

대용량 가스터빈의 기술개발 동향



남 호 기

한국남동발전(주) 기술본부장
namhk@kosep.co.kr

건국대학교 전기공학 석사
한국전력공사 종합조정실 종합조정역
한국남동발전(주) 발전처장
(현) 한국남동발전(주) 기술본부장

1. 서론

가스터빈은 고온고압의 연소가스가 팽창하면서 터빈 로터를 회전시켜 운동 에너지를 발생시키는 장치로서, 1920년대에 최초로 기술이 개발된 이래 지금까지 급속한 발전을 이루어왔다. 1990년대 초기까지는 그 기술의 중요성을 인정하면서도 효율이 낮아 널리 사용되지 못하였으며, 1990년대 이후 내열 소재 및 냉각기술의 진보로 효율이 상승됨에 따라 소형경량인 고유특성과 신속한 기동 및 운전 편리성 때문에 다양한 분야에 이용될 수 있게 되었다.

가스터빈은 크게 항공용과 발전소, 선박, 석유화학공장, 상업용 건물 등에 사용되는 산업용으로 분류할 수 있다. 항공용은 1939년에 처음 사용되기 시작하였으며, 산업용은 초기에 항공용 엔진을 개량한 모델로 출발하여 세계 2차대전 후 1950년대 증기터빈 설계기술을 확대 적용하여 개발된 발전전용의 가스터빈이 최초로 소개되었다.

2001년 가스터빈의 세계시장 규모는 480억불로서 그 중 산업용이 304억불을 차지하였으며 산업용 중에서도 발전용이 93%나 점유하는 한편, 2001년 전후 4년간 발전용 중에서도 30MW급 이상의 대용량이 55%를 차지하였으며 그 중 120~180MW급이 21%를 점유하였다.

대용량 가스터빈의 경우 기술력 및 시장규모가 급속히 증대되고 있으며, 특히발전설비 시장에서는 건설공기, 무공해, 기동정지의 속응성 등의 장점 때문에 국내에서는 현재 복합화력 형태로 총 83기 정도(발전회사 60기)를 첨두부하용으로 운영 중이며 향후 지속적으로 증가될 것으로 전망된다. 따라서, 국내 발전소에 주로 설치 운용되고 있는 대용량 가스터빈의 기종 선정, 부품 국산화 정비방향을 모색하기 위해 최신 기술개발 동향을 살펴보고자 한다.

2. 본론

2.1 대용량 가스터빈의 형식

발전용 대용량 가스터빈은 발전전용(Heavy-Duty)형과 항공기엔진 개량(Aero-Derivative)형으로 분류된다.

발전전용은 15~19단의 축류형 압축기와 3~5단의 축류형 터빈으로 구성되며 연소기는 과거에 Silo형을 사용하기도 하였으나 최근에는 Can-Annular 또는 Annular 형식을 주로 사용하고 있다. 항공기엔진 개량형은 항공용 제트엔진의 저압축 압축기 팬을 제거하고 압축단을 추가한 형식으로 압축기가 고압과 저압으로 구분되어 있고 터빈도 저압, 고압으로 구분된 형식이 많으며 기동시간이 짧고 복잡하지 않아 원격조정이 용이하다.

구분	가스터빈 모델(Class) 개발추이	주요 기술개발 내용
Alstom	GT8 → GT11 → GT24	<ul style="list-style-type: none"> · 압축비 및 연소온도 개선 · 가스터빈 1단과 2단 동익 재질 개선 · Transition Piece 및 정익에 증기 냉각방식 도입 · 배열회수 보일러 연계운전
GE	B → E → F → H (F : FA → FA ⁺ → FA ^{te} → FB)	
MHI	D → F → G → H	
Siemens (Siemens) (Westinghouse)	1000F → 3000E → 5000F → 6000G (64.3A → V84.2 → V84.3) (D → F → G)	

△ <표 1> 주요 제작사별 가스터빈 모델 개발추이

※ GE : General Electric, MHI : Mitsubishi Heavy Industries LTD, Siemens(Westinghouse, '98년 인수), Alstom(ABB, '99년 인수)

