

강변여과 대수층의 투수량계수 추정을 위한 역해석

Back-Analysis for Estimating Transmissivity in Riverbank Filtration

박서화* / 이상일** / 이상신***
Park, Seo-Hwa / Lee, Sang-Il / Lee, Sang-Sin

Abstract

Riverbank filtration is a natural process, using alluvial aquifers to remove contaminants and pathogens in river water for the production of drinking water. Back analysis which minimizes the objective function that is typically the sum of squares of the differences between the calculated and measured quantities is used for the estimation of aquifer parameters. In this study, transmissivity is back-analysed using the BFGS (Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno) scheme for optimization. MOC is used to obtain calculated groundwater level. The developed inverse model was applied to Dae-san, Chang-won city where riverbank filtration is being undertaken. The model showed good convergence behavior for different groundwater conditions. The performance of the model was better than a widely-used commercial software package in terms of error between calculated and observed groundwater level.

keywords : back-analysis, riverbank filtration, transmissivity, MOC, BFGS

요 지

강변여과는 원수를 강변의 대수층에 통과시켜 지층의 자체 정화능력을 이용하여 원수 중의 오염물질을 상당량 저감한 후 상수를 공급하는 방식이다. 본 연구에서는 지질정수를 추정하는 방법 중 하나인 역해석을 이용하여 강변여과 지역의 투수량계수를 추정하였다. 역해석이란 현장에서 직접 측정한 값과 프로그램을 통해 계산된 값의 차를 목적함수로 두고 이를 최소로 하도록 미지의 매개변수를 결정하는 것이다. 최적화 기법으로 BFGS(Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno)를 이용하였고, 정해석을 위해서는 지하수흐름을 2차원적으로 모의할 수 있는 MOC을 사용하여 역해석 프로그램을 개발하였다. 프로그램의 적용성을 검증하기 위해 실제 강변여과를 하고 있는 경남 창원시 대산면의 관측 지하수위를 이용하여 그 지역의 투수량계수를 추정하였다. 개발된 프로그램은 상이한 지하수위 조건에서의 역해석에서도 좋은 수렴성을 보였으며, 상용 역산모델과의 비교에서도 우월한 결과를 나타냈다.

핵심용어 : 역해석, 강변여과, 투수량계수, MOC, BFGS

- * 동국대학교 공과대학 토목환경공학과 석사과정
M.S., Dept. of Civil and Environment Engrg., Dongguk Univ., Seoul 100-715 Korea
(e-mail: bluejamiro@hanmail.net)
- ** 동국대학교 공과대학 토목환경공학과 교수, Corresponding Author
Professor, Dept. of Civil and Environment Engrg., Dongguk Univ., Seoul 100-715, Korea
(e-mail: islee@dongguk.edu)
- *** 동국대학교 공과대학 토목환경공학과 박사과정
Ph.D. Candidate, Dept. of Civil and Environment Engrg., Dongguk Univ., Seoul 100-715, Korea

1. 서론

지금까지 우리나라의 수자원 개발은 주로 지표수에 의존해 왔으나 계절적 유량 변동이 크고 수질오염의 위험에 노출되어 있어 상수원으로 사용하는데 많은 어려움이 있다. 따라서, 하나의 수원에 의존하지 않으면서 지속적으로 증가하는 용수 수요에 대처하고 음용수의 수질 안정을 도모하기 위한 다양한 수원확보 방안이 필요하다. 그러한 대안으로 수질 등급이 낮은 하천수를 하천변에 분포된 토양으로 여과시켜 대수층의 자체 정화능력을 이용하여 양과 질의 두 가지 측면에서 수자원을 안정적으로 공급할 수 있는 강변여과가 주목받고 있다(동국대학교, 2005). 강변여과는 현재 영산강, 낙동강 중하류 지역 등 하천수의 오염이 심각하여 직접 취수가 어렵고 댐 건설조건이 나빠 용수공급이 불안정한 지역에서 지대한 관심을 받고 있으며 일부 사업은 이미 추진 중에 있으며, 가동 중인 사업도 다수 있다(윤성용 등, 2002).

