

## 조립토 입도분포곡선의 프랙탈차원을 이용한 투수계수의 예측

### Estimation of Permeability Coefficient Using Fractal Dimension of Particle Size Distribution Curve in Granular Soils

박재성\*\* · 장병욱\* · 손영환\*\*\* · 김성필\*\*\*

Park, Jae Seong · Chang, Pyoung Wuck · Son, Young Hwan · Kim, Seong Pil

#### Abstract

Since particle size distribution curves are useful to estimate permeability of soil, many formulae for permeability coefficient ( $k$ ) have been published using the parameter from the curves and factors, such as grain size, particle shape and void ratio of soils. However, the parameters such as  $C_c$ ,  $C_u$  and  $D_n$ , derived from only some discrete points on the curve are insufficient to represent the whole gradation. In this paper fractal dimension which is quite new concept and known to be able to represent the entire curve of particle size distribution is employed for the parameters. An empirical formula of permeability coefficient has been developed with fractal dimension and percent of finer than 0.075 mm. The formula developed from this study has confirmed its effectiveness by a series of laboratory tests and comparison to other published formulae. It is found that permeability coefficient is proportional to fractal dimension and inversely proportional to percent of fines.

*Keywords : Permeability coefficient, Fractal dimension, Fragmentation fractal, Particle size distribution curve*

#### I. 서 론

조립토는 여러 가지 물리학적 특성 중에서 입자의 크기가 중요한 인자이다. 따라서 조립토에 대하

여 입도분포곡선의 공학적인 의미는 매우 크다고 할 수 있다. 특히 조립토의 투수계수에 대해서는 많은 연구자들이 입도분포와 연관된 관계식을 발표하였다. Hazen(1892, 1911), Krumbein and Monk(1942), Berg(1970) 등이 투수계수와 유효입경 및 간극률 등에 대한 관계식을 발표하였으며, 많이 이용되고 있는 Kozeny-Carman(1956)의 식은 투수계수의 큰 영향인자들인 체의 특성, 매질(흙)의 입경, 간극비 등이 모두 포함되어 있다는 특징이 있다. 하지만 이 식도 입도의 항을 유효입

\* 서울대학교 지역시스템공학전공 교수  
\*\* 극동엔지니어링(주) 기술연구소  
\*\*\* 서울대학교 대학원 박사수료  
\* Corresponding author. Tel.: 82-2-880-4585  
Fax: 82-2-873-2087  
E-mail address: pwchang@snu.ac.kr

경을 이용한 것으로 입도의 특징을 정확히 표현하지 못한다. 이 후에도 Amer and Awad(1974)와 Alyamani and Sen 등(1993)은 새로운 투수계수 예측식을 제안하였다. 국내에서는 송영우 등(2002)이 평균입경(D<sub>50</sub>)을 이용한 투수계수 예측식을 개발하였으나 간극비의 영향을 고려하지 않아 일반적인 투수계수 산정에 어려움이 있다.

위와 같이 현재까지는 입도분포곡선을 수식화하기 위하여 주로 균등계수, 곡률계수, 유효입경 등을 사용하였지만, 이는 입도분포곡선에서 전체적인 값을 사용하지 않고 곡선상의 몇 개의 점만을 이용하여 입도분포곡선을 표현하기 때문에 입도의 전체적인 특성을 표현하는데 한계가 있다. 최근 복잡도를 수치화하는 프랙탈개념을 이용하여 하천 형상의 복잡도 산정, 사면파괴의 확률적 접근 등 토목 분야에서 활발히 연구되고 있으며 지반공학분야에서는 대부분 흙의 공학적인 특성을 프랙탈차원과 연관시켜보는 연구가 활발히 진행 중이다. Moore and Donaldson(1995), Vallejo(1995), Hyslip and Vallejo 등(1997)은 흙입자의 형상에 대한 프랙탈차원에 대한 연구결과를 발표하였다. Turcotte(1986)는 Fragmentation fractal 개념을 이용하여 크기분포법으로 입도분포곡선의 프랙탈차원을 산정하였으며, Bittelli 등(1999)은 입도분포곡선상에서 Sand, Silt, Clay 부분으로 나누어 각각의 프랙탈차원을 구하고 함유율이 높은 도메인일수록 프랙탈차원은 작게 나타나는 것을 확인하였다. 이후 Adolfo 등(2001)은 멀티-프랙탈 개념을 이용하기도 하였다. 또한 국내에서는 유찬 등(2002)과 민덕기 등(2003)이 흙의 프랙탈차원 연구를 진행하였다.

