신뢰성응용연구 연구논문
제6권, 제2호. pp.151-161, 2006

정기보전 제도에서 응급수리를 고려한 대체품 수리정책에서의 비용분석 모델

김 재 중*

*시그마에코 컨설팅

Cost Analysis Model with Minimal Repair of Spare Unit Repair Policy under Periodic Maintenance Policy

Jae Joong Kim*

*Sigmaeco Consulting

Abstract

This article is concerned with cost analysis model in periodic maintenance policy. The repair policy is differently applied according as unit importance during an item being used and unit restoration during an item being failed. So in this paper the repair policy with minimal repair is considered as follow : as the occurrence of failure between minimal repair and periodic interval time, unit is replaced by a spare unit until the periodic maintenance time arrived. Then total expected cost per unit time is calculated according to scale parameter of failure distribution in a view of customer's. The total expected costs are included repair and usage cost : operating, fixed, minimal repair, periodic maintenance and spare unit cost. Numerical example is shown in which failure time of item has Erlang distribution.

Key Words : minimal repair(응급수리), spare unit(대체품), periodic maintenance(정기보전), expected cost(기대비용)

1. 서 론

현대의 사회는 제품의 제조기술을 발달시키고 소비자의 제품에 대한 요구 품질은 다양한 기능과 성능을 더욱 증가 시키고 있다. 제품을 구입하는 소비자는 제품 고유의 품질 특성을 나타내는 기능과 성능은 물론 이거니와 같은 기능과 성능의 제품이라도 고장발생시 즉시 수리 정비의 활동으로 복원되고 아울러 고장 가능성이 최소로 나타나는 고 신뢰도의 제품을 선호하고 있다. 이와 같은 이유로 제조업자들은 제품에 대한 적극적인 품질보증 활동을 위하여 고장 발생 시 아프터서비스, 수리, 정비 정책이 마련되고 있다.

수리정비정책은 제품의 사용시간이 경과함에 따라 수리정책을 수립하여 적용 하는 바 기존 연구의 고찰을 살표 보면 Barlow와 Proschan[4]은 시스템의 사용시간에 따라 일정기간이 지난 후에 수리하는 수명보전정책과 일정 시점에서 정기적으로 고장 부품의 수리정책을 다루는 정기보전제도를 제시하였다. Cleroux와 Hanscom[10]은 시스템의 사용시간에 따라 운용비용, 조정비용, 감가 비용등을 고려하여 단위 시간당 평균 기대비용을 산출하여 기대비용을 분석하였으며 Scheaffer[13]는 시스템의 사용시간에 따라 비용함수의 형태가 증가하는 함수를 고려하여 수명보전정책을 분석하였으며 Subramanian과 Wolff[14]는 비용함수를 손실함수형태로 도입하고 단위시간당 평균기대비용을 최소화하는 비용분석을 하였다. Barlow와 Hunter[3]는 시스템의 사용 중 고장이 발생하였을 때 수리 후 고장 직전의 동일한 고장률로 복원되는 응급수리 모형을 제시하였으며 Tilguin과 Cleroux[15]는 시스템의 고장 발생 시 응급수리를 적용하고 일정시점에서 정기적으로 수리적용시 조정비용, 감가비용, 이자율을 고려하여 단위시간당 평균기대비용을 최소화하는 비용분석을 하였다. Cleroux, Dubuc와 Tilquin[9]은 시스템의 고장 발생시 일정시점에서 수명보전정책을 시행하고 일정시점을 경과하기 전에 고장발생의 경우, 수리비용이 확률적으로 산출될 때 일정수준 이하이면 응급수리를 적용하고 이외에는 수명보전정책을 적용하여 분석하였다. Boland[7]는 시스템의 일정시점 수리를 실행하는 정기보전제도에서 응급수리를 도입하여 수리비용은 증가함수의 형태를 설정하여 기대비용을 분석 하였다. 또한 Block, Borges와 Savits[6]는 수명보전정책 적용 시 응급수리의 개념을 도입하여 시스템의 시점을 유한 시점과 무한 시점에서 총 기대비용을 산출하였다. Boland와 Proschan[8]은 정기보전제도를 도입하여 응급수리 모형을 시스템의 고장 발생 시 지수분포와 와이블 분포를 고려하여 사용 시점이 유한과 무한 시점일 때 단위 시간당 총비용을 분석하였다. Berg와 Epstein[5]은 일제 교환정책에서 한계 사용비용이 증가형태일 때 단위시간당 기대비용을 분석 하였다. Nakagawa[11][12]은 시스템의 가동 후 일정시점 전에 고장이 발생하거나 교환시점에 도달하면 부품 교환을 실시하고 고장이 일정시점 이후에 발생하였을 경우에는 교체시점까지 상태를 유지하여 교환시점에서 수리하는 일제 교환정책에서 평균비용을 산출하였고 응급수리를 고려한 수정된 정기보전 정책에서 정기보전기간 시점 전에 고장발생시 수리정책별로 정기보전기간 동안의 기대비용을 산출하였다.

