우 가속도 오차의 최대값과 최소값

[표 1] 입력 가속도 및 N_e 의 오차율에 대한 가속도 오차의 진폭[m/sec²]

입력가속도 [m/sec²]	N_e 의 오차율		
	2%	5%	10%
2.5	0.0553	0.1342	0.2562
5	0.0279	0.0678	0.1295
10	0.0133	0.0323	0.0617
15	0.0082	0.0199	0.0380
20	0.0056	0.0137	0.0261

$\alpha/(1+\alpha)$ 에 비례하여 변하게 된다. 표 1은 입력 가속도 2.5~ $20m/sec^2$ 와 오차율 2%, 5%, 10%에 대한 오차의 진폭을 나타낸다. 그림 4의 시뮬레이션 결과에서 점선의 최대값과 최소값은 수 천Hz의 센서 데이터 획득 주기가 아닌 실제 가속도 출력 주기인 수 십Hz~수 백Hz의 항법 알고리즘 계산 주기에서의 가속도 오차이다. 항법 계산 주기에서의 진폭이 더 작으려 그 이유는 계산 주기 변환 과정에서 Downsampling 전 단계에 Moving Average 과정이 포함되기 때문이다.

결과를 종합하면, AD 복원 척도계수 오차에 의한 가속도 오차는 입력 가속도가 작은 경우에 그 영향이 두드러짐을 알 수 있다. 즉, 수직축의 입력 가속도가 큰 축보다는 수평축의 가속도에서 AD 복원 척도계수 오차에 의한 영향이 더 크게 나타날 것으로 판단된다.

SDINS에서 수평축 정렬은 관성항법장치의 x 축, y 축과 지면 사이의 각을 구하는 과정으로서, x 축 정렬에는 y 축 가속도 정보가, y 축 정렬에는 x 축 가속도 정보가 이용된다. 그러므로 수평축 정렬 역시 AD 복원 척도계수 오차에 의해 영향을 받게 됨을 예상할 수 있다. 현재 일반적인 SDINS에서 수평축 정렬 알고리즘은 외란에 강인한 페루프 방식이 많이 사용되고 있다. 페루프 수평축 정렬 알고리즘은 항법 좌표계로부터 동체 좌표계로의 방향을 양으로 하는 자세 오차로부터 정렬 방정식을 유도한 후, 여기에 인위적으로 제어 각속도를 인가하여 실제 항법 좌표계와 플랫폼 좌표계 사이의 좌표변환행렬이 $I_{3 \times 3}$ 에 근사하도록 하는 것이다. 스칼라 형태의 정렬 방정식은 다음과 같다^[7].

$$\begin{aligned}
 \omega_x^P &= \dot{\Phi}_x + \omega_x^N \cos \Phi_z + \omega_y^N \sin \Phi_z - \omega_z^N \Phi_y \\
 \omega_y^P &= \dot{\Phi}_y - \omega_x^N \sin \Phi_z + \omega_y^N \cos \Phi_z + \omega_z^N \Phi_x \\
 \omega_z^P - \omega_z^N &= \dot{\Phi}_z + \omega_x^N \Phi_y \cos \Phi_z + \omega_x^N \Phi_x \sin \Phi_z \\
 &\quad + \omega_y^N \Phi_y \sin \Phi_z - \omega_y^N \Phi_x \cos \Phi_z
 \end{aligned} \tag{21}$$

여기서 ω_i^N , Φ_i , ω_i^P ($i=x, y, z$)는 각각 항법 좌표계에서의 지구 회전 각속도, 항법과 동체 좌표계 사이의 비정렬각, 플랫폼 좌표계에서의 각속도이다. 또한 플랫폼 좌표계에서의 각속도는 지구 회전 각속도

와 인위적으로 추가된 제어 각속도에 의해 제어되므로 두 수평축에서의 제어 각속도를 ω_x^c, ω_y^c 라 하면 플랫폼 좌표계에서의 각속도는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \omega_x^P &= \omega_x^N + \omega_x^c \\ \omega_y^P &= \omega_y^N + \omega_y^c \\ \omega_z^P &= \omega_z^N \end{aligned} \quad (22)$$