이러한 프랙탈 개념을 이용하면 지금까지의 입도분포곡선 해석법으로 이용하였던 곡률계수, 균등계수, 유효입경 등이 입도분포곡선 위에서 일부의 값을 사용한 것과 달리 전체의 값을 사용한 것으로서, 입도분포곡선을 전체적으로 해석하고 입도분포의 전체적인 특성을 표현하는데 더욱 적합한 것으로 나타났다.

본 연구에서는 입도분포곡선을 좀 더 정확히 표현하기 위해 Fragmentation 프랙탈 개념을 이용한 입도분포곡선의 프랙탈차원을 구하였다. 또한 Kozeny-Carman 식에서의 입도의 항(유효입경)을 프랙탈차원(D)과 세립분함유율(F)로 대체하여 새로운 투수계수 예측식을 개발하였다.

## II. 입도분포곡선의 프랙탈차원 해석

프랙탈차원을 측정하는 방법은 크게 기하학적 방법(geometric method)과 기능적 방법(functional method)으로 나눌 수 있다. 전자로는 분할자법, 박스집계법, 삼각형법, 슬릿-아이랜드법 및 칸도어법 등으로 등고선, 경계선, 곡선 및 다면선의 길이나 면적을 측정한다. 후자로는 적분변환을 이용한 스펙트럼법, 통계적인 방법인 베리오그램법 및 크기분포법 등이 있다. 본 연구에서 프랙탈차원해석 방법으로 사용한 것은 Fragmentation fractal 개념이다. Fragmentation이란 여러 개의 조각들로 구성된 집합체를 의미하는 것으로 섬들의 집합, 여러 광물입자들로 구성된 흙 등이 이러한 형상이다. 흙은 지질학적 모암에서 풍화작용으로 생성된다. 풍화가 거듭될수록 흙 입자의 개체 수는 증가하지만 그 크기는 작아지며 power-law 형태로 표현할 수 있다. Mandelbrot(1982), Matsushita(1985), Turcotte(1986)는 개체의 입자크기와 그 수에 대한 관계를 다음 식으로 제안하였다.

$$N(R > r) = C r^{-D} \dots \dots \dots (1)$$

여기서,  $N(R > r)$ : 반경 r보다 큰 R의 개수

C: 상수

D: 프랙탈차원

Turcotte(1986), Tyler and Wheatcraft(1992)는 흙 입자에 대하여, 입자의 개수와 입경에 관한 위 식 (1) 보다는 중량과 입경에 관해 표현하는 것이 일반적으로 더욱 편리하다는 것을 밝혔으며, 식

(2)와 같이 제안하였다. 중량-입경의 프랙탈 표현은 입도시험에서 얻어진 실험 데이터를 바로 사용할 수 있는 장점이 있다.

$$\frac{M(r)}{M} \propto r^m \dots\dots\dots (2)$$

여기서,  $M(r)$ : 입경이  $r$ 보다 큰 입자의 중량

$M$ : 입자들의 총 중량

$N$ : 입자의 개수

$m$ :  $\log(M(r)/M) - \log(r)$ 의 기울기

그리고 입자의 개수  $N$ 과 입자의 중량  $M$ 은 입자를 구형으로 가정했을 때  $M \propto r^3 N$ 의 관계를 가진다. 따라서 식 (1)과 (2)를 이용하면 다음과 같다.

$$r^m \propto r^{3-D} \dots\dots\dots (3)$$

따라서 프랙탈차원은 다음과 같이 표현된다.

$$D = 3 - m \dots\dots\dots (4)$$

이와 같이 표현된 프랙탈차원은 입도분포곡선에서 전체적인 값을 사용하기 때문에 정확도가 높고 재구성도가 높은 장점이 있다. 하지만, 프랙탈차원은 입도분포의 경향을 나타내는 것이므로 같은 프랙탈차원에서 많은 입도곡선 생성이 가능하므로 하나의 기준점이 필요하며, 본 연구에서는 그 기준점으로 세립분함유율(0.075 mm 이하 입자의 비율, F)을 이용하였다.

