

# I/Q 위상 불균형을 동반한 Gray 부호화된 QAM 신호의 반복 복호 성능

정회원 김기설\*, 박상규\*\*

## Iterative Decoding Performance for Gray Coded QAM Signals with I/Q Phase Unbalance

Ki Seol Kim\*, Sang Kyu Park\*\* *Regular Members*

### 요 약

본 논문에서는 Max-Log-MAP 알고리즘을 바탕으로 Gray 부호화된 직교 QAM 신호를 위한 비트별 연판정 계산식의 실제 구현 방법을 제안한다. 비트별 연판정 계산식의 구현은 변조 차수, 심벌간의 거리 등 송수신 시스템이 서로 공유하는 정보들과 수신된 심벌 값만을 이용한다. 또한, 위상 변위기(phase shifter) 등 직교 변/복조에 사용되는 소자들의 비 이상적 특성으로 인해 발생하는 I/Q 위상 불균형을 갖는 QAM 신호의 반복 복호 성능을 비트별 연판정 방법을 이용하여 분석한다.

**Key Words** : QAM, Max-Log-MAP, Iterative decoding, Phase unbalance, Soft decoding

### ABSTRACT

In this paper, we propose a practical implementation method of a soft bit decision expression for an R-QAM (Gray coded Rectangular Quadrature Amplitude Modulation) signal based on the Max-Log-MAP algorithm. The parameters of the soft decision expression for the practical implementation can be obtained with simple arithmetic functions associated with some deterministic parameters such as a received value, distances between symbols, and the order of modulation on a signal space. Also, we analyze the performance of an iterative decoding scheme for the QAM signal with I/Q phase unbalance. The unbalance results from the non-ideal characteristic of components such as a phase shifter between in-phase and quadrature paths for quadrature modulator/demodulator.

### I. 서론

Gray 부호화된 QAM은 I 축과 Q 축 두 개의 동일한 신호 특성을 갖는 독립된 PAM (Pulse Amplitude Modulation) 신호로 나눌 수 있어 수신기의 구조를 간단히 하는 장점을 가지고 있다. 그러나 QAM은 진폭의 변화에 많은 영향을 받기 때문에 높은 신호 대 잡음비를 요구한다. 직교 변/복조를 이용하는 통신 시스템에서는 소자의 비 이상적인 특성으로 인하여 직교 변/복조의 각 경로상의 위상

불균형이 발생한다<sup>1)</sup>.

QAM과 같이 다치 레벨 변조 기법이 높은 신호 대 잡음비를 요구하는 단점을 극복하기 위해서는 많은 부호화 이득과 높은 대역폭 효율을 기대할 수 있는 터보부호 또는 LDPC(Low Density Parity Check)와 같이 반복 복호가 가능한 채널 부호를 이용한다. QAM과 같은 비 이진 전송 방식을 이용하여 송신하고, 이를 수신한 수신기에서 이진 반복 복호를 수행하는 경우 수신된 심벌(symbol) 정보를 비트별 소프트 정보로 변환하는 비트별 연판정의

\* 한양대학교 전자통신컴퓨터공학과 (kiseol@hanyang.ac.kr) \*\* 한양대학교 전자통신컴퓨터공학부 (skpark@hanyang.ac.kr)  
 논문번호: KICS2006-05-203, 접수일자: 2006년 5월 9일, 최종논문접수일자: 2006년 5월 29일

출력을 이진 터보 복호기로 입력 시켜야 한다. 다차 레벨 변조 기법을 이용하는 경우 비트별 정보를 추출하기 위해 사용되는 비트별 연관정 결과를 출력하는 비트 연관정을 구성하기 위해 사용되는 여러 알고리즘들은 지수 혹은 대수 함수 등으로 되어 있어 복잡도가 높고 구현하기가 어려운 단점을 가지고 있다. 이러한 단점을 극복하기 위해 실용적인 접근, 대수 최우도비, 기타 여러 근사법 등에 대한 연구들이 진행되어 왔다. 그러나 이러한 방법들도 비트 연관정 수식의 복잡도를 줄이면서 일반적인 식의 표현으로 표현할 수 있는 비트별 연관정 방법은 제시하지 못하였다<sup>2)</sup>.

