

## $f-k$ 분석에 의한 레이더파 속도 측정 및 레이더파의 분산성 가이드 현상을 이용한 지하 물성 계산

이명종<sup>1\*</sup> · Anthony L. Endres<sup>2</sup> · 김정호<sup>1</sup>

<sup>1</sup>한국지질자원연구원 지반안전연구부

<sup>2</sup>Department of Earth Sciences, University of Waterloo, Canada

### Measurement of GPR Direct Wave Velocity by $f-k$ Analysis and Determination of Dielectric Property by Dispersive Guided Wave

Myeong-Jong Yi<sup>1\*</sup>, Anthony L. Endres<sup>2</sup> and Jung-Ho Kim<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Geotechnical Engineering Div., Korea Institute of Geoscience and Mineral Resources

<sup>2</sup>Department of Earth Sciences, University of Waterloo, Canada

**요약:** 지표 천부 불포화대의 특성화에서 중요한 토양수분함량의 측정을 위한 GPR 탐사에서 지중 직접파 측정 자료의  $f-k$  분석을 이용한 레이더파 속도 측정법의 응용성을 검토하였다. 상부 토양이 하부에 비하여 건조한 경우에는  $f-k$  스펙트럼 상에서 대부분의 에너지가 공기층과 건조 토양의 속도로 이루어지는 영역 내에 존재하며, 고주파수 자료를 이용하여 비교적 정확하게 상부층의 속도를 획득할 수 있었다. 이에 비하여 천부 토양층이 하부에 비하여 수분 함유량이 높은 조건에서는 대부분의 에너지가 건조토양과 습윤토양의 속도로 형성되는 영역 내에 분포하고 있으며, 특히 이 경우 레이더파는 습윤 토양층을 통하여 비손실성으로 전파하는 레이더파의 분산성 가이드 현상을 나타내었다. 이와 같은 가이드 현상은 모드 전파이론으로 설명되며, 이 연구에서는 이를 이용하여 2층 층서구조의 각 층의 유전율과 층의 두께를 정확히 계산할 수 있는 역산 알고리즘을 개발하였다. FDTD 수치모델링 자료에  $f-k$  분석을 적용하여 속도분산곡선을 획득하고 이 자료에 개발된 역산 알고리즘들을 적용함으로써 두층의 유전율과 두께를 정확하게 계산할 수 있었으며, 특히 역산 시 고차 모드를 포함함으로써 그 정확도를 향상시킬 수 있었다. 향후 비슷한 조건을 가지는 현장에 개발된 알고리즘을 적용하여 정량적인 전기적 물성을 획득할 수 있을 것으로 기대된다.

**주요어:** 지표레이더, 불포화대,  $f-k$  분석, 가이드, 속도분산, 모드 전파

**Abstract:** We have examined the applicability of  $f-k$  analysis to the GPR direct wave measurement for water content to characterize vadose zone condition. When the vadose zone consists of a dry surface layer over wet substratum, we obtained  $f-k$  spectra where most of the energy is bounded by the air and dry soil velocities. In this case, dry soil velocity was successfully estimated by using high frequency data. On the other hands, when wet soil overlies dry substratum, the  $f-k$  spectra show a contrasting response where most of the energy travels with the velocity bounded by dry and wet soil velocities. In this case, the radar waves are trapped and guided within wet soil layer, exhibiting velocity dispersion. By adopting modal propagation theory, we could formulae a simple inversion code to find two layer's dielectric constants as well as layer thickness. By inverting the velocity dispersion curve obtained from  $f-k$  spectra of synthetic modeling data, we could obtain good estimates of dielectric constants of each layer as well as first layer thickness. Moreover, we could obtain more accurate results by including the higher mode data. We expect this method will be useful to get the quantitative property of real subsurface when the field condition is similar.

**Keywords:** GPR, vadose zone,  $f-k$  analysis, guided wave, velocity dispersion, modal propagation

2006년 10월 17일 접수; 2006년 11월 25일 채택

\*Corresponding author

E-mail: muse@kigam.re.kr

Address: Engineering Geophysics Group,  
Korea Institute of Geoscience and Mineral Resources,  
30 Gajeong-dong, Yuseong-gu, Daejeon, 305-350 Korea

## 서 론

최근 물리탐사에 있어서 천부 불포화대(Vadose zone)의 특성화는 매우 중요한 응용분야의 하나로 자리 잡고 있으며, 특히 불포화대의 물리적 특성이 토양 수분함량과 밀접한 관련을 가짐에 따라 이 영역에서의 토양수분함량 측정에 대한 연구가 활발히 이루어지고 있다. 최근에 이르기까지 토양 수분함량 측정을 위하여 시료를 이용한 직접 측정법, TDR (Time Domain Reflectometry) 및 중성자 산란(Neutron Scattering)을 이용하는 방법 등이 사용되어 왔으나, 이들 방법들은 광역의 신속한 자료획득이라는 측면에서 비효율적이라고 할 수 있다. 이에 비하여 각종 물리탐사 기술들은 지하 매질에 인위적인 손상을 가하지 않는 비파괴적 성격과 비교적 넓은 영역을 빠른 시간에 조사할 수 있다는 장점을 가짐으로써 토양수분함량의 측정에서 매우 유망한 기술로 인식되고 있으며, 현재에는 수리물리탐사(Hydrogeophysics)의 한 부분으로 자리매김하고 있다 (Hubbard and Rubin, 2005).

여러 가지 물리탐사법 가운데 토양수분 함량 측정 및 모니터링에 있어서 지표레이더(GPR) 탐사법이 중요한 방법의 하나로 이용되고 있으며(Huisman *et al.*, 2003), 이는 불포화대를 이루는 토양(4~10), 물(80), 그리고 공기(1) 등의 유전율 차이가 뚜렷하여 레이더파의 전파속도가 수분함량에 크게 의존하게 되기 때문이다(Topp *et al.*, 1980). 따라서, 토양수분함량의 측정은 레이더파의 속도를 측정하고 이를 Topp의 방정식 등을 통하여 토양수분함량을 계산하는 방식으로 이루어지게 된다 (Endres and Redman, 1996). 이를 위한 GPR 탐사에는 대표적으로 지하 하부로부터의 반사파를 이용하는 반사법 탐사법 (van Overmeeren *et al.*, 1997; Greaves *et al.*, 1996)과 지표면을 따라 전파하는 지중 직접파(Direct ground wave)를 이용하는 CMP (common midpoint) 또는 WARR (wide angle reflection and refraction)법 등이 주로 이용되고 있다(Chanzy *et al.*, 1996; Hubbard *et al.*, 2002; Huisman *et al.*, 2001). 이 가운데 반사법 탐사는 지표 부근의 수분함량을 측정하기 어렵다는 단점이 있으며, 이에 따라 천부의 수분함량 측정을 위해서는 주로 지중 직접파를 이용하는 방법이 많이 이용되고 있다. 그러나 이 방법 또한 천부에 매우 얇은 층이 존재하는 경우 발생하는 여러 가지 종류의 파들을 분리하기 어렵고 그 결과 겉보기 수평속도를 획득하는데 어려움이 있다(Galagedara *et al.*, 2005; Huisman *et al.*, 2001). 또한, 얇은 천부 토양층의 수분함량이 하부에 비하여 높은 경우에는 매우 특별한 현상이 발생하는 바, 이를 레이더파의 분산성 가이드 현상(Arcone *et al.*, 2003)이라고 부르며, 이 경우 레이더파의 속도를 결정하는 것이 매우 어렵게 된다.

따라서, 본 연구에서는 천부 불포화대에서 가정할 수 있는 매우 간단한 토양층 구조를 설정하고 수치모델링으로 획득한 WARR배열 다중 오프셋 자료에 대하여 2차원 푸리에 변환( $f$

$k$  변환)을 응용하여 레이더파 속도 및 토양수분함량을 측정하고자 하였다. 이와 같은  $f-k$  변환은 여러 가지 파가 존재하는 다중 오프셋 탄성과 탐사자료로부터 겉보기 수평속도를 획득하기 위하여 이용되는 방법으로 통상적인 GPR 탐사자료의 해석에서의 주시발체에 의한 속도 측정에 비하여 여러 가지 경로를 따른 파를 분리할 수 있는 장점이 있다. 한편, 레이더 속도 측정과정에서 특히 천부에 습윤 토양 그 하부에 건조토양이 존재하는 경우 레이더파의 분산성 가이드 현상이 발생하게 되므로  $f-k$  분석을 통한 속도분산 곡선의 획득이 가능하다. 본 연구에서는 이와 같은 속도분산 곡선으로부터 2차원 층서구조의 유전율과 두께를 정확하게 구할 수 있는 역산 알고리즘을 개발하고자 하였다.

