

동적효과를 고려한 저류함수모형의 최적 매개변수 결정

The optimal parameter estimation of storage function model based on the dynamic effect

김 종 래* / 김 주 철** / 정 동 국*** / 김 재 한****

Kim, Jong Rae / Kim, Joo Cheol / Jeong, Dong Kook / Kim, Jae Han

Abstract

The basin response to storm is regarded as nonlinearity inherently. In addition, the consistent nonlinearity of hydrologic system response to rainfall has been very tough and cumbersome to be treated analytically. The thing is that such nonlinear models have been avoided because of computational difficulties in identifying the model parameters from recorded data. The parameters of nonlinear system considered as dynamic effects in the conceptual model are optimized as the sum of errors between the observed and computed runoff is minimized. For obtaining the optimal parameters of functions, the historical data for the Bocheong watershed in the Geum river basin were tested by applying the numerical methods, such as quasi-linearization technique, Runge-Kutta procedure, and pattern-search method. The estimated runoff carried through from the storage function with dynamic effects was compared with the one of 1st-order differential equation model expressing just nonlinearity, and also done with Nash model. It was found that the 2nd-order model yields a better prediction of the hydrograph from each storm than the 1st-order model. However, the 2nd-order model was shown to be equivalent to Nash model when it comes to results. As a result, the parameters of nonlinear 2nd-order differential equation model performed from the present study provided not only a considerable physical meaning but also a applicability to Korean watersheds.

keywords : dynamic effects of storage, storage function, model parameters, quasi-linearization technique, Runge-Kutta procedure, pattern-search method

요 지

강우로부터 유출현상은 고유적으로 비선형성이다. 더욱이 실제적으로 이와 같은 비선형성의 해석은 많은 어려움을 내포하고 있다. 또한, 부정류효과와 동적작용을 고려한 저류개념은 매개변수의 유역특성상 추정하기가 상당히 복

* 한국수자원공사 소양강댐관리단 운영과장

Korea Water Resources Corporation, Daejeon, 306-711, Korea
(e-mail: jrkim@kwater.or.kr)

** 충남대학교부속 산업기술연구소 연구원

Researcher, Industrial Technology Research Institute, Chungnam National Univ., Daejeon 305-764, Korea
(e-mail: kjc@cnu.ac.kr)

*** 한남대학교 토목환경공학과 교수

Professor, Dept. of Civil and Environ. Engrg., Hannam Univ., Daejeon 305-791, Korea
(e-mail: dkjeong@hannam.ac.kr)

**** 충남대학교 토목공학과 교수

Professor, Dept. of Civil Engrg., Chungnam National Univ., Daejeon 305-764, Korea
(e-mail: kjh@cnu.ac.kr)

잡하기 때문에 피해오고 있는 실정이다. 본 연구에서는 이와 같은 동적효과를 고려한 비선형의 저류함수에 대한 매개변수의 최적치를 얻고자 시도한다. 이를 위한 수치해법은 금강의 보청천유역의 관측치와 계산치의 오차를 최소화하는 최소자승법에 의거 준선형화, Runge-Kutta 및 pattern-search 법들을 적용한다. 본 연구의 동적효과를 고려한 비선형 개념적모형의 적용성은 비선형성만을 고려한 저류함수모형 및 기존의 Nash 모형과 비교하여 검토하였다. 그 결과 2계모형이 1계모형보다 강우로부터 유출예측치를 보다 더 잘 재현하는 것을 알 수 있었으며, Nash 모형과는 대등함을 보여주었다. 여기서 획득된 매개변수들은 물리적 의미뿐만 아니라 본 모형의 국내 적용성도 제공한다.

핵심용어 : 저류동적효과, 저류함수, 모형매개변수, 준선형화기법, Runge-Kutta 법, pattern search 법

1. 서 론

호우-유출현상을 규명코자 1958년 일본에서 저류함수법 이론이 발표(한국수자원공사, 2003, pp. 445-557)된 이래, 한국수자원공사에서는 1985년부터 이를 도입하여 댐의 홍수조절 등과 같은 실무분야에서 사용하고 있다. 그러나 일본유역을 대상으로 개발된 회귀식을 이용하여 우리나라 댐 상류유역의 매개변수를 산정하고 있는 실정임으로 이에 대한 객관성 및 적합성 여부가 논해지고 있다. 따라서 홍수분석시 매개변수들의 조정 범위가 큰 폭으로 변화함에 따라 강우-유출 분석 경험 이 적은 실무자들은 많은 어려움에 접하게 된다. 이와 같은 어려움에도 불구하고 지금까지도 저류함수법이 널리 사용되고 있는 이유는, 日野 등(1989, p. 6)이 밝혔듯이, 저류함수법이나 탱크모형 등과 같은 집중형 유출모형이 앞으로도 그 중요성이나 실용성이 변하는 일은 거의 없을 것으로 판단되기 때문이다. 왜냐 하면, 이들 집중형 개념모형에 포함되어 있는 매개변수가 한 유역에 대하여 고유한 일정치 또는 다른 특성치들의 함수형태로 과거 기록치에 의하여 경험적 또는 통계적으로 구해 질 수 있기 때문이다.

저류함수법에 대한 국내의 연구동향을 살펴보면, 남궁달(1985)은 저류함수모형과 운동파모형의 유사성으로부터 유역모형의 매개변수를 추정함으로써 유역의 수문인자 및 지형인자와 매개변수의 관계를 규명하고자 하였다. 윤재홍 등(1991)은 최적화 기법(pattern search)에 의한 저류함수 유출모형의 자동보정 연구를 수행하였으며, 이정규와 이창해(1996)는 저류함수모형의 매개변수 결정에 최적화기법인 Brent 방법을 사용하였다. 박봉진 등(1997)은 유전자 알고리즘을 이용한 강우-유출모형의 매개변수 추정연구를 수행한 바 있으며, 김한섭과 이정규(2000)는 홍수유출해석시 매개변수의 실시간 자동보정에 퍼지이론을 적용하여 시간에 따른 유역의 변동특성을 고려하였다. 또한 김선주 등(2004)은 유전자 알고리즘을 이용한 장·단기 유출모형의 매개변수 최적화

연구를 수행하였으며, 최근에는 송재현 등(2006)이 저류함수모형의 매개변수에 대한 홍수수문곡선을 평가한 바 있다. 그러나 이들 연구의 대부분은 유역의 비선형효과만을 고려한 것으로서, 실제 호우시 유역변환계의 비선형성내에는 홍수위의 쐐기저류(wedge storage)에 대한 상당한 비정상(부정류 : 동적; dynamic)효과가 발생됨으로 수위-유량곡선의 고리(loop)형이 단 하나의 지수곡선으로 대표되어 질 수 없음은 이미 잘 알려져 있다(김재한, 2005, p. 88).