### III. 재료 및 실험방법

#### 1. 재 료

시험재료는 크게 두 가지로 분류하였다. 프랙탈차원, 세립분함유율과 투수계수의 각각의 관계를 알아보기 위해 입도를 조정한 16개 시료와 낙동강, 섬진강, 삽교천 등의 일대에서 채취한 자연시료 25개를 사용하였다.

Table 1 Physical properties of soil

Properties	LL (%)	PI (%)	Gs	U.S.C.S	$\gamma_{dmax}$ (kN/m <sup>3</sup> )	OMC (%)
Values	30.2	N.P	2.65	SM	17.1	16.4

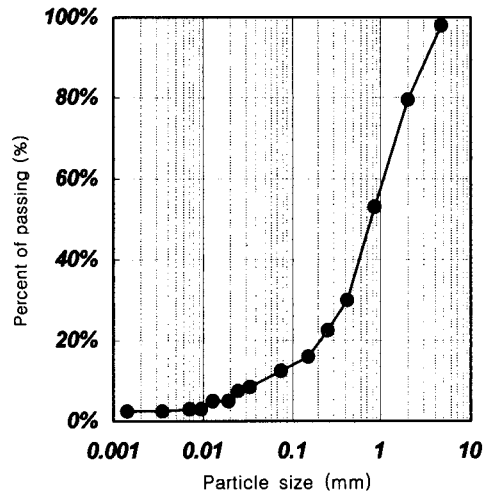


Fig. 1 Particle size distribution curve for tested soil

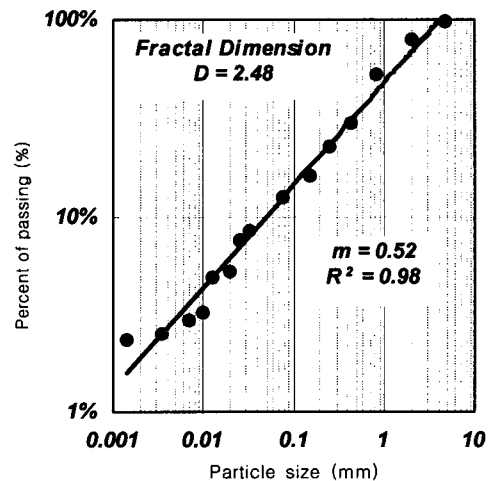


Fig. 2 Plotting for fractal dimension of particle size distribution

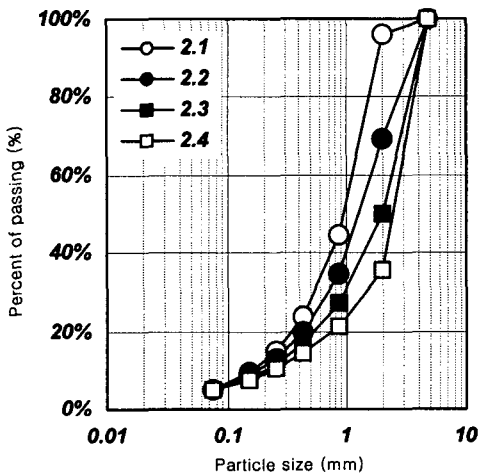
시험을 위해 사용된 입도조정 시료의 물리적 특성과 입도분포곡선은 Table 1 및 Fig. 1과 같다. #200 (0.075 mm) 체 통과율은 약 13%이고 통

일분류법상 실트질 모래(SM)로 분류된다. Fig. 2는 입도조정시료의 조정 자연상태의 프랙탈차원을 나타낸다.