여기서 제어 각속도는 동체 좌표계에서의 가속도 입력의 함수로서 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \omega_x^c &= -k^b \delta V_y \\ \omega_y^c &= k^b \delta V_x \end{aligned} \quad (23)$$

$$\delta V_x = \Delta W_x^0 - k \int_0^t \delta V_x dt \quad (24)$$

$$\delta V_y = \Delta W_y^0 - k \int_0^t \delta V_y dt$$

$$\begin{aligned} \Delta W_x^0 &= \int_0^t (-g\Phi_y + Acc_{e,x}) dt \\ \Delta W_y^0 &= \int_0^t (g\Phi_x + Acc_{e,y}) dt \end{aligned} \quad (25)$$

식 (23)과 식 (24)의 계수 k 와 k^b 는 각각 2차 시스템에서 감쇄 상수와 공진 주파수에 관계하는 값이다. SDINS는 일반적으로 개략 수평축 정렬 수행 후 정밀 수평축 정렬을 수행하는데, 이때 정밀 수평축 정렬에서의 계수 k 와 k^b 가 개략 정렬에 비해 보다 작은 값을 갖도록 설계된다. 식 (25)의 ΔW_x^0 과 ΔW_y^0 은 동체 좌표계에서의 속도 증분의 플랫폼 좌표계로의 사영에 해당하는 값이다. x 축과 y 축에서의 AD 복원 척도계수 오차에 의한 가속도 오차 $Acc_{e,x}$ 와 $Acc_{e,y}$ 는 식 (10)과 동일한 형태이다. 식 (22)~식 (25)을 라플라스 변환하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} s^2\Phi_x(s) + sk\Phi_x(s) + k^b g\Phi_x(s) &= \alpha(s) - k^b Acc_{e,y}(s) \\ s^2\Phi_y(s) + sk\Phi_y(s) + k^b g\Phi_y(s) &= \beta(s) + k^b Acc_{e,x}(s) \end{aligned} \quad (26)$$

식 (26)의 s 영역에서의 수평축 자세 오차는 쌍선

형 변환(Bilinear Transform) $s = \frac{2}{dT} \left(\frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}} \right)$ 을 통해 다음과 같이 z 영역으로 변환 될 수 있다.

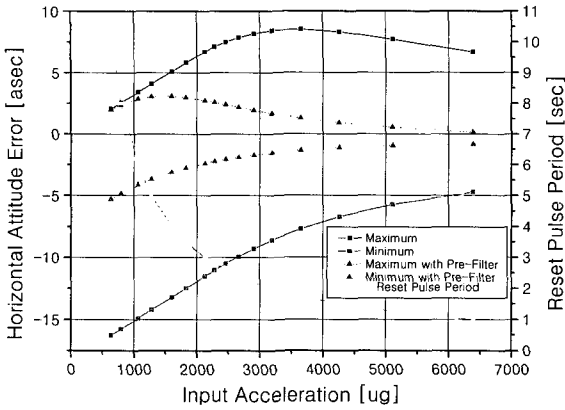
$$\begin{aligned} \Phi_{e,x}(z) &= -\frac{k^b \cdot d \cdot (1+z^{-1})^2}{1-c_1 z^{-1} + c_2 z^{-2}} \times Acc_{e,y}(z) \\ \Phi_{e,y}(z) &= +\frac{k^b \cdot d \cdot (1+z^{-1})^2}{1-c_1 z^{-1} + c_2 z^{-2}} \times Acc_{e,x}(z) \end{aligned} \quad (27)$$