전술한 연구동향을 배경으로 본 연구에서는 유역응답의 비선형성내에 비정상효과를 동시에 고려한 Prasad 모형(Prasad, 1967)에 대한 매개변수들을 추정코자 하는데 그 목적이 있다. 이를 위하여 기존의 저류함수모형을 비선형 2계상미분방정식의 형태로 확장한 Prasad 모형을 그대로 적용하고, 이들의 결과를 금강수계의 보청천유역의 자료들로부터 획득하여 검토·분석함으로써 그 실용성을 파악코자 한다. 본 모형의 국내에서의 적용 가능성을 알아보기 위하여 동일유역내 동일자료로부터 김주철 등(2004)이 시도한 바 있는 Nash 모형에 의한 결과와 비교·분석한다.

2. 이론적 배경

2.1 수문모형의 분류

강우로부터 유출의 변환계에 대한 개념적 모형은 상미분방정식(ordinary differential equations)의 형태로 나타낼 수 있음이 잘 알려져 있다(Dooge and O'Kane, 2003, pp. 53-54; 김재한, 2005, p. 113). 이와 같은 미분방정식형의 대표적인 경우로 집중형(lumped type) 유출모형들을 들 수 있다. 이와 같은 집중형 유출모형에서 유출량 Q 와 저류량 S 사이에 일가관계의 비선형성만을 고려한, 즉 S 와 Q 의 관계가 홍수 상승기와 감소기에 loop를 그리지 않는 단순관계를 일반적으로 사용하고 있으나, Prasad(1967)는 이에 동적효과인 비정상효과의 항을 첨가하였으며(日野 등, 1989, pp. 58-59),

여기서는 이 모형의 동적효과에 대한 매개변수들을 우리나라 하천에 대하여 적용·검토 분석한다.

일반적으로 홍수추적 이론을 적용할 때 점변류(gradually varied flow) 및 준정상류(quasi-steady flow)로 가정(김재한, 2005, p. 174)하여 강우로부터 유출변환계는 선형 또는 비선형효과만을 처리하고 있으나, 실제적으로는 앞서도 언급된 바와 같이 썰기저류로 인한 수위상승시(배수곡선) 및 수위하강시(저하곡선)(Fig. 1 참조)에 발생하는 동적효과가 상당히 크게 발휘될 때가 있다. 그러므로 시불변 비선형저수지의 저류량 S 는 Fig. 1(a)에서 보는 것처럼 Eq. (1)과 같이 나타낼 수 있다.

$$S = D' Y^g \quad (1)$$

여기서 D' , g 는 상수이다. 출력(유출량; outlet control) Q 는 Fig. 1(b)에서 보는 것처럼 Eq. (2)와 같이 나타낼 수 있다.

$$Q = CY^M \quad (2)$$

여기서 C , M 은 상수이며, Eq. (2)의 M 값은 구형단면(rectangular section)인 경우 1.5, 쌍곡선형단면(hyperbolic section)인 경우 2.0, 삼각형단면(triangular section)인 경우 2.5이다. Eqs. (1), (2)에서 Y 를 제거하면 Eq. (3)과 같이 나타낼 수 있다.

$$S = \frac{D'}{C^{\frac{g}{M}}} \cdot Q^{\frac{g}{M}} \quad (3)$$

만일, D' , g , C , M 을 상수이고 시불변으로 가정하면 Eq. (3)은 Eq. (4)와 같이 나타낼 수 있다.

$$S = K_1 Q^N \quad (4)$$

여기서 $K_1 = \frac{D'}{C^{\frac{g}{M}}}$, $N = \frac{g}{M}$ 이다.

Prasad(1967)는 Fig. 1(c)와 같이 동적효과(dynamic effect)를 고려한 부정류효과(unsteady flow effect)에 대하여 Eq. (4)를 Eq. (5)와 같이 수정하였다.

$$S = K_1 Q^N + K_2 \left(\frac{dQ}{dt} \right) \quad (5)$$

Eq. (5)에서 K_2 는 썰기저류, 저류-유량관계 영향 등을 나타내는 상수로 가정한다. 입력(강우량) R , 저류량 S , 출력(유출량) Q 는 시간의 함수이므로 연속방정식은 Eq. (6)과 같은 미분방정식으로 나타낼 수 있다.

$$\frac{dS}{dt} = R - Q \quad (6)$$

Eq. (5)를 시간 t 에 관하여 미분하고, Eq. (6)의 $\frac{dS}{dt}$ 를 제거하면 Eq. (7)과 같이 나타낼 수 있다.

$$K_2 \frac{d^2 Q}{dt^2} + K_1 N Q^{N-1} \frac{dQ}{dt} + Q = R \quad (7)$$

Eq. (7)이 비선형성(nonlinearity)의 동적효과를 고려한 시불변(time invariant), 집중(lumped) 모형인 비선형 2계상미분방정식이다. 한편, 비선형성만을 고려한 Eq. (4)의 저류방정식으로부터 상기와 같은 방법에 의하여 Eq. (8)을 얻을 수 있다.

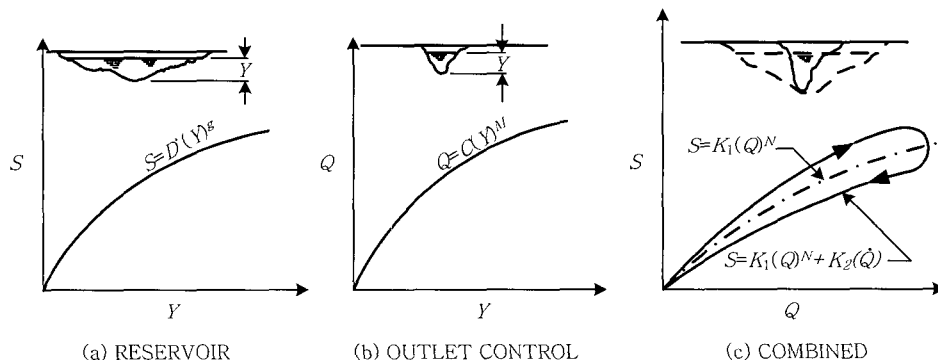


Fig. 1 Physical concept - nonlinear system

$$K_1 N Q^{N-1} \frac{dQ}{dt} + Q = R \quad (8)$$

Eq. (8)은 비선형(nonlinear), 시불변(time invariant), 집중(lumped) 모형인 비선형 1계상미분방정식이다.