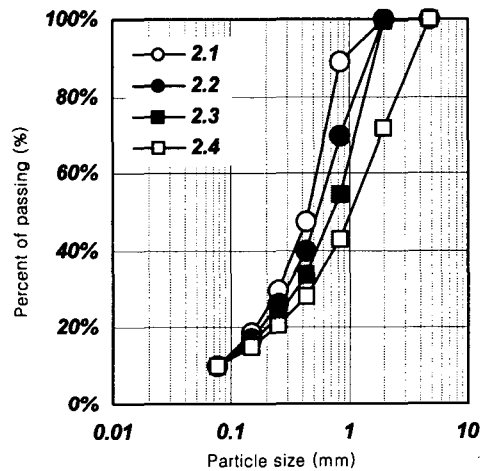
채취한 시료를 KS F 2302에 규정된 체가름 시험법에 의해 각 체에 남는 시료를 모은다. 체가름시에 체에 남는 시료의 입도를 정확히 하고, 큰 입자에 붙어있는 작은 입자들을 분리하기 위해 흐르는 물에 씻어 내려 체의 크기에 남은 입자들의 크기를 최대한 일정하게 하였다. 시험에 사용하는 시

료의 프랙탈차원(D)을 2.1~2.4까지의 4단계로 조정하였으며, 세립분함유율(F)의 영향을 확인하기 위하여 5, 10, 15, 20%의 4단계로 나누어 총 16개의 시험군을 Fig. 3과 같이 생성하였다.

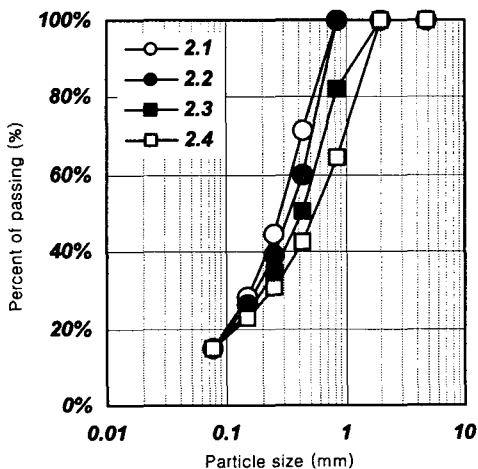
Fig. 3과 같이 입도분포곡선을 프랙탈차원 뿐만 아니라 세립분함유율로 구분한 것은 세립분함유율이 투수계수에 미치는 영향이 크기 때문이기도 하지만 프랙탈차원만을 이용할 경우 같은 차원일 때에도 여러 개의 입도분포곡선이 있을 수 있기 때문이다.



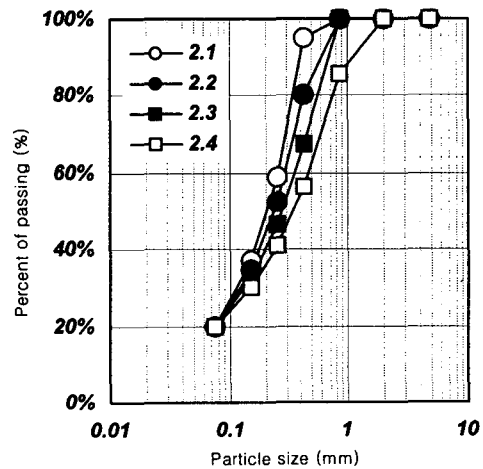
(a) Percent of fine = 5%



(b) Percent of fine = 10%



(c) Percent of fine = 15%



(d) Percent of fine = 20%

Fig. 3 Particle size distribution curves by fractal dimension

## 2. 실험방법

본 연구에서의 실험은 먼저 입도에 따른 시료를 분류하고, 분류된 입도분포곡선(Fig. 3)에 따라 시험군을 생성한 다음 시료를 다지고 투수시험을 수행하는 순서로 진행하였다. 다짐은 표준 A다짐에너지의 90%를 사용하였으며 투수시험몰드에 적합한 직경 10 cm 래머를 제작하여 공시체 전단면을 고르게 다지도록 하였다. 투수시험은 변수위시험을 수행하였으며, 진공을 가하여 시료가 포화되도록 하였다.