본 논문에서는 일반적으로 널리 알려지고 응용이 되고 있는 Max-Log-MAP 알고리즘을 기반으로 하여 비트별 연관정 방법의 실제 구현 방법을 제안하고, I/Q 위상 불균형이 존재하는 직교 변/복조기의 반복 복호 성능을 분석한다. II 장에서는 본 논문에서 사용할 시스템 모델에 대해 설명하고, III 장에서는 Max-Log-MAP 알고리즘을 이용한 비트별 연관정 방법의 구현 방식에 대해 설명하고, IV 장에서는 I/Q 위상 불균형이 존재하는 경우의 반복 복호 성능에 대해 고찰한다. 마지막으로 V 장에서는 최종적인 결론을 맺는다.

## II. 시스템 모델

송신되는  $(N \times L)$  R-QAM 신호는 I (in-phase) 축의 신호점 수가  $N$  개이고 Q (quadrature) 축의 신호점 수가  $L$  개이므로  $m = \log_2(N \times L)$  비트로 구성된 부호어 (codeword)의 심벌 데이터가 2차원 신호의 성상도의 복소 심벌  $s = s_I + js_Q$ 의 한 점에 사상된다. 여기서 부호어  $c = \{c_0, c_1, c_2, \dots, c_{m-1}\}$ 이고, 이 심벌의 부호어를 구성하는 비트들 중  $\log_2 N$  비트는 그 진폭이  $A_I$  이고 I 축의  $\{\pm d_I, \pm 3d_I, \dots, \pm (N-1)d_I\}$  신호점 집합에 사상된다. 같은 방식으로  $\log_2 L$  비트는 그 진폭이  $A_Q$  이고 Q 축의 신호점 집합  $\{\pm d_Q, \pm 3d_Q, \dots, \pm (L-1)d_Q\}$ 에 사상된다. 여기에서 I 축의 신호점간 거리를 결정하는 파라미터는  $d_I = \sqrt{(3 \log_2 N \cdot E_b) / (N^2 - 1)}$ , Q 축의 신호점간 거리를 결정하는  $d_Q$ 는  $d_I$  식에서  $N$ 을  $L$ 로 바꾸면 얻을 수 있고,  $E_b$ 는 비트 에너지를 의미한다. 일반적으로  $d_Q = d_I = d$ 이다.

직교 변/복조기를 실제로 구현할 때 부품의 불균일성 또는 비 이상적인 특성으로 인해 발생하는 I/Q

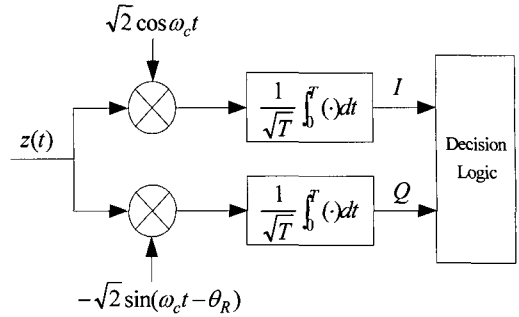


그림 1. 직교 수신기의 블록 다이어그램

축 간의 위상 불균형은 일정하다고 볼 수 있다. 그림 1은 I/Q 불균형이 발생하는 직교 수신기의 모델을 나타낸 것이다.

그림 1에서  $\theta_R$ 는 위상의 불균형 정도를 나타내고,  $T$ 는 한 심벌의 길이,  $\omega_c$ 는 반송파의 주파수를 나타낸다.

## III. R-QAM 신호의 비트 연관정의 구현

### 3.1 R-QAM 비트 연관정 식

Gray 부호화된 R-QAM은 I 축과 Q 축 두 개의 동일한 신호 특성을 갖는 독립된 PAM 신호로 나눌 수 있기 때문에 I 축 PAM 신호만을 고려하고 여기서 얻어진 결과를 QAM 신호 공간으로 확장한다.