## FDTD 수치모델링

$f-k$  분석을 위한 다중 오프셋 GPR 탐사자료를 획득하기 위하여 본 연구에서는 2차원 시간영역 유한차분(FDTD, finite difference time domain) 모델링을 수행하였다. FDTD 시뮬레이션은 공개 2차원 GPR 모델링 소프트웨어인 GPRMAX2D (Giannopolous, 2002)를 이용하였으며 다중 오프셋 직접파 자료를 얻기 위하여 WARR 탐사를 가정하였다. 실제 GPR 탐사 모델링에 대한 반응을 고찰하기 위해서는 3차원 모델링이 바람직하지만, 이 연구에서는 좁은 트레이스 간격과 긴 오프셋까지 시뮬레이션을 수행하여함을 고려하여 2차원 모델링을 수행하였다. Fig. 1은 모델링에 사용한 지하구조 모형으로 2층 층서 구조를 가정하였다. 이 모형에서 공기층의 두께는 18 m로 하여 상부로부터의 인위적인 반사가 없도록 하였으며, 지하 하부를 22 m × 7 m로 하였다. 또한, 송신 안테나를 10 m에 위치하고 수신 안테나를 10.5 m에서 22.0 m 까지 2 cm 간격으로 이동시키므로써 WARR 자료를 획득하였다. 수치모델링에서 문제가 되는 수치분산(numerical dispersion)을 최소화하고자 격자의 크기를 0.005 m로 하고 11.328 psec의 시간 간격을 이용하여 모델링을 수행하였다. 본 모델링에서는 리커 파형요소를 송신원으로 이용하였다.

이와 같은 모형에 대하여 본 연구에서는 두 가지의 시나리오를 가정하여 모델링을 수행하였다. 즉, 건조층이 습윤층 상

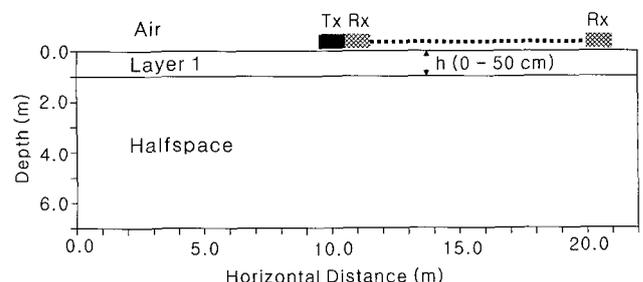


Fig. 1. Sketch of two-layered earth model used for the numerical simulations.

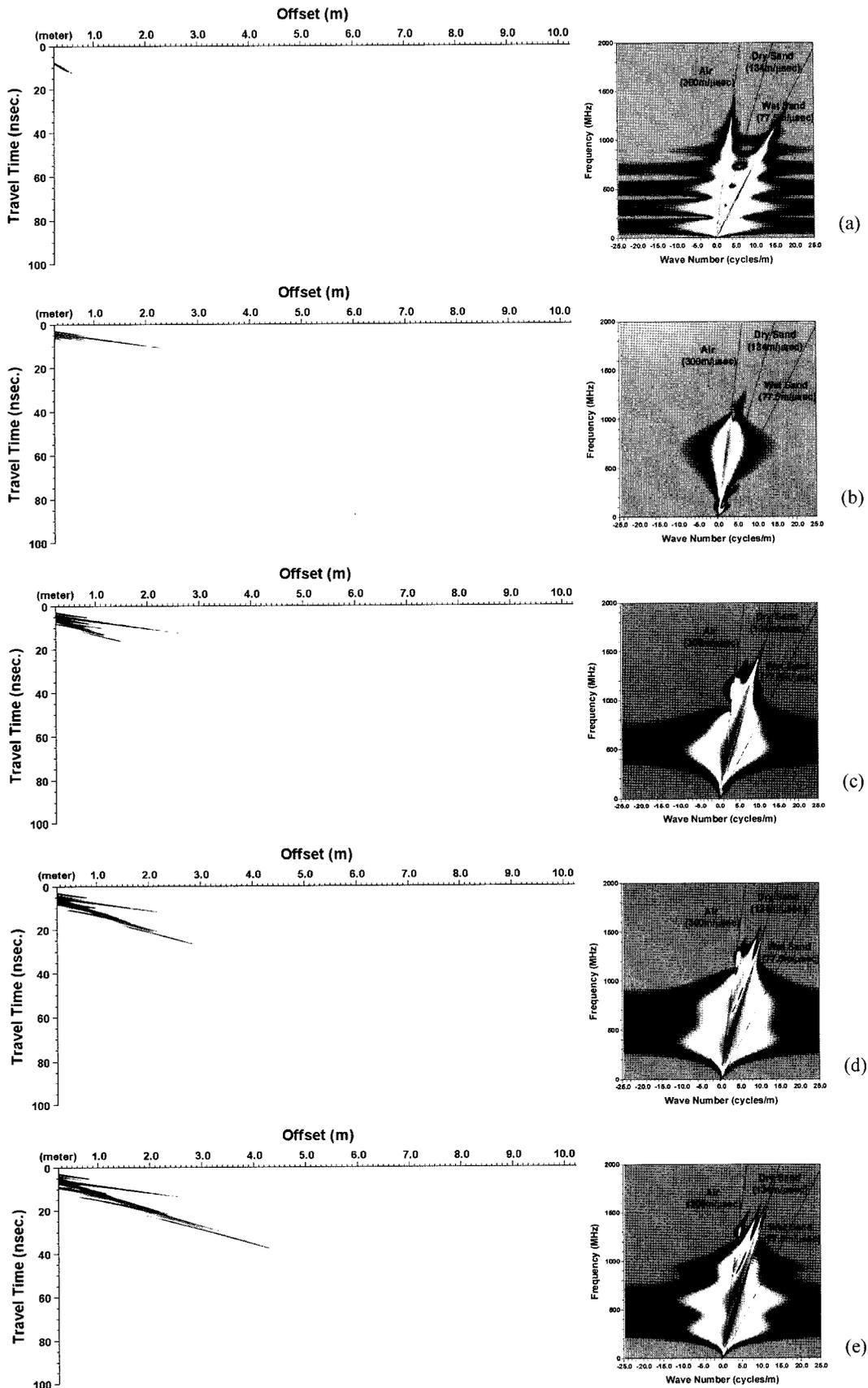


Fig. 2. Synthetic WARR data for the dry layer over wet substratum models and their corresponding  $f$ - $k$  spectra. Dry layer thicknesses are (a) 0 cm, (b) 5 cm, (c) 10 cm, (d) 15 cm, (e) 20 cm, (f) 25 cm, (g) 35 cm, and (h) 45 cm, respectively.

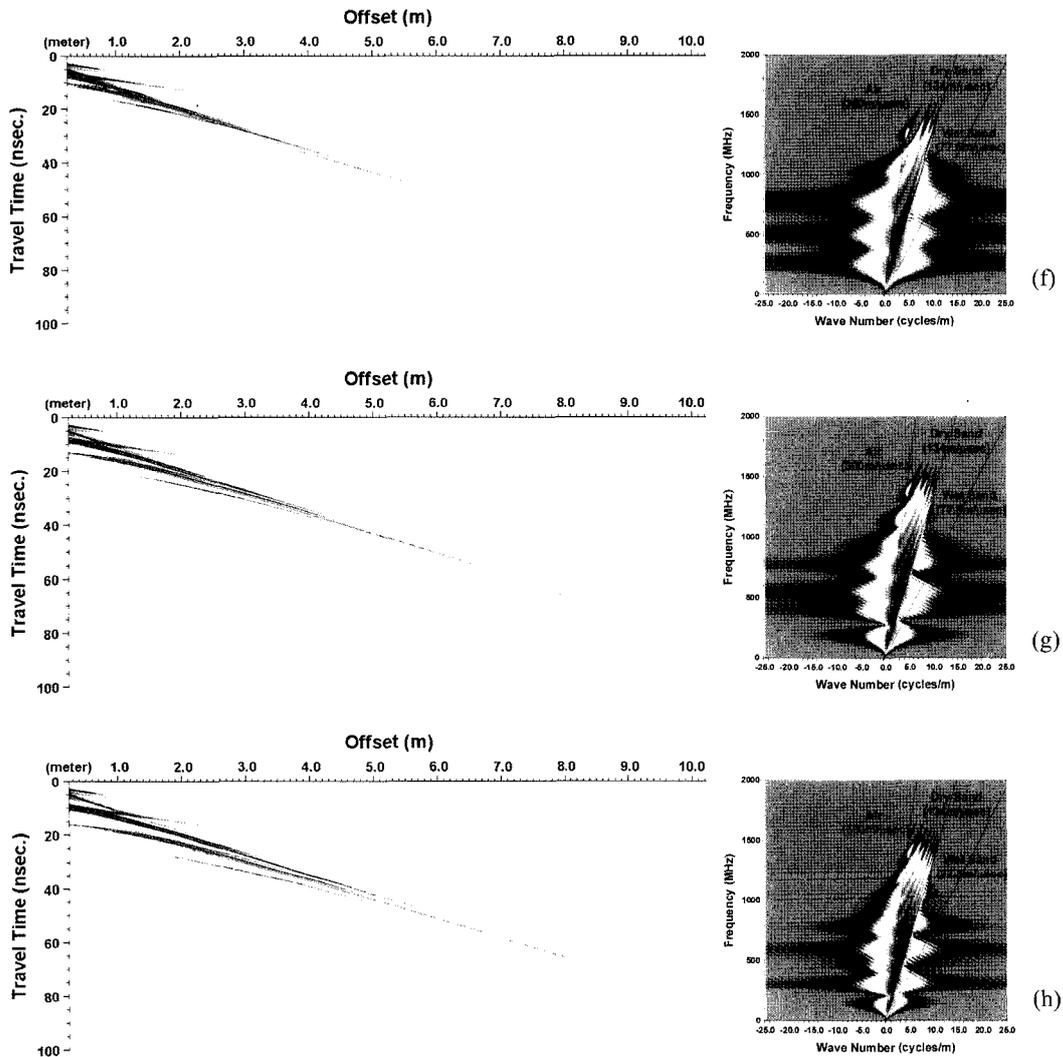


Fig. 2. Continued.