## IV. 결과 및 고찰

### 1. 프랙탈차원과 간극비 및 투수계수

세립분 함유율이 5, 10, 15, 20% 일 때, 각각 프랙탈차원이 2.1에서 2.4로 증가했을 때, 각 시험군에서 측정된 간극비는 다음 Fig. 4와 같다. 각 시험군은 모두 같은 다짐에너지로 다져졌으나, 그림에서 나타나는 것과 같이 프랙탈차원이 증가할수록 간극비는 증가하는 것으로 나타났다. 이는 Fig. 4에서 보는 바와 같이 프랙탈차원이 높을 때에는 상대적으로 큰 입자의 함유율이 높아지게 되고 결국 같은 다짐에너지를 받더라도 입경이 큰 입자를 많이 함유하고 있는 프랙탈차원이 높은 시험군에서 큰 간극이 많이 분포하게 된다. 프랙탈차원이 2.1에서 2.4로 증가하였을 때 간극비의 증가율은 30~40%의 값으로 측정되었다.

각 시험군에 대하여 세립분 함유율에 따른 프랙탈차원과 투수계수의 관계를 Fig. 5에 나타내었다. 그림에서 보는 바와 같이 같은 세립분함유율일 때에는 프랙탈차원이 높을수록 투수계수는 크게 나타난다. 세립분함유율에 독립적으로 프랙탈차원은 투수계수와 지수관계를 나타내고 있다. 이는 다른 연구자들의 연구에서와 같이 투수계수가 입도의 대표 값( $D_{10}$ ,  $D_{30}$ ,  $D_{50}$  등)의 지수 승에 비례한다는 연구

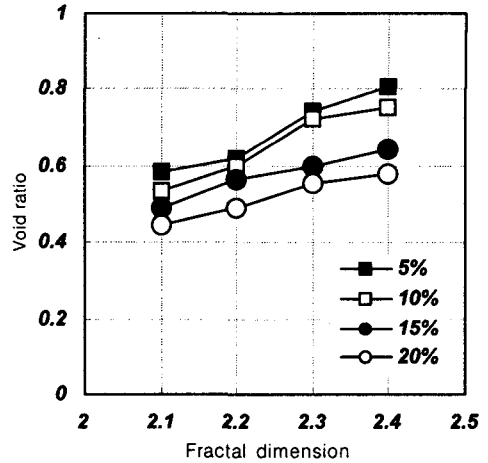


Fig. 4 Relation of void ratio and fractal dimension

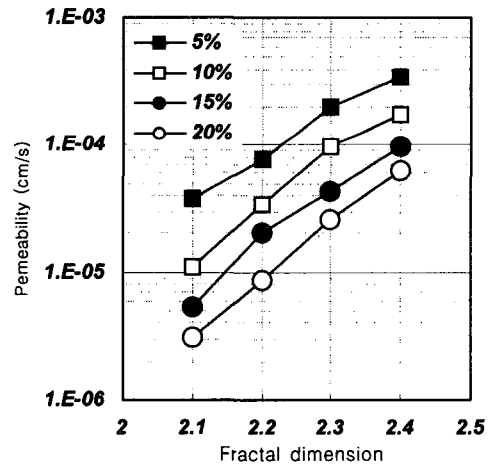


Fig. 5 Relation of permeability and fractal dimension

결과와 같이 입도분포곡선의 형태를 대표하는 값인 프랙탈차원의 지수 승과 투수계수가 비례한다는 사실을 알 수 있다. 또한 프랙탈차원이 2.1에서 2.4로 커짐에 따라 투수계수는 10~20배 커지는 것으로 나타난다.