수신된 Gray 부호화된 PAM 신호는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$z = \alpha \cdot s + n \quad (1)$$

여기서  $s, z, a$  그리고  $n$ 은 각각 송신된 신호, 수신된 심벌의 값, 채널 이득 그리고 분산이  $\sigma^2$ 이고 평균이 영(0)인 AWGN (Additive White Gaussian Noise)를 의미한다. AWGN 채널 정보를 정확히 알고 있는 경우, 수신된 N-PAM 심벌을 구성하는  $K$  개의 비트 쌍 중에서  $k$  번째 비트의 연관정 값  $A(b_k)$ 는 동일 심벌에 포함되어 있는  $K$  개의 비트 쌍을 고려하고 Bayes 정리와 [7]의 근사 정리를 적용하면

$$A_I(b_k) \approx \frac{1}{2\sigma^2} \left[ \min_B |z - B|^2 - \min_A |z - A|^2 \right] \quad (2)$$

$$= \frac{1}{2\sigma^2} \left[ \min_B (B^2 - 2Bz) - \min_A (A^2 - 2Az) \right]$$

와 같이 계산할 수 있다. 여기서  $A \in \{s : b_k = +1\}$ ,

$B \in \{s : b_k = -1\}$ 이다.

만일 식 (2)에서 심벌 A와 B를 알 수 있다면, 이 식은 다음 식과 같이 간략히 정리할 수 있다.

$$A_I(b_k) = \frac{1}{2\sigma^2} [(B-A)(B+A-2z)] \quad (3)$$

$$= \frac{2}{\sigma^2} \left\{ \left( \frac{B-A}{2} \right) \left[ \left( \frac{B+A}{2} - D \right) - (z-D) \right] \right\}$$

여기서  $D$ 는 PAM 신호 공간에서의 임의의 값이다. 식(2)을 이용하여 식(3)을 유도하고 구현하기 위해서는 식(2)의 A, B 심벌을 쉽게 얻을 수 있어야 한다. 일반적으로 R-QAM 성상도 상에서 I 축과 Q 축의 심벌들이  $2d_I$ 와  $2d_Q$ 로 각각 균일하게 배치된다. 따라서 위에서 설명한 비트 연판정을 계산하는 과정들과 각 비트 계층별 비트 배치가 그룹 형태로 구성되는 Gray 매핑의 특성들을 종합해 볼 때 식 (3)는 다음과 같이 정리 될 수 있다 [8].

$$A_I(b_k) = \frac{G_{y,k} \times m_k \times d_{\max,k}}{2} \left\{ \frac{d_{\min,k}}{2} - |y_I|^2 \right\} \quad (4)$$

여기에서 사용되는 각 요소들은 다음과 같다.

- 1)  $y_I$ : 수신된 심벌 값이 위치하는 영역을 포함하는 비트 연판정 값을 계산하고자 하는  $k$ 번째 비트의 비트 그룹을 해당 그룹 내 비트 경계 값을 기점으로 좌표축을 영점으로 이동한 거리  $x$ 만큼 수신된 심벌 값을 보정한 값;
- 2)  $m_k$ : 그룹의 비트 배열 형태가 2-PAM과 일치할 경우 +1, 그렇지 않을 경우 -1의 값
- 3)  $G_{y,k}$ : 보정된 심벌 값  $y$ 의 부호로 +1또는 -1;
- 4)  $d_{\min,k}$ : 수신된 심벌이 가지는 영역에서 같은 그룹 내의 비트 경계 값과 가장 가까운 거리 값;
- 5)  $d_{\max,k}$ : 수신된 심벌이 가지는 영역에서 비트 경계 값과 가장 먼 거리 값.

QAM의 Q 축 심벌에 포함된 각 비트들에 대한 비트 연판정 식은 식 (4)에서 I 축에 해당하는 요소들을 Q 축의 요소들로 단순히 변경을 하면 얻을 수 있다.

