

축하중 단말뚝구조물의 RSM기반 확률론적 신뢰성해석

RSM-based Probabilistic Reliability Analysis of Axial Single Pile Structure

허 정 원¹ Huh, Jungwon

곽 기 석² Kwak, Kiseok

Abstract

An efficient and accurate hybrid reliability analysis method is proposed in this paper to quantify the risk of an axially loaded single pile considering pile-soil interaction behavior and uncertainties in various design variables. The proposed method intelligently integrates the concepts of the response surface method, the finite difference method, the first-order reliability method, and the iterative linear interpolation scheme. The load transfer method is incorporated into the finite difference method for the deterministic analysis of a single pile-soil system. The uncertainties associated with load conditions, material and section properties of a pile and soil properties are explicitly considered. The risk corresponding to both serviceability limit state and strength limit state of the pile and soil is estimated. Applicability, accuracy and efficiency of the proposed method in the safety assessment of a realistic pile-soil system subjected to axial loads are verified by comparing it with the results of the Monte Carlo simulation technique.

요 지

말뚝-지반의 상호거동과 다양한 설계변수들의 불확실성을 고려한 축하중을 받는 단말뚝의 위험도를 정량화하기 위하여 효율적이고 정확한 복합 신뢰성해석 기법이 본 논문에서 제안되었다. 제안된 신뢰성해석 기법은 응답면기법, 유한차분법, 일차신뢰도법과 반복 선형보간기법의 개념들을 지능적으로 결합하였다. 단말뚝-지반계의 확정적 해석을 위해서 하중전이법과 유한차분법을 통합하였다. 하중조건, 말뚝의 재료와 단면특성, 그리고 지반특성과 관련된 불확실성을 명확하게 고려하였다. 말뚝과 지반의 사용성 한계상태 및 강도 한계상태에 대한 위험도를 평가하였다. 축하중을 받는 사실적인 말뚝-지반계의 안전성평가에 대한 제안기법의 적용성, 정확성 및 효율성을 몬테카를로 시뮬레이션의 결과와 비교함으로써 검증하였다.

Keywords : First-order reliability method, Load transfer function, Pile-soil interaction, Reliability analysis, Response surface method, Uncertainty

1. 서 론

축하중 말뚝의 해석과 설계에서 고려해야 하는 불확실성의 요소는 크게 지반특성의 불확실성, 하중조건, 하중조건, 그리고 말뚝 특성의 불확실성이며, 그들은 각

기 다른 정도의 불확실성을 포함하고 있다. 그중 가장 높은 변동성을 갖는 지반특성의 불확실성은 현장의 지질특성을 결정하기 위해 수행되는 한정된 현장조사 자료와 제한적 실내실험에 의한 자료부족과 다양한 지반 변수들의 상관성을 결정하는 부정확한 공식 등으로부

1 정희원, 전남대학교 해양공학전공 조교수 (Member, Assistant Prof., Ocean Eng. Program, Chonnam National Univ., jwonhuh@chonnam.ac.kr, 교신저자)

2 정희원, 한국건설기술연구원 국토지반연구부 수석연구원 (Member, Research Fellow, Geotechnical Research Dept., KICT)

* 본 논문에 대한 토의를 원하는 회원은 2006년 12월 31일까지 그 내용을 학회로 보내주시기 바랍니다. 저자의 검토 내용과 함께 논문집에 게재하여 드립니다.

터 야기된다. 현장지반의 수평 및 수직방향에 대한 공간 변동성의 불확실성, 간극수압의 변동에 의한 불확실성, 실험오차와 같이 정량화가 어려운 지반특성의 평가에 대한 불확실성 등이 전형적인 사례이다(Tandjiria et al. 2000). 또한 하중조건과 말뚝특성에 대한 불확실성도 구조 및 지반관련분야에서 이미 광범위하게 인지된 사실이다(Barakat et al. 1999; Haldar and Mhadevan 2000). 따라서 축하중 말뚝기초의 정밀한 위험도분석과 안전하고 경제적 설계를 위해서는 하중조건, 말뚝의 재료 및 단면특성, 지반특성, 말뚝-지반계의 거동특성과 같은 말뚝-지반계의 주요 변수들을 가능한 사실적으로 표현하고, 그들이 포함하고 있는 불확실성을 명확하게 고려해야 한다. 국내·외 연구자들에 의해 말뚝구조물에 대한 확률론에 기초한 신뢰성해석(Eloseily 1998; Barakat et al. 1999; Tandjiria et al. 2000) 및 신뢰성설계 기법(이인모 등 1995; Becker 1996; Yoon and O'Neill 1997)의 연구가 활발히 진행되었으나, 대부분은 실제 말뚝거동을 비교적 명확히 고려할 수 있는 유한요소법이나 유한차분법에 기초한 것이 아니라 명확한 해석해로 주어지는 단순한 문제에 대한 신뢰성해석이나 신뢰성설계를 위한 저항계수와 관련된 연구를 다루었다.

말뚝-지반계의 다양한 설계 확률변수에 대한 불확실성을 명확히 고려한 효율적이고 정확한 축하중 단말뚝기초의 신뢰성해석을 위해서는 우선 말뚝-지반계의 사실적 거동을 표현하는 개선된 확정적 말뚝해석기법의 적용이 필요하다. 본 논문에서는 말뚝-지반의 상호작용 거동을 고려하기 위해 말뚝주위의 흙을 분리된 여러 개의 선형스프링 또는 비선형스프링으로 모델하여 유한차분법(FDM, finite difference method)으로 해석하는 효율적인 지반반력법을 이용하여 축하중 말뚝-지반계의 해석을 수행한다. 다음은 이러한 사실적인 거동을 효율적인 신뢰성해석과정과 결합하는 기법의 개발이 필요하다. 이를 위해 유한차분법으로 구현되는 암시적(implicit) 한계상태함수를 입력 확률변수들의 항으로 정의되는 2차 다항식, 즉 양함수형태(explicit form)의 한계상태함수로 정식화하는 응답면기법(RSM, response surface method)을 적용함으로써 신뢰성해석(Huh and Haldar 2001, Huh and Haldar 2002)의 계산상의 효율을 상당히 개선할 수 있다. 따라서 본 논문에서는 말뚝-지반계의 역학거동과 작용하중, 말뚝 및 지반의 저항력에 관련된 설계인자들의 불확실성을 명확히 고려한 축하중 말뚝의 실질적이고 효율적인 위험도 평가를 위해서 (1) 응답면기법

(RSM), (2) 지반반력법에 기초한 유한차분 말뚝해석법, (3) 일차신뢰도법(FORM, first-order reliability method) 그리고 (4) 반복 선형보간기법(the iterative linear interpolation scheme)을 지능적으로 결합한 축하중 단말뚝 신뢰성해석 알고리즘과 프로그램을 개발하였다. 사실적인 수치예제를 통하여 제안기법의 적용성, 효율성 및 정확도를 검증하였고, 또한 말뚝-지반계의 내재적 불확실성과 통계불확실성을 고려한 축하중 단말뚝의 위험도 평가 과정을 상세하게 기술하였다.