부에 위치하는 보통의 지하수 조건을 가정한 경우와 상부에 습윤층이 존재하는 경우의 두 가지로 나누어 모델링을 수행하였다. 이때 사용한 안테나의 중심주파수는 100, 200, 450, 900 MHz 등이며, 이 논문에서는 450 MHz의 결과를 이용하여 설명한다. 이 모델에서 건조된 사질 토양의 상대유전율을 5, 습윤 상태의 토양은 15의 값을 가지도록 하였고 이는 Topp의 방정식(Topp *et al.*, 1980)을 이용하여 토양수분함량으로 환산시 8 % 및 27.6 %에 해당하며, 전기전도도는 10,000 ohm-m와 200 ohm-m의 값을 가지는 경우로 하였다. 이는 Galagedara *et al.* (2005)의 모델링에서 사용한 변수와 동일한 것이다. 이와 같은 물성에 대하여 Fig. 1에서와 같이 천부층의 두께를 변화하면서 모델링 반응을 획득하였다.

**건조-습윤 토양에 대한  $f-k$  분석**

Fig. 2는 건조-습윤 토양으로 구성된 경우에 대한 FDTD 수치모델링 반응을 나타낸다. 그림에서 모델링에 사용된 중심주

파수는 450 MHz이고 경계면의 깊이는 0 cm에서 45 cm 까지 변화하고 있다. (a)와 같이 경계면이 없는 경우 공중파(300 m/ $\mu$ sec)와 공기-지표 경계면을 따르는 직접파(77.5 m/ $\mu$ sec)를 관찰할 수 있다. 이에 대하여 경계면이 존재하는 경우 레이더파의 거동은 변화하고 있으며 경계면의 심도에 따라 비교적 연속적인 변화 형태를 보여주고 있다. 특히 경계면 심도가 5 cm에 불과한 경우 대부분의 에너지가 공중파로서 전파하고 있으며, 하부 습윤층의 속도로 전파하는 임계 굴절파가 아주 미약하게 나타나고 있다. 이는 건조-습윤 토양의 경우 임계 굴절파가 발생되지 않는 특성과 부합하여 경계면에서 급격한 감쇠를 보이는 굴절파의 특성이 일부 나타난 것으로 해석된다. 또한 이 경우 토양층을 이루는 건조 또는 습윤 토양의 레이더파 속도를 따라 전파하는 레이더파의 존재가 불분명한 상태이다.

(c)와 같이 심도가 깊어지는 경우 주 에너지가 건조층의 속도를 따라 전파하고 그 값 자체는 실제 값에 비하여 다소 높게 나타나고 있다. 이는 지표면을 따라 전파하는 직접파가 지

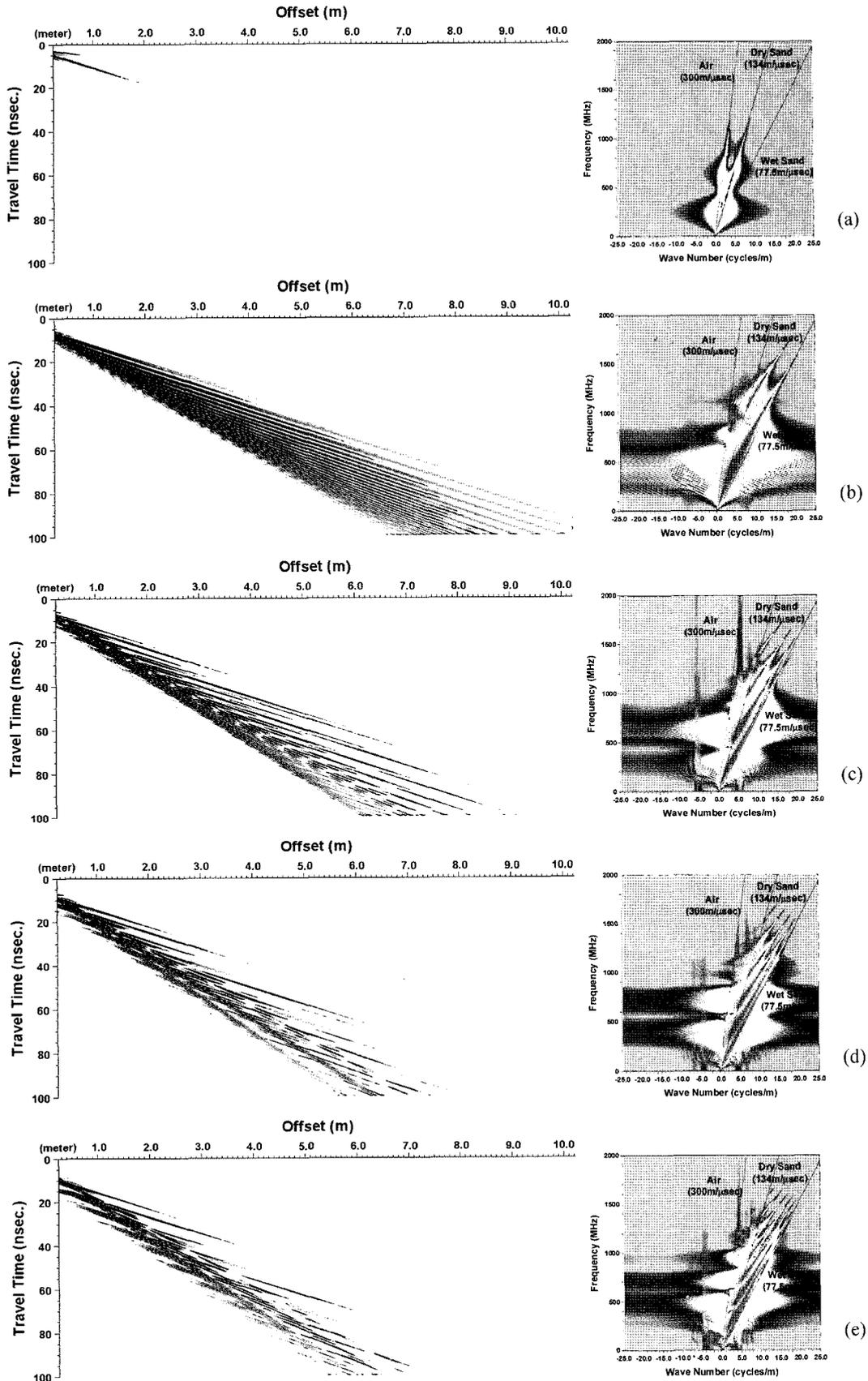


Fig. 3. Synthetic WARR data for the wet layer over dry substratum models and their corresponding  $f$ - $k$  spectra. Wet layer thicknesses are (a) 0 cm, (b) 5 cm, (c) 10 cm, (d) 15 cm, (e) 20 cm, (f) 25 cm, (g) 35 cm, and (h) 45 cm, respectively.