### 3.2 R-QAM 비트 연판정 식의 구현

식 (3)은 식 (2)에서 필요로 하는 심벌 A와 B를 얻을 수 있다는 가정 아래에서 유도된 것이고, 식 (4)는 식 (3)으로부터 이 심벌들을 직접 얻기보다 송수기간에 서로 공유하는 심벌간의 거리나 변조차

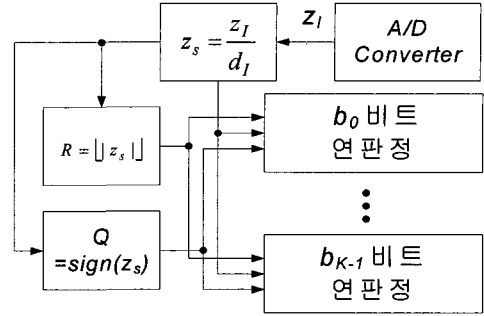


그림 2. I 축 비트별 연판정 계산 블록 다이어그램

수 등과 함께 수신된 심벌 값이 존재하는 심벌 영역을 찾고, Gray 부호화의 결과를 여기에 적용하여 손쉽게 계산하는 것이다. 실제 구현에 있어 수신된 신호는 디지털 값으로 변환되어 성상도 상의 단위 값인  $d_I$ 와  $d_Q$ 로 각각 정규화 된다고 가정한다.

그림 2는 I 축 심벌의 비트별 연판정 계산을 위한 블록 다이어그램이며, Q 축에 대해서는 I 축에 대응하는 요소들을 Q 축의 요소로 대치하면 된다. 여기에서  $R = (r_0, r_1, \dots, r_{K-1})_2$ 의 2진수로 표현되고,  $r_0$ 는 MSB (most significant bit)이다.

그림 3은 그림 2의 비트 연판정 블록을 자세히 나타낸 것이다.

그림 3에서 사용되는 각 요소들의 값을 계산하는 방식은 다음과 같다.

- 1)  $k$ 번째 비트 연판정을 위한 축 이동값  $D_k$

예를 들어, PAM 신호의 각 비트별 연판정은 그림 4에 보인 것과 같이 비트 계층과 비트 그룹에 따라서 달라진다.

$b_0$  계층은 비트 값 판정을 위해 축 이동을 할 필요가 없고, 비트  $b_1$  계층의 경우 항상 4만큼의

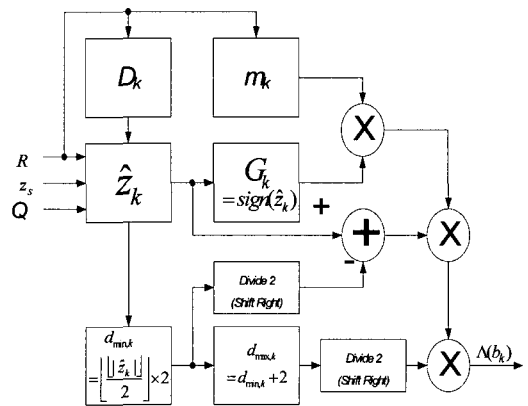


그림 3.  $k$  번째 비트 연판정 블록

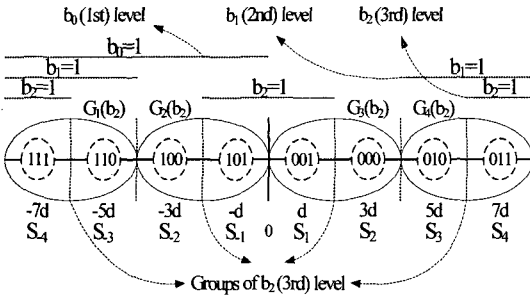


그림 4. 8-PAM의 정상도와 계층/그룹 정의 ( $b_0, b_1, b_2$ )

축 이동을 하여 비트 값을 판정한다. 비트  $b_2$  계층의 경우 수신된 심벌 값에 따라  $G_1$ 과  $G_4$ 는 6만큼,  $G_2$ 와  $G_3$ 는 2만큼의 축이동이 필요하다. 따라서 이것을 일반화 시키면 다음과 같이 축 이동 값을 규칙성에 따라 계산할 수 있다.

$$D_0 = 0$$

$$D_1 = 2^{(K-1)}$$

$$D_2 = \{(r_0)_2 \times 2 + 1\} \times 2^{(K-2)}$$

$$D_k = \{(r_0 \dots r_{k-2})_2 \times 2 + 1\} \times 2^{(K-k)}, \quad k = 3, \dots, K-1$$