2.2 준선형화(quasi-linearization)

Eq. (7)과 같은 비선형 2계상미분방정식의 해는 강한 비선형성 때문에 해석적 방법으로 풀려질 수 없으며, DP법, 준선형화법, 비선형 최적계획법 등에 의해 수행할 수 있다고 알려져 있으나(日野, 1975; 한국수자원공사, 2003), 본 연구에서는 이들 방법 중 준선형화기법을 이용하고자 한다. 이 방법은 이미 Labadie and Dracup(1969)에 의하여 시도된 바 있으며, 일반적으로 적절한 가정치에 따라 비교적 수치해의 수렴속도가 빠른 것으로 알려져 있다. 따라서 Eq. (7)의 준선형화과정에 이의 방법을 이용한다.

Eq. (7)에서 $A_1 = \frac{K_1 N}{K_2}$, $A_2 = \frac{1}{K_2}$ 로 놓으면, Eq. (9)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{d^2 Q}{dt^2} = -A_1 Q^{N-1} \frac{dQ}{dt} - A_2 (Q - R) \quad (9)$$

Eq. (9)에서 미지 매개변수들을 선형표준형식(canonical form)으로 변형하기 위하여 Eq. (10)과 같이 정의한다.

$$\left. \begin{aligned} Q &= x_1 \\ \frac{dQ}{dt} &= x_2 \\ A_1 &= x_3 \\ A_2 &= x_4 \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

N 은 상수로 가정하고, Eq. (10)을 미분하면 Eq. (11)과 같이 연립미분방정식으로 나타낼 수 있다.

$$\left. \begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= \dot{x}_1 = x_2 \\ \frac{dx_2}{dt} &= \dot{x}_2 = -x_3 x_1^{N-1} x_2 - x_4 (x_1 - R) \\ \frac{dx_3}{dt} &= \dot{x}_3 = 0 \\ \frac{dx_4}{dt} &= \dot{x}_4 = 0 \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

초기조건은 Eq. (12)와 같다.

$$\left. \begin{aligned} x_1(0) &= C_1 \\ x_2(0) &= C_2 \\ x_3(0) &= A_1 \\ x_4(0) &= A_2 \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

여기서 주지해야 할 사항은 Eq. (9)에서 시상수(time-constant) 변수들로서 지정된 매개변수들은 식을 비선형화한다. 그러므로 Eq. (11)의 해를 얻기 위하여 Eq. (12)의 초기조건들을 이용함으로써 Eq. (13)과 같이 계산을 반복형으로 주어지면 준선형화 방정식으로 이루어진다(Labadie and Dracup, 1969; 日野, 1975).

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_1^{(n+1)} &= x_2^{(n+1)} \\ \dot{x}_2^{(n+1)} &= -x_3^{(n)} (x_1^{(n)})^{N-1} x_2^{(n)} - x_4^{(n)} (x_1^{(n)} - R) \\ &\quad + (x_1^{(n+1)} - x_1^{(n)}) [-(N-1)x_3^{(n)} (x_1^{(n)})^{N-2} x_2^{(n)} - x_4^{(n)}] \\ &\quad + (x_2^{(n+1)} - x_2^{(n)}) [-x_3^{(n)} (x_1^{(n)})^{N-1}] \\ &\quad + (x_3^{(n+1)} - x_3^{(n)}) [-x_2^{(n)} (x_1^{(n)})^{N-1}] \\ &\quad + (x_4^{(n+1)} - x_4^{(n)}) [-x_1^{(n)} + R] \\ \dot{x}_3^{(n+1)} &= 0 \\ \dot{x}_4^{(n+1)} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

여기서 $x_1^{(n+1)}(0) = C_1^{(n+1)}$, $x_2^{(n+1)}(0) = C_2^{(n+1)}$, $x_3^{(n+1)}(0) = A_1^{(n+1)}$, $x_4^{(n+1)}(0) = A_2^{(n+1)}$ 이다.

Eq. (13)은 Eq. (14)와 같은 특수해(particular solution) P_i ($i = 1, \dots, 4$)와 동차해 $H_{i,j}$ ($j = 1, \dots, 4$)를 선형 결합하여 미지의 초기조건들 $C_1^{(n+1)}$, $C_2^{(n+1)}$, $A_1^{(n+1)}$, $A_2^{(n+1)}$ 의 항들로서 연립적으로 풀릴 수 있음은 잘 알려져 있다(Kaplan, 1964, pp. 162-205). 이를 식으로 나타내면 Eq. (14)와 같다.

$$\left. \begin{aligned} x_i^{(n+1)} &= P_i^{(n+1)} \\ &\quad + \sum_{j=1}^2 [C_j^{(n+1)} H_{j,i}^{(n+1)} + A_j^{(n+1)} H_{j+2,i}^{(n+1)}] \\ &\quad i = 1, \dots, 4 \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

지금 관측유출량을 $Q_0(t_k)$ 라고 하면, 얻고자 하는 목적함수는 Eq. (15)와 같이 둘 수 있다. Eq. (15)에서 $Q(t_k)$ 는 계산유출량을 뜻한다.

$$E_{\min} = \min \sum_{k=0}^m [Q(t_k) - Q_0(t_k)]^2 \quad (15)$$

여기서 t_k 는 시간 t 를 이산화한 것으로서 $t_k = k\Delta t (k = 1, 2, \dots, m)$ 로 주어진다. Eq. (15)를 얻기 위하여 Eq. (15)내의 $\sum_{k=0}^m [Q(t_k) - Q_0(t_k)]^2$ 을 C_i, A_i 에 관하여 미분하면 Eq. (16)과 같이 된다.

$$\sum_{k=0}^m \{P_1^{(n+1)}(t_k) + C_1^{(n+1)}H_{1,1}^{(n+1)}(t_k) + C_2^{(n+1)}H_{2,1}^{(n+1)}(t_k) + A_1^{(n+1)}H_{3,1}^{(n+1)}(t_k) + A_2^{(n+1)}H_{4,1}^{(n+1)}(t_k) - Q_0(t_k)\}H_{i,1}^{(n+1)} = 0$$

$$i = 1, \dots, 4 \quad (16)$$

여기서

$$\sum_{k=0}^m H_{i,1}(t_k)H_{j,1}(t_k) = a_{i,j}$$

$$\sum_{k=0}^m \{Q_0(t_k) - P_1^{(n+1)}(t_k)\}H_{i,1}^{(n+1)}(t_k) = b_i$$

라고 놓으면 Eq. (16)은 Eq. (17)과 같이 재정리될 수 있다.