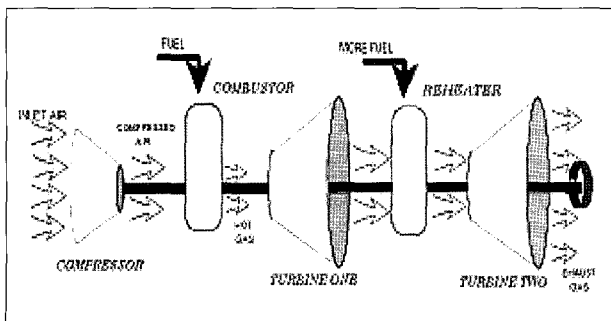
현재까지 개발된 항공용 가스터빈의 최대 열효율은 42%이나 실용화된 것은 37~39%(제작사 발표자료이며 실제로는 35%로 추정)이며, 발전전용형 가스터빈이 열효율은 다소 낮지만 복합발전시스템으로 운영 할 경우 종합 효율은 크게 차이나지 않기 때문에 대용량 발전설비에서는 발전전용형을 채택하고 있으며 소용량 발전설비에서는 항공기엔진 개량형을 활용하고 있다.

2.2 제작사별 대용량 가스터빈 주요기술 변천

가스터빈의 기술개발은 압축비 개선, 연소가스 온도의 고온화를 통한 열효율 향상을 위하여 동익 재질 또는 코팅방법의 개선, 증기냉각방식의 적용 및 배열회수 보일러와 연계운전을 통한 고효율화에 주안점을 두어 진행되고 있다. 제작사별 기존 모델로부터 최근의 가스터빈 모델에 이르기까지의 개발추이는 <표1>과 같다.

세계시장을 주도하고 있는 제작사들의 60Hz 전력계통에 적용되는 가스터빈의 주요기술 현황을 살펴보면 아래와 같다.

○ Alstom(스위스 소재)



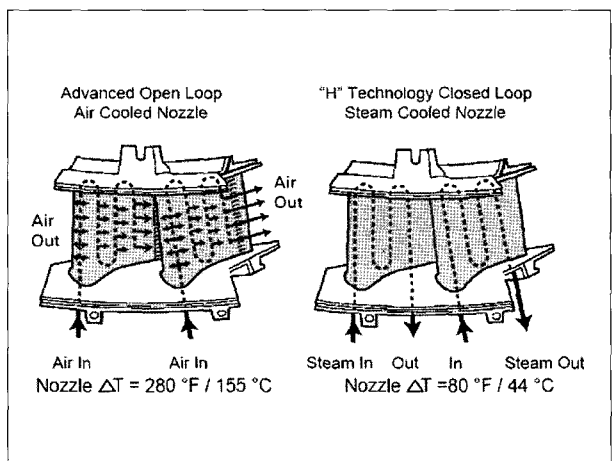
△ 그림 1. 재열 연소방식 가스터빈

가스터빈 최초로 재열 연소방식을 채택하여 압축기에서 압축, 고압연소기에서 가열, 고압터빈에서 팽창, 저압(재열)연소기에서 재열, 저압터빈에서 팽창 과정을 취하면서 고효율화 및 저NOx 배출규제를 동시에 만족하는 GT24 기종을 개발하여 상용화 하였다.

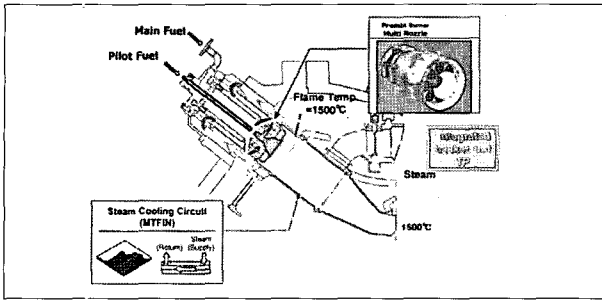
○ GE(미국)

기존에 "F" Class는 압축공기가 가스터빈 1단 정익의 내부를 순환한 후 미세구멍을 통과하면서 표면에 얇은 막을 형성하는 Open Loop 냉각방식인 반면에, 신형 "H" Class는 냉각용 증기를 정익 내부로 순환시킨 후 Closed Loop를 구성하는 방식으로 전환한 것으로써 1단 정익을 통과하는 작동가스의 온도저감 폭이 "F" Class가 155℃인 반면에 "H" Class의 경우 44℃로 크게 줄어 가스터빈 성능향상을 실현하였다.