2. 말뚝 신뢰성해석 모델의 구성요소

본 논문의 축하중 말뚝-지반계 해석에 적용된 유한차분법과 같은 알고리즘 형태를 가지는 음(implicit)함수의 한계상태문제에 대한 신뢰성해석에서 Level III 기법인 MCS(Monte Carlo simulation)의 적용은 시뮬레이션 횟수와 동일한 수의 확정적 유한차분해석의 수행을 의미하며, 이는 특히 비선형해석이나 동해석 등의 경우에 계산상으로 비효율적인 방법이다. 또한 각 확률변수의 평균과 분산 그리고 분포형태를 이용하여 신뢰도지수를 근사적으로 산정하는 Level II 기법을 독립적이고 직접적으로 적용하는 것은 어려우며 신뢰도를 보장하기 어렵다. 이런 문제점을 해결하기 위하여 제안된 RSM기반 신뢰성해석 기법(RSM-based reliability analysis method)의 구성요소에 대하여 아래에 간략하게 기술하였다.

2.1 유한차분 단말뚝 해석법

일상적인 실무에서 축하중 단말뚝의 설계와 해석을 위해 사용되는 기법은 지반거동의 비선형특성과 비균질성의 지층에 대한 고려뿐만 아니라 계산상의 효율성이 보장되어야 한다. 단말뚝 해석을 위한 대표적 방법인 하중-전이법, 탄성론법 및 유한요소법 중 이러한 조건을 만족하는 하중-전이법을 적용하였다. 그림 1과 같이 하중-전이법에서 말뚝주변의 흙은 말뚝길이 방향의 연속되는 스프링과 말뚝선단에서 하나의 집중 스프링으로 대체된다. 지반을 선형으로 고려하는 경우 스프링의 특성은 하나의 지반탄성계수 값으로 정의되는데 반해, 지반의 비선형성을 고려하는 경우에는 스프링 특성을 말뚝변위의 함수인 단위 주면마찰지력($t-z$) 곡선과 단위 선단지력($q-z$) 곡선의 형태로 정의한다. 지반의 비선형성을 고려하는 다양한 ($t-z$)곡선과 ($q-z$)곡선 모델들

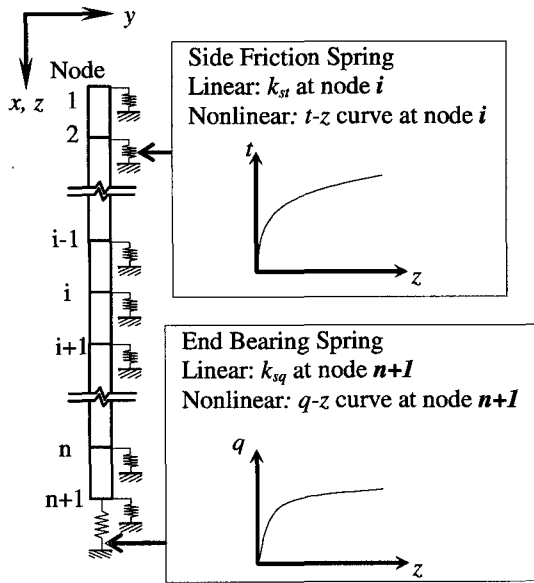


그림 1. 축하중 말뚝-지반계의 모델

(Mosher 1984; Vijayvergiya 1977; Kraft et al 1981; API, 1993)이 계측장치를 부착한 축 하중 상태하의 말뚝에 대한 현장 실험 자료와 연속체 및 지반역학의 원리에 기초하여 제시되었다. 이러한 선형탄성 말뚝과 비선형 지반에 대한 지배 미분방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$EA \frac{d^2 z}{dx^2} - 2\pi R t(x, z) = 0 \quad (1)$$

여기서, E 는 말뚝재료의 탄성계수, A 는 말뚝 단면적, z 는 깊이방향의 위치 x 에서 수직변위, R 은 말뚝과 지반의 접촉면의 유효반경, 그리고 $t(x, z)$ 는 말뚝에서의 위치와 말뚝변위의 함수인 단위 주변마찰이다.

축 하중을 받는 말뚝에 대한 연속체 모델의 수치해석을 위하여, 유한차분법과 회귀법(recursive method)을 이용한 축하중 보-기둥모델(Reese and Welch 1975; Matlock et al 1981; 정상섭 등 2001)을 적용한다. 이 방법은 그림 2와 같이 일련의 스프링으로 연결된 유한개의 요소로 모델링 할 수 있으며, 그림에서 아래 첨자는 해당 절점을 나타낸다. 각 절점들은 말뚝의 축 방향 강성(EA/h)을 나타내는 스프링으로 연결되어 있으며, 여기서 h 는 요소의 길이이다. 외부하중 P 와 지반의 스프링 S 는 모든 절점에 위치하는 것으로 볼 수 있다. 이때 말뚝의 변위(z)는 $+x$ 방향으로 발생하면 양의 값을 가지며 축력(T)은 인장력이 양의 값을 갖는 것으로 모델링하였으며, T_i 는 요소의 절점 (i)와 절점 ($i-1$) 사이의 축 방향 내부 부재력을 나타낸다.

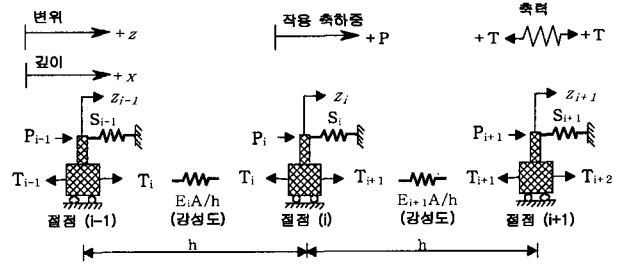


그림 2. 축하중 말뚝의 이산화모델

2.2 반복 응답면기법(Iterative Response Surface Method)

응답면기법은 입력 확률변수의 변동성 및 불확실성을 고려하여 확률변수로 표현되는 가장 적합한 응답을 구하기 위한 통계적 방법이다. 본 논문에서는 응답면기법을 적용하여 유한차분 알고리즘으로 구현되는 음함수형태의 한계상태함수를 입력 확률변수로 표현되는 2차 다항식의 양함수로 표현한다. 사실적인 비선형 말뚝-지반계의 상호거동을 고려하기 위하여 아래 식 (2)에 보이는 각 변수들의 교차항을 포함하지 않는 2차 다항식 또는 식 (3)에 주어진 교차항을 포함하는 완전 2차 다항식을 사용하여 한계상태의 응답면을 표현한다.

$$\hat{g}(X) = b_0 + \sum_{i=1}^k b_i X_i + \sum_{i=1}^k b_{ii} X_i^2 \quad (2)$$

$$\hat{g}(X) = b_0 + \sum_{i=1}^k b_i X_i + \sum_{i=1}^k b_{ii} X_i^2 + \sum_{i=1}^{k-1} \sum_{j=i}^k b_{ij} X_i X_j \quad (3)$$

여기서, $X_i (i=1, 2, \dots, k)$ 는 i 번째 확률변수이며, b_0 , b_i , b_{ii} , 그리고 b_{ij} 는 2차 다항식의 계수로서 그 수는 각각 $p=2k+1$ 개와 $p=(k+1)(k+2)/2$ 개이다. 식 (2)와 (3)의 다항식을 결정하기 위한 계수들은 표본점으로 불리는 다수의 특정 점에서 얻어지는 응답 값을 토대로 회귀분석이나 일련의 연립방정식의 해를 구함으로써 결정된다. 표본점을 추출하는 방법은 응답면기법의 효율성과 정확성에 직접적인 영향을 미치며, 위 다항식에 가장 적합한 방법인 Saturated Design(SD)과 Central Composite Design(CCD) (Khuri and Cornell 1996)을 적용한다. 여기서 1개의 표본점은 1번의 확정적 말뚝-지반계 유한차분해석을 의미한다. 이상에서 언급된 두 다항식과 두 Design기법을 조합한 다음의 세 모델을 본 연구에 적용하였다. 즉, SD와 식 (2)의 2차 다항식 이용한 모델 ①, CCD와 식 (2)의 2차 다항식을 이용한 모델 ② 그리고 CCD와 식 (3)의 완전 2차 다항식을 이용한 모델 ③이다. 각 모델에 대한 세부적인 개념과 적용기준 및

장·단점은 저자의 이전 연구(Huh and Haldar 2001; Huh and Haldar 2002)에서 찾아 볼 수 있다.