2) 2-PAM 비트 값 배치 동일성 요소  $m_k$

그림 4에서  $b_0$  계층(1,1,1,1,0,0,0,0)을 2-PAM 배치라고 가정하면 비트  $b_1$ 의 경우 왼쪽 4개 심벌은 동일한 배치(1,1,0,0)를 가지나 오른쪽 4개 심벌은 선대칭의 값(0,0,1,1)을 가진다. 또한,  $b_2$ 의 경우  $G_1$ 과  $G_3$ 는 동일 배치(1,0),  $G_2$ 와  $G_4$ 는 선대칭 (0,1)을 갖는다. 동일한 경우 +1, 선대칭일 경우 -1의 값을 배정하고, 이 값을 구해보면 다음과 같은 규칙을 갖는다.

$$m_0 = 0(+1)$$

$$m_1 = 1(-1)$$

$$m_k = r_{k-2} (0 \text{ or } 1), \quad k = 2, 3, \dots, K-1$$

3.3 64-QAM의 적용 예

본 절에서는 2절에서 제안한 비트별 연판정 계산 방법을 이용하여 유효성을 확인하기 위해 동일한 심벌간의 거리  $2d$  를 갖는 Gray 부호화된 64-QAM 신호에 대해 고려한다.

그림 5는 64-QAM 신호 공간에서 2사분면만을 나타낸 부분 정상도이다. Gray 부호화된 64-QAM 신호의 한 심벌을 구성하는 부호어는  $C = (c_0, c_1, c_2, c_3, c_4, c_5) = (b_{I,0}, b_{I,1}, b_{I,2}, b_{Q,0}, b_{Q,1}, b_{Q,2})$  라 정의하고, 수신된 신호

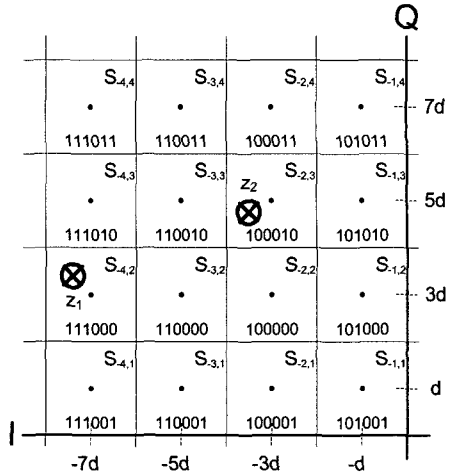


그림 5. 64-QAM 신호 공간의 부분 정상도

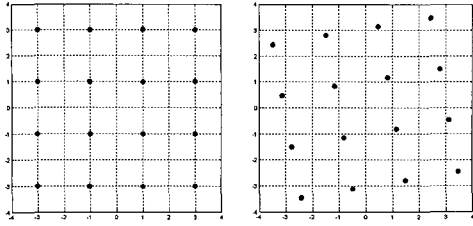
의 위치가 그림 5에서  $z_1$ 과  $z_2$ 라고 가정하면 그 위치는 I 축과 Q 축의 값을 각각 표현했을 때  $z_1 = (-7.8d, 3.5d)$  과  $z_2 = (-3.5d, 4.5d)$ 가 된다. 이 값을 각각 그림 2와 3의 동작 알고리즘에 입력했을 경우 각 비트별 연판정 연산 과정에서 출력되는 필요 요소들의 값들을 계산하면 표 1과 같이 나타난다.

표 1. 그림 5에서 64-QAM 신호의 비트별 연판정의 계산된 요소들의 값들과 그 결과

Steps	$z_1 = (-7.8d, 3.5d)$				$z_2 = (-3.5d, 4.5d)$							
	$i = -7.8d$		$q = 3.5d$		$i = -3.5d$		$q = 4.5d$					
	$b_{I,0}$	$b_{I,1}$	$b_{I,2}$	$b_{Q,0}$	$b_{Q,1}$	$b_{Q,2}$	$b_{I,0}$	$b_{I,1}$	$b_{I,2}$	$b_{Q,0}$	$b_{Q,1}$	$b_{Q,2}$
①E	78		35		35		45					
②R	(111) <sub>2</sub>		(011) <sub>2</sub>		(011) <sub>2</sub>		(100) <sub>2</sub>					
③D	0	4	6	0	4	2	0	4	2	0	4	6
④ $m_k$	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	1	-1	-1
⑤Q	-1	1	1	1	1	1	-1	1	1	1	1	1
⑥ $Z_k$	78	38	18	35	-05	15	35	-05	15	45	05	-15
⑦ $G_k$	-1	1	1	1	-1	1	-1	-1	1	1	1	-1
⑧ $d_{mk}$	3	1	0	1	0	0	1	0	0	2	0	0
⑨ $D_{mk}$	4	2	1	2	1	1	2	1	1	3	1	1
⑩ $N(b_k)$	192	56	18	-5	-05	-15	5	-05	-15	-75	05	-15
Decision	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0