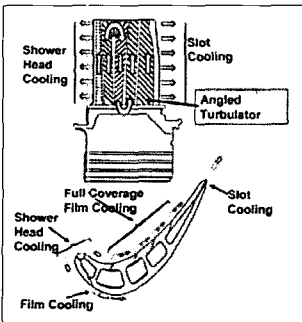
○ Siemens(독일)



△ 그림 2. 정익의 공기냉각 및 증기냉각 방식 비교



△ 그림 3. M501G 증기냉각형 연소기



△ 그림 4. M501G 1단 공기냉각형 동익

신형 “G” Class는 연소기 출구 벽면 및 Transition Piece의 냉각용 매체로서 배열회수보일러의 추출 증기를 사용하였으며 동익 냉각은 기존 “F” Class와 같이 공기압축기 추출 공기를 사용하는 방식을 채택하였다.

○ MHI(일본)

Westinghouse(Siemens에 인수됨)와 제휴하여 “G” Class 개발을 공동으로 착수하였으나 개발도중 양사가 결별하여 유사한 설계개념의 독자적인 “G” Class 모델을 각각 완성하였다.

○ 국내 복합발전소 가스터빈 운영현황

발전소 (단계)	분당(1,2) 안양	신인천 (3,4)	부산 (1,2)	한림	일산(1,2) 울산(1)	울산(2)	서인천 (1,2)	평택	보령	인천
GT 기종	GT11N	MS7001FA ⁺	MS7001FA ⁺ e	MS6001B	WH501D5	WH501F	MS7001F ⁺ e	MS7001EA	GT24	V84.3A
총대수	12	8	8	2	일산 6 울산 2	4	8	4	8	2
제작사	ABB	GE	GE	한중(GE)	Westinghouse	Westinghouse	GE	GE	ABB	Siemens
연소온도 (TIT)	1,027°C	1,312°C	1,327°C	1,100°C	1,118°C	1,293°C	1,325°C	1,104°C	1,255°C	1,230°C
설계용량 /1기(ISO)	79.4MW	161.07MW	172.3MW	39.12MW	106.77MW	161.21MW	172.3MW	87.97MW	163.25MW	178.86MW
설계효율 단독운전 (복합운전)	29.01 (44.01)	33.29 (52.39)	33.28 (52.22)	28.28 (42.16)	29.75 (44.98)	32.95 (53.08)	33.28 (50.25)	29.38 (44.47)	34.81 (54.00)	34.10 (52.71)
HRSG	2압식	3압식 수평식 자연순환	3압식 수직형 강제순환	-	2압식	3압식 수직형 자연순환	3압식 수평형 자연순환	2압식	3압식 수직형 강제순환	3압식 수직형 강제순환

2.3 대용량 가스터빈 고 효율화를 위한 기술개발 현황

가스터빈의 개발동향은 대용량화, 성능 및 신뢰성 향상 방향으로 개발되고 있으며 고 효율화는 터빈 입구 가스온도에 의하여 결정되므로 고온부품이 견딜수 있도록 재질개선 및 코팅기술의 개발, 냉각구조 개선이 필요하다.

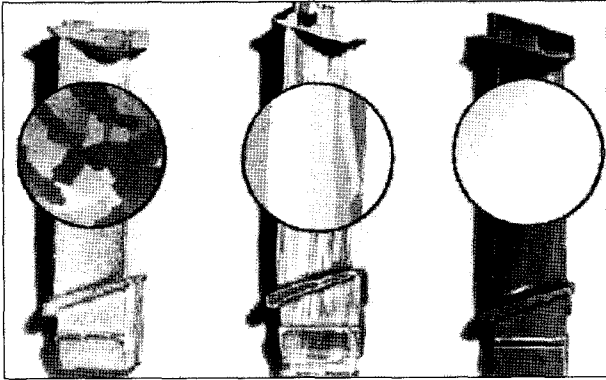
2.3.1 고온부품 재질개선

가스터빈의 고온부품 특성은 크리프 강도, 열피로 강도, 내식·내산화성 및 고 사이클피로 강도가 요구되며 고압터빈 정익 및 동익은 정밀주조법에 의한 코발트 또는 니켈기 초합금 재료를 사용한다.

고압터빈 동익은 고온부품 중에서도 가장 엄격한 사용 조건이어서 고온강도 특성이 우수한 니켈기 초합금을 주로 사용하며, 합금조직은 초기 다결정 형태에서 날개 길이방향으로만 결정입계가 존재하는 일방향 응고 형태, 결정입계가 존재하지 않는 단결정 형태로 기술이 발달함에 따라 크리프 강도와 열피로 강도를 대폭 개선하게 되었다.