여기서,

$$\begin{aligned} c_1 &= \left(2 + k \frac{dT}{2} - k^b g \frac{dT^2}{4} \right) / \left(1 + k \frac{dT}{2} + k^b g \frac{dT^2}{4} \right) \\ c_2 &= \left(1 - k \frac{dT}{2} + k^b g \frac{dT^2}{4} \right) / \left(1 + k \frac{dT}{2} + k^b g \frac{dT^2}{4} \right) \\ d &= \frac{dT^2}{4} / \left(1 + k \frac{dT}{2} + k^b g \frac{dT^2}{4} \right) \end{aligned}$$

여기서 dT 는 센서 데이터 획득 주기가 아니고 정렬/항법 알고리즘 계산 주기이다. 위 식을 통해 수평 정렬 중 AD 복원 척도계수 오차에 의한 영향은 앞서 언급한 동체 가속도 출력에의 영향과 유사한 문제가 됨을 알 수 있다. 즉, 식 (27)의 전달함수를 각각 $-H_2(z)$ 와 $H_2(z)$ 라 하면, $H_2(z)$ 는 식 (11)의 $H(z)$ 와 직류 이득이 틀린 점을 제외하면 그 형태가 동일하다. 또한 일반적으로 정렬에서의 감쇄 상수는 식 (11)의 ζ 보다 크고 정렬에서의 공진 주파수는 ω_n 보다 작도록 설계된다. 그러므로 동체 가속도 출력용 2차 필터에서 식 (12)의 식 (13)으로의 근사화가 정렬에서도 동일하게 적용될 수 있다. 즉, 동체 가속도 2차 필터 통과후의 가속도 오차 진폭을 구하는 과정이 정렬에서 똑같이 적용 가능하다.

그림 5는 그림 2의 시물레이션과 동일한 조건에서 다양한 입력 가속도에 대한 정렬 오차를 도시한 그래프이다. 여기서도 마찬가지로 입력가속도가 커질수록 오차의 진폭은 작아짐을 확인 할 수 있다. 정렬에서는 알고리즘의 루프 이득 k 와 k^b 의 선정에 따라 오차의 진폭이 달라지는데, 입력가속도가 $1mg$, $k=4$, $k^b=4/g$ 인 경우 복원 척도계수의 2, 5, 10% 오차율에서 정렬 오차의 진폭은 약 19, 46, 87asec 정도이다. 표 2는 1~5mg의 입력가속도와 오차율 2, 5,



[그림 5] AD 복원 척도계수 오차에 의한 개략 수평축 정렬 오차의 최대값과 최소값

[표 3] 입력 가속도 및 N_e 의 오차율에 대한 선행 필터를 사용하는 경우의 수평축 정렬 오차의 진폭[asec]

입력가속도 [mg]	N_e 의 오차율		
	2%	5%	10%
1	7.20	17.64	33.84
2	5.40	13.32	25.56
3	3.60	8.64	16.56
4	2.16	5.74	10.80
5	1.44	3.96	7.20

[표 2] 입력 가속도 및 N_e 의 오차율에 대한 수평축 정렬 오차의 진폭[asec]

입력가속도 [mg]	N_e 의 오차율		
	2%	5%	10%
1	18.72	45.72	87.12
2	18.36	44.64	85.32
3	18.00	43.20	82.8
4	15.84	38.52	73.08
5	14.04	34.20	65.52

포함한 페루프 정렬 알고리즘의 임펄스 응답은 선행 필터가 없는 경우보다도 작은 공진 주파수 특성을 보인다. 공진 주파수가 작아지면 임펄스 응답 사이의 간섭이 발생하지 않기 위한 복원 펄스 발생 주기가 상대적으로 길어져야 한다. 즉, 같은 복원 펄스 발생 주기에 대해 공진 주파수가 작은 경우 임펄스 응답 사이의 간섭이 발생할 가능성이 높게 되고, 가속도 출력용의 2차 필터에서의 결과를 보면 임펄스 응답 사이의 간섭이 빈번해 질수록 오차의 진폭은 줄어들게 된다. 그림 5의 선행 필터를 수행하는 경우의 정렬 오차를 보면 선행 필터를 수행하지 않는 경우에 비해 정렬 오차의 진폭이 상대적으로 작음을 확인할 수 있다. 표 3은 표 2와 동일 조건하에서 선행 필터를 수행하는 경우의 정렬각 오차를 나타낸다. 결과를 보면 선행 필터를 사용하는 경우 1mg 입력가속도에서 오차의 진폭은 약 38% 정도로 줄어들지만 5mg에서는 약 10% 정도로 상당히 줄어들게 된다.