Bagai와 Jain[2]은 수리가능한 제품의 경우 응급수리를 적용하여 포아손 과정에서 고장분포 함수가 와이블분포 일 때에 응급수리비용, 운영비용을 고려하여 기대비용을 계산하였고 최적 수리시점을 산출하였다.

본 연구에서는 일정기간동안 제품의 부품 고장 발생 시 신제품과 동일 기능으로 작동하는 대체품의 수리정책에서 소비자측면의 수리, 운용비용을 분석한다. 정기보전 기간 동안 발생하는 응급수리비용, 정기보전 비용, 대체품의 수리비용, 운영비용, 고정비용을 고려한 비용분석을 하고 정기보전 기간 동안의 총 기대비용과 단위시간당 기대비용을 고장분포 함수의 척도모수변화에 대한 비용분석을 하고자 한다.

2. 수리정책

일정기간동안 제품의 부품 고장발생시 신제품과 동일 기능으로 작동하는 대체품의 수리정책에서 소비자측면의 수리, 운용비용을 분석한다. 응급수리 시점까지 고장 직전의 동일한 고장률로 복원되는 응급수리의 적용 후 특정 부품의 부족이나 제품의 사용상에 경미한 부문의 고장, 고장발생 시 제품의 운용에 대체품으로의 수리적용이 가능한 수리정책이다. 제조업자가 제품을 판매한 후 다음과 같은 수리정책에서 제품을 구입한 소비자 입장에서 정기보전 기간 동안 발생하는 수리, 운용비용을 산출하기 위하여 다음과 같은 수리정책을 적용한다.

수리정책

제품 한 개가 판매된 후 가동되고 있는 부품은 정기 보전 시점 T에서 정기적으로 수리정비하며 응급수리시점 To와 정기보전 기간 T사이에서 부품 고장 발생 시 대체품 수리를 적용하며 정기보전시점 T에 도달하면 정기보전수리를 한다. 이때 정기보전 동안의 제품 고장과 사용 시의 발생 비용은 제품을 구입하는 소비자 측에서 부담한다.

2.1 가정 및 기호

본 연구에서 설정한 가정과 사용기호 다음과 같다.

가 정

(1) 정기보전 시점 T는 유한하다.

(2) 운영비용 함수는 시간에 선형비례(a + bt)하며, 고장분포함수의 기대값을 기대비용으로 한다.

(3) 정기보전기간 동안의 고정비용은 일정한 상수이다.

(4) 수리에 소요되는 시간은 무시할 만큼 작아 고려하지 않는다.

(5) 고장 분포함수는 얼랑 분포이다.

(6) 제품의 고장률은 연속이며 단조 증가함수이다.