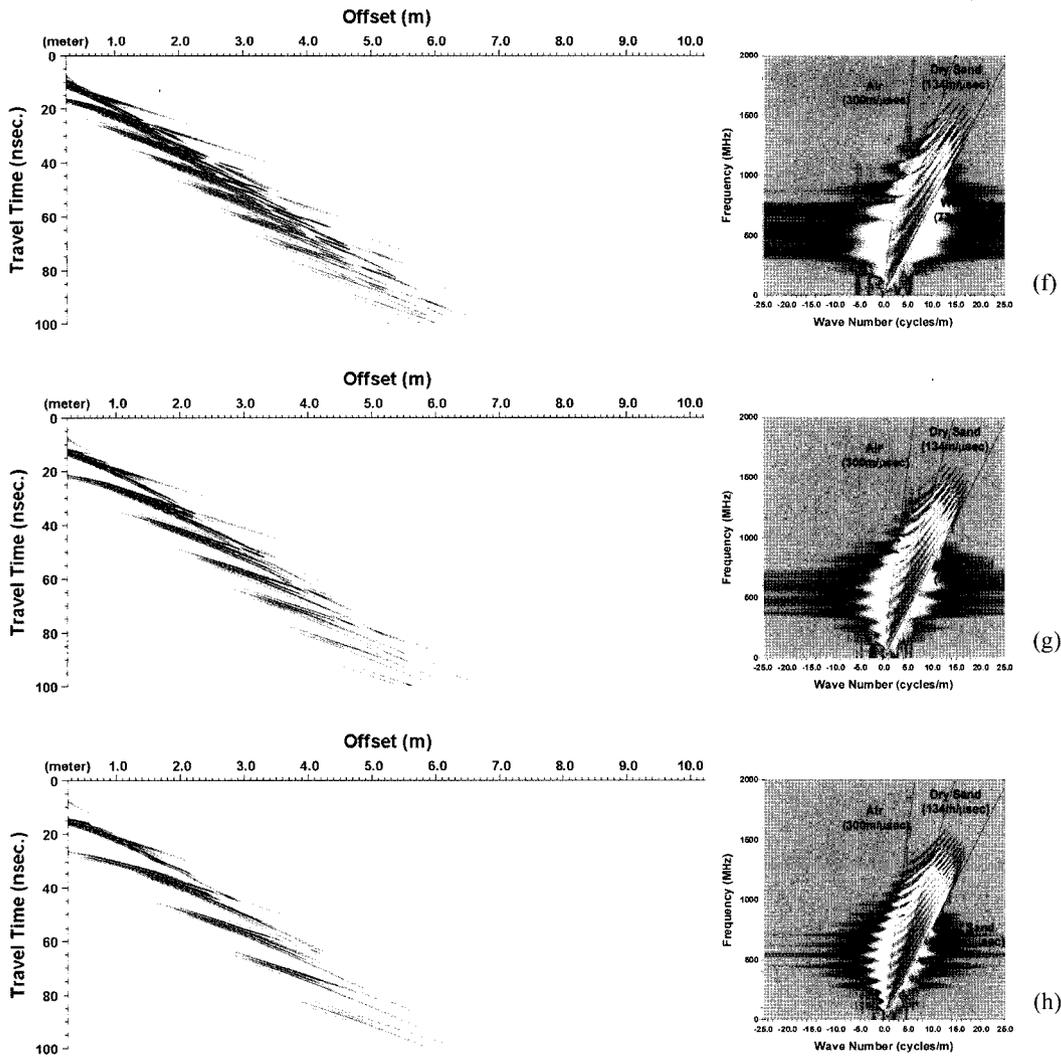


Fig. 3. Continued.

배적이거나 이를 하부의 습윤층으로부터의 반사와 구분하기가 어렵다는 점을 시사한다. 이와 같이 두 가지 파의 혼재는 특히 저주파수 대역에서 심하게 되며, 고주파수 영역에서는 좀더 정확한 레이더 속도를 획득할 수 있다고 할 수 있다. 5 cm 경우와 달리, 하부층으로부터의 굴절파는 나타나지 않고 있다. Galagedara *et al.* (2005)은 동일한 레이더 영상으로부터 직접적으로 지중 직접파 속도를 발췌한 바 있으며, 이 경우 심도 약 10 cm 미만에 경계면이 존재하는 경우 획득한 파의 속도는 하부층의 속도를 나타내었다. 이 연구에서의  $f-k$  분석결과 Galagedara가 발췌한 레이더 속도는 하부층을 통한 굴절파의 속도로 봄이 타당하며 실제 지중 직접파는 하부층으로부터의 반사파와 혼재하고 있음을 알 수 있다. 이와 같은 사실에서 볼 때  $f-k$  분석법이 전파경로가 달라 서로 다른 속도를 보이는 여러 가지 파를 구분하는데 매우 유용한 방법임을 알 수 있다.

심도가 15 cm 이상으로 증가된 경우에는 쉽게 지중 직접파의 속도를 얻을 수 있으며, 특히 모든 레이더 파의 속도가 공

중파와 건조층의 속도로 규정되는 부채꼴내에 국한되어 나타나는 특징을 보이고 있다. 또한 심도가 증가함에 따라  $f-k$  스펙트럼상에 “닭벼슬” 형태의 특징적인 스펙트럼 분포를 보임을 알 수 있다. 이와 같은 스펙트럼 분포는 하부층으로부터의 다중반사에 기인하는 것으로 해석된다. 이와 같은 다중반사파의 겹보기 속도는 주파수에 의존하며 저주파수 대역에서는 건조토양의 속도보다 높은 값을 나타내고 고주파수로 가면서 정확한 레이더파 속도를 나타내고 있다.

실제 현장에서의 WARR 탐사자료 획득 시 측정 가능한 송수신기 간격은 비교적 제한되어 있으므로 비교적 근거리 오프셋에 대한 자료만을 이용할 수 있게 된다. 이 경우 직접파의 속도를 레이더 영상에서 정확히 발췌하기는 상당히 어려우며 특히 위 예에서와 같이 반사파와 혼재하는 경우에는 더욱 어려워진다. 경계면의 심도가 충분히 깊어지는 경우 공중파, 직접파, 반사파가 확연히 구분되며 통상적인 방법에서와 같이 주시의 발췌를 통하여 지중 직접파의 속도를 구함으로써 이 부

분의 수분함량을 측정할 수 있게 된다.

**습윤-건조 토양에 대한  $f$ - $k$  분석**

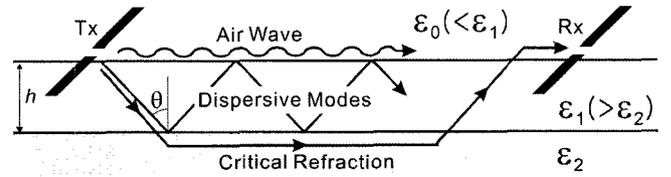
지하수 연구에 있어서 지표수의 지하로의 침투 또한 중요한 관심사의 하나이다. 이는 지표로부터의 오염의 확산이라는 문제에서 중요한 일부분이며, 이 경우 설정할 수 있는 지하구조 모형은 습윤토양이 건조토양위에 존재하는 경우로 가정할 수 있다. 이 경우 침윤 깊이의 결정 및 각 층의 수분함량 규명이 가장 중요한 관심사라고 할 수 있다. 이와 같이 특수한 상황의 지하모형에 대한 분석을 위하여 앞의 경우와 같이 FDTD 수치모델링 및  $f$ - $k$  분석을 실시하였다. Fig. 3은 모델링 결과 획득한 레이더 영상과 그  $f$ - $k$  분석 결과를 나타낸다. 그림에서 경계면이 없는 경우 공중파(300 m/μsec) 및 지중 직접파(134 m/μsec)가 뚜렷하게 측정되며, 침윤선이 5 cm에 형성되는 경우 앞의 건조-습윤 토양의 경우와 구분되는 매우 특징적인 반응을 확인할 수 있다. 그림에서 보면 레이더파가 감쇠되지 않고 고주파수 성분이 저주파수 성분에 비하여 빨리 도착하는 현상을 보여주고 있다. 이와 같은 특별한 현상은 분산성 가이드 현상이라고 부르며 이는 레이더파가 상부의 공기층과 하부의 건조층에 의하여 가이드되기 때문에 발생하는 현상이다. 이와 같은 가이드파의 특성은  $f$ - $k$  스펙트럼 상에서 관찰할 수 있으며, 이는 직접파의 속도가 주파수에 대한 의존성을 보인다는 점에 있다. 즉, 저주파수대역에서의 속도는 건조층의 속도에 가깝게 나타나며, 고주파수 영역에서는 습윤토양의 속도에 가까운 속도를 보여주고 있다.

습윤층의 두께가 증가함에 따라 그림에는 앞의 경우에서와 비슷하게 닭벼슬 형태의 스펙트럼 분포를 보이고 있으며, 이들은 건조토양(134 m/μsec) 및 습윤토양(77.5 m/μsec)의 속도로 이루어지는 부채살 영역내에 분포하고 있다. 이와 같은 분포 영역은 앞의 건조-습윤토양의 경우와 구별되는 특성이라고 할 수 있다.

**분산성 가이드파의 역산**

Fig. 4와 같은 2층 층서구조에서 천부층의 유전율이 하부층에 비하여 높은 경우에는 천부층을 가이드층으로하여 레이더파가 감쇠되지 않고 전파하게 되는 모드 전파현상이 발생하며, 특히 천부층의 두께가 레이더파의 파장에 비하여 작거나 비슷한 경우 매우 강한 분산성을 나타낸다. 이 경우 그림에서와 같이 하부층에서는 임계굴절이 발생하고 그 상부의 가이드 층에서는 분산성 모드 전파가 발생하게 된다. 가이드 층의 두께와 유전율에 따라 임계각 보다 큰 수개의 특정 입사각으로 정해지는 위상속도를 가지는 고차 모드들이 발생하게 되며, 이 들 여러 모드 가운데 특히 1차 모드가 항상 가장 강하고 중요하게 된다.