강변여과의 효율적 관리와 운영을 위해서는 우선 대수층의 특성을 정확히 파악해야 한다. 대수층의 수리상수를 적절하게 파악해야 지하수자원의 정량화를 정확하게 할 수 있으며 그에 따른 적절한 운영 계획을 수립할 수 있기 때문이다. 특히, 대수층의 대표적인 수리 상수인 저류계수와 투수량계수의 값이 정확히 평가되어야 한다(정영훈, 1999).

본 연구에서는 지하수위 관측자료를 활용한 역해석을 통해 대수층의 대표적 수리상수인 투수량계수를 추정하였다. 역해석은 현장 계측자료와 계산결과의 차가 최소가 되도록 하는 매개변수를 반복 계산을 통해 추정하는 것으로서, 지하수위 계산값을 산정하기 위해 2차원 지하수 해석 프로그램인 MOC(Method of Characteristics)를 사용하였으며, 프로그램을 실제 강변여과가 시행되고 있는 경남 창원시 대산면 지역에 적용하여 프로그램의 적용성을 검증하였다.

2. 강변여과

강변여과는 지표수를 강변의 대수층에 통과시켜 자연 지층의 자체 정화능력을 이용하여 원수중의 오염물질을 상당량 저감한 후 양수하는 방식으로 독일, 프랑스, 네덜란드 등 주로 유럽에서 1870년대부터 널리 활용되고 있는 대체 수자원 이용 방식이다(김대환, 2004). 지층을 통과하는 동안 세균과 박테리아는 토양에 흡착하거나 미생물에 의해 분해되어, 빛과 공기가 없는 상태에서 사멸됨으로써 양질의 원수를 확보할 수 있다. 또한 지표수를 취수하여 처리할 때 필요한 화학약품 첨가와 고도정수처리공정 없이 양질의 상수를 공급할 수 있는 장점이 있다. 강변여과의 개념도는 Fig. 1과 같다.

3. 역해석

3.1 기본개념

공학의 많은 분야에서 정해석 모델(Forward Program)을 통해 변위, 수두, 응력 등 관심대상이 되는 물리량을 예측하고 있다. 이 때 입력 매개변수의 정확도에 따라 계산된 예측 값의 신뢰도가 결정되므로 정확한 매개변수 추정에는 모델링에 있어서 무엇보다 중요하다고 할 수 있다. 이러한 매개변수 추정법 중 하나인 역해석은 계측결과와 계산결과를 비교하여 그 차이가 최소가 될 때까지 수치해석 과정의 반복 연산을 함으로써 자동으로 역해석 대상인 미지의 매개변수를 수정하는 방법이다(민덕기 등, 1996; Gioda and Maier, 1980, Gioda and Sakurai, 1987). 계측값으로는 변형, 수두, 오염물의 농도 등 비교적 측정이 용이한 요소들이 자주 사용된다. Fig. 2는 역해석의 개념을 그림으로 나타낸 것이다. 여기서, ϵ 는 수렴조건으로서 허용오차를 나타낸다.

매개변수를 갱신하기 위해서는 정해석을 통한 수치해석 결과값과 계측값의 차의 제곱을 목적함수로 주로 삼으며, 역해석은 목적함수 값이 가장 작아지도록 하는