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ A_1 \\ A_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \end{bmatrix} \quad (17)$$

상기 식들로부터 C_i, A_i 의 $(n+1)$ 반복치가 얻어질 수 있으며, 이를 Eq. (14)에 대입하면 x_i 의 $(n+1)$ 번째 추정치를 구할 수 있다. 이 때, x 가 $|x^{(n+1)} - x^{(n)}| < \epsilon$ 의 오차조건내에 만족하기 위하여 Eq. (13)에서 Eq. (17)까지 여러 번 반복계산을 수행하는 것이 좋은 것으로 알려져 있다(日野, 1975). 또한 日野에 의하면 준선형화가 수렴하기 위해서는 최초 추정치 $x_i^{(0)}(t)$ 가 convex region에 있어야 하며, Labadie and Dracup(1969)은 이를 위한 조건으로서 Eq. (18)의 Hessian matrices $H_i (i = 1, 2, \dots, r)$ 이 양(+)의 값이 되어야 함을 규정하였다.

$$H_i = \left[\frac{\partial^2 f_i}{\partial x_j \partial x_k} \right]_{x=u} > 0 \quad i, j, k, = 1, 2, \dots, r \quad (18)$$

그리고

$$\left| \frac{\partial^2 f_i}{\partial x_i^2} \right|_{x_i=u_i} > 0 \quad i = 1, 2, \dots, r \quad (19)$$

2.3 수치해석

2.3.1 비선형 1계미분방정식의 해법

여기서 비선형성만을 고려한 Eq. (8)을 동적효과를 고려한 Eq. (7)과의 결과치들의 비교를 위하여 시도된다. 따라서, Eq. (8)을 $\frac{dQ}{dt}$ 에 대하여 정리하면 Eq. (20)과 같다.

$$\frac{dQ}{dt} = -\frac{1}{K_1 N} Q^{1-N} (Q - R) \quad (20)$$

Eq. (20)의 해를 얻기 위하여 2.2절의 준선형화기법과 마찬가지로 Eq. (10)과 같이 정의하고, $x_1 = Q$, $x_2 = B = \frac{1}{K_1 N}$ 로 대치하면, Eq. (21)을 얻을 수 있다.

$$\left. \begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= \dot{x}_1 = -x_2 x_1^{1-N} (x_1 - R) \\ \frac{dx_2}{dt} &= \dot{x}_2 = 0 \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

여기서 초기조건은 Eq. (22)와 같다.

$$\left. \begin{aligned} x_1(0) &= x_{1,0} = Q_0 \\ x_2(0) &= x_{2,0} = A_1(\text{일정}) \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

Eq. (21)의 해를 얻기 위하여 여기서는 일반적으로 많이 사용되고 있는 4차 Runge-Kutta 방법(Jain, 1979, pp. 77-86)이 적용된다. 이와 같은 이유는 2.2절의 준선형화기법이 수렴속도는 빠르나 적절한 초기조건과 여러 매개변수들의 가정이 요구되어짐으로 1계미분방정식이라는 점을 고려하여 보다 간편한 이 방법이 선택되어진다. 상기 조건들을 4차 Runge-Kutta 방법에 적용하면 Eq. (23)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{x}_{i+1}^{(n)} = \mathbf{x}_i^{(n)} + \frac{1}{6}(\mathbf{k}_1 + 2\mathbf{k}_2 + 2\mathbf{k}_3 + \mathbf{k}_4)^{(n)} \quad (23)$$

Eq. (23)에서 n 은 계산반복횟수를 뜻하고,

$$\mathbf{k}_1 = \begin{bmatrix} k_{11} \\ k_{21} \\ \vdots \\ k_{n1} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{k}_2 = \begin{bmatrix} k_{12} \\ k_{22} \\ \vdots \\ k_{n2} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{k}_3 = \begin{bmatrix} k_{13} \\ k_{23} \\ \vdots \\ k_{n3} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{k}_4 = \begin{bmatrix} k_{14} \\ k_{24} \\ \vdots \\ k_{n4} \end{bmatrix}$$

그리고

$$k_{j1} = hf_j(t_i, x_{1,i}, x_{2,i}, \dots, x_{n,i})$$

$$k_{j2} = hf_j\left(t_i + \frac{1}{2}h, x_{1,i} + \frac{1}{2}k_{11}, x_{2,i} + \frac{1}{2}k_{21}, \dots, x_{n,i} + \frac{1}{2}k_{n1}\right)$$

$$k_{j3} = hf_j\left(t_i + \frac{1}{2}h, x_{1,i} + \frac{1}{2}k_{12}, x_{2,i} + \frac{1}{2}k_{22}, \dots, x_{n,i} + \frac{1}{2}k_{n2}\right)$$

$$k_{j4} = hf_j\left(t_i + \frac{1}{2}h, x_{1,i} + k_{13}, x_{2,i} + k_{23}, \dots, x_{n,i} + k_{n3}\right)$$

$$j = 1, 2, \dots, n \quad (24)$$

Eq. (24)에서

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{x}' &= \frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{f}(t, \mathbf{x}), \quad t_0 \leq t \leq b \\ \mathbf{x}_0 &= \begin{bmatrix} x_{1,0} \\ x_{2,0} \\ \vdots \\ x_{n,0} \end{bmatrix} \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

양성형으로 Eq. (24)는 Eq. (26)과 같이 표현될 수 있다.

$$\left. \begin{aligned} \begin{bmatrix} x_{1,i+1} \\ x_{2,i+1} \\ \vdots \\ x_{n,i+1} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} x_{1,i} \\ x_{2,i} \\ \vdots \\ x_{n,i} \end{bmatrix} + \frac{1}{6} \left\{ \begin{bmatrix} k_{11} \\ k_{21} \\ \vdots \\ k_{n1} \end{bmatrix} + 2 \begin{bmatrix} k_{12} \\ k_{22} \\ \vdots \\ k_{n2} \end{bmatrix} + 2 \begin{bmatrix} k_{13} \\ k_{23} \\ \vdots \\ k_{n3} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{14} \\ k_{24} \\ \vdots \\ k_{n4} \end{bmatrix} \right\} \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

Eq. (20)의 해가 Eq. (26)의 첫 번째 행(row)에 해당되므로, 2.2절의 Eq. (15)로부터 최소자승법에 의거 잔차의 자승합을 B 에 관하여 미분한다. 여기서의 최소

자승법은 하나의 변수 B 만에 대하여 수행되므로, 2.2절의 2계미분방정식의 경우보다 상당히 쉽게 결과를 얻을 수 있다. 상기 과정으로부터 B 의 $(n+1)$ 반복치가 얻어져 $|x_{1,i}^{(n+1)} - x_{1,i}^{(n)}| \leq \epsilon$ 오차가 어느 정도 요구되어지는 범위내에 들어오면 계산은 중지하게 된다. 본 연구에서는 n 은 2이며 시간증분 h 는 $1/100hr$ 이다.