IV. I/Q 위상 불균형에 의한 반복 복호 성능

위상 변위기와 같이 일정한 위상 불균형을 일으키는 경우, 고차 변조를 갖는 QAM 신호에 대한 영향은 정상도의 외곽에 위치한 심벌일수록 더 많은 영향을 받는다. 즉, 중심에 위치한 심벌과 외곽에 존재하는 심벌을 볼 때 같은 각도의 위상의 틀



(1) I/Q 균형 (2) I/Q 10도 불균형

그림 6. 16-QAM에서의 I/Q 불균형 영향

10도의 위상 불균형을 가졌을 때의 터보 반복 복호의 성능을 반복 횟수에 따라 나타낸 것이다.

그림 7에서 16-QAM 신호를 3회 반복 복호를 시키면 5도의 위상 불균형을 가진 신호와 10도의 위상 불균형을 가진 신호는 위상 균형을 이루는 신호에 비해 각각 약 0.1dB, 0.5dB의 성능 저하가 이루어지지만, 그림 8에서와 같이 64-QAM 신호의 성능은 같은 조건에서 각각 0.4dB, 1.6dB로 16-QAM에 비해 성능이 더욱 저하되었음을 알 수 있다.

### V. 결론

본 논문에서는 Max-Log-MAP 알고리즘을 기반으로 Gray 부호화된 QAM 신호의 비트별 소프트 정보를 추출할 수 있는 비트별 연판정 계산 알고리즘을 이용하여 실제 응용이 가능한 설계 방법을 제안하였다. 제안한 방법을 이용하여 얻은 비트별 연판정 결과들은 기존 Max-Log-MAP 알고리즘의 결과는 정확히 일치한다. 적응형 변조/부호화를 사용하는 통신 시스템에서는 해당 변복조 방식에 따라 모든 종류의 LUT (Look-up-table)를 ROM (Read Only Memory)에 저장하여 필요할 때마다 RAM에 읽어와 사용을 해야 하기 때문에 이러한 메모리를 설계하는데 필요한 반도체의 면적이나 전력 소모량 등을 고려하면 제안한 구현 방법은 효과적인 대안이 될 수 있는 방법이다.

또한, 실제 송/수신기의 회로를 설계할 때 부품의 비 이상적 동작에 따라 I/Q 위상 불균형이 나타나는 경우 이러한 신호의 터보 반복 복호 특성을 살펴보았다.

따라서 본 논문에서 제안한 설계 방법은 QAM 복조 후 이진 반복 복호기에 입력할 비트별 연판정 정보를 추출하기 위한 설계에 유용한 대안으로 응용될 것으로 기대한다.

### 참고 문헌

- [1] N. Weste and D. J. Skellern, "VLSI for OFDM," IEEE Comm. Mag., Vol.36, No.10, pp.127-131, Mar. 1998.
- [2] P. Roberson and T. Worz, "A Novel Bandwidth Efficient Coding Scheme Employing Turbo Codes," ICC 96, pp.962-967, June 1996.
- [3] C. Fragouli and R. Wesel, "Turbo-encoder design for symbol - interleaved parallel con-