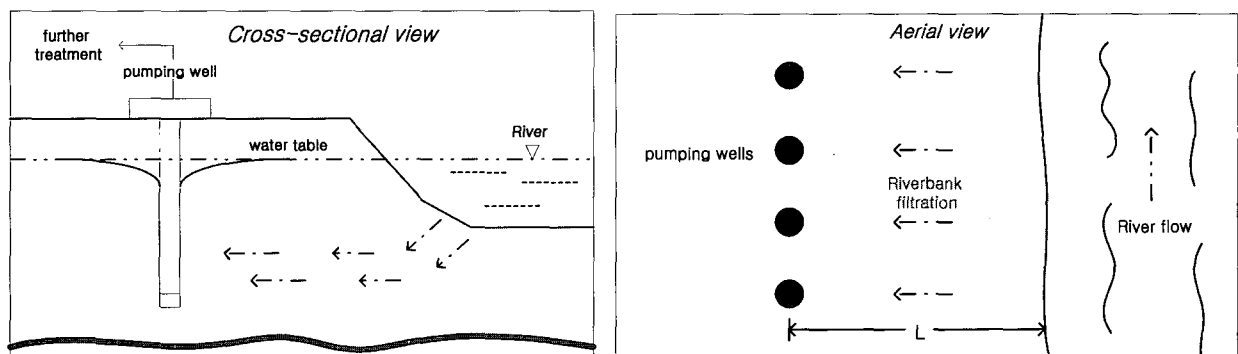


Fig. 1. Concept of Riverbank Filtration(Kim et al., 2003)

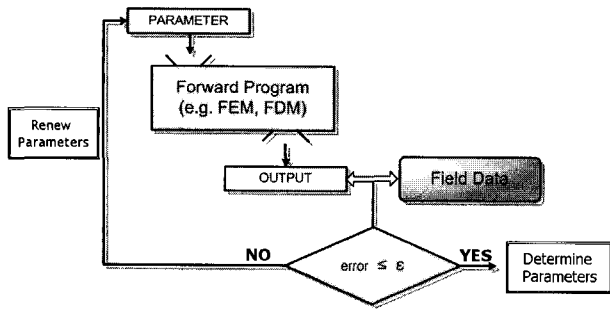


Fig. 2. Concept of Back-Analysis(박서화, 2005)

매개변수를 찾는 과정이다(Gioda and Locatelli, 1999). 즉,

$$\text{Min } f(P) = \sum_{i=1}^n (u_i^* - U_i)^2 \quad (1)$$

여기서, $f(P)$ 는 목적함수, P 는 매개변수들의 벡터, n 은 계측점의 수이며, u_i^* 는 i 번째 지점에서 P 를 사용하여 해석한 값, U_i 는 i 번째 지점에서의 계측값을 나타낸다.

목적함수의 최소값을 찾는 최적화 방법에는 여러 가지가 있으며 다음 4단계는 최적값을 탐색해 가는 최적화의 일반적인 과정이다(장범수, 1998).

[Step 1] 시작점 $P_{k=0}$ 를 가정한다.

[Step 2] 탐색방향 d_k 을 결정한다.

[Step 3] 스칼라 값인 탐색거리 α_k 를 찾고 $P_{k+1} = P_k + \alpha_k d_k$ 를 이용하여 새로운 P 값을 찾는다.

[Step 4] 갱신된 P 가 목적함수를 최적값에 수렴시키는지 여부를 판단한다. 만족하지 않는다면

Step 2로 돌아가 수렴할 때까지 같은 과정을 반복한다.

본 연구에서는 목적함수의 최소값을 찾기 위해 사용되는 비선형 최적화 기법으로 BFGS(Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno)를 사용하였다. 이는 목적함수의 2계 도함수로 구성된 Hessian행렬의 역행렬을 근사적으로 구하는 Quasi-Newton Method 방법 중 하나로, 계산량이 적어 탐색 방향을 찾기 위해 가장 널리 쓰이는 방법 중 하나이다(Kim and Lee, 1997). 탐색방향은 Eq.(2)와 같고, 각 단계의 근사 Hessian 역행렬(G_k)은 Eq.(3)으로 구한다(Mays and Yung, 1992). 역해석 과정을 나타낸 흐름도는 Fig. 3과 같다.

$$d_k = -G_k \nabla f(P_k) \quad (2)$$

$$G_{k+1} = G_k + \frac{(P_{k+1} - P_k) \otimes (P_{k+1} - P_k)}{(P_{k+1} - P_k) \cdot (\nabla f_{k+1} - \nabla f_k)} - \frac{[G_k \cdot (\nabla f_{k+1} - \nabla f_k)] \otimes [G_k \cdot (\nabla f_{k+1} - \nabla f_k)]}{(\nabla f_{k+1} - \nabla f_k) \cdot G_k \cdot (\nabla f_{k+1} - \nabla f_k)} + [(\nabla f_{k+1} - \nabla f_k) \cdot G_k \cdot (\nabla f_{k+1} - \nabla f_k)] v \otimes v \quad (3)$$