보다 정확한 한계상태함수에 대한 응답면을 얻기 위해서는 반복과정을 통하여 표본점이 생성되는 응답면 영역의 중심점(center point)의 위치를 개선해야하며, 본 논문에서는 아래 식 (4)와 (5)로 표현되는 반복 선형보간기법(Bucher and Bourgund 1990)을 적용하였다.

$$x_{C_2} = x_{C_1} + (x_{D_1} - x_{C_1}) \frac{g(x_{C_1})}{g(x_{C_1}) - g(x_{D_1})}$$

if $g(x_{D_1}) \geq g(x_{C_1})$ (4)

$$x_{C_2} = x_{D_1} + (x_{C_1} - x_{D_1}) \frac{g(x_{D_1})}{g(x_{D_1}) - g(x_{C_1})}$$

if $g(x_{D_1}) \leq g(x_{C_1})$ (5)

여기서 x_{C_1} 과 x_{D_1} 은 첫 번째 반복단계의 중심점과 검증점의 좌표, $g(x_{C_1})$ 과 $g(x_{D_1})$ 은 각기 x_{C_1} 과 x_{D_1} 에 대한 유한차분해석으로 얻어지는 한계상태함수의 실제 응답이다. 이러한 반복과정은 규정된 수렴기준이 만족될 때까지 진행된다. 본 논문의 수치 예제에서는 $(x_{C_{i+1}} - x_{C_i})/x_{C_i} \leq 0.05$ 의 수렴기준을 사용한다. 앞서 설명된 세 모델과 반복법의 특성을 고려하여, Huh and Haldar(2001)는 일정수준의 정확도를 보장하면서 계산 효율성을 증대하는 다음 두 기법을 제안하였다. 즉, Scheme 1은 중간 반복단계에서는 모델 ①을 사용하고 최종단계에서는 모델 ②를 적용하며, Scheme 2는 중간 반복단계에서는 모델 ②를 사용하고 최종단계에서는 모델 ③을 적용한다. 본 연구에서는 두 기법을 모두 적용한다.

2.3 일차신뢰도법(FORM: First-Order Reliability Method)

응답면기법을 적용하여 한계상태함수가 확률변수의 향으로 명확히 표현되는 2차 다항식으로 얻어지면, Level II 및 III의 신뢰성해석 기법을 사용하여 신뢰성해석을 용이하게 수행할 수 있다. 계산상의 효율성, 정확도 및 응답면의 중심점을 개선하기위한 반복법의 적용을 고려하여 일차신뢰도법을 적용한다. 일차신뢰도법은 원래 한계상태함수, $g(X) = 0$ 을 표준정규변량의 한계상태함수 $g(X') = g(X'_1, X'_2, \dots, X'_n) = 0$ 으로 변환한 후, 전형적인 최적화과정인 아래 식 (6)을 수행하기 위해 Lagrange 승수기법 등을 이용한 반복법을 적용하여 일반화된 안전지수인 β 로 표현되는 원점에서 $g(X)$ 까지의

최소거리를 구하는 방법이다.

$$d = \beta = \sqrt{X_1^2, X_2^2, \dots, X_n^2} = (X'^t X')^{1/2}: \text{minimize} \quad (6)$$

여기서 X'_i 는 평균값이 영(零)이고 단위표준편차를 가지는 확률변수로 식 (7)과 같이 무상관 표준화 정규변량으로 정의된다.

$$X'_i = (X_i - \mu_{X_i}^N) / \sigma_{X_i}^N \quad (7)$$

여기서 $\mu_{X_i}^N$ 와 $\sigma_{X_i}^N$ 는 등가표준편차와 등가평균으로 설계점에 대해 비정규 확률변수의 누적분포함수(cumulative distribution function; CDF)와 확률밀도함수(probability density function; PDF)를 각각 등가의 정규분포변수와 등치(等值)시켜 확률변수들의 분포정보를 고려하기 위하여 Rackwitz and Fiessler(1978)는 아래와 같이 제안하였다.

$$\sigma_{X_i}^N = \frac{\phi\{\Phi^{-1}[F_i(X_i^*)]\}}{f_i(X_i^*)} \quad (8)$$

$$\mu_{X_i}^N = X_i^* - \Phi^{-1}[F_i(X_i^*)] \sigma_{X_i}^N \quad (9)$$

여기서, f_i 와 F_i 는 각기 비정규분포 확률변수 X_i 의 확률밀도함수(PDF)와 누적분포함수(CDF)이며, ϕ 와 Φ 는 표준정규분포 변수의 확률밀도함수와 누적분포함수이다.

일차신뢰도법에서 파괴확률은 식 (6)에서 구해진 신뢰도지수와 $P_f = \Phi(-\beta)$ 의 상관식을 이용하여 근사적으로 계산되며, 원점으로부터 최단거리인 파괴면 위의 점 $(X'_1, X'_2, \dots, X'_n)$ 을 설계점 또는 검증점으로 표기한다.

2.4 제안 기법의 신뢰성해석 절차

본 논문에서 제안한 단말쪽 신뢰성해석 기법은 일련의 입력 확률변수와 특정한 상관관계에 있는 음함수(FDM과 같은 알고리즘) 형태의 실제 한계상태함수에 대하여 응답면기법을 사용하여 입력 확률변수로 표현되는 2차 다항식으로 근사화한 후, 일차신뢰도법을 적용하는 과정을 반복적으로 수행하는 매우 효율적이고 정확한 축하중 단말쪽 신뢰성해석 기법이다. 이 과정을 해석단계별로 요약하여 아래에 기술하였으며 그 흐름도를 그림 3에 표시하였다.