기 호

T1, T2, T3, ... : 제품의 고장시간 간격

F(t) : 제품의 고장분포 함수

h(t) : 고장률 함수

H(t) : 누적 고장률 함수

U(T) : 단위 시간당 총기대 비용

CRS(T;To) : 대체품수리정책의 총기대비용

CS(To;T) : 대체품수리 기대비용

Cm : 응급수리 비용

Cmf(t) : 응급수리 비용함수

CM(To) : 응급수리 기대비용

Cf : 고정 비용

Co : 운영 비용

Cr : 정기보전 비용

CF(T) : 고정 기대비용

CO(T) : 운영 기대비용

TO : 응급수리 적용시점

T : 정기보전 시점

3. 대체품 수리 정책의 비용 분석

본 절에서는 일정기간 동안 대체품의 수리적용 정책의 정기보전 기간 동안 발생하는 각 기대비용을 고려하여 비용분석 모델을 분석하고 고장 분포함수의 모수와 정기보전기간의 변화에 대한 기대비용을 분석한다. 정기보전 기간 동안의 비용항목은 응급수리비용, 정기보전비용, 대체품의 수리비용, 운영비용, 고정비용으로 구성한다. 결국 다음의 형태로 총 기대비용을 분석하기 위한 모델은 다음과 같다.

$$C_{RS}(T;T_o) = C_M(T_o) + C_r + C_S(T_0, T) + C_o'(T) + C_F(T) \tag{3.1}$$

이때 정기보전 기간 당 총 기대 비용 식에서 시간 간격[0, To]의 응급수리에 대한 기대 비용은 비용함수가 신뢰도 함수를 사용하여 비용요소로 하고 고장 분포함수에 얼랑 분포를 적용하면 응급수리 비용함수와 고장 분포함수의 고장률함수로 산정되어 응급수리 적용시간 To까지의 적분으로 (3.2)식으로 산출 된다.

$$\begin{aligned} C_M(T_0) &= \int_0^{T_o} C_{mf}(t)h(t)dt \\ &= C_m \int_0^{T_o} \frac{e^{-H(T_o)}}{\overline{F(t)}} dF(t) \\ &= C_m \left(1 - \sum_{k=0}^{\beta-1} (\lambda T_o)^k \frac{e^{-\lambda T_o}}{k!}\right) \end{aligned} \tag{3.2}$$

제품의 고장분포함수가 λ, β 의 모수를 갖는 증가고장률 형태의 얼랑 분포를 따르고 T1,T2,T3,T4,................Tn 을 n번째 고장이 발생한 시간간격을 나타내는 확률변수라 할 때 시간간격[0, T]의 평균고장회수를 구하면 Stochastic Process 의 Renewal Counting Process 에 의하여 다음 식으로 나타난다.[16]

$$S_n = T_1 + T_2 + T_3 + T_4 + \ldots\ldots\ldots\ldots + T_n$$

이라 두면

$$P_r(S_n = t) = \lambda \frac{(\lambda t)^{n\beta-1}}{(n\beta-1)} e^{-\lambda t}$$

이 되며

$$P_r(N(t)=n)=F_n(t)-F_{n+1}(t)=\sum_{r=n\beta}^{(n+1)\beta-1}\frac{(\lambda t)^r}{r!}e^{-\lambda t}$$

이다.

$$G(z,t)=\sum_{n=1}^{\infty}z^{n-1}F_n(t)$$

로 정의하면

$$\begin{aligned}G(z,t)&=\sum_{n=1}^{\infty}z^{n-1}\int_0^t\frac{\lambda(\lambda t)^{n\beta-1}}{(n\beta-1)!}dt\\&=y^{1-\beta}\int_0^t\lambda e^{-\lambda t}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(\lambda ty)^{n\beta-1}}{(n\beta-1)!}dt\\&=y^{1-\beta}\int_0^t\frac{\lambda e^{-\lambda t}}{\beta}\sum_{r=0}^{\beta-1}\epsilon^r e^{\lambda ty\epsilon^r}dt\quad(\text{단},y^\beta=z,u=\lambda ty)\\&=y^{1-\beta}\frac{1}{\beta}\sum_{r=0}^{\beta-1}\frac{\epsilon^r}{1-y\epsilon^r}(1-e^{-\lambda t(1-y\epsilon^r)})\end{aligned}$$

이다.