10%에서의 정렬 오차 진폭을 나타낸다. 앞서 설명한 바와 같이 $N_e = Z_1$ 이후로 진폭은 지수적으로 감소하는데, 여기서도 입력가속도가 3mg 이후 진폭이 감소하고 있음을 확인할 수 있다. 정밀 수평축 정렬의 경우 개략에서보다 약 4배 정도 작은 크기의 루프 이득을 사용하도록 설계된 경우 공진주파수 역시 4배로 줄어들게 되므로 AD 복원 척도계수에 의한 정렬 오차의 진폭도 작아진다.

일반적으로 SDINS에서 가속도계 출력 노이즈를 감쇄하기 위해 정렬 수행 전에 선행 필터링을 수행한다. 보통 선행필터의 차단 주파수는 $10^{-1}Hz$ 차수의 크기를 가지도록 설계되는데, 이런 경우 선행 필터를

4. 결론

본 연구에서는 관성항법장치에서 가속도계 보드에 관계하는 AD 복원 척도계수 오차에 의해 유발되는 가속도 오차가 입력 가속도에 비례하는 상수항과 입력 가속도에 반비례하는 주기를 가지는 펄스 열 오차로 구성되어 있음을 보였다. 또한 유도된 가속도 오

차로부터 2차 디지털 필터를 사용하는 동체 가속도 출력 계산 알고리즘과 수평축 정렬 알고리즘에의 영향을 정성적으로 분석하였다.

분석 결과로부터, 동체 가속도 출력과 수평축 정렬 모두 큰 입력 가속도에서는 AD 복원 척도계수 오차에 의한 영향은 거의 나타나지 않는 반면 작은 입력 가속도에서는 그 영향이 두드러지게 나타났다.

가속도계 보드 설계에서 정전류원과 충/방전 스위칭 시간 제어부는 비교적 정확하도록 설계 가능하다. 그러나 커패시터의 전 온도 범위에 대한 안정도는 소자 특성이므로, 커패시터의 온도 특성이 좋은 부품을 채택해야 한다. 이 때, 본 연구에서 유도된 결과로부터 커패시터의 온도 특성에 대한 요구 조건을 도출할 수 있다. 또한, AD 복원 척도계수가 적절히 보상되지 않는 상황에서, 입력 가속도를 알면 AD 복원 척도계수 오차에 대한 실시간 추정 기법의 연구에 유용하다.

참 고 문 헌

- [1] G. M. Siouris, Aerospace Avionics Systems, A Modern Synthesis, Academic Press, 1993.
- [2] 성창기, 이태규, 가속도계 신호처리 오차의 항법 장치 영향 분석, TEDC-417-051104, 국방과학연구소, 2005. 10.
- [3] 성창기, 이태규, 박정화, 박준표, SDINS 교정 기법(2-axis turning table), TEDC-417-050021, 국방과학연구소, 2005. 1.
- [4] 이태규, 조윤철, 제창해, KLINS 성능평가 기법 및 절차 개발, TEDC-417-051006, 국방과학연구소, 2005. 9.
- [5] 이태규, 제창해, KLINS 항법 프로그램 개발, TEDC-417-051005, 국방과학연구소, 2005. 9.
- [6] A. V. Oppenheim and R. W. Schaffer, Discrete-Time Signal Processing, Prentice Hall, New Jersey, 1998.
- [7] O. S. Salychev, Inertial Systems in Navigation and Geophysics, Bauman MSTU Press, Moscos, 1998.