1. 처음 및 중간 반복단계일 경우 효율성을 고려하여 모

3. 말뚝-지반계의 불확실성과 한계상태함수

3.1 말뚝-지반계의 불확실성과 확률변수

확률변수로서 고려되어야 하는 설계인자는 크게 하중변수와 말뚝-지반계에 대한 저항력 관련 변수로 분류할 수 있다. 하중변수와 관련된 불확실성은 설계하중 조건과 공용 중 현장의 재하조건의 불일치에 기인하며, 말뚝 특성의 불확실성은 말뚝의 제작과정과 항타에 의한 영향에 주로 기인하는 것으로, 본 연구에서는 축하중(P), 말뚝재료의 탄성계수(E), 설계기준강도(σ_{ck}) 그리고 단면적(A)을 확률변수로 고려하였다. 보다 복잡한 양상을 나타내는 지반의 변동성과 불확정성은 필연적인 내재적 불확실성, 현장의 수평·수직방향의 지질특성을 결정하기 위해 수행되는 현장조사 표본의 제한 및 그에 수반되는 실내실험에 의한 자료의 부족으로 인한 통계적 불확실성, 그리고 조사 자료에 기초한 지반 물성치의 결정법에 따른 모델링 불확실성을 포함한다. 지반을 선형으로 고려하는 경우 스프링 특성을 표현하는 지반탄성계수를 확률변수로 고려함으로써 지반의 각 지층별 불확실성을 명확히 고려할 수 있다. 그러나 지반의 하중-변위 관계에 대한 비선형성을 고려하는 경우에 지반스프링을 말뚝변위의 함수인 단위 표면마찰력($t-z$)곡선과 단위 선단지지력($q-z$)곡선의 하중전이함수로 정의해야 한다.

다양한 하중전이함수모델인 ($t-z$)곡선과 ($q-z$)곡선 모델들(Mosher 1984; Vijayvergiya 1977; Kraft et al 1981; API 1993) 중, 본 논문에서는 그림 4에 보이는 1993년 API(American Petroleum Institute)에서 해양구조물 하부 기초 설계시 축하중 말뚝의 공용성 평가를 위하여 제시한 타입말뚝의 하중전이곡선을 적용하였다. 이 하중전이곡선은 최대 값으로 규준화되어 있는 것으로 실제 적용할 때는 단위 마찰지지력(f_s)과 단위 선단지지력(q_p)을 곱하여 사용한다. 따라서 하중전이곡선의 형태는 일정한 것으로 가정하고 f_s 와 q_p 를 확률변수로 고려하면, 그림 5에 개념적으로 도시된 것과 같이 하중전이함수의 변동성을 도입할 수 있으며 결국 지반의 각 지층별 불확실성을 고려할 수 있다.

한편 지질특성의 공간적 변동성에 대해서는 다음의 2가지 가정(Vanmarcke 1977; Phoon and Kulhawy 1999)

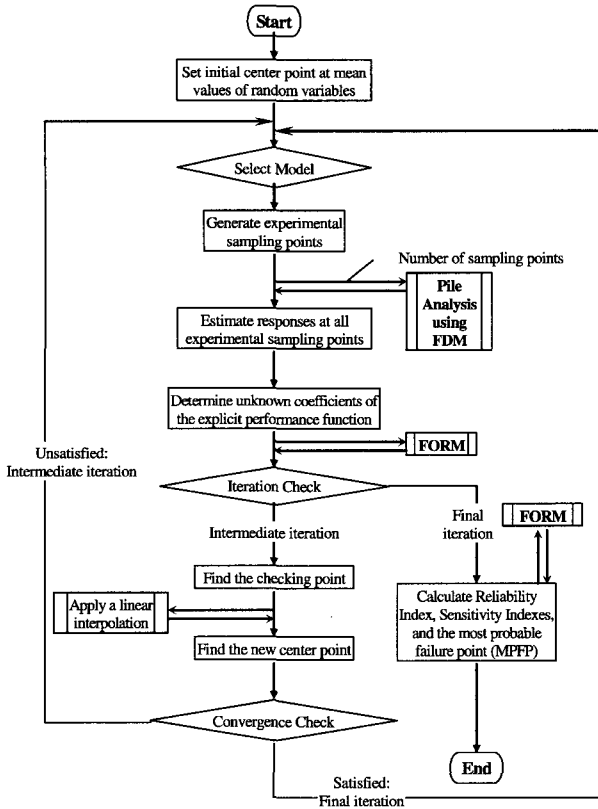


그림 3. 말뚝신뢰성해석 알고리즘의 흐름도

델 ①을 적용한다.

2. 적용모델의 표본추출기법을 이용하여 확률변수의 평균값을 중심으로 표본을 sampling한 후, 각각의 표본점에 대한 확정적 유한차분해석의 수행(여기서 하나의 표본점은 1회의 확정적 유한차분해석을 위한 입력 확률변수들의 값을 나타내는 벡터)
3. 모든 표본점에 대한 확정적 유한차분해석의 결과를 회귀분석 또는 연립방정식의 해를 구함으로써 실제 한계상태함수를 입력 확률변수의 함수로 표현하는 근사된 2차 다항식 결정
4. 신뢰성해석 기법인 일차신뢰도법을 이용하여 설계점을 구하고 이를 토대로 선형보간기법을 적용하여 새로운 중심점의 값을 산정. 이 값이 $(x_{c_{i+1}} - x_{c_i}) / x_{c_i} \leq 0.05$ 의 수렴기준을 만족할 때까지 단계 2~4의 과정을 반복
5. 최종단계일 경우 확률변수의 개수에 따라 모델 ② 또는 모델 ③을 적용하여 단계 2와 3을 수행
6. 최종 한계상태함수에 대하여 일차신뢰도법을 적용하여 신뢰성지수, 확률변수의 파괴확률에 대한 정량적 기여도인 민감도지수, 그리고 설계점을 구하는 신뢰성해석을 수행함으로써 축하중 단말뚝의 위험성

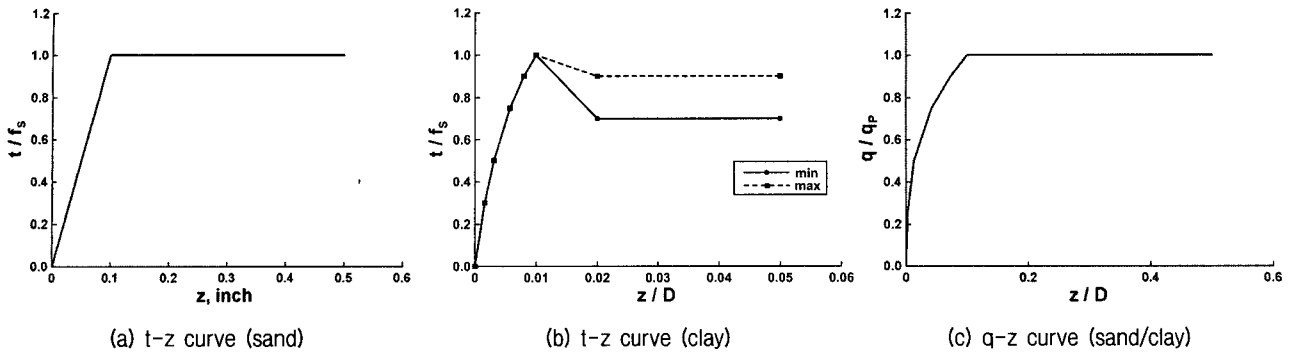


그림 4. API 기준에 따른 말뚝의 축하중 전이곡선 (API, 1993)