이때,

$$v = \frac{(P_{k+1} - P_k)}{(P_{k+1} - P_k) \cdot (\nabla f_{k+1} - \nabla f_k)} - \frac{G_k \cdot (\nabla f_{k+1} - \nabla f_k)}{(\nabla f_{k+1} - \nabla f_k) \cdot G_k \cdot (\nabla f_{k+1} - \nabla f_k)} \quad (4)$$

여기서, f 는 목적함수, ∇f 는 목적함수의 1계 도함수이다. \otimes 는 벡터의 외적(outer product)을 나타낸다.

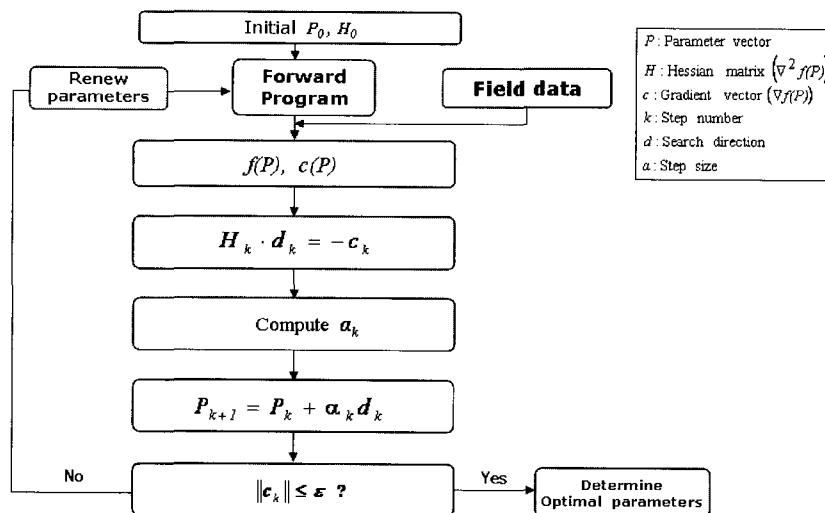


Fig. 3. Procedure of Back-Analysis(박서화, 2005)

탐색거리를 찾는 방법으로는 Line Search and Backtracking을 사용하였는데, 이는 기존에 주로 사용되었던 황금 분할법(Golden Section Method)이나 다항식 추정법(Polynomial Approximation Method)보다 빠르게 탐색거리를 찾을 수 있다는 장점이 있다(Press et al., 1992).

3.2 역해석 프로그램 개발

본 연구에서는 최적화 기법 중 탐색거리 선정 방법으로 Line Searches and Backtracking, 탐색방향 선정 방법으로 BFGS를 선택하여 역해석 알고리즘을 구성하였다. 지하수 흐름 해석은 MOC을 이용하였으며 프로그램 언어는 FORTRAN을 사용 하였고 Fig. 4와 같이 정해석 프로그램과 최적화 코드를 연결하여 하나의 몸체로 돌아가는 새로운 프로그램을 구성하였다. 역해석 프로그램에 입력 값으로 초기 매개변수를 넣으면 수차례의 반복계산을 거쳐 최적 매개변수를 출력해 준다.

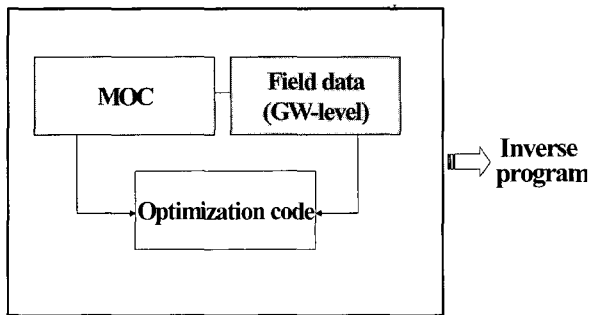


Fig. 4. Structure of Back-Analysis Program

개발된 프로그램의 검증을 위해 가상의 문제 (2,000m×2,000m)에 적용하여 역해석을 수행한 결과 상당히 만족할 만한 결과를 얻을 수 있음을 확인할 수 있었다(박서화, 2005).