이때 probability generating function 은 다음 식으로 산출된다.

$$\begin{aligned}\psi(z,t)&=\sum_{n=0}^{\infty}z^nP_r[N(t)=n]\\&=1+(z-1)G(z,t)\\&=1+(\frac{z-1}{z})\frac{1}{\beta}\sum_{r=0}^{\beta-1}\frac{z^{\frac{1}{\beta}}\epsilon^r}{1-z^{\frac{1}{\beta}}\epsilon^r}(1-e^{-\lambda t(1-z^{\frac{1}{\beta}}\epsilon^r)})\end{aligned}$$

그러므로 시간간격[0, t]사이의 평균 고장회수 E(N(t))는 다음과 같다.

$$M(t)=\frac{\lambda t}{\beta}+\frac{1}{\beta}\sum_{r=1}^{\beta-1}\frac{\epsilon^r}{1-\epsilon^r}e^{-\lambda t(1-\epsilon^r)}$$

단, ε (epsilon)은 복소수의 극좌표와 형상 모수로 구성 된 지수 함수로

$\epsilon=e^{\frac{2\pi i}{\beta}}$ 이다.

응급수리 시점 TO 와 정기 보전기간 T사이의 시간 간격에서 고장이 발생할 때 제품의 부

품과 동일한 기능을 하는 대체품의 수리 기대비용은 시간간격 [TO,T]에서 가동되어 고장 발생 시 신제품과 같은 기능을 하는 대체품으로 수리 교환되어 정기보전 시점 T까지 운영되며 이때 대체품의 수리 기대비용을 산출한다.

$$C_s(T) = \frac{C_s}{F(T_O)}[\int_{T_o}^{T}\frac{\lambda(T-t)}{\beta}dF(t) + \frac{1}{\beta}\int_{T_o}\sum_{r=1}^{T\beta-1}\frac{\epsilon^r}{1-\epsilon^r}(1-e^{-\lambda(T-t)(1-\epsilon^r)})dF(t) \tag{3.3}$$

정기 보전기간동안 발생하는 운용비용은 시간 t에 대하여 선형적 (a + bt)으로 비례하는 함수이고 고정 비용함수는 정기 보전기간 마다 일정상수로 발생 할 때 기대운영비용은 고장분포함수의 기댓값으로 산정하고 정기보전 기간 동안의 고정비용은 일정하게 소요되므로 다음과 같은 식이 도출된다.

$$\begin{aligned} C_o(T) + C_F(T) &= C_oE[a+bt] + C_f \\ &= C_o[a + b\int_0^T(\lambda t)^\beta \frac{e^{-\lambda t}}{(\beta-1)!}dt] + C_f \\ &= C_o[a + \frac{b}{\lambda(\beta-1)!}(-(\lambda t)^\beta e^{-\lambda t} + \beta G(\beta-1))] + C_f \\ &= C_o[a + \frac{b\beta}{\lambda}] + C_f \end{aligned} \tag{3.4}$$

여기서 $G(\beta)$는 $\int_0^T \lambda e^{-\lambda t}(\lambda t)^\beta dt$이다

$$\begin{aligned} C_{RS}(T;T_o) = C_mF(T_0) &+ \frac{C_s}{F(T_o)}[\frac{\lambda T}{\beta}(F(T)-F(T_o)) - \int_{T_o}^{T}\lambda(\lambda t)^\beta\frac{e^{-\lambda t}}{\beta!}dt] \\ &+ \frac{1}{\beta}\int_{T_o}\sum_{r=1}^{T\beta-1}\frac{\epsilon^r}{1-\epsilon^r}(1-e^{(-\lambda(T-t)(1-\epsilon^r))})dF(t) \\ &+ C_o[a+b\int_0^T(\lambda t)^\beta\frac{e^{-\lambda t}}{(\beta-1)!}dt] + C_f + C_r \end{aligned} \tag{3.5}$$

제품의 정기보전기간 시점 T동안 발생하는 단위시간당 기대비용을 산출하기위한 각 기대비용요소는 응급수리비용, 정기보전비용, 대체품의 수리비용, 운영비용 및 고정비용으로 구성할 때 총 기대 비용 식은 (3.5)와 같다.