### 2. 세립분함유율(F)의 영향

Fig. 6에서는 각 프랙탈차원에 대하여 세립분함유율 변화에 따른 간극비의 변화를 나타내었다. 그

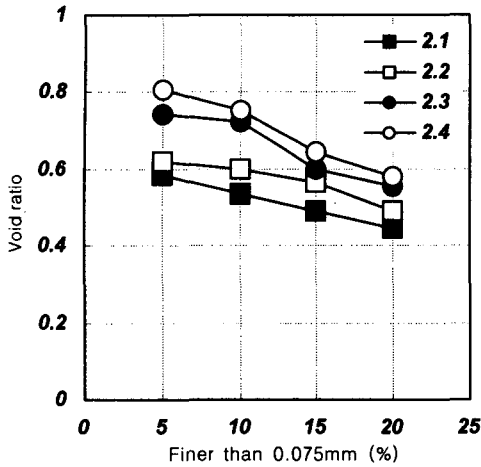


Fig. 6 Relation of void ratio and percent of fine

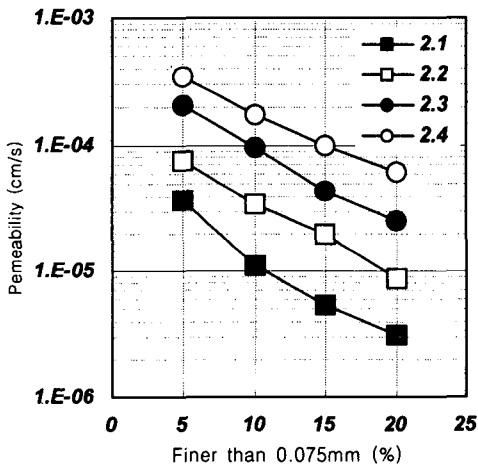


Fig. 7 Relation of permeability and percent of fine

결과 세립분함유율이 높을수록 간극비는 작게 나타났다. 세립분함유율이 5%에서 20%로 증가했을 때 일정한 다짐에너지를 받고 프랙탈차원이 같은 시료의 간극비가 약 25% 감소하는 것으로 나타났다.

또한 Fig. 7에서는 세립분함유율에 따른 투수계수의 변화를 도시하였다. 같은 프랙탈차원을 가진 시료에 대하여 세립분함유율이 클 때 투수계수는 감소경향을 나타내고 있으며, 세립분함유율과 투수계수는 음의 지수관계를 가지고 있었다. 그리고 세립분함유율이 5%에서 20%로 증가했을 때 투수계

수는 1/10로 감소하는 것으로 나타났다.

### 3. 투수계수 예측식의 개발

SM 시료로 구성된 16개 시료에 대하여 프랙탈차원과 투수계수 관계와 세립분함유율과 투수계수의 관계를 파악하였다. 그리고 이 결과와 함께 자연시료 25개에 대한 투수계수 시험결과 및 입도특성을 이용하여 전체 시료의 간극비 영향을 배제(Kozeny-Carman 식 적용)한 후, 세립분함유율, 프랙탈차원과 투수계수의 관계에 대해 상용 통계프로그램(SPSS)의 log-선형회귀분석을 수행하여 투수계수 예측식을 개발하였다. 그 결과 투수계수는 다음 식(5)와 같다.

$$k = CD^{15}F^{-2.5} \frac{e^3}{1+e} \dots \dots \dots (5)$$

C : 비례상수 (Exp(-25.7))

D : 프랙탈차원

F : 세립분함유율

e : 간극비

프랙탈차원과 투수계수, 세립분함유율과 투수계수의 관계에서 각각 지수 승에 비례와 반비례의 관

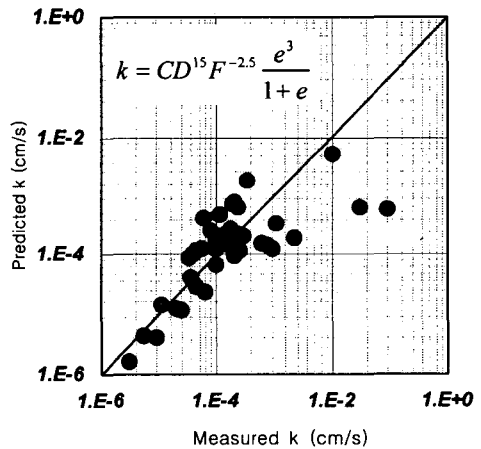


Fig. 8 Development of estimation formula for permeability coefficient

계가 식 (5)에 잘 나타나 있다. 개발식에서 프랙탈 차원의 지수가 크게 나타난 것은 프랙탈차원의 범위가 크지 않으므로, 프랙탈차원의 영향성을 증폭한 것으로 해석된다.