4. 대상지역

경남 창원시 대산면 일대는 낙동강 물을 정화하여 상수로 사용하고 있으나, 수질 오염이 심각하여 현재 강변여과수 취수 방법을 병행하고 있다. 대상지역은 Fig. 5와 같고 취수정과 관측정은 상단에 표시된 사각형 안에 집중되어 있다. 본 연구에서는 확대된 그림에서 보이는 바와 같이 관정 주변지역에 관심을 두고 지하수 모델링 하였다. 낙동강은 대상지역의 북쪽에 위치해 있으며, 관측정(DS1~DS8) 8개와 취수정(PW1~PW7) 7개가 있고 취수정을 통해 관정당 2,000m³/day 규모의 강변여과수 취수를 하고 있다(함세영 등, 2004).

관측정 주변의 지질은 지표로부터 아래방향으로 세립질 모래층, 중립질 모래층, 세립질 모래층, 모래자갈층으로 구성되어 있다(부산대학교, 2004). 모델링에 사용한 포화대수층의 두께는 평균값 38.5m를 사용하였다.

Table 1은 입도분석 결과로 얻어진 수리전도도(K)이다. 입도분석은 8개의 관측공(DS1~DS8)에서 채취한 184개의 시료를 이용하였으며, 체분석과 비중계분석(이상덕, 1997)을 실시하였다. 본 연구에 사용된 MOC은 수직단면구조를 고려할 필요없는 2차원 해석을 실시하므로 네 개의 층 중, 중립질 모래층의 수리전도도만 선

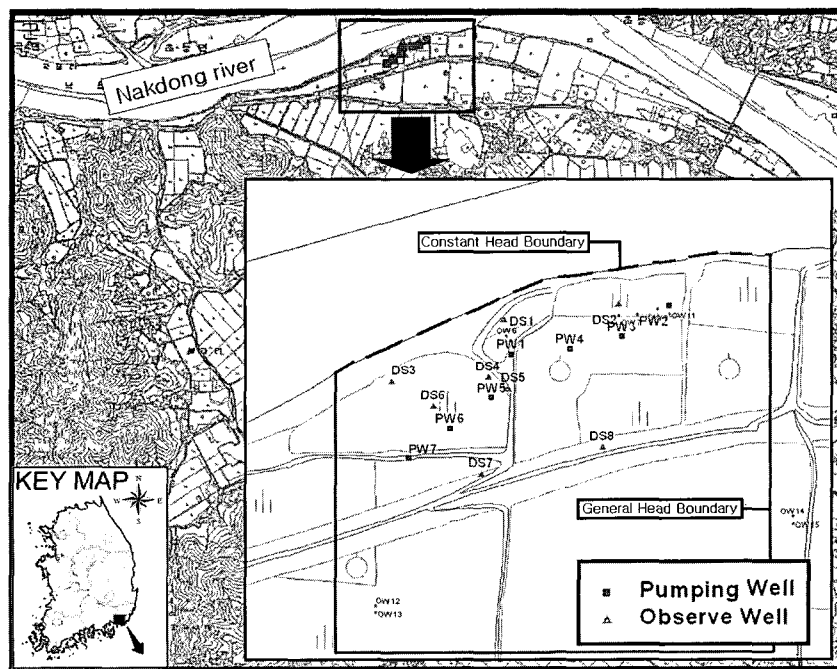


Fig. 5. Location of Pumping and Monitoring Wells of the Study Area

Table 1. Hydraulic Conductivity(m/s) Estimated by Grain Size Analysis (부산대학교, 2004)