4. 적용사례 및 분석

단위 시간당 기대비용을 산출하기 위하여 다음예제를 통하여 분석한다.

<u>적용사례</u>

정기보전기간 T가 주어지고 응급수리 적용의 비용 250, 응급수리시점 To에서 정기보전 기간 T까지의 기간이 2개월 대체품에 대한 수리비용 450, 시간간격 T에서 정기보전비용 600, 정기보전 기간 동안의 고정비용이 450, 운영비용500이며 a=0, b=1일 때의 단위 시간당기대비용을 구하며 고장분포함수는 얼랑 분포의 형상 모수 $\beta=2$ 일 때, 제품을 구입한 소비자 측면에서 제품의 고장발생 시의 수리비용과 제품사용 시의 운용비용인 총 기대비용으로 산출한다.

표 <1>에 고장분포 함수의 척도모수의 변화에 대하여 정기보전 기간이 증가할 때 총 기대비용의 계산과 각 비용요소의 기대비용을 산출하여 분포함수의 척도 모수에서 총 기대비용함수 CRS(T,TO)와 정기 보전기간 T에 대한 단위시간당 기대비용 U(T)의 결과를 산출하였다. 응급수리 시점이 3<TO<7에서 변화할 때 응급수리 시점에서 정기보전 시점[T, TO] 기간이 2개월 일 때 동일 정기보전기간 내에서 고장 분포함수의 척도 모수가 증가 변화함에 따라 총 기대비용은 증가 형태로 분석되고 고장 분포함수의 척도 모수가 일정할 때 정기보전 기간 T가 증가시 기대비용 요소의 총 기대비용은 증가 형태로 산출되며 이때 단위 시간당 기대비용은 감소 형태로 산출되었다, 또한 일정 척도 모수에서 정기 보전 기간이 증가함으로써 단위 시간당 기대비용의 감소의 폭이 작아지며 총 기대비용은 증가 형태로 결과 분석되었으며 정기보전 기간이 단위 증가할 때 총 기대 비용의 증가 폭이 작게 산출 된다.

<Table 1> Total Expected Cost per Unit Time

Lambda	TO	T	CRS(T,TO)	U(T)
2	3	5	2444.97	488.99
2	4	6	2456.19	409.37
2	5	7	2461.19	351.60
2	6	8	2464.20	308.03
2	7	9	2466.33	274.04
3	3	5	2738.28	547.66
3	4	6	2743.73	457.29
3	5	7	2746.97	392.42
3	6	8	2749.17	343.65
3	7	9	2750.78	305.64
4	3	5	3111.13	622.23
4	4	6	3115.27	519.21
4	5	7	3117.82	445.40
4	6	8	3119.56	389.95
4	7	9	3120.82	346.76
5	3	5	3516.23	703.25
5	4	6	3519.66	586.61
5	5	7	3521.77	503.11
5	6	8	3523.18	440.40
5	7	9	3528.69	392.08
6	3	5	3937.51	787.50
6	4	6	3940.45	656.74
6	5	7	3942.23	563.18
6	6	8	3953.19	494.15
6	7	9	3984.45	442.72

4. 결 론

본 연구에서는 정기보전 기간 동안 발생하는 기대비용을 산정하여 비용분석을 하였다. 정기보전 기간 동안의 기대비용은 제조업자의 제품에 관한 수리정책에 따라 달라지므로 본 연구에서는 대체품수리 정책에서 제품을 구입한 소비자측면에서 기대비용을 산정하였다. 기대비용의 산정은 제품 고장으로 인한 수리, 정비비용과 일정 기간 동안의 사용 시 운영비용으로 분류하여 총 기대비용분석을 하였으며 총 기대비용과 단위 시간당 기대비용을 산출 하였다. 대체품수리 정책에서 비용분석 모델의 총 기대비용은 고장분포함수의 척도모수의 변화에 대한 비용분석을 하였으며 총 기대비용은 척도모수 기간 T가 증가하면서 증가하나 단위시간당의

기대비용은 기간 T가 증가하면서 감소형태로 분석되었다.