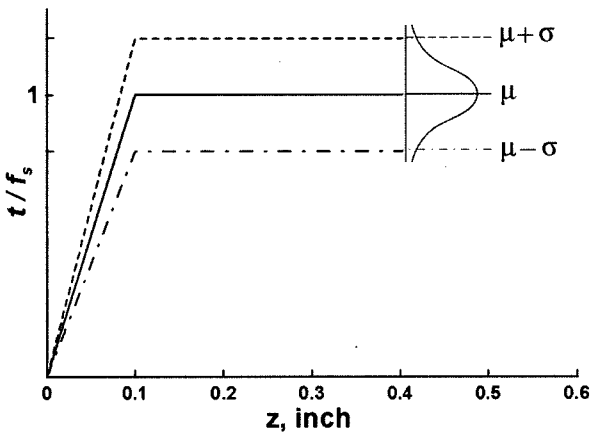
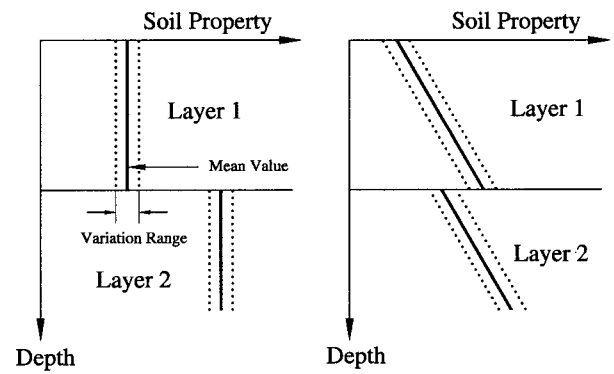


그림 5. 축하중 $t-z$ 곡선에 대한 불확실성의 고려



(a) Uniform Variation in a Layer (b) Linear Variation in a Layer

그림 6. 지반특성의 수직방향 변동성 및 불확실성의 고려

을 본 연구에 적용하였다. 즉 (1) 지층은 오랜 기간 동안 지질학적 조합과정을 통하여 형성되었으며 특정 지층 내의 지반특성은 통계적으로 균질하다. (2) 지반특성의 수평적 공간변동성은 수직방향의 공간변동성에 비해 상대적으로 낮은 중요도를 가진다. 그러므로 주면마찰력에 대한 지반특성을 달리하는 수직방향의 개별 지층을 일련의 선형 및 비선형 지반스프링으로 이루어진 집합체로 분리하여 고려한다. 또한 동일 지층내에서 다른 깊이의 지반특성치는 그림 6에 보이는 것과 같이 일정하거나 선형적으로 증가 또는 감소하는 것으로 고려한다. 단 각 지층별 지반특성에 대한 변동성은 일정한 것으로 가정한다(즉, 각 지층에서 지반특성치의 변동계수는 일정). 반면 선단지지력과 관련된 지반특성은 말뚝하부의 정점에서 지반스프링의 특성 값을 확률변수로 고려하여 해석을 수행한다.

3.2 말뚝기초 신뢰성해석을 위한 한계상태함수

신뢰성해석을 위해서는 파괴상태를 규정하는 한계상

태 또는 성능함수를 정의하는 것이 필요하다. 일반적으로 축하중 단말뚝-지반계의 파괴모드로는 (1) 대상 지반/말뚝의 과도한 침하, (2) 극한하중에 의한 좌굴을 포함하는 말뚝의 구조파괴 그리고 (3) 말뚝-지반계의 지지능력에 대한 파괴 등으로 분류할 수 있으며 본 논문에서는 아래와 같이 정의하였다.

(1) 수직침하 한계상태함수

말뚝 두부의 수직 침하량에 대한 한계상태함수는 다음과 같이 정의한다.

$$g_z = z_{allow} - z_{max} \quad (10)$$

여기서 z_{allow} 는 설계시방서 등에 규정된 구조물형식에 따른 사용성 한계(말뚝두부에서의 허용 침하량)이며 z_{max} 는 말뚝두부의 최대 발생변위로 유한차분해석을 통하여 얻어지는 값이다.

(2) 말뚝의 압축강도 한계상태함수

말뚝의 압축강도에 대한 파괴 한계상태함수는 아래

와 같이 정의한다.

$$g_{\sigma} = \sigma_{ck} - \sigma_c = \sigma_{ck} - \frac{F_c}{A} \quad (11)$$

여기서 F_c 는 말뚝에 발생하는 최대 압축력으로 유한차분해석을 통하여 얻어지며, σ_{ck} 과 A 는 각기 말뚝재료인 콘크리트의 설계기준 압축강도와 말뚝 단면적으로 확률변수로 고려한다.

(3) 지반저항 한계상태합수

축하중 말뚝-지반계에서 지반저항에 대한 파괴를 지반의 극한지지력이 작용하중보다 작은 경우로 정의하면, 지반저항 한계상태합수는 지반의 극한지지력에서 작용

하중으로 인해 실제 지반에서 발생한 총 주면마찰지지력과 선단지지력을 뺀 아래 식 (12)와 같이 표현된다.

$$g_Q = (Aq_p + A_s L f_s) - (Q_p + Q_s) \quad (12)$$

여기서 A , L 및 A_s 는 각각 말뚝선단의 단면적, 말뚝의 총길이 및 단위 길이당 말뚝주면의 면적이고, q_p 와 f_s 는 단위 선단지지력(kN/m^2)과 단위 주면마찰지지력(kN/m^2)으로 확정변수인 A_s 를 제외하고 모두 확률변수로 고려되며, Q_p 와 Q_s 는 2.1절에서 기술된 유한차분해석으로 계산되는 말뚝의 선단지지력(kN)과 총 주면마찰지지력(kN)이다.

4. 축하중을 받는 말뚝-지반계의 신뢰성해석

본 논문에서 제안된 신뢰성기법의 실제 말뚝-지반계에 대한 적용방법을 상세히 설명하고, 적용성 및 정확성과 효율성을 검증하기 위하여 아래 그림 7에 보이는 전형적인 축하중 단말뚝-지반계를 고려하였다. 대상지반은 지표면으로부터 10m까지의 지층이 정규압밀된 점토로 구성되었고, 10m에서 24m까지의 지층은 중간밀도의 모래로 이루어진 사질토층으로 구성되어있다. 두 지층의 특성을 나타내는 2종류의 $t-z$ 곡선과 말뚝선단에서의 $q-z$ 곡선을 API규준(한국지반공학회 2002)에 대한 설계계수의 평균값으로 적용하여 그림 8, 9 및 10에 제시하였다. 대상 지반의 말뚝재하시험 자료로부터 축하중 설계 허용지지력을 결정하는 경우의 기준 안전율 2를 적용하면 850kN의 설계 축하중에 대하여 1700kN의 설계 허용지지력을 확보해야하며, 이를 위해 직경 30cm인 원형 단면의 콘크리트 기성말뚝을 지반으로부터 24m까지 타입하는 것으로 설계하였다. 사용된 콘크리트 말뚝은 평균 설계기준 압축강도가 $2.648 \times 10^4 \text{kN/m}^2$ (270kgf/cm^2)이며 평균 탄성계수가 $2.417 \times 10^7 \text{kN/m}^2$ 이다.