Well No.	Fine sand	Medium sand	Fine sand	Sand/Gravel
DS1	3.3E-5	4.9E-4	1.5E-4	-
DS2	1.8E-4	3.4E-4	2.8E-4	5.6E-4
DS3	2.8E-4	-	-	4.1E-3
DS4	3.0E-4	8.4E-4	4.0E-4	9.0E-2
DS5	1.2E-4	5.6E-4	2.9E-4	-
DS6	1.9E-4	-	-	-
DS7	1.9E-4	6.8E-4	4.0E-4	-
DS8	1.6E-4	7.1E-4	3.0E-4	-
Min.	3.3E-5	3.4E-4	1.5E-4	5.6E-4
Max.	3.0E-4	8.4E-4	4.0E-4	9.0E-2
Median	1.8E-4	6.2E-4	2.9E-4	4.1E-3
Mean	1.8E-4	6.0E-4	3.0E-4	3.2E-2

택하여 2차원 지하수 모의를 실시하였는데, 이는 대부분의 지하수 유동이 중립질 모래층에서 이루어지고 있기 때문이다.

5. 적용 결과 및 비교

5.1 적용결과

역해석시 지하수위를 모사하기 위한 프로그램으로 USGS에서 개발한 MOC을 사용하였다.

MOC은 2차원으로 지하수 유동과 오염물질 거동을 동시에 모의할 수 있으며, 정상류와 비정상류를 모의할 수 있다. 모의에 사용한 조건은 Table 2와 같으며 모델 영역은 Fig. 4에 보인 바와 같다. 수치계산에 사용한 경계조건은 Fig. 5와 같으며 2차원 격자도와 경계조건은 박서화(2005)와 같다.

Table 2. Modeling Condition

State of Flow	steady state
Pumping Period	2 years
Pumping Rate	2000m ³ /day
Thickness of Saturated Zone	38.5m
Level of Nakdong River	1.5m
Width(X)	400m
Height(Y)	500m
ΔX	20m
ΔY	20m

역해석은 강변여과를 시행하기 전 자연적인 지하수 흐름 상태인 경우(Case 1)와 강변여과수 취수를 시작하여 변화된 지하수위를 이용한 경우(Case 2)로 나누어 시행하였다.

사용된 지하수위는 창원시 대산면의 2003년 10월 자료를 이용하였다(부산대학교, 2004).

[Case 1] 취수 전의 지하수위 사용

Table 3은 8개의 관측공 중 자료의 일관성이 있는 6개 관측공에서 실측한 지하수위를 이용하여 역해석을 실시한 결과이다. 역해석 전의 상대오차는 0.4~29.6%로 나타났으나 역해석 후의 상대오차는 0.4~16.7%로 줄어들음을 알 수 있다.

Fig. 6은 투수계수(T)가 초기값 0.02m²/sec에서 0.0053m²/sec으로 수렴되는 과정을 보여주고 있다. 본 연구에서 사용된 수렴조건은 목적함수의 1차 미분값이 10⁻⁵ 이내이다.

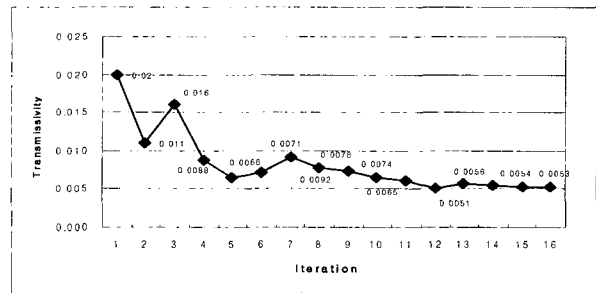


Fig. 6. Convergence of Transmissivity: Data before riverbank filtration

[Case 2] 취수 후의 지하수위 사용

Table 4는 취수 후의 관측 지하수위를 이용하여 역해석을 실시한 결과이다. 역해석 전의 상대오차는 3.6~44.0% 였으나 역해석 후의 상대오차는 최저 0.3%에서 최대 27.8%, 역해석 전·후의 RMSE(Root Mean Square Error)는 1.0195에서 0.4459로 줄어들음을 알 수