#### 4. 투수계수 예측식의 검증

본 연구에서 얻어진 예측식을 검증하기 위해 실험에 사용되지 않은 새로운 12개의 시료를 이용하여 투수계수 예측식의 정확성을 검증해 보고 다른 연구자의 예측식과 비교해 보았다.

Fig. 9에서는 본 연구에서 개발한 식을 이용하여 12개의 시료에 대한 실측값과 예측값을 표시하였으며, Fig 10에서는 Hazen, Kozeny-Carman 과 Amer-Awad 식을 12개 시료에 대하여 적용한 것과 본 연구의 식을 이용한 투수계수 예측값을 표시한 것이다.

다른 연구자들이 제안한 세 가지 식과 본 연구에서 개발한 식으로 예측한 투수계수와 실제 측정된 투수계수와의 관계에서 본 연구의 개발식이 2배 이상 유의도가 높은 것으로 나타났다.

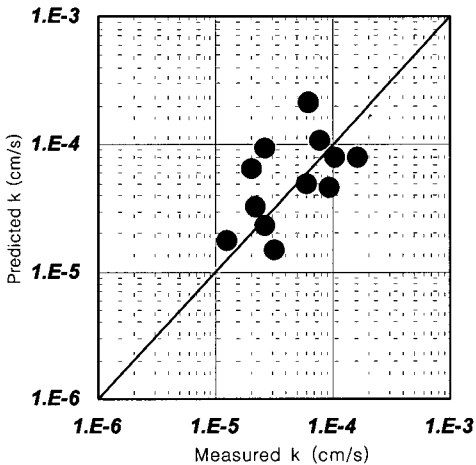


Fig. 9 Verification of estimation formula for 12 samples.

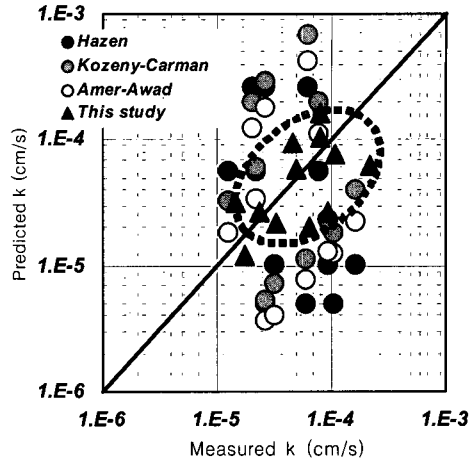


Fig. 10 Estimation of permeability coefficient by previous researchers and this study

#### V. 요약 및 결론

기존의 입도분포곡선 해석방법인 균등계수, 곡률계수, 유효입경 등은 입도분포곡선에서 일부의 값을 사용하기 때문에 입도분포의 전체 형태를 표현하는데 한계 있다. 따라서 본 연구에서는 입도분포곡선의 해석방법으로 프랙탈차원을 이용하였다. 이러한 방법으로 구한 프랙탈차원과 세립분함유율을 이용하여 투수계수 예측식에서 입도의 항으로 표현하고, 간극비를 이용하여 조립도에 대하여 투수계수 예측식을 개발하였다.

본 연구의 결과를 요약하면 다음과 같다.

1. Fragmentation 프랙탈 개념을 도입하여 입도분포곡선을 분석하였고, 프랙탈차원과 세립분함유율을 이용하여 입도분포곡선을 재구성하여  $R^2$  값이 0.96으로 높게 나타났다.

2. 프랙탈차원과 세립분함유율을 조정하여 16개의 입도조정시료에 대한 시험 결과 프랙탈차원이 2.1에서 2.4로 증가할 때 간극비가 30% 이상 증가하였고, 투수계수는 10~20배 증가하는 것으로 나타나 프랙탈차원과 투수계수가 지수 승의 비례 관계임을 확인하였다.

3. 세립분함유율이 5%에서 20%로 증가했을 때 간극비가 감소하였고 투수계수는 1/10 감소하여 투수계수와 지수 승의 반비례 관계로 나타났다.