2.3.2 Pattern search 법

2.2와 2.3.1의 방법들로부터 미지의 매개변수들(2계 : $A_1, A_2, 1계 : B$)을 구하는 것은 이미 언급된 바와 같이 보다 적절한 초기 가정치와 시간증분치들의 가정 및 적절한 ϵ 이 요구되어지므로 쉽게 구하여지지 않는다. 따라서 본 연구에서는, 이 방법들 외에도 계산의 편의를 위하여 수치해법상 많이 이용되고 있는 pattern search법으로부터 목적함수의 최적치를 구하고자 시도한다. 다시 말해서, 모형의 보정방법에는 시행착오에 의한 수동보정방법과 최적화기법에 의한 자동보정방법이 있다. 수동보정방법은 계산치와 관측치 수문곡선을 시각적으로 비교하며 직감적으로 매개변수를 조정하는 것으로서, 이는 모형 및 유역의 특성을 완전히 이해하고 모형보정에 숙련된 경험과 감각을 갖춘 수문기술자가 필요하다. 그러나 자동보정방법은 최적화기법을 이용하여 특정한 산정기준을 최대 또는 최소화함으로써 모형의 매개변수를 결정하는 방법이다. 유출모형의 매개변수 자동보정에 보편적으로 많이 사용되는 최적화기법으로 직접탐색법과 경사법으로 크게 구분할 수 있다.

경사법은 수렴속도가 빠르지만 편미분에 의해 방향을 찾아가는 방법으로서 편도함수가 요구되어짐으로 적용하기에 어려움이 많다. 직접탐색법의 경우 수렴속도는 느리지만 편도함수가 필요하지 않음으로 수문모형분석에 적합하다고 할 수 있다(정창삼과 허준행, 2002). 직접탐색법에는 simplex search, pattern search, rotating-direction 법, Brent 법 등이 있다. 수문현상과 관련된 최적화문제에서는 매개변수의 정확한 값이 종종 산출되지 않고 있기 때문에 해에 대한 안정성이 필요하다. 따라서 본 연구에서는 해의 안정성이 타 방법보다 우수하며 NWS-RFS의 Soil Moisture Accounting 및 HEC-1 모형 매개변수 자동화보정 등에 적용하고 있는 pattern search 법을 선정하였다.

상기와 같은 방법들에 의하여 목적함수가 수행되어졌을 때, 얻어진 2계미분방정식의 C_1, C_2, A_1, A_2 으로부터 모형의 매개변수 $K_1 (= \frac{A_1 K_2}{N}), K_2 (= \frac{1}{A_2})$ 를 얻을 수 있으며, 1계미분방정식의 경우 $B = \frac{1}{K_1 N}$

로부터 매개변수 $K_1 = \frac{1}{BN}$ 을 얻을 수 있다.

3. 적용사례

3.1 대상지점 및 호우사상 선정

모형의 적용을 위하여 금강수계 보청천유역의 산성, 이평, 기대, 산계지점의 호우사상을 Table 1과 같이 선정하여 분석하였다.

3.2 유효우량 및 직접유출량 산정

유효우량 산정방법에는 초기손실-일정손실법을 적용하여 산정하였으며, 직접유출량은 수평직선분리법을 적용하였다.

3.3 N값 결정

여기서 매개변수 동정문제를 간편화하기 위하여 제 3의 매개변수인 Eqs. (4), (5)의 N 값이 결정되어야 한다. 이를 위하여 Labadie and Dracup(1969)은 N 을 상수로 취급하여 N 의 여러 값에 대한 폭 넓은 가정치로부터 Eq. (5)의 조건이 만족될 때를 구하였다. 그러나 실제 계산상 이와 같은 작업은 상당히 번거롭고 귀찮은 것으로서 취급하기가 용이하지 않다. 따라서 본 연구에서는 Prasad(1967)의 방법을 이용하기로 한다.

최대유량시 $\frac{dQ}{dt}$ 는 0이 되므로 Eq. (5)는 Eq. (27)과

같게 된다.

$$S_{Q_p} = K_1 Q_p^N \quad (27)$$

Eq. (27)에서 S_{Q_p} 는 최대유량시 저류량, Q_p 는 최대유량이다. S_{Q_p} 는 Eq. (6)의 연속방정식을 이용하며, 최대유량 발생시간(T_p)까지 적분함으로써 계산할 수 있으며, Eq. (28)과 같이 나타낼 수 있다.

$$S_{Q_p} = \int_{t=0}^{T_p} (R - Q) dt \quad (28)$$

Eq. (28)을 이용하여 각 호우사상별 최대유량시 저류량과 최대유량을 도시하고, 대수방안지상에 표시하면 Fig. 2~5와 같다. 이 때 직선의 기울기가 유역의 특성 값인 N 값이다. 각 지점별 N 값은 산성지점 0.8207, 이평지점 0.5427, 기대지점 0.7809, 산계지점 0.8365로 결정되었다. 상관계수 R 은 이평지점을 제외하고는 모두 0.95이상의 좋은 상관관계를 나타내고 있다. 이로부터 제 3의 매개변수 N 값은 보청천유역의 경우 약 0.8로 나타남을 볼 수 있다. 하지만 이평지점만 0.54로 주어지기에 대한 앞으로의 검토가 요망된다.

Table 1. Control points and No. of events

Control point	River	Area(km ²)	No. of events
Sanseong	Bocheongcheon	49.10	7
Ipyeong	"	76.30	6
Gidae	"	354.14	6
Sangye	"	485.21	6