Table 3. Result of Back-Analysis: Data Before Riverbank Filtration

Well No.	Observed Ground Water Level (m)	Before Back-Analysis		After Back-Analysis	
		Calculated Water Level (m)	Relative Error (%)	Calculated Water Level (m)	Relative Error (%)
DS1	1.318	1.6692	26.6	1.5394	16.7
DS2	1.327	1.7210	29.6	1.5121	13.9
DS5	1.615	1.6229	0.4	1.5698	2.7
DS6	1.605	1.5721	2.0	1.6392	2.1
DS7	1.740	1.6383	5.8	1.5841	8.9
DS8	1.720	1.8407	7.0	1.7117	0.4
RMS error (m)		0.168		0.108	

Table 4. Result of Back-Analysis: Data After Riverbank Filtration

Well No.	Observed Ground Water Level (m)	Before Back-Analysis		After Back-Analysis	
		Calculated Water Level (m)	Relative Error (%)	Calculated Water Level (m)	Relative Error (%)
DS1	1.230	1.0981	10.7	1.2733	3.5
DS2	1.238	1.3623	10.0	1.4253	15.1
DS5	1.617	1.5576	3.6	1.6233	0.3
DS6	1.608	0.8990	44.0	1.1594	27.8
DS7	2.280	1.9161	15.9	2.0211	11.3
DS8	2.538	1.9480	23.2	2.1629	14.7
RMS error(m)		0.330		0.220	

있다. 이는 역해석 후 모의된 지하수위가 관측값에 보다 더 접근했음을 의미한다.

Fig. 7은 투수량계수가 초기값 0.01m²/sec에서 0.018 m²/sec로 수렴되는 과정이다.

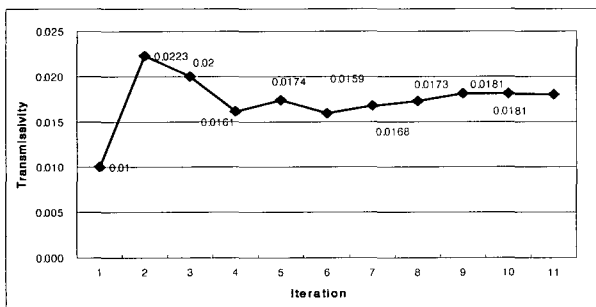


Fig. 7. Convergence of Transmissivity: Data After Riverbank Filtration

5.2 기존 역산모델과의 비교

지하수 모델링을 할 때에는 현장에서 측정된 지하수위와 모델링을 통해 계산된 지하수위를 서로 비교하여 적절한 오차 범위내로 조정하는 매개변수 보정과정을

반드시 거쳐야 한다. 기존 지하수 모델링 소프트웨어에는 다양한 역산 모델링 프로그램이 있는데, 대표적인 지하수 모델링 프로그램 중 하나인 GMS에서 제공하는 역산 프로그램에는 MODFLOW 2000 PES process, PEST, UCODE(Brigham Young Univ., 2002) 등이 있다.

한편 이런 프로그램을 사용하지 않고 수동으로 입력 변수를 적절한 간격으로 바꾸어 넣어주면서 오차를 최소화 하는 시행오차법(trial and error)이 사용될 수도 있다.

창원시 대신면 강변여과 지역의 2003년 10월 4일 자연흐름 상태 지하수위를 이용하여 1) 시행오차법과, 2) MODFLOW 2000 PES process를 사용하여 역산모델한 결과를(부산대학교, 2004) 본 연구 결과와 비교하였다. 각 모형에서 사용한 입력정수는 동일하며 모델링조건을 비교표는 Table 5와 같으며, 역산모델 결과는 Table 6에 제시하였다. 모의영역과 경계조건이 약간 상이하지만 대부분의 입력정수들을 기존의 역산모델과 동일하게 사용하여 그 결과를 비교했을 때 본 연구 결과의 RMSE가 더 작아 양호한 것을 확인할 수 있다.