앞의 Fig. 3에는 이와 같은 레이더 파의 분산성이 잘 보여지고 있는 바, 가이드 파의 속도는 저주파수 대역에서 134 m/



**Fig. 4.** Schematic diagram of GPR survey over two layered earth. Propagation paths of the air wave, dispersive guided wave, and refracted wave, which can be observed when overlying layer has higher dielectric constant than lower substratum, are shown schematically.

μsec, 고주파수 대역에서 77.5 m/μsec에 근접한 값을 보여주고 있다. 또한 습윤 토양층의 두께가 증가함에 따라 고차모드의 수가 증가하고 있으며, (b)에서는 2가지 모드가 보이는 반면 (c)와 (d)에서는 4가지 및 5가지 모드가 보여지고 있다. 또한 이 모든 경우에서 1차 모드의 에너지가 가장 크게 나타나고 있다.

이와 같은 레이더파의 분산성 가이드 현상은 모드전파이론 (Modal Propagation Theory)으로 설명할 수 있으며, 통상적으로 GPR 탐사에서 이용하는 TE (Transverse Electric) 모드의 경우 다음과 같은 모드전파 방정식을 쓸 수 있고

$$R_{10}R_{12}\exp(i2k_1h\cos\theta) = 1, \tag{1}$$

여기서, 두 TE 모드 반사계수는 다음과 같다.

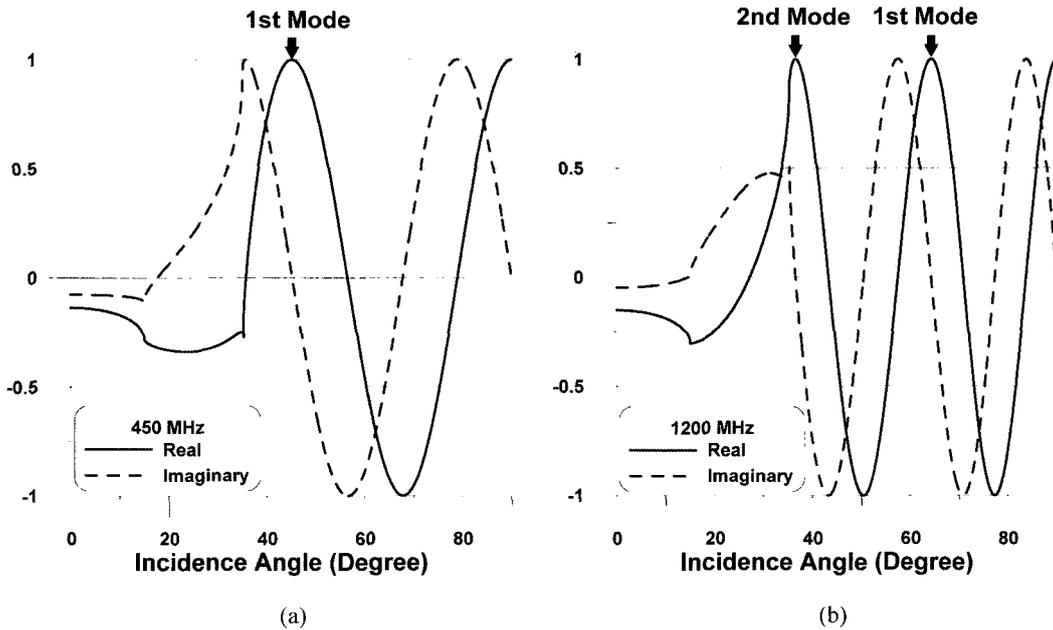
$$R_{10} = \frac{k_1\cos\theta - (k_0^2 - k_1^2\sin^2\theta)^{1/2}}{k_1\cos\theta + (k_0^2 - k_1^2\sin^2\theta)^{1/2}} \tag{2}$$

$$R_{12} = \frac{k_1\cos\theta - (k_2^2 - k_1^2\sin^2\theta)^{1/2}}{k_1\cos\theta + (k_2^2 - k_1^2\sin^2\theta)^{1/2}} \tag{3}$$

여기서,  $k_0 = 2\pi f/c$ ,  $k_1 = k_0\sqrt{\epsilon_1}$ ,  $k_2 = k_0\sqrt{\epsilon_2}$ 이며, 상부층의 유전율은  $\epsilon_1$ , 그 두께는  $h$ 이고 하부층의 유전율은  $\epsilon_2$ 으로 정의된다. 식 (1)을 입사각  $\theta$ 에 대해서 풀면 위상속도는 다음과 같다.

$$v_{ph} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_1}\sin\theta}. \tag{4}$$

먼저 이와 같은 모드 전파 방정식의 특성을 살펴보기 위하여 습윤-건조토양으로 구성된 2층 구조에서 습윤 토양의 두께를 5 cm로 하고, 상부층과 하부층의 유전율이 각각 15와 5인 경우에 대하여 식 (1)에 나타난 모드 방정식의 해를 구하여 보았다. Fig. 5는 450 MHz와 1200 MHz에 대하여 입사각  $\theta$ 를 변화시키면서 식 (1)의 좌변의 값들을 실수부와 허수부로 나누어 도시한 것이다. 그림에서 실수부의 값이 1이고 허수부의 값이 0인 경우의 입사각  $\theta$ 가 모드 방정식의 해가 되며, 450



**Fig. 5.** Solutions to modal equation at 450 MHz (a) and 1200 MHz (b) when the wet layer thickness is 5 cm. Solid and dotted lines are the real and imaginary parts of modal equation with varying incident angle, respectively.

MHz에서의 해는 45.24°와 90°이고, 1200 MHz에서는 36.54°, 64.25°, 90° 등 3개의 해를 나타내고 있다. 여기서 90°는 모드 방정식을 항상 만족하는 물리적으로 무의미한 해이므로 제외하게 된다. 따라서 450 MHz에서의 해는 유일해로서 1차 모드만이 존재하나 1200 MHz의 경우 1차 모드와 아울러 2차 모드가 출현하며, 64.25°가 1차 모드이고 36.54°가 2차 모드에 대한 입사각이 된다. 즉, 주파수가 높아질수록 계산되는 입사각은 점점 더 커지게 되고 이후 1차 모드의 입사각보다 작은 고차모드의 입사각이 출현하게 된다. 이와 같이 얻어진 입사각들을 이용하여 각 주파수에서의 위상속도를 계산하면, 450 MHz에서 1차 모드의 위상속도는 109.1 m/μsec이 된다. 또한, 1200 MHz에서 1차 모드의 위상속도는 86.0 m/μsec 이고 2차 모드의 위상속도는 130.1 m/μsec가 된다. 1차 모드의 경우 두 가지의 주파수에서 뚜렷하게 다른 위상속도를 나타내고 있으며, 이를 여러 주파수에서 획득함으로써 속도분산곡선을 얻을 수 있다. 한편, 특정주파수 이하에서는 식 (1)의 모드 방정식에 대한 해가 존재하지 않으며, 이를 1차 모드에 대한 절단주파수라고 한다. 그림에는 도시하지 않았으나 180 MHz 이하에서는 식 (1)의 해가 존재하지 않으며, 이 주파수와 1130 MHz 사이에서는 1차 모드만이 존재하여 단 한개의 입사각만이 존재하며, 1130 MHz 이상에서는 1차 및 2차 모드의 입사각이 모두 존재한다. 따라서 180 MHz를 1차모드의 절단주파수라고 하며, 1130 MHz를 2차모드의 절단주파수라고 한다. 한편, 유전율 및 층 두께의 변화에 따라서 식 (1)에 대한 해의 수는 변화하게 되며, 2차이상의 고차모드가 발생하게 된다.

이와 같이 주파수에 따른 입사각의 변화에 의하여 발생하는 레이더파의 속도분산을 가시화하기 위하여 Fig. 3의  $f-k$  스펙

트럼 상에 나타나는 이벤트를 발췌하였으며, Fig. 6(a)와 Fig 7(a)는 경계면 심도가 5 cm 및 10 cm 인 경우의  $f-k$  스펙트럼에서 발췌한 자료를 나타낸다. 이와 같은 자료의 발췌에는 각 모드가 존재하는 영역에 대하여  $f-k$  스펙트럼 상의 최대값을 나타내는 부분을 이용하였다. 경계면 심도가 5 cm인 경우 1차 및 2차 모드를, 심도가 10 cm인 경우에는 1차 모드에서 4차 모드까지 발췌하였다. 이와 같이 발췌된 자료는 손쉽게 속도-주파수 영역인 속도 스펙트럼으로 변환할 수 있으며, Fig. 6(b)와 Fig. 7(b)는 그 결과를 나타낸다. 그림에는 모드 전파 이론에 의하여 해석적으로 계산된 각 모드에 대한 속도 스펙트럼을 실선으로 표시하였다. 이 연구에서 획득한 탐사자료가 FDTD 수치모델링에 의한 모델링 자료이므로 그림에서와 같이 특히 고주파수대역에서 해석적 해와의 차이가 발생하고 있는데 이는 수치모델링의 수치분산에 의한 효과로서 더욱 작은 격자를 이용함으로써 그 분산효과를 줄일 수 있다. 이와 같은 오차를 제외하고 이론해와  $f-k$  스펙트럼을 이용하여 발췌한 자료가 아주 잘 일치하고 있으며, 이는 각 모드의 위상속도를 얻기 위하여  $f-k$  스펙트럼을 이용하는 방법이 효율적임을 잘 보여주고 있다.