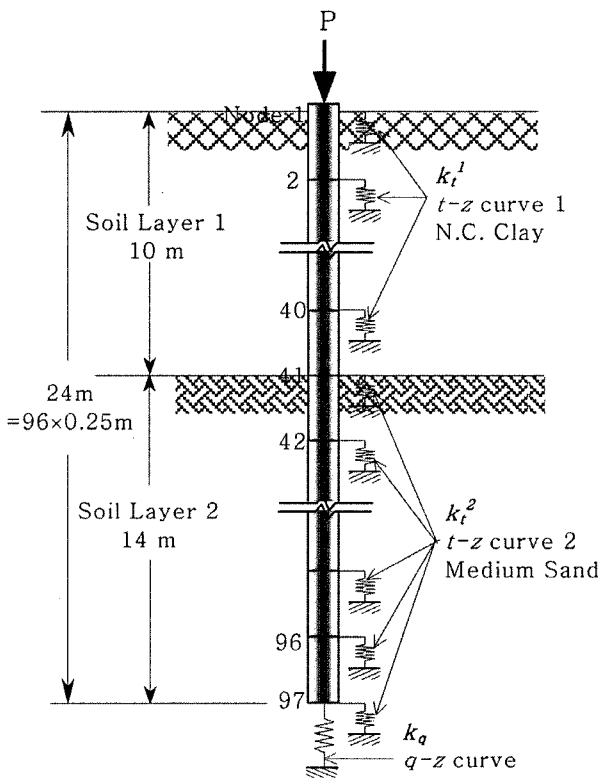


그림 7. 축하중 재하 말뚝-지반계

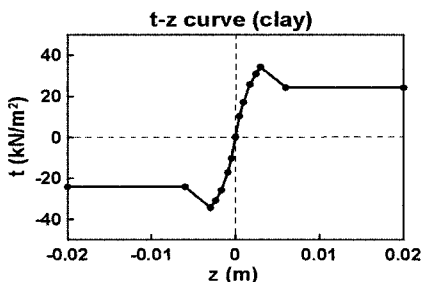


그림 8. 점성토 지층의 $t-z$ 곡선(API규준)

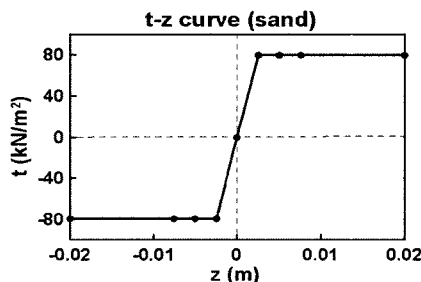


그림 9. 사질토 지층의 $t-z$ 곡선(API규준)

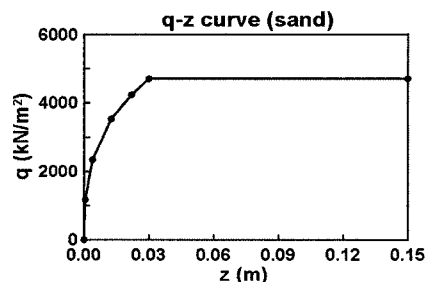


그림 10. 사질토 지층의 $q-z$ 곡선(API규준)

4.1 한계상태함수(Limit State Functions)와 확률변수의 선정

전술한바와 같이 본 논문에서는 신뢰성해석을 위하여 세 가지의 한계상태함수를 고려하였다. 우선 식 (10)으로 표현되는 말뚝의 수직침하에 대한 한계상태함수로 말뚝두부에서의 허용 침하량은 상부 구조물형식에 따라 달리 결정되고 현재 명확하게 통일된 기준이 없으므로 본 연구에서는 Touma and Reese(1974)가 제안한 말뚝의 극한지지력 추정법에 사용되는 전침하량 1인치 (2.54cm) 기준을 적용하였다. 따라서 처짐에 대한 사용성 한계상태함수는 아래 식 (13)과 같이 표현된다.

$$g_z = z_{allow} - z_{max} = 2.54 \text{ cm} - z_{max} \quad (13)$$

또한 말뚝의 압축강도 한계상태함수는 말뚝에서 발생하는 최대 압축응력이 콘크리트 말뚝의 설계기준 압축강도를 초과하는 경우를 파괴로 규정하는 식 (11)을 적용하며, 마지막으로 지반저항의 한계상태함수는 식 (12)와 같이 말뚝-지반계의 극한지지력이 작용하중으로 인해 지반에 실제 발생한 총 주면마찰지지력과 선단지지력을 합한 값 보다 작은 경우를 파괴로 정의하였다.

이상의 세 한계상태함수에 대한 신뢰성해석을 위해서는 한계상태함수별 확률변수의 선정과 그 통계특성치를 결정하는 것이 필수적이다. 본 논문에서는 아래 표 1에 제시한바와 같이 초기 민감도분석과 참고문헌 (Bogard and Matlock 1980; Eloiseily 1998)에 기초하여 수직침하의 한계상태함수에 대한 신뢰성해석을 위하여 6개의 확률변수를 선정하였으며, 말뚝의 압축강도와 지반저항의 한계상태함수에 대한 신뢰성해석을 위하여 4개의 확률변수를 선정하였다. 또한 신뢰성해석에서 고

려되는 확률변수의 통계특성치인 변동계수와 분포형태는 참고문헌(Bogard and Matlock 1980; Eloiseily 1998)과 원위치조사 자료(Sparks and Rollins 1997) 등을 기초로 하여 결정하였으며 표 1에 표시하였다.

4.2 신뢰성해석의 수행 및 결과

제안된 말뚝-지반계의 신뢰성해석 기법을 적용하여 수직침하, 말뚝강도 및 지반저항의 세 한계상태함수에 대하여 신뢰성해석을 수행하였다. 2절에서 제안한 Scheme 1과 Scheme 2의 정확성과 효율성을 비교하기 위하여 두 기법을 적용한 결과를 신뢰도지수, 대응 파괴확률, 파괴확률 및 신뢰도지수의 오차(%), 표본점의 총 개수(TNSP)의 항목으로 표 2에 나타내었다. 여기서 하나의 표본점은 1번의 확정적 말뚝-지반계 해석을 의미한다. 또한 제안된 신뢰성해석 기법의 검증을 위하여, 몬테카를로 시뮬레이션(MCS; Monte Carlo simulation) 기법을 수행 (500,000회의 시뮬레이션)하여 그 결과를 표 2에 제시하였다.

표 2에 나타난 결과를 살펴보면, 우선 제안된 신뢰성해석 기법과 MCS의 파괴확률이 약 10%이내의 오차범위에서 상당히 유사한 값을 가지며 신뢰도지수에 대한 오차범위도 약 1% 이내로 매우 정확하므로 제안된 신뢰성해석 기법의 정확성은 충분한 것으로 사료된다. 이에 반해 확정적 말뚝-지반계의 해석 횟수에 대한 제안기법과 MCS의 비율은 약 1:4854~1:15151의 범위로 제안된 신뢰성해석 기법이 상당한 효율성을 가지는 것으로 입증되었다. 또한 세 한계상태함수에 대하여 모두 Scheme 2가 Scheme 1에 비해 상대적으로 보다 높은 정확도를 나타내었는데, 이것은 Scheme 2에 사용되는 표본추출