고압터빈 정익은 동익과 비교하여 열적 조건은 더 심하나 요구되는 크리프 강도는 동익보다 낮기 때문에 니켈기 합금에 비해 주조성, 용접성, 내식성이 우수한 코발트기 합금으로 사용하였으나, 최근에는 높은 크리프 강도를 요구하게 되어 동익과 같이 니켈기 합금을 사용하고 있다.

현재 니켈기 단결정초합금은 조직은 전부 석출경화



△ 그림 5. 다결정 : 일방향 응고 : 단결정

형으로 고온강도, 크리프 특성을 향상시키기 위하여 많은 강화원소를 함유하고 있으며 Cr이 5~10%로 억제된 형태로서 내식성을 위하여 코팅에 크게 의존하고 있다.

한편, 주조시 존재하는 0.2~0.5%의 부피분율의 미세 기공이 피로강도 및 크리프 강도를 저하시킬 뿐만 아니라 균열의 시발점과 전파경로로 작용하기 때문에 고온 등압압축(Hot Isostatic Press) 처리를 하여 미세기공을 제거하고 후열처리 및 시효처리를 통하여 미세조직을 균질화함으로써 새 동익의 경우 파단시간을 3배 정도 개선시킬 수 있다. 또한, 동익의 열차폐 코팅시 용사피막을 HIP 처리하면 피막의 경도가 증가하여 치밀화 효과를 현저하게 높일 수 있다.

2.3.2 코팅기술의 개발

가스터빈의 고온부품은 장기 신뢰성을 확보하기 위하여 정익, 동익 및 연소기에 내식, 내산화 및 열차폐 코팅을 채택하여 시행하고 있다.

내식, 내산화 코팅 재료로는 Al과 Cr, MCrAlY(M은 Co, Ni, NiCo, CoNi 등의 주요금속을 표시함)가 대표적이다. 이들 코팅의 주 시공법은 Al과 Cr코팅에는 확산침투법, MCrAlY코팅에는 감압플라즈마 용사법이 일반적으로 이용된다.

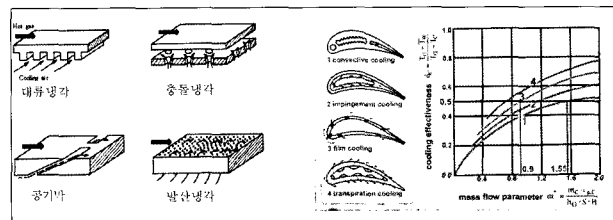
열차폐코팅(Thermal Barrier Coating)은 고온부품의 내박리성, 내이온전특성, 열싸이클 특성 등을 위하여 적용하는 것으로서 세라믹계 코팅재료(ZrO_2, Y_2O_3)가 대표적으로 사용되며 고온환경에서 모재의 온도를 약 50~100°C 정도 저하시켜준다. 최근 열차폐코팅은

Overlay 코팅법을 대부분 사용하며 모재에 1차적으로 MCrAlY로 접합코팅을 하고 최종적으로 세라믹계 코팅을 시행한다. 시공법은 분말상태의 코팅재를 가열하여 모재에 분사시켜 표면에 입히는 대기플라즈마 용사법(Atmospheric Plasma Spray)과 고속화염 용사법(High Velocity Oxygen Fuel)이 일반적으로 이용되며, 압축분말을 전자빔으로 진공속에서 가열하여 모재에 증착시키는 전자빔 증착법(Electron Beam Physical Vapor Deposition)도 실용화 되었다. 접합코팅은 감압플라즈마 용사법대신 비용감소를 위하여 HVOF를 주로 적용하고 있으며 최종코팅은 APS 코팅을 주로 적용한다. 정익의 경우 부품 형상의 기하학적 특성 때문에 Overlay 코팅이 어려웠으나 최근 기술의 발달로 가능하게 되었다.

2.3.3 냉각구조의 개선

가스터빈의 고 효율화를 위하여 연소가스 온도를 지속적으로 상향하는 추세에 있으므로 효율에 영향을 미치지 않으면서 정익과 동익의 급격한 온도변화에 의한 균열, 크리프 현상 및 영구변형을 방지하기 위하여 재질 개선, 열차폐 코팅은 물론 적절한 냉각방식이 필요하다. 냉각은 정익 및 동익 자체에 가공된 작은 구멍들을 통하여 냉각유체를 흘려보냄으로써 가능하며 크게 4가지 방식으로 분류된다.