여기서 또 한 가지 주목해야 할 점은 앞에서 설명한 바와 같이 특정한 절단 주파수 아래에는 분산 곡선이 존재하지 않는다는 점으로 이는 레이더파의 가이드 현상이 일종의 고주파 통과필터로 작용함을 말해준다. 1층의 두께가 5 cm인 경우 1차 모드에 대한 절단 주파수는 앞에서 언급한 바와 같이 약 180 MHz임에 비하여 2차 모드의 절단 주파수는 1130 MHz로 나타나 있다. 또한, 1층 두께가 10 cm인 경우 절단주파수가 1차 모드의 경우 90 MHz, 2차 모드의 경우 565 MHz로 절단

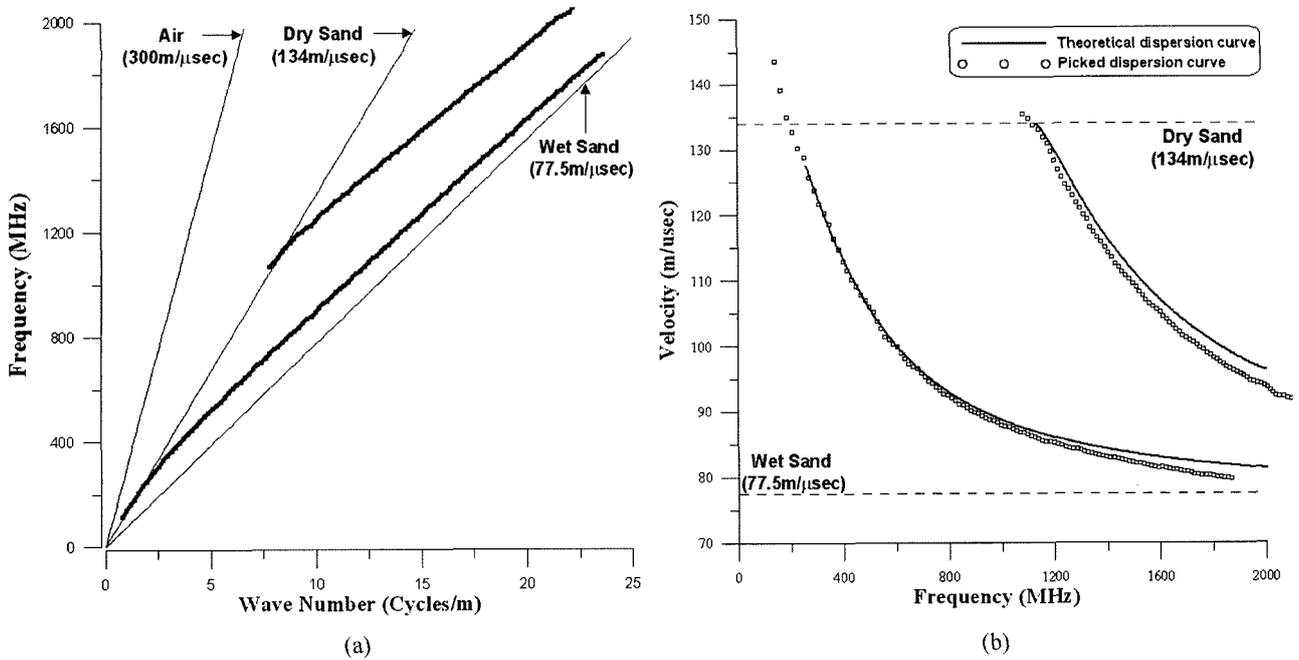


Fig. 6. Locus of maximum amplitude values in the  $f$ - $k$  spectra and corresponding velocity dispersion curves for the wet layer thickness of 5 cm over dry substratum.

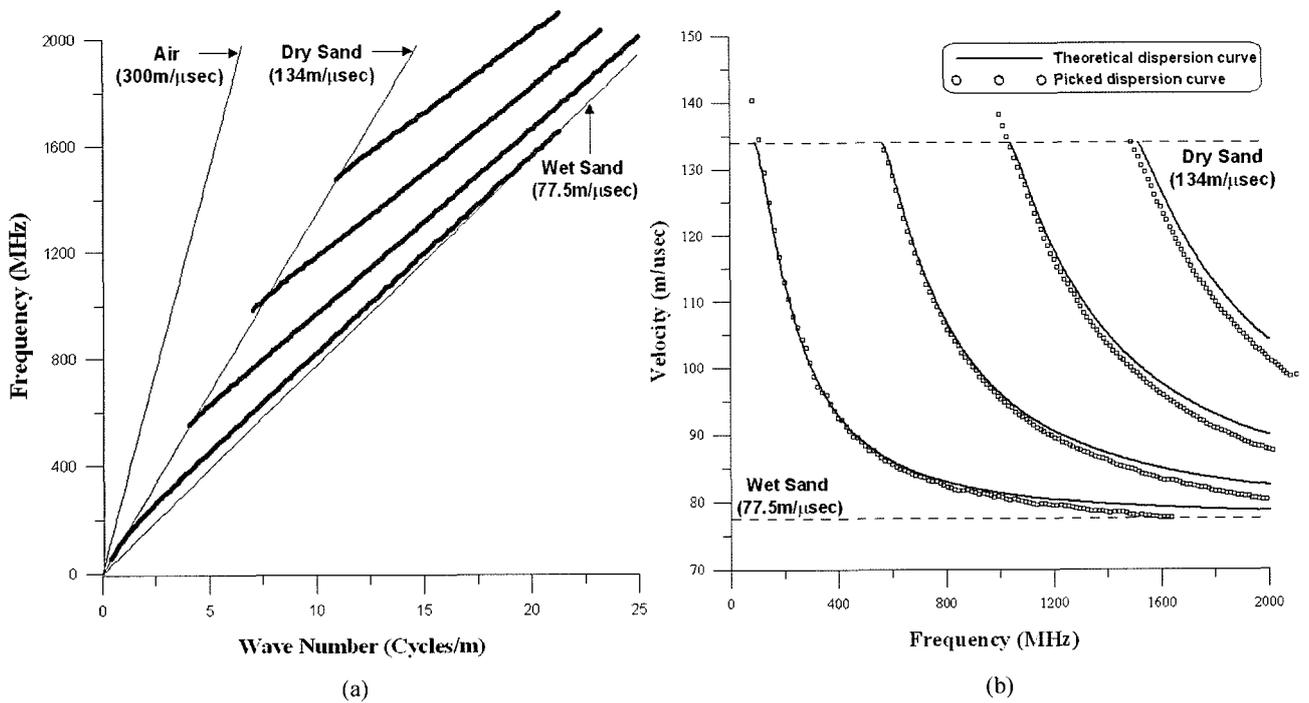
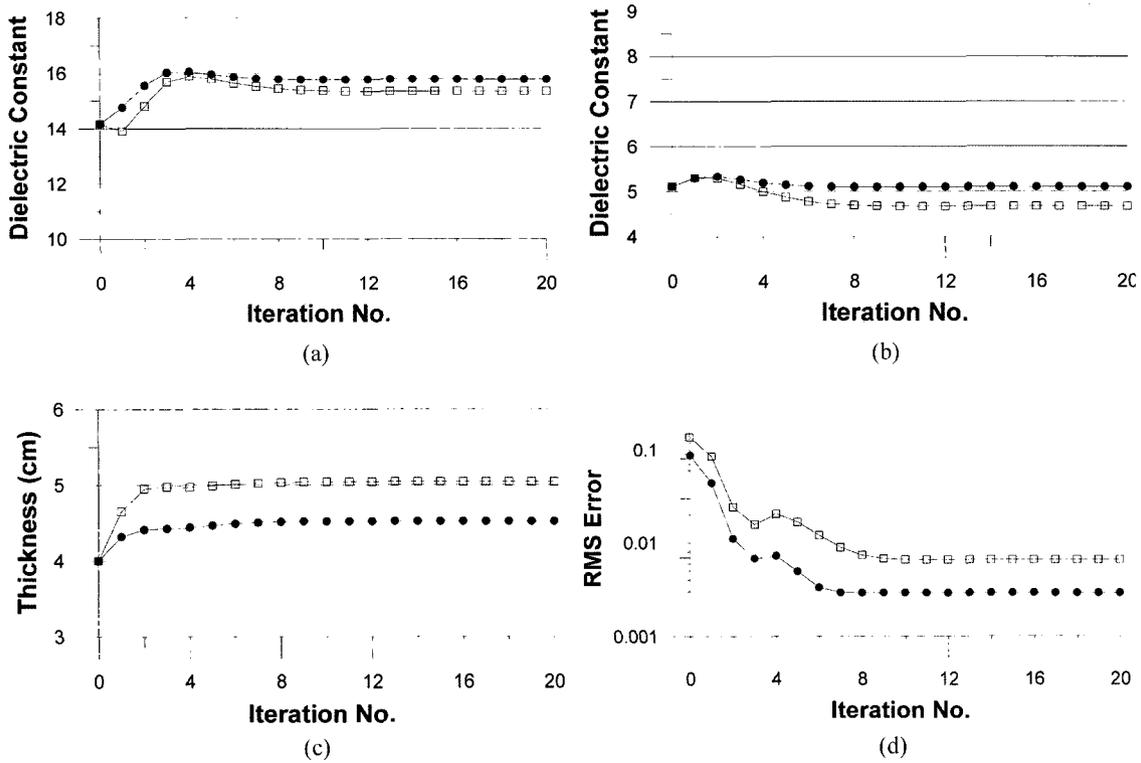