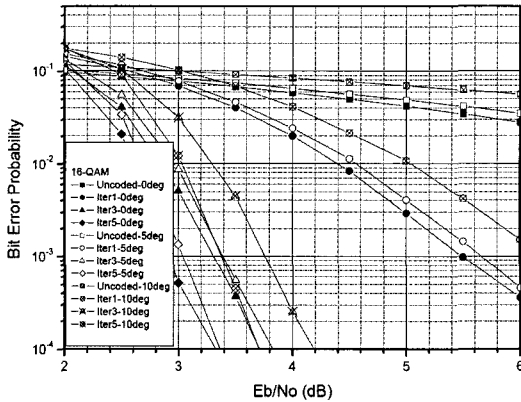


그림 7. 16-QAM의 위상 불균형 (0도, 5도, 10도) 정도에 따른 터보 반복 복호 성능

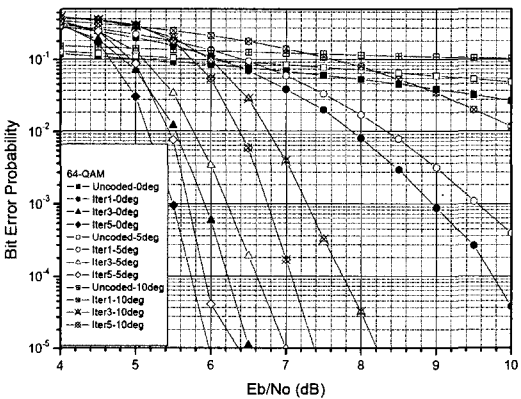


그림 8. 64-QAM의 위상 불균형 (0도, 5도, 10도) 정도에 따른 터보 반복 복호 성능

어짐이 발생하여도 외곽의 심벌일수록 더 많은 심벌이 이동하기 때문에 고정된 심벌 영역 공간을 벗어날 확률이 커진다. 그림 6은 16-QAM 신호가 수신신 I 축과 Q 축 간의 10도 위상차가 존재하는 경우에 대한 상상도의 변화를 보여준다.

그림 6과 같이 I/Q 신호의 위상 불균형이 존재하는 신호를 처리하는 경우, 터보 반복 복호기의 성능을 살펴보면 그림 7과 8의 결과를 얻을 수 있다. 그림 7과 8은 각각 16-, 64-QAM 신호가 0도, 5도,

catenated trellis - coded modulation," *IEEE Trans. on Comm.*, Vol.49, No.3, pp.425-435, Mar. 2001.

- [4] S. Le Goff, A. Glavieux and C. Berrou, "Turbo-Codes and high spectral efficiency modulation," *ICC '94*, pp.645-649, May 1994.
- [5] C. C. Wang, "A Bandwidth-Efficient Binary Turbo Coded Waveform Using QAM Signaling," *ICCCS 02*, pp.37-41, June 2002.
- [6] R. M. Pyndiah, "Near-Optimum Decoding of Product Codes: Block Turbo Codes," *IEEE Trans. on Comm.*, Vol.43, No.8, pp.2360-2369, Aug. 1995.
- [7] A. J. Viterbi, "An Intuitive Justification and a Simplified Implementation of the MAP decoder for Convolutional Codes," *IEEE J. on Sel. Areas in Comm.*, Vol.16, No.2, pp.260-264, 1998.
- [8] 현광민, 윤동원, 박상규, "Max-Log- MAP을 이용한 Gray 부호화된 PAM 신호의 연판정 계산식," *한국통신학회 논문지*, Vol.31, No.2C, pp.117-122, 2006.

**김 기 설 (Ki Seol Kim)**

정회원



1982년 2월 한양대학교 전자통신공학과(공학사)  
 1994년 2월 한양대학교 전자통신공학과(공학석사)  
 1997년~현재 한양대학교 전자통신컴퓨터공학과 박사과정  
 1982년 2월~1991년 4월 LG 정보통신

1991년 4월~1995년 2월 한전정보네트웍  
 1995년 2월~현재 서교정보통신 대표이사  
 <관심분야> 통신이론, 영상처리, 영상압축, 광통신, 통신 신호처리

**박 상 규 (Sang Kyu Park)**

정회원



1974년 2월 서울대학교 전기공학과 (공학사)  
 1980년 5월 Duke Univ. 전기공학과 (공학석사)  
 1987년 5월 Univ. of Michigan 전기공학과 (공학박사)  
 1976년~1978년 국방과학연구소

1990년 8월~1991년 8월 Univ. of Southern California  
 객원교수  
 1987년 3월~현재 한양대학교 공과대학 전자통신컴퓨터공학부 교수  
 <관심분야> 디지털통신, 확산대역통신, 부호이론, PCS, IMT-2000