표 1. 확률 설계변수의 통계특성치

구분	확률변수	평균값	수직 침하		말뚝강도		지반저항			
			변동 계수	분포 형태	변동 계수	분포 형태	변동 계수	분포 형태		
말뚝	재료특성	E (탄성계수)	kN/m ²	2.417×10^7	0.06	LN	-	-	-	-
		σ_{ck} (설계기준강도)	kN/m ²	2.648×10^4	-	-	0.1	Normal	-	-
	단면특성	A(단면적)	m ²	7.06910^{-2}	0.05	LN	0.05	LN	-	-
지반	지층1(Clay)	f_{s1} (단위주면마찰지지력)*	kN/m ²	34.32 [*]	0.2	LN	0.2	LN	0.2	LN
	지층2(Sand)	f_{s2} (단위주면마찰지지력)**	kN/m ²	79.43 ^{**}	0.2	LN	-	-	0.2	LN
		q_0 (단위선단지지력)**	kN/m ²	4707 ^{**}	0.2	LN	-	-	0.2	LN
축하중	P (축하중)	kN	850	0.15	Type I	0.15	Type I	0.15	Type I	

*깊은 기초, p.486의 표 8.8 API 규준에 따른 단위 마찰지지력 및 선단지지력(한국지반공학회, 2002)

**깊은 기초, p.486의 표 8.9 API 규준에서 사질토에 대한 설계계수(한국지반공학회, 2002)

LN=Log-Normal, Type I = Extreme Value Distribution

표 2. 축하중을 받는 단말뚝-지반계의 신뢰성해석 결과

구분	한계상태함수	말뚝두부의 수직침하		말뚝의 압축강도		지반저항	
	MCS	파괴확률 P_f	0.003902		0.000146		0.000794
	대응 신뢰도지수 $\approx \beta$	$\beta \approx 2.660$		$\beta \approx 3.622$		$\beta \approx 3.158$	
	시뮬레이션 횟수	500,000		500,000		500,000	
	확률변수의 개수	6		4		4	
제안 기법 (RSM-based)	Scheme	1	2	1	2	1	2
	신뢰도지수 β	2.633	2.646	3.652	3.651	3.131	3.137
	대응 파괴확률 $\approx P_f$	0.004232	0.003989	0.000130	0.000131	0.000871	0.000853
	파괴확률의 오차	-8.5%	-2.2%	10.9%	7.7%	-9.7%	-7.5%
	신뢰도지수의 오차	1.0%	0.3%	-0.8%	-0.6%	0.9%	0.7%
	TNSP	54	103	33	43	33	43

점수가 Scheme 1에 비해 많기 때문이다. 특히 상대적으로 많은 확률변수를 고려한 수직침하에 대한 한계상태함수의 경우(6개의 확률변수 고려)에서 정확도의 개선이 확연히 나타났는데, 이는 요구되는 표본추출점수가 약 2배로 증가되었기 때문이다. 그러므로 일반적으로 확률변수가 상대적으로 많은 경우(대략 8개 이상)에는 신뢰성해석의 효율성과 정확성을 고려하여 Scheme 1을 사용하는 것이 적절한 것으로 사료되며, 반대로 상대적으로 적은 확률변수가 고려되는 경우(대략 7개 이하)에서는 Scheme 2를 적용하면 신뢰성해석의 효율성과 정확성을 모두 보장받을 수 있는 것으로 판단된다.

다양한 설계변수들의 불확실성을 고려하기 위해 전통적으로 적용되어온 안전율은 안전에 대한 정량적 수준을 제시할 수 없지만, 표 2에 제시된 파괴확률과 신뢰도지수는 각 성능조건에 대한 말뚝-지반계의 설계변수들이 가지고 있는 불확실성을 고려한 말뚝-지반계의 안전도 또는 파괴가능성에 대한 정량적 수치를 제공한다. 예제에서 고려한 말뚝-지반계의 세 파괴모드 중 말뚝의 수직침하에 대한 파괴확률이 가장 높은 값을 나타내었는데, 이는 수직침하의 파괴기준으로 적용한 Touma and Reese(1974)의 전침하량 기준에 따른 허용 침하량이 말뚝 압축강도 및 지반성능의 파괴기준에 비해 보수적인 사실에 기인하며, 따라서 사용성을 확보하기 위한 타당한 기준 값으로 사료된다. 또한 지반저항에 대한 파괴확률이 말뚝의 압축강도에 대한 파괴확률 보다 낮게 나타났으며, 이는 일반적인 우리나라의 설계기준에 의해 지반저항이 말뚝의 압축강도에 비해 지배적인 파괴모드로 작용하는 것으로 판단된다. 더불어 말뚝의 압축강도 한계상태함수인 식 (11)에서 정의한 안전성평가에 대한 기준치는 설계기준강도(σ_{ck})를 적용하였는데, 이는 허용

응력 설계법에서 사용하는 허용압축강도에 비해 상당히 큰 값이다. 이는 결국 허용응력설계법에서 사용하는 철근콘크리트 허용압축응력에 과다한 안전율이 적용되는 것을 반증하며, 신뢰성설계법을 적용하면 보다 합리적으로 설계변수의 불확실성을 고려할 수 있으며 경제적인 설계가 가능할 것으로 예상된다.

4.3 말뚝-지반계 확률변수의 민감도분석

제안된 신뢰성해석 기법을 적용하면 확률변수의 변동성에 대한 각 한계상태별 파괴확률에 대한 민감도의 파악을 위해서 추가적인 민감도분석을 필요로 하지 않는다는 장점이 있다. 제안기법의 구성요소인 일차신뢰도법으로부터 민감도지수를 직접 획득할 수 있으며, 각 한계상태별 확률변수의 민감도지수가 표 3에 제시되었다. 단, 표 3에서 제시된 확률변수의 민감도지수는 예제에서 고려한 특정 말뚝-지반계에 대한 결과 값으로서 대표성을 갖는 일반적 경향을 나타내는 것은 아니다. 우선 수직침하 한계상태함수에서 많은 영향을 미치는 확률변수는 사질토층의 단위 주면마찰지지력 f_{s2} , 축하중 P , 점성토층의 단위 주면마찰지지력 f_{s1} , 그리고 사질토층의 단위선단지지력 q_p 이다. 말뚝강도의 파괴확률에 높은 민감도지수를 갖는 확률변수는 축하중 P , 콘크리트 말뚝의 설계기준 압축강도 σ_{ck} 그리고 단면적 A 이며, 마지막으로 지반저항의 파괴에 대해서는 축하중 P 와 사질토층의 단위 주면마찰지지력 f_{s2} 가 상대적으로 민감한 확률변수로 판별되었다. 따라서 말뚝-지반계의 안전성을 확보하기 위해서는 엄밀한 설계하중의 평가와 지반 특성의 변동성·불확실성을 감소시킬 수 있는 엄정한 실내시험과 현장시험을 통한 지반특성치의 평가가 매우

표 3. 단말뚝-지반계 확률변수의 민감도지수

구분	성능함수 Scheme	말뚝두부의 수직침하		말뚝의 압축강도		지반저항	
		1	2	1	2	1	2
말뚝	E	-0.0090	-0.0096	-	-	-	-
	σ_{ck}	-	-	-0.4602	-0.4591	-	-
	A	-0.0275	-0.0288	-0.1911	-0.1915	-	-
지층1	f_{s1}	-0.2027	-0.2153	-0.0014	-0.0012	-0.1657	-0.1659
지층2	f_{s2}	-0.8939	-0.7884	-	-	-0.4426	-0.4413
	q_p	-0.1259	-0.4376	-	-	-0.1681	-0.1677
하중	P	0.3793	0.3737	0.8670	0.8675	0.8651	0.8658

중요하다.