Fig. 7. Locus of maximum amplitude values in the  $f$ - $k$  spectra and corresponding velocity dispersion curves for the wet layer thickness of 10 cm over dry substratum.

주파수가 낮아지는 현상을 보여주고 있다. 즉, 동일한 조건에서 층의 두께가 2배로 늘어남에 따라 각 모드의 절단 주파수는 절반으로 낮아지는 현상을 보여주고 있으며, 이와 같은 고주파 통과 필터 특성은 분산성 가이드파의 또 하나의 중요한 특성의 하나로 판단된다. 이는 식 (1)의 모드 방정식에서 두 반

사계수는 주파수와 층두께에 무관한 반면 지수함수 내에서는 주파수와 층두께의 곱이 나타나고 있으며, 이에 따라 주파수와 층두께의 곱이 일정한 경우 동일한 해를 얻게 되는 특성에 기인한다. 따라서, 위의 예에서와 같이 층두께가 증가하는 만큼 절단주파수가 줄어들게 된다.



**Fig. 8.** Iteration summary of velocity dispersion curve inversion from the 5 cm wet layer thickness model: (a) Wet soil permittivity; (b) Dry soil permittivity; (c) Wet layer thickness; and (d) RMS error. Closed circles represent results when only the first mode data were used in the inversion, while squares show ones using both the first and second mode data.

이와 같은 분산특성에 대한 고찰과 아울러 본 연구에서는 이를 이용하여, 2층 층서구조의 두 층의 유전율과 1층 두께를 정확히 계산해내는 역산 알고리즘을 개발하였다. 이는 전통적인 곡선적합법(curve-matching method)으로써 최근에 이에 관한 연구로서 L1 노름을 최소화하는 역산법에 대한 연구결과가 발표된바 있다(van der Kruk *et al.*, 2006). 이 연구에서는 1층의 유전율과 두께, 2층의 유전율을 모델변수로 취하였으며, 식 (1)의 모드전파 방정식을 이용하여 최소자승 역산 알고리즘을 구성하였다. 최소자승 역산에는 역산의 안정화를 위하여 Marquardt-Levenberg법을 이용하였다. 즉, 모델변수벡터를  $\mathbf{m}=(\epsilon_1, \epsilon_2, h)^T$ 와 같이 정의하고  $f$ - $k$  분석에 의하여 획득한 속도분산곡선 자료를  $v_{data}(f_i)$ 라고 하면 최소자승역산의 목적함수는 다음과 같으며

$$S = \sum_i \left\| \frac{v_{data}(f_i) - v(f_i, \mathbf{m}_0)}{v_{data}(f_i)} \right\|^2 + \lambda \Delta \mathbf{m}^T \Delta \mathbf{m}, \quad (5)$$

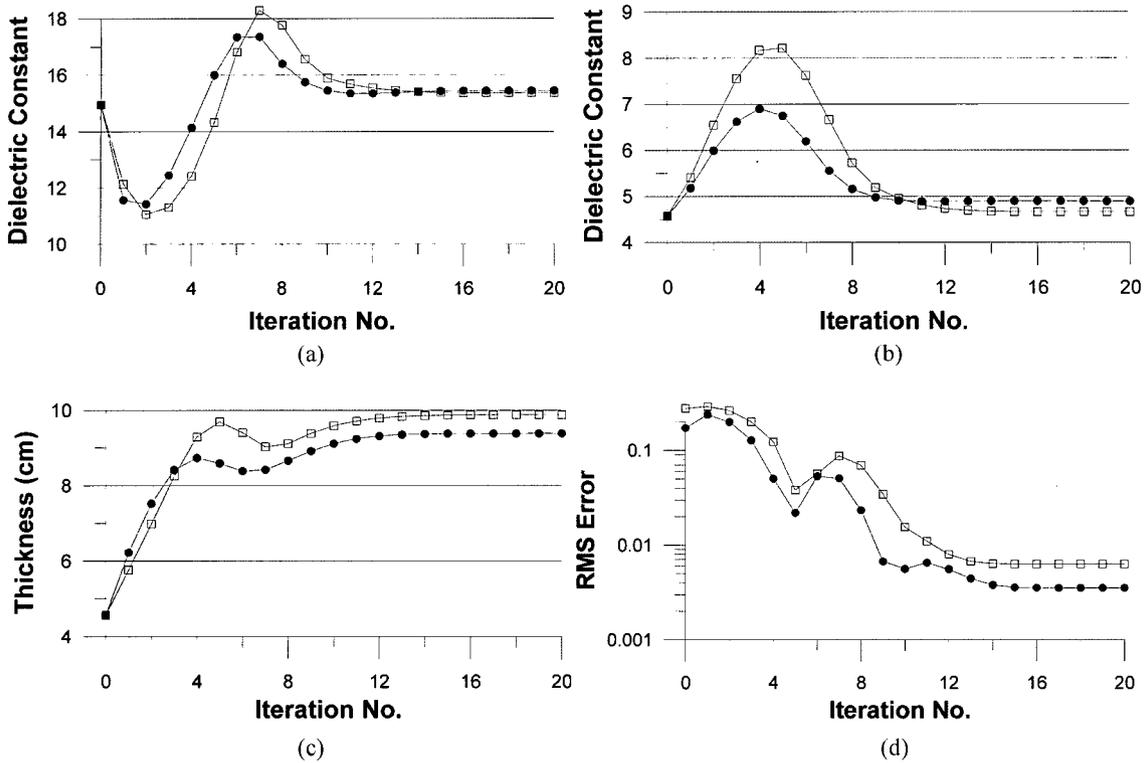
여기서,  $v(f_i, \mathbf{m}_0)$ 은 초기모델변수  $\mathbf{m}_0$ 에 대하여 주파수  $f_i$ 에서 계산한 이론 위상속도이고,  $\Delta \mathbf{m}$ 은 구하고자 하는 모델증분 벡터를 나타내며,  $\lambda$ 는 라그랑지 곱수이다.

이와 같은 역산 알고리즘을 이용하여 Fig. 6과 Fig. 7의 자료에 대한 역산실험을 수행하기 전에 알고리즘의 타당성 검토를 위하여 우선 모드전파이론에 의하여 계산한 분산곡선에 대

한 역산 실험을 수행하였으며, 그 결과 두층의 유전율과 상부층 두께를 매우 정확하게 구할 수 있었다. 그러나 Fig. 6과 Fig. 7의 분산곡선 자료는 FDTD 수치모델링에 의한 수치분산이 포함되어 있다는 점에서 해석적 자료와는 다른 특성을 가지고 있다고 할 수 있다. 또한, 해석적 분산곡선과  $f$ - $k$  스펙트럼으로부터 획득한 분산곡선 사이에 발생하는 고주파수 영역의 차이는 일관성 잡음으로 간주할 수 있는바, Fig. 6과 Fig. 7의 자료에 대한 역산실험을 통하여 역산에 있어서 일관성 잡음의 영향 또한 일정 부분 파악할 수 있을 것으로 보인다.

실제 역산의 수행시에는 초기값 설정이 중요한 경우가 많으며, 이 연구에서는 초기값 설정에 속도 분산 곡선 자체를 이용하였다. 즉, 상부층의 유전율에 대한 초기값으로는 최고 주파수에 대한 속도를 이용하였고 하부층에 대해서는 최저 주파수에 대한 속도를 이용하였다. 또한, 상부층의 두께는 분산곡선상의 중간 주파수에 대한 파장의 절반으로 설정하였다.