대류냉각은 정익 및 동익 내부 공기가 미로형 흐름을 통하여 방사형으로 분출하면서 날개 내부를 냉각시키는 방식이며, 충돌냉각은 내부 공기가 날개 내부표면에 충돌하여 냉각하는 방식으로 Leading Edge 냉각에 주로 적용된다. 공기막 냉각은 내부로부터 공기를 흘리듯이 가스와 날개표면에 단열막을 형성시키는 방식으로 주로 Trailing Edge 냉각에 적용되며 대류냉각 및 충돌냉각과 결합되어 이용되며, 발산냉각은 적은 구멍이 다수



△ 그림 6. 냉각방법 및 냉각효율 비교

뚝런 날개표면으로 지속적인 저온의 공기막을 형성시켜 주는 것으로 가장 효율적인 냉각방식이나 냉각손실이 큰 단점이 있다.

2.4 국내 제작기술 및 정비 현황

국내에는 독자적으로 가스터빈을 설계 및 제작할 수 있는 기술의 완성도를 보이고 있지 않으며, 항공기용 중·소형 가스터빈은 국내에서 많은 부분의 부품을 생산하여 주요 항공기용 엔진 제작사 및 정비용으로 납품하고 있으나, 대용량 가스터빈은 1,100°C급 1단 정익과 동익 및 연소실 주요 부품을 국산화 개발하여 운전중에 있으며, 1,300°C급은 국산화 연구개발이 진행중에 있어 외국 Non-OEM(Original Equipment Manufacture) 수준의 완성도를 보이고 있다.

고온의 가스에 의하여 운전되는 가스터빈은 주기적으로 고온부품을 재생정비 및 교체 하여야 하며, 고온부품의 재생정비 기술은 제작기술과 별도의 기술로서 매우 중요하다. 대용량 가스터빈 고온부품의 재생정비 기술을 보유하고 있는 회사는 OEM 외에 1,100°C급 및 1,300°C급 정비기술을 보유한 많은 전문회사가 있으며, 국내에는 한전기공을 비롯하여 용접 및 열처리 기술, HIP, TBC 코팅 기술 등 부분적으로 재생정비를 담당하고 있는 회사가 있다.

대용량 가스터빈 고온부품과 관련한 연구개발은 일부 대학, 산업체 및 발전회사와 함께 한전 전력연구원 등에서 여러 분야에 걸쳐 기술개발이 활발히 진행되고 있으며 점차 그 성과가 가시화 되고 있다.

각 구성요소의 기술개발 및 개선과 관련된 연구, 가스터빈 전체에 대한 설계, 성능 특성파악, 운전 문제점 개선, 고온부품의 제작 및 재생정비 기술 등 다양한 분야에 걸쳐 정부 또는 기업 자체적으로 연구개발에 많은 투자를 하고 있으며 협력체제를 구축하고 있다.

2.5 가스터빈을 이용한 신 발전시스템

기술의 지속적 발달과 새로운 환경이 대두됨에 따라 기존의 가스터빈 운용방식을 탈피한 새로운 시스템이 나타나고 있다.

신재생에너지로 각광을 받고있는 IGCC(Integrated Gasification Combined Cycle)는 청정석탄연소기술(Clean

Coal Technology)의 선두주자로서 이미 개발된지 오래이며 선진국에서는 상용화 되었으나 경제성문제로 확산되지 않고 있다. IGCC는 석탄을 건류, 가스화하여 가스터빈에 사용하는 기술로 가스터빈의 성능이 좋아질수록 효과가 높다. 대략 1300°C 급 가스터빈을 기준으로 보면 최신 유연탄화력에 비해 송전단기준 효율이 2%쯤 높아 CO₂ 배출을 줄일 수 있고 청정발전으로 지역반발을 해소할 수 있다. 종합발전원가는 이용율 70%를 기준으로 우리나라의 경우 500MW 유연탄화력이 40.85원/kW에 비해 47.44원/kW로 약 16% 높다. 그러나 이용율 80%일 경우는 43.09원으로 차이가 적어지며 최신의 1500°C급 가스터빈인 "H" Class 채택시는 40.5원으로 동등한 수준이 된다. 우리나라의 경우 2012년 300MW 실증설비를 최초로 설치 할 예정이다.