4. 입도조정시료 16개와 각지에서 채취한 25개의 자연시료의 투수시험결과와 입도분포곡선 상에서 쉽게 구할 수 있는 프랙탈차원, 세립분함유율과 시료의 간극비를 이용하여 투수계수 예측식,

$$k = CD^{15}F^{-2.5} \frac{e^3}{1+e} \text{를 개발하였다.}$$

5. 본 연구에서 개발한 투수계수 예측식은 기존의 Hazen, Kozeny-Carman과 Amer-Awad 식 등을 비교하여 2배 이상 유의도가 높음을 확인하였다.

### References

1. Adolfo, N. D. Posadas, Daniel Gimenez, Marco Bittelli, Carlos M. P. Vaz, and Markus Flury. (2001), "Multifractal characterization of soil particle-size distributions", Soil Sci. Soc. AM. J., Vol. 65, pp. 1361-1367.
2. Alyamani, M. S. and Sen, Z. 1993, Determination of Hydraulic Conductivity from Complete Grain-Size Distribution Curves, Ground Water, 31(4), pp. 551-555.
3. Amer, A. M. and Awad, A. A. 1974, Permeability of Cohesionless Soils, J. Geotech. Eng. Div. Am. Soc. Civ. Eng., 100(12), pp. 1309-1316.
4. Berg, R. R. 1970, Method for determining permeability from reservoir rock properties, Trans. Gulf Coast Assn. Geol. Soc. Vol. 20, pp. 303-317.
5. Bittelli, M., Cambell, G. S. and Flury, M. 1999, Characterization of particle-size distribution in soils with a fragmentation model, Soil Sci. Soc. AM. J., Vol. 63, pp. 782-788.
6. Carman, P. C. 1956, Flow of gases through porous media, Butterworths Scientific Publications, London.
7. Hazen, A. 1892, Some physical properties of sands and gravels, with special reference to their use in filtration, 24th Annual Rep., Massa-chusetts State Board of Health, Pub. Doc. No. 34, 539 - 556.
8. Hazen, A. 1911, Discussion of 'Dams on Sand Foundations' by A. C. Koenig, Trans. Am. Soc. Civ. Eng., Vol. 73, pp. 199.
9. Hyslip, James P. and Vallejo, L.E. 1997, Fractal analysis of the roughness and size distribution of granular materials, Elsevier, Eng. Geology, Vol. 48, pp. 231-244.
10. Krumbien, W. C. and Monk, G. D. 1942, Permeability as a Function of the Size Parameters of Unconsolidated Sand, Am. Inst. Mining Eng., Littleton, Co, Tech. Pub.
11. Mandelbrot, B. B. 1982, The Fractal Geometry of Nature. Freeman and Co., San Francisco.
12. Matsushita, M. 1985, Fractal Viewpoint of Fracture and Accretion, J. Phys. Soc. Jpn. Vol. 54, pp. 857-860.
13. Min, T. K. and Lee, W. J., 2003, "Fragmentation Fractal Analysis on Particle-size Distribution", Journal of Korean Geotechnical Society, Vol. 19, No. 2, pp. 199-206.
14. Moore, C. A. and Donaldson, C. F. 1995, Quantifying soil micro-structure using fractals, Geotechnique, 45(1), pp. 105-116.
15. Song, Y. W. and Lee, I. K., 2002, "Prediction of hydraulic Conductivity from Grain-size Distribution Parameters", Journal of Korean Geotechnical Society, Vol. 18, No. 3, pp. 5-12.
16. Turcotte, D. L. 1986, Fractals and Fragmentation, J. Geophys. Res. Vol. 91, pp. 1921-1926.
17. Tyler, S. W. and S.W. Wheatcraft. 1992, Fractal Scaling of Soil Particle Size Distributions: Analysis and Limitations, Soil Sci. Soc. Am. J. Vol. 56, pp. 362-369.
18. Vallejo, L. E. 1995, Fractal analysis of



- granular materials, *Geotechnique*, 45(1), pp. 159-163.
19. Yu, C., Ahn, S. Y., Lee, C. N. and Baveye, P. C., 2002, "The Soil Particles Distributions and Fractal Dimension", *Journal of Korean Geotechnical Society*, Vol. 18, No. 6, pp. 25-32.