Fig. 6과 Fig. 7의 각 분산곡선 자료에 대하여 수행한 역산 실험은 두가지의 입력자료를 이용하여 수행되었다. 즉, 1차 모드 자료만을 이용하는 경우와 2차 모드까지 포함하는 경우에 대하여 역산을 수행하였으며, Fig. 8과 Fig. 9에는 상부층의 두께가 5 cm와 10 cm 인 경우에 대하여 반복적 역산에서 계산되는 상부층 유전율과 두께 및 하부층 유전율 등 각 모델변수의 거동과 RMS (Root Mean Square) 오차 등을 도시하였다.



**Fig. 9.** Iteration summary of velocity dispersion curve inversion from the 10 cm wet layer thickness model: (a) Wet soil permittivity; (b) Dry soil permittivity; (c) Wet layer thickness; and (d) RMS error. Closed circles represent results when only the first mode data were used in the inversion, while squares show ones using both the first and second mode data.

또한, 역산수행의 최종 결과는 Table 1에 정리하였다. 상부층 두께가 5 cm 인 경우 매우 빠른 수렴속도를 보여 각 변수가 참값에 빠르게 근접하고 있음을 알 수 있다. RMS 오차 또한 초기에 약간의 불안정성을 보이나 이후 지속적인 감소를 보이고 있다. 1차 모드만을 이용하는 경우, 상부층의 두께 및 유전율은 참값에 약간의 차이를 보이나 하부층의 유전율은 매우 정확한 값을 보이고 있다. 2차 모드를 포함한 경우 상부층의 두께가 매우 정확해 졌으며, 이에 비하여 하부층의 유전율은 약간의 차이를 보이고 있다. 이를 볼 때 2차 모드를 포함함으로써 상부층의 두께와 유전율 결정에 좀 더 정확한 결과를 획득할 수 있음을 알 수 있다. 상부층 두께가 10 cm 인 경우 역산의 수렴상황은 좀 더 복잡한 양태를 보여주고 있다. 각 모델 변수는 초기에 수렴성이 떨어질 뿐만 아니라 약간의 불안정한 거동을 보여주고 있다. 이는 속도분산곡선의 역산이 매우 복잡한 비선형 문제임을 말하여 준다고 할 수 있다. 전체적으로 상부층의 두께가 먼저 결정되고 이후 두 층의 유전율이 결정되는 양태를 보여주고 있다. 또한 5 cm 두께의 경우와 마찬가지로 2차 모드를 포함함으로써 상부층의 두께와 유전율을 좀 더 정확하게 구할 수 있음을 알 수 있다.

이상과 같은 실험을 통하여, 분산성 가이드파의 역산을 통하여 실제 하부의 전기적 물성을 정확히 획득할 수 있으며, 고차 모드의 포함을 통하여 그 정확도를 높일 수 있음을 알 수 있다.

**Table 1.** Inversion results obtained from the velocity dispersion data derived from the  $f-k$  spectra.

Model	Inversion Experiment	$\epsilon_1$	$\epsilon_2$	$h$ (cm)
$h = 5$ cm	1st mode only	15.78294	5.106634	4.519706
	1st + 2nd mode	15.35429	4.676033	5.042217
$h = 10$ cm	1st mode only	15.44406	4.893042	9.384015
	1st + 2nd mode	15.37233	4.665123	9.879493

### 토의 및 결론

이 연구에서는 불포화대의 정량적 특성화를 위하여 GPR 탐사자료를 이용한 천부 레이더 속도 및 유전율을 정량적으로 획득하고자 하였다. 이를 위하여 대표적인 2가지의 지하 조건 하에서 FDTD 수치모델링에 의해 계산한 모델링 자료를 이용하여 지중 직접파 속도 측정을 위한  $f-k$  분석의 응용성을 살펴 보았다. 천부 불포화대의 특성이 천부층이 건조하고 하부층이 습윤한 상태인 경우  $f-k$  스펙트럼 상에는 대부분의 에너지가 공기층 및 상부 건조층에서의 레이더파 속도 사이의 영역에 분포하며, 하부 습윤토양의 레이더파 속도는 잘 나타나지 않는 특성을 보여주었다. 또한, 고주파수 영역에서는 특히 상부층의 두께가 매우 얇은 경우에도 상부층의 레이더파 속도를 비교적 정확하게 나타내었다.

이에 비하여 지표수의 지하침투에서 발생할 수 있는 습윤토 양이 건조토양 상부에 존재하는 경우에는  $f-k$  스펙트럼상에서 대부분의 에너지가 건조층과 상부 습윤층의 레이더파 속도 사이의 영역에 분포하였으며, 이 경우 특징적으로 레이더파의 속도가 주파수에 의존하는 레이더파의 분산성 가이드 현상이 발생함을 확인하였다. 이와 같은 분산성 가이드 현상은 모드 전파 이론으로 설명되며, 이를 이용하여 2층 층서구조에서 두 층의 유전율과 층의 두께를 정확하게 계산할 수 있는 알고리즘을 개발하였다. 수치모델링 자료에 대한 역산실험을 통하여 이와 같은 분산성 가이드파의 역산법을 이용하여 정량적으로 유전율/수분함량 및 천부 가이드층의 두께를 획득할 수 있음을 보였으며, 기본적인 1차 모드 외에 2차 모드 등 고차 모드를 이용함으로써 천부 불포화대의 특성화의 정확도를 높일 수 있음을 알 수 있었다.

이상으로부터  $f-k$  분석과 이를 이용한 레이더파 속도 측정 및 분산성 가이드파의 역산 알고리즘이 천부 지하물성의 정량적 규명에 매우 유용한 방법임을 보일 수 있었다. 특히 분산성 가이드파의 역산의 경우 비슷한 유전율 변화가 예상되는 다른 현장상황에 대한 응용성 실험을 통하여 비파괴진단 등의 목적으로도 효과적으로 이용될 수 있을 것으로 기대된다.

## 사 사

본 연구는 한국지질자원연구원 기본사업인 “지하 정밀 영상화 융합기술 개발”과제의 일환으로 수행되었습니다. 또한 Dr. Anthony L. Endres의 연구는 캐나다 National Science and Engineering Research Council로 부터의 연구 지원으로 수행되었다.

## 참고문헌

Arcone, S. A., Peapples, P. R., and Liu, L., 2003, Propagation of a ground-penetrating radar (GPR) pulse in a thin-surface waveguide, *Geophysics*, **68**, 1922-1933.  
 Chanzy, A., Tarussov, A., Judge, A., and Bonn, F., 1996, Soil water content determination using a digital ground-penetrating

ing radar, *Soil Science Society of America Journal*, **60**, 1318-1326.  
 Endres, A. L., and Redman, J. D., 1996, Modeling the electrical properties of porous rocks and soils containing immiscible contaminants, *Journal of Environmental and Engineering Geophysics*, **1**, 88-96.  
 Galagedara, L. W., Redman, J. D., Parkin, G. W., Annan, A. P., and Endres, A. L., 2005, Numerical modeling of GPR to determine the direct ground wave sampling depth in estimating soil moisture content, *Vadose Zone Journal*, **4**, 1096-1106.  
 Greaves, R. J., Lesmes, D. P., Lee, J. M., and Toksoz, M. N., 1996, Velocity variations and water content estimated from multi-offset ground-penetrating radar, *Geophysics*, **61**, 683-395.  
 Giannopolous, A., 2002, *Electromagnetic simulator for ground probing radar: GPRMAX2D V 1.5 User's manual*, University of Edinburgh, Scotland.  
 Hubbard, S., Grote, K., and Rubin, Y., 2002, Mapping the volumetric soil water content of a California vineyard using high-frequency GPR ground wave data, *The leading edge*, June, 552-559.  
 Hubbard, S. S., and Rubin, Y., 2005, Introduction to hydrogeophysics, *Hydrogeophysics*, Ed. Rubin, Y., Hubbard, S. S., Springer, 3-21.  
 Huisman, J. A., Sperl, C., Bouten, W., and Verstraten, J. M., 2001, Soil water content measurements at different scales: Accuracy of time domain reflectometry and ground penetrating radar, *Journal of Hydrology*, **245**, 48-58.  
 Huisman, J. A., Hubbard, S. S., Redman, J. D., and Annan, A. P., 2003, Measuring soil water content with ground penetrating radar: a review, *Vadose Zone Journal*, **2**, 476-491.  
 Topp, G. C., Davis, J. L., and Annan, A. P., 1980, Electromagnetic determination of soil water content: Measurements in coaxial transmission lines, *Water Resources Research*, **16**, 574-582.  
 van der Kruk, J., Streich, R., and Green, A. G., 2006, Properties of surface waveguides derived from separate and joint inversion of dispersive TE and TM GPR data, *Geophysics*, **71**, K19-K29.  
 van Overmeeren, R. A., Sariowan, S. V., and Gehrels, J. C., 1997, Ground penetrating radar for determining volumetric soil water content: Results of comparative measurements at two test sites, *Journal of Hydrology*, **97**, 316-338.