본 연구와 관련된 추후 연구방향을 살펴보면 정기보전 기간 동안의 발생하는 기대비용항목을 추가하여 소비자 측면에서 총 기대비용을 산출할 수 있으며 특히 수리시간을 시간에 대한 비용함수로 가정하여 기대비용 항목으로 추가하여 비용분석이 가능하다. 또한 일정 정기보전 시점에서 총 비용함수를 최소화하는 최적 응급수리 시점의 설정과 최적 정기보전시점의 설정을 할 수 있다.

참고문헌

[1] Abdel-Hameed, M.S., E. Cinlar and J. Quinn, Reliability Theory and Models, Academic Press, 1984.

[2] Bagai, I. and K. Jain, "Improvement, Deterioration, and Optimal Replacement Under Age-Replacement With Minimal Repair," IEEE Transactions on Reliability, Vol. 43, No. 43, pp.156-162, 1994.

[3] Barlow, R.E. and L.C. Hunter, "Optimum Preventive Maintenance Policies," Operations Research, Vol. 8, pp.90-100, 1960.

[4] Barlow, R.E. and F. Proschan, Mathematical Theory of Reliability, John Wiley and Sons, New York, 1965.

[5] Berg, M. and B. Epstein, "A Note on a Modified Block Replacement Policy for Unit with Increasing Marginal Running Costs," Naval Research Logistics Quaterly, Vol. 26, pp.157-160, 1979.

[6] Block, H.W., W.S. Borges and T.H. Savits, "A General Age Replacement Model with Minimal Repair," Naval Research Logistics Quaterly, Vol. 35, pp.365-372, 1988.

[7] Boland, P. J., "Periodic Replacement When Minimal Repair Costs Vary With Time," Naval Research Logistics Quaterly, Vol. 29, No. 4, pp.541- 546, 1982.

[8] Boland, P.J. and F. Proschan, "Periodic Replacement with Increasing Minimal Repair Costs at Failure," Operations Research Vol. 30, No. 6, pp.1183-1190, 1982.

[9] Cleroux, R., S. Dubuc and C. Tilquin, "The Age Replacement Problem with Minimal Repair and Random Repair Costs," Operations Research, Vol. 27, No. 6, pp1158-1167, 1979.

[10] Cleroux, R., and M. Hanscom, "Age Replacement with Adjustment and Depreciation Costs and Interest Charges," Technometrics, Vol.16, No. 2, pp235−239, 1974.

[11] Nakagawa, T., "A Modified Block Replacement with Two Variables," IEEE Transaction on Reliability, Vol. R−31, No. 4, pp.398−400, 1982.

[12] Nakagawa, T., "Modified Periodic Replacement with Minimal Repair at Failure," IEEE Transaction on Reliability, Vol. R−30, No.2, pp.165−168, 1981.

[13] Scheaffer, R.L., "Optimum Age Replacement Policies with Increasing Cost Factor," Techometrics, Vol. 13, No. 1, pp139−144. 1971.

[14] Subramanian, R. and M.R. Wolffs, "Age Replacement In Simple Systems with Increasing Loss Functions," IEEE Transaction on Reliability, Vol. R−25, No. 1, pp32−34. 1976.

[15] Tilguin, C. and R. Cleroux, "Periodic Replacement with Minimal Repair at Failure and Adjustment Cost," Naval Research Logistics Quaterly, Vol. 22, pp.243−254, 1975.

[16] Parzen, E., Stochastic Processes, Holden Day, 1962.