가스터빈의 출력 및 효율을 증대시키기 위하여 최근 검토되고 있는 새로운 기술로는 고습도의 공기를 이용한 가스터빈 발전시스템이다. 지금까지 NOx 감소나 출력 증대 목적으로 연소기에 증기를 분사하여 가스터빈에 수분을 주입하여 왔으나, 재생 사이클과 수분주입을 조합시키면 기존 복합화력 사이클을 능가하는 높은 효율을 달성할 수 있다는 연구결과가 나오면서 가스터빈 연소기에 대한 증기분사, 압축기 흡입공기에 대한 분무냉각, 압축기의 중간냉각 등 출력 및 효율 향상을 위하여 여러가지 실용화 연구가 진행되고 있다.

3. 결론

이상에서 살펴 본 바와 같이 종래에는 가스터빈의 낮은 효율 및 고가의 연료비로 인하여 발전설비에 널리 적용되지 않았으나, 최근 고온소재, 코팅 및 냉각 기술의 지속적 발달로 가스터빈의 효율을 좌우하는 연소가스 온도가 상승 추세에 있어 증기터빈 및 원자력과 더불어 발전설비의 많은 부분을 점유하고 있다. 특히 기후변화 협약에 따른 온실가스 의무감축국으로 포함될 경우 기존 대용량 석탄화력에 비해 CO₂ 저감기술 적용이 용이한 IGCC가 다시 주목받으면서 향후 가스터빈의 세계적 수요 증대는 예측하기가 힘들 정도라고 할 수 있다.

현재 발전용 대용량 가스터빈의 국제적 기술수준은 복합화력 효율 58% 수준의 1,450°C급 "G" Class(MHI)가 1997년 실증설비로 최초 설치되어 신뢰성이 입증되었

으며 한전이 운영중인 필리핀 일리안발전소에서도 전력을 생산하고 있다. 또한, 복합화력 효율 60%의 1,430°C급 “H”(GE) Class는 2002년 하반기에 최초로 시운전이 시작되었으나 그 신뢰성을 아직 확신하기 어려워 국내에 도입되고 있지 않으며 최근 1,700°C급 개발을 목표로 연구가 한창 진행중이다.

우리나라는 2002년에 복합화력이 전체 발전설비용량의 15.2%를 차지하였으며 2012년에는 24.3%로 전망하고 있다. 특히 국제적으로 환경규제가 강화되고 수도권에 집중된 전력부하로 인하여 복상조류가 극심하여 이를 해소하기 위한 수단으로 수도권에 청정연료를 사용한 가스터빈형 복합화력발전소가 계속적으로 건설될 수밖에 없는 상황이다.

본론에서 언급한 바와 같이 국내에는 아직 발전설비용량 대용량 가스터빈의 설계 및 제작 기술은 확립되지 않았으나 부품 제작 및 정비기술에 대한 활발한 연구개발로 중소기업들이 일부 품목 및 정비에 대하여 외국 제작사와 경쟁중에 있다.

국내 대용량 가스터빈의 기술개발 환경은 정책적 지원의 소극성, 사용자의 국산품에 대한 회의적 분위기,

개발성공에 대한 불확실성 등으로 연구개발에 많은 어려움을 겪고 있으나, 한전 전력연구원 및 발전회사를 축으로 학계, 중소기업들이 협력체제를 구축하여 지속적으로 연구개발을 추진하고 있으며, 2004년 전력그룹사는 가스터빈용 부품개발 및 정비기술 분야를 공동 중장기연구개발계획에 반영하여 2006년 까지 1,300°C급, 2013년까지 1,500°C급 가스터빈 정익 및 동익 국산화를 완성하고, 2011년 까지 100MW급 한국형 표준 가스터빈 개발을 완료한다는 목표를 수립하여 진행중이다.

이상에서 살펴본 바와 같이 가스터빈은 다양한 복합기술의 개발을 통하여 완성이 가능하므로 가스터빈 국산화의 완성은 우리나라 발전산업 뿐만 아니라 산업전반에 크게 영향을 미칠 것이며, 대부분 고온부품을 수입에 의존하는 국내 실정을 감안하면 수입대체 효과도 상당할 것으로 기대된다. 또한, 산·학·연 공동 기술개발을 통하여 중소기업에 기술이전 및 사업화 지원시 수조원에 달하는 해외시장에 우수 중소기업들이 진출하여 국가산업을 이끌어 가는 견인차 역할을 하게 될 것이다.