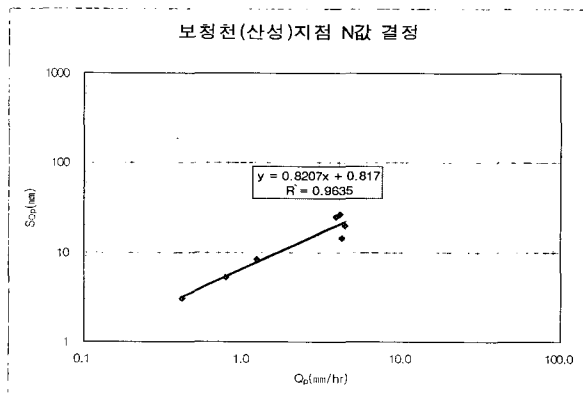


Fig. 2 Graph of Q_p versus S_{Q_p} at Sanseong site

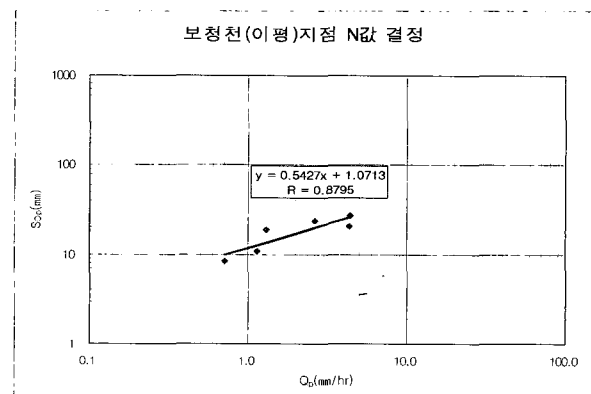


Fig. 3 Graph of Q_p versus S_{Q_p} at Ipyeong site

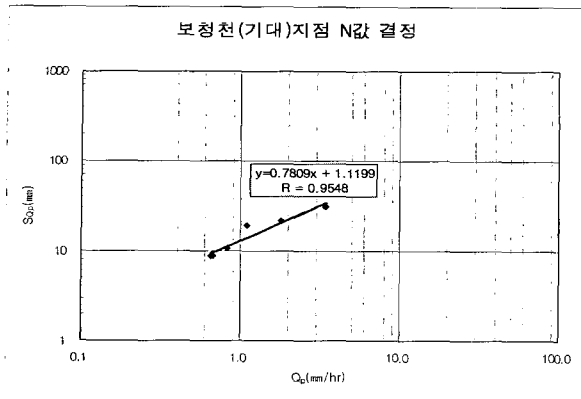


Fig. 4 Graph of Q_p versus S_{Q_p} at Gidae site

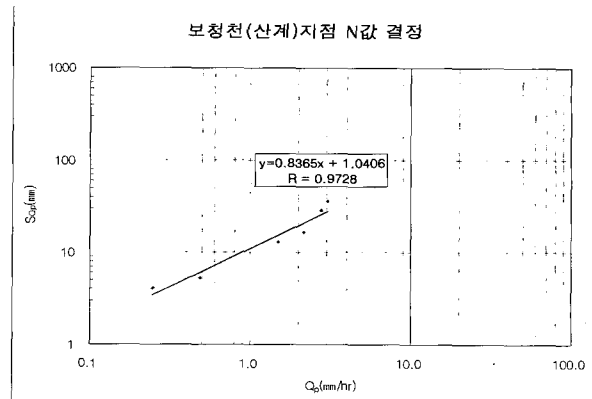


Fig. 5 Graph of Q_p versus S_{Q_p} at Sangye site

3.4 모형수행결과

3.3절에서 결정된 소유역별 N 값을 호우사상별로 적용하여, Prasad 모형의 매개변수 추정을 수행하였다. 비선형성만을 고려한 저류함수법(S-function)의 적용을 병행하여 양자의 비교, 분석을 수행하였다. 이의 결과는

Table 2와 같다. 여기서 Prasad 모형의 K_2 값은 유효우량 규모가 적은 호우사상일수록 크게 나타나는 경향을 발견할 수 있다. 이는 예상대로 호우시 동적효과가 우세한 것임을 입증한다. 보다 일반화된 결과를 위하여 여러 유역내 많은 자료에 대한 분석이 요구된다.

Table 2. Parameter estimations of each event

Basin	Year	Date	Effective Rainfall (mm)	N	Prasad model		S-function
					K_1	K_2	K_1
Sanseong	1986	7. 09.	40.165	0.8207	9.784	13.535	12.433
		7. 12.	4.204		6.742	16.773	10.369
	1992	8. 24.	7.243		7.053	14.225	9.314
		8. 08.	36.208		8.409	16.239	11.813
		9. 16.	13.930		8.379	24.366	12.171
		8. 30.	35.104		8.690	19.380	13.622
2000	6. 26.	33.550	8.931	7.806	10.114		
Ipyeong	1993	8. 08.	39.683	0.5427	14.634	9.033	17.503
		9. 16.	17.058		10.774	49.677	21.739
	1998	6. 24.	13.011		9.685	72.781	16.641
		9. 09.	35.542		14.911	13.096	22.152
		9. 22.	28.773		14.147	68.026	19.777
2000	6. 26.	30.456	17.197	8.787	19.044		
Gidae	1984	7. 10.	24.726	0.7809	19.713	53.247	23.400
	1987	8. 20.	41.836		12.190	15.411	13.993
		7. 16.	34.848		15.245	35.348	17.716
	1992	8. 24.	14.167		12.805	75.583	23.830
		6. 24.	11.945		12.757	61.045	17.174
	2000	7. 30.	13.807		14.180	93.279	21.361
Sangye	1990	7. 14.	30.690	0.8365	13.547	95.234	24.491
	1991	6. 11.	5.440		14.805	200.386	30.863
		6. 23.	18.914		12.171	40.338	16.368
	1999	9. 09.	36.508		15.711	36.244	21.887
		9. 22.	47.104		18.279	142.853	37.088
	2000	7. 30.	9.058		13.006	183.245	28.960

Table 3. Peak discharge and time to peak discharge of each event

Basin	Year	Date	Observation		Prasad model		S-function		Nash model	
			Q_p (m ³ /s)	T_p (hr)	Q_p (m ³ /s)	T_p (hr)	Q_p (m ³ /s)	T_p (hr)	Q_p (m ³ /s)	T_p (hr)
Sanseong	1986	7. 09	55.41	5	52.31	5	47.97	3	53.97	6
	1992	7. 12	5.65	4	5.43	5	5.26	1	5.92	5
		8. 24	10.70	5	9.57	6	9.21	3	9.72	6
	1993	8. 08	59.96	16	46.97	16	41.33	13	49.24	16
		9. 16	16.81	8	15.43	8	13.30	5	16.64	8
	1995	8. 30	57.11	15	41.44	14	35.57	11	42.96	13
2000	6. 26	52.22	14	45.86	15	47.66	13	46.41	16	
Ipyeong	1993	8. 08	93.38	6	86.06	6	80.79	5	76.85	6
		9. 16	26.23	13	22.88	11	18.62	3	26.14	10
	1998	6. 24	15.22	17	12.17	20	12.13	13	12.40	22
		9. 09	91.57	10	72.72	10	68.84	7	74.28	9
	1999	9. 22	31.12	13	28.59	17	20.65	9	31.36	15
		2000	6. 26	55.56	14	50.52	15	53.47	13	50.16
Gidae	1984	7. 10	107.02	10	102.48	11	103.61	6	99.98	12
	1987	8. 20	338.51	9	304.03	10	287.45	8	272.87	11
		7. 16	177.24	18	148.18	19	146.67	16	132.64	19
	1992	8. 24	81.31	9	68.94	11	61.73	2	75.17	11
		1998	6. 24	64.58	17	51.44	20	53.66	13	55.08
	2000	7. 30	66.09	15	55.37	15	44.78	10	57.38	15
Sangye	1990	7. 14	288.30	18	194.77	17	148.50	8	222.43	18
	1991	6. 11	33.35	14	26.46	17	21.38	1	30.42	17
		6. 23	201.85	12	142.34	12	126.75	8	116.81	12
	1999	9. 09	372.63	12	262.35	12	235.62	8	211.08	12
		9. 22	410.79	17	241.01	19	177.37	9	231.11	20
	2000	7. 30	65.50	19	48.33	19	38.31	5	60.39	19