감사의 글

5. 결론

이 논문은 2003년도 한국학술진흥재단의 지원에 의하여 연구되었음(KRF-2003-003-D00447).

말뚝-지반계의 사실적 역학거동, 작용하중 및 말뚝과 지반의 저항력에 관련된 설계인자들의 불확실성을 명확히 고려할 수 있는 실질적이고 효율적인 축하중 말뚝-지반계의 신뢰성해석을 위해서, 본 연구에서는 (1) 하중 전이법에 기초한 유한차분 말뚝해석법, (2) 확정적 해석 수를 획기적으로 감소시키는 응답면기법, (3) 일차신뢰도법 그리고 (4) 반복 선형보간기법을 지능적으로 결합한 RSM기반 신뢰성해석 기법과 컴퓨터프로그램을 개발하였다. 사실적인 수치예제를 통하여 축하중을 받는 말뚝-지반계의 수직침하, 말뚝강도 및 지반저항 성능에 대한 정량적 파괴확률을 평가하고 몬테카를로 시뮬레이션 결과와 비교함으로써 제안기법의 적용성, 정확성 및 효율성을 검증하였다. 또한 본 연구에서 다른 예제에 대한 확률변수의 민감도지수로부터 세 한계상태에서 축하중 또는 사질토 지층의 t-z 곡선에 의해 표현되는 지반의 단위 주면마찰지지력이 중요 지배인자이며, 엄밀한 설계하중의 평가와 지반특성의 변동성·불확실성을 감소시킬 수 있는 엄정한 실내시험과 현장시험을 통한 지반특성치의 평가가 매우 중요한 것으로 판단된다. 본 논문에서 제안된 신뢰성해석 기법은 다양한 설계변수들이 함유하고 있는 불확실성을 고려하여 축하중 말뚝-지반계의 위험도를 정량적으로 산정할 수 있으므로, 기존의 말뚝-지반계에 대한 위험성평가와 생애주기비용해석을 위한 기초자료 제공과 말뚝기초의 성능기반 설계(PBD)의 실용화를 위한 시방기준의 제정 등에 직·간접적으로 적용할 수 있다.

참고 문헌

- 이인모, 조국환, 이정학 (1995), "신뢰도에 근거한 말뚝의 지지력 평가", *한국지반공학회지*, 제11권, 제1호, pp.9-21.
- 정상섭, 원진오, 허정원 (2001), "말뚝-캡 강성을 고려한 군말뚝 기초의 해석", *한국지반공학회 2001년 봄 학술발표회논문집*, pp.363-370.
- 한국지반공학회 (2002), *지반공학 시리즈 4: 깊은기초*, 구미서관, pp.443-452.
- American Petroleum Institute (1993), *API Recommended Practice for Planning, Designing, and Constructing Fixed Offshore Platforms-working Stress Design*, Report RP-2A.
- Barakat, S. A., Malkawi, A. I. H., and Tahat, R. H. (1999), "Reliability-based optimization of laterally loaded piles", *Structural Safety*, Vol.21, pp.45-64.
- Becker, D.E. (1996), "Limit state design for foundations. Part I. An overview of the foundation design process", *Canadian Geotechnical Journal*, Vol.33, No.6, pp.956-983.
- Bogard, D., and Matlock, H. (1980), *Simplified Calculation of p-y Curve for Laterally Loaded Piles in Sand*, In House Report, The Earth Technology Corporation.
- Bucher, C. G., and Bourgund, U. (1990), "A fast and efficient response surface approach for structural reliability problems", *Structural Safety*, Vol.7, pp.57-66.
- Eloseily, K. (1998), *Reliability Assessment for Pile Groups under Lateral Loads*, Thesis submitted for partial fulfillment of Ph.D. degree, University of Maryland College Park, Maryland, U.S.A.
- Haldar, A., and Mahadevan, S. (2000), *Probability, Reliability and Statistical Methods in Engineering Design*, John Wiley and Sons, New York, N.Y.
- Huh, J., and Haldar, A. (2001), "Stochastic Finite-Element-Based Seismic Risk of Nonlinear Structures", *Journal of Structural Engineering*, ASCE, Vol.127, No.3, pp.323-329.
- Huh, J., and Haldar, A. (2002), "Seismic reliability on non-linear frames with PR connections using systematic RSM", *Probabilistic*

- Engineering Mechanics*, Vol.17, No.2, pp.177-190.
13. Kraft, L. M., Ray, R. P., and Kagawa, T. (1981), "Theoretical t-z Curves", Proceedings paper 16653, *Journal Geotechnical Engineering Division*, ASCE, Vol.107, No.GT11.
 14. Khuri, A. I., and Cornell, J. A. (1996), *Response Surfaces Designs and Analyses*, Marcel Dekker, New York, N.Y.
 15. Matlock, H., Borgard, D., and Lam, I. P. (1981), *BMCOL76: A Computer Program for the Analysis of Beam-Columns under Static Axial and Lateral Loading*, Ertec, Inc.
 16. Mosher, R. L. (1984), *Load Transfer Criteria for Numerical Analysis of Axially Loaded Piles in Sand; Part 1: Load Transfer Criteria*, Technical Report K-84-1, USACE, Vicksburg, Miss.
 17. Phoon, K. K., and Kulhawy, F. H. (1999), "Characterization of Geotechnical Variability", *Canadian Geotechnical Journal*, Vol.36, pp.612-624.
 18. Rackwitz, R., and Fiessler, B. (1978), "Structural Reliability Under Combined Random Load Sequences", *Journal of Computers and Structures*, Vol.9, pp.489-494.
 19. Reese, L. C., and Welch, R. C. (1975), "Lateral Loading of Deep Foundation in Stiff Clay", *Journal Geotechnical Engineering Division*, ASCE, Vol.101, No.GT7, pp.633-649.
 20. Sparks, A. E., and Rollins, K.M. (1997), *Passive Resistance and Lateral Load Capacity of a Full-Scale Fixed-Head Pile Group in Clay*, Civil Engineering Dept. Research Report CEG. 97-04, Brigham Young University, Provo, Utah.
 21. Tandjiria, V., Teh, C. I., and Low, B. K. (2000), "Reliability analysis of laterally loaded piles using response surface methods", *Structural Safety*, Vol.22, pp.223-355.
 22. Touma, F. T., and L. C. Reese (1974), "Behavior of Bored Piles in Sand", *Journal of Geotechnical Engineering Division*, ASCE, Vol.100, No.GT7, pp.749-761.
 23. Vanmarcke, E. H. (1977), "Probabilistic modeling of soil profiles", *Journal of Geotechnical Engineering Division*, ASCE, Vol.103, No.GT11, pp.1227-1246.
 24. Vijayvergiya, V. N. (1977), "Load-Movement Characteristics of Piles", *4th Symposium of Waterways, Port, Coastal and Ocean Division*, ASCE, Long Beach, California, Vol.2, pp.561-584.
 25. Yoon, G.L., and O'Neill, M.W. (1997), "Resistance factors for single driven piles from experiments", *Research Record 1569, Transportation Research Board*, Washington, pp.47-54.

(접수일자 2006. 3. 11, 심사완료일 2006. 6. 21)