Engineering Humors

※ Clever Engineer

A mathematician and an engineer are sitting next to each other on a long flight. The mathematician leans over to the engineer and asks if he would like to play a fun game. The engineer just wants to take a nap, so he politely declines and rolls over to the window to catch a few winks.

The mathematician persists and explains that the game is real easy and lots of fun. He explains, "I ask you a question, and if you don't know the answer, you pay me \$5. Then you ask me a question, and if I don't know the answer, I'll pay you \$5."

Again, the engineer politely declines and tries to get to sleep. The mathematician, now somewhat agitated, says, "Okay, if you don't know the answer, you pay me \$5, and if I don't know the answer, I'll pay you \$50!"

This catches the engineer's attention, and he sees no end to this torment unless he plays, so he agrees to the game. The mathematician asks the first question. "What's the distance from the earth to the moon?"

The engineer doesn't say a word, but reaches into his wallet, pulls out a five-dollar bill and hands it to the mathematician. Now, it's the engineer's turn. He asks the mathematician "What goes up a hill with three legs and comes down on four?"

The mathematician looks up at him with a puzzled look. He takes out his laptop computer and searches all of his references. He taps into the air phone with his modem and searches the net and the Library of Congress. Frustrated, he sends e-mail to his co-workers all to no avail.

After about an hour, he wakes the engineer and hands him \$50. The engineer politely takes the \$50 and turns away to try to get back to sleep.

The mathematician then hits the engineer, saying, "What goes up a hill with three legs, and comes down on four?" The engineer calmly pulls out his wallet, hands the mathematician five bucks, and goes back to sleep.

※ 영리한 엔지니어

수학자와 엔지니어가 긴 비행에서 자리를 나란히 해서 앉았다. 수학자가 엔지니어쪽으로 기대며 재밌는 게임이나 하지 않겠냐며 물었다. 엔지니어는 잠을 자기를 원해서 정중하게 거절하고 잠을 청하려고 창 쪽으로 몸을 돌렸다. 수학자는 게임이 너무 쉽고, 재미있다고 계속해서 게임을 하자고 했다. "내가 당신에게 질문 하나를 해서 당신이 답을 모르면 나에게 5달러를 주고, 다음에는 당신이 나에게 질문을 하나해서 내가 답을 모르면 내가 당신에게 5달러를 주는 거요." 하면 게임방법을 설명해주었다. 다시 엔지니어는 정중하게 거절하며 잠을 자려고 했다. 수학자는 다소 흥분해서 "좋아요. 당신이 답을 모르면 나에게 5달러를 주고 내가 답을 모르면, 내가 50달러를 주겠소!" 하며 소리쳤다. 이 말에 엔지니어는 관심을 가지게 되었고, 게임에 응해야만 성가시게 하지 않을 거 같아서 게임을 시작했다. 수학자는 "지구에서 달까지의 거리가 얼마인가요?"하며 첫 번째 질문을 던졌다. 엔지니어는 아무런 말도 하지 않고 지갑을 꺼내어 5달러 지폐를 수학자에게 건네주었다. 엔지니어의 차례여서 수학자에게 "언덕을 올라갈 때는 다리가 3개이고 언덕을 내려갈 때는 다리가 4개인 것은 무엇이지요?"하며 질문을 던졌다. 수학자는 당혹스런 표정을 지으며, 랩탑 컴퓨터를 꺼내어 모든 참고자료를 검색했다. 모뎀으로 기내전화에 연결해서 인터넷과 국회의사당 도서관을 검색했다. 아무것도 찾을 없자, 낙담해서 동료들에게 이메일을 보냈으나 아무런 소용이 없었다. 한 시간쯤 후에 엔지니어를 깨워서 50달러를 건네주었다. 엔지니어는 정중하게 50달러를 받아서 다시 잠을 청하려고 돌아왔다. 수학자는 엔지니어에게 "언덕을 올라갈 때는 다리가 3개이고 언덕을 내려갈 때는 다리가 4개인 것은 무엇이지요?"하며 질문을 했다. 엔지니어는 조용히 지갑을 꺼내어 수학자에게 5달러를 건네주고 다시 잠들었다.