Table 4. Range of relative errors of each model

Model	Q_E (%)	T_E (%)
Prasad model	3.98 ~ 41.33	0.00 ~ 30.77
S-function model	3.19 ~ 56.82	7.14 ~ 92.86
Nash model	0.34 ~ 43.74	0.00 ~ 29.41

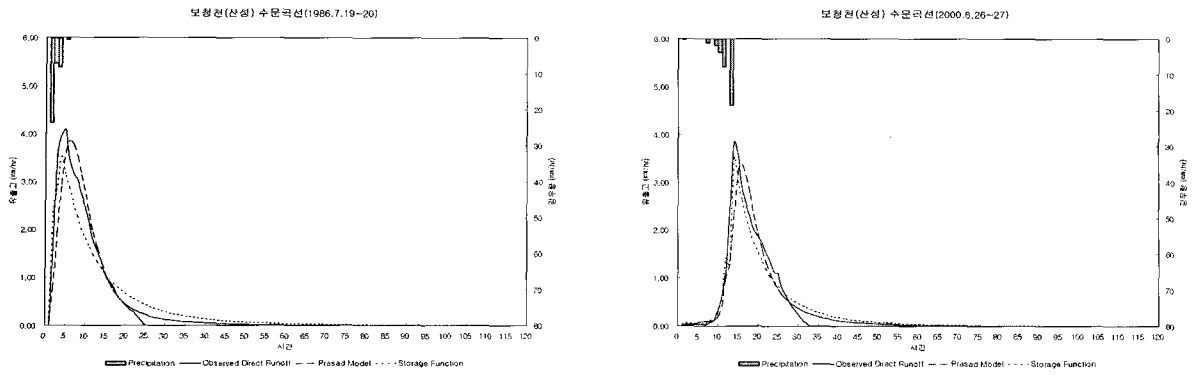
호우사상별 관측 및 계산 첨두유량과 첨두유량 발생 시각에 대한 상대오차 Q_E , T_E 를 Eqs. (29), (30)과 같이 산정하였다.

$$Q_E = \frac{|Q_p - \hat{Q}_p|}{\hat{Q}_p} \times 100 \quad (29)$$

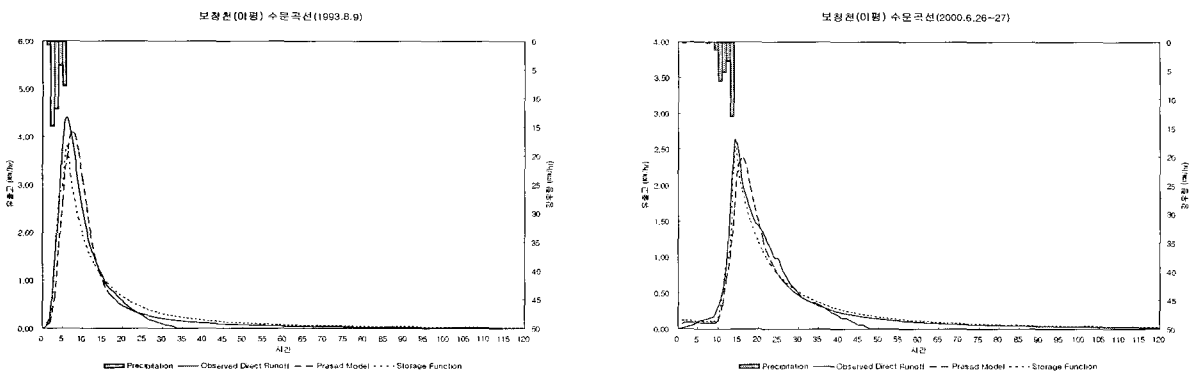
$$T_E = \frac{|T_p - \hat{T}_p|}{\hat{T}_p} \times 100 \quad (30)$$

여기서 Q_p , \hat{Q}_p 는 각각 관측첨두유량과 계산첨두유량이고, T_p , \hat{T}_p 는 관측첨두발생시간과 계산첨두발생시간이다. Tables 3, 4는 Table 2의 모든 호우사상에 대한 각각 Q_p , T_p 및 \hat{Q}_p , \hat{T}_p 의 산정결과와 모형별 오차발생범위를 나타낸다.

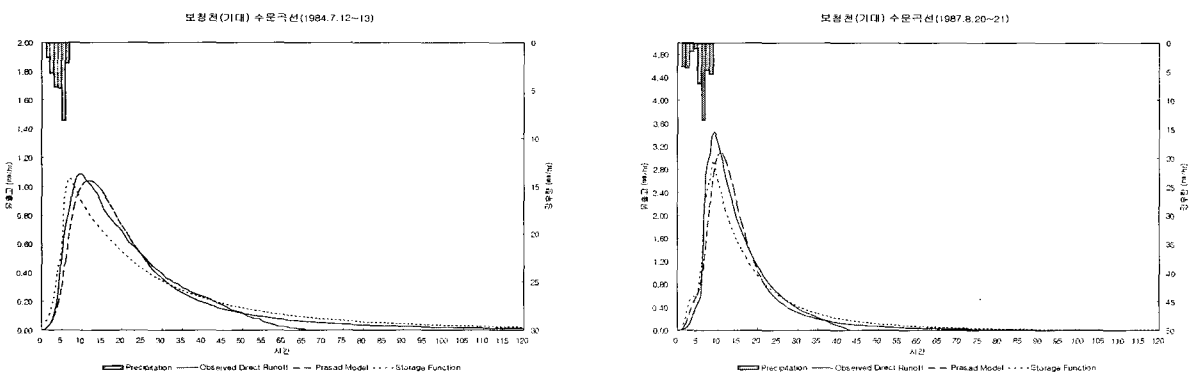
상기 Tables 3, 4의 Nash model은 김주철 등(2004)의 결과치들을 나타낸 것이다. Fig. 6은 Eq. (4)에 의한 저류함수와 Eq. (5)의 Prasad 모형에 의한 결과치를 관측치와 함께 제시한 것이다. 여기서 호우사상들은 예시를 위하여 무작위 추출된 것이다.



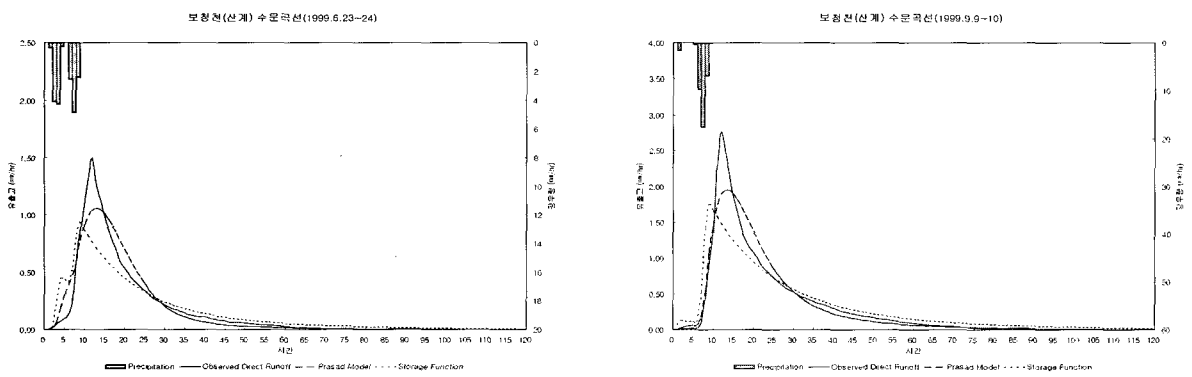
(a) Direct runoff hydrographs of rainfall events 1986, 2000 in Sanseong site



(b) Direct runoff hydrographs of rainfall events 1993, 2000 in Ipyeong site



(c) Direct runoff hydrographs of rainfall events 1984, 1987 in Gidae site



(d) Direct runoff hydrographs of rainfall events 1999 in Sangye site

Fig. 6. Direct runoff hydrograph of each subbasin

4. 결 론

본 연구에서는 우리나라 유역을 대상으로 부정류효과(동적효과)를 고려한 강우-유출 모형의 접근을 시도하였으며, 보청천의 산성, 이평, 기대, 산계지점에 적용한 결과 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

- (1) 보청천유역의 4개지점에 Prasad 강우-유출 모형과 비선형성만을 고려한 저류함수모형을 적용한 결과 부정류동적효과를 고려한 Prasad 모형이 관측수문곡선의 침투유량과 침투시간을 잘 반영하는 것을 알 수 있었다.
- (2) Prasad 모형의 K_2 값은 유효유량 규모가 적은 호우사상일수록 크게 나타나는 경향을 발견할 수 있었으며, 이는 예상대로 호우시 동적효과가 우세한 것임을 입증한다. 보다 일반화된 결과를 위하여 여러 유역내 많은 자료에 대한 분석이 요구된다.
- (3) 제 3의 매개변수 N 의 값은 보청천유역의 소유역별로 약 0.8로 나타났으나, 이평지점만 0.54로 주어지 이에 대한 앞으로의 검토가 요망된다.
- (4) 준선형화기법은 초기근사치에 의하여 수렴의 안정성이 크게 좌우됨을 재확인할 수 있었다. 앞으로 이에 대한 연구도 수행되어야 할 것이다.
- (5) 동적효과를 고려한 본 연구방법의 결과들은 동일 유역에 적용된 Nash 모형의 결과들과 상당히 근사함을 보여줌으로써, 우리나라 유역에 이 양자의 어느 경우도 사용이 가능할 수 있으리라 판단된다.

참 고 문 헌

김선주, 지용근, 김필식 (2004). "유전자 알고리즘을 이용한 장·단기 유출모형의 매개 변수 최적화", **한국수자원학회 2004 학술발표회초록집**, pp. 163.

김제한 (2005). 수문계의 수학적 모형, 선형계를 중심으로, **도서출판새론**

김주철, 정관수, 김제한 (2004). "신집수형상디스크립터와 Nash 모형의 지체시간 사이의 상관성 분석", **한국수자원학회논문집**, 37(12), pp. 1065-1074.

김한섭, 이정규 (2000). "통합저류함수모형에 의한 홍수

추적", **한국수자원학회 2000 학술발표회논문집**, pp. 100-105.

남궁달 (1985). "저류함수법에 의한 강우-유출모형의 변수추정", **한국수자원학회지**, 18(2), pp. 175-185

박봉진, 차형선, 김주환 (1997). "유전자 알고리즘을 이용한 저류함수모형의 매개변수 추정에 관한 연구", **한국수자원학회논문집**, 30(4), pp. 347-355.

송재현, 김형수, 홍일표, 김상욱 (2006). "저류함수모형의 매개변수 보정과 홍수예측(1) 보정 방법론과 모의 홍수수문곡선의 평가", **대한토목학회논문집**, 26(1B), pp. 27-38.

윤재홍, 고석구, 김양일 (1991). "최적화 기법에 의한 저류함수 유출 모델의 자동 보정", **수공학논총**, 한국수자원학회, 제33권, pp. 88-101.

이정규, 이창해 (1996). "저류함수법의 시변성 매개변수 조정에 퍼지이론 도입에 관한 연구", **한국수자원학회지**, 29(4), pp. 149-160.

정창삼, 허준행 (2002). "패턴 인식기법을 이용한 유출 모형의 매개변수 최적화", **한국수자원학회 2002 학술발표회논문집**, pp. 1316-1321.

한국수자원공사 (2003). **KOWACO 홍수분석모형 개발 보고서**, pp. 445-557.

Dooge, J.C.I. and O'Kane, J.P. (2003). *Deterministic methods in system hydrology*, A. A. Balkema Publishers.

Jain, M. K. (1979). *Numerical solution of differential equations*, Wiley Eastern Limited.

Kaplan, W. (1964). *Elements of ordinary differential equations*, Addison-Wesley.

Labadie, J. W. and Dracup, J. A. (1969). "Optimal identification of lumped watershed model", *Water Resources Research*, 5(3), pp. 583-590.

Prasad, R (1967). "A nonlinear hydrologic system response model", *Journal of the Hydraulics Division*, pp. 201-221

日野幹雄 (1975). "非線型流出解析および適應豫測", **1975年度(第十一回)水工学に關する夏期研修會講義集 A** コース, 日本土木學會 水理委員會, A-8-1~A-8-31.

日野幹雄, 太田猛彦, 砂田憲吾, 渡辺邦夫 (1989). **洪水の數値豫報**, 森北出版株式會社.

(논문번호:06-32/접수:2006.02.23/심사완료:2006.06.20)