Table 5. Comparison with Modeling Condition

	Trial-Error Method & PES process	This Study
State of Flow	steady state	steady state
Pumping Period	2 years	2 years
Pumping Rate	2,000m ³ /day	2,000m ³ /day
Thickness of Saturated Zone	38.5m	38.5m
Level of Nakdong River	1.5m	1.5m
Area	39,130m ²	2,000m ²
Cell Size	about 50m	20m
Layers	4	1

Table 6. Comparison with Other Back-Analysis

Well No.	Observed Ground Water Level (m)	Trial-Error Method (m)	MODFOLW 2000 PES process (m)	Result of This Study (m)
DS1	1.318	1.461	1.451	1.5394
DS2	1.327	1.453	1.402	1.5121
DS3	1.335	1.490	1.458	-
DS4	1.468	1.487	1.471	-
DS5	1.615	1.506	1.498	1.5698
DS6	1.605	1.509	1.497	1.6392
DS7	1.740	1.560	1.550	1.5841
DS8	1.720	1.551	1.548	1.7117
RMSE		0.1183	0.1143	0.108

6. 결 론

본 연구에서는 강변여과 대수층의 투수량계수 추정 을 위해 2차원 지하수 흐름해석 프로그램인 MOC을 최적화 모듈과 연결하여 역해석 프로그램을 개발하였고, 실제 강변여과 시행 지역인 창원시 대산면 지역에 적용 하였다. 초기 투수량계수는 입도분석을 통해 어느 정도 실제 대상지반과 유사한 값을 사용하였다. 강변여과수 취수 전의 자연 지하수 흐름 상태와 강변여과 시행 중 의 흐름 상태에 대해 각각 역해석을 수행하고 이를 통 해 보정된 투수량계수로 지하수위를 모의한 결과, 두 경우 모두 실측 지하수위와 상당히 유사해짐을 알 수 있었다. 이로써 다양한 수위 자료에 대해 초기 가정치 에 큰 영향 없이 최적값에 수렴하는 것을 확인하였고, 개발된 프로그램의 현장 적용성이 양호함을 알 수 있었 다. 본 연구를 통해 개발된 프로그램이 비교적 소규모 지역에 적용되었고 2차원으로 지하수위를 모의하였다 는 제한점은 있으나, 같은 연구 대상지역에 같은 자료 를 활용하여 기존 상용 역산 모델을 이용하였을 때와 본 연구결과를 비교한 결과 기존 모델보다 실측 지하수 위와의 오차가 더 작아짐을 확인할 수 있었다. 기존에 실시해오던 시행오차법은 계산 시간이 오래 걸리고 번

거로운 단점이 있으며, 상용 역산 모델은 사용방법을 익히는데 어려움이 있을 뿐 아니라 입력변수도 상당히 많음을 고려할 때, 개발된 프로그램은 빠른 계산 시간 과 프로그램의 확장성 등의 측면에서 유리하다고 판단 된다.

감사의 글

본 연구는 21세기 프론티어연구개발사업인 수자원의 지속적 확보기술개발사업단의 연구비지원(과제번호: 3-4-2)에 의해 수행되었습니다.

참 고 문 헌

- 김대환, 이상일 (2005). "강변여과에서 콜로이드 물질이 오염물 거동에 미치는 영향", **한국수자원학회 학술 발표 논문집**, 한국수자원학회.
- 동국대학교 (2005). 인공함양을 활용한 한강 및 낙동강 유역 수도공급 방안 연구 1차년도 요약 보고서.
- 민덕기, 최성욱, 박명철 (1996). "터널의 계측변위를 이 용한 역해석기법에 관한 연구", **대한지반공학회 가 을 학술발표회 논문집**, 대한지반공학회, pp.71-78.

- 박서화 (2005). 역해석을 이용한 강변여과 대수층의 매개변수 추정. 석사학위논문, 동국대학교, p. 17.
- 박서화, 이상일 (2005). “강변여과 대수층의 매개변수 추정을 위한 역해석”, **한국수자원학회 학술발표 논문집**.
- 부산대학교 (2004). 낙동강 중하류 강변여과수 개발지역 수리지질 특성평가.
- 윤성용, 김상준, 박재현 (2002). 강변 여과과정에서 박테리아의 발생 및 이동에 관한 모형개발, **환경기술 연구개발 사업 보고서**, 인천지역환경기술개발센터.
- 이상덕 (1997). (기본) 토질시험 : 원리와 방법, 새론, 서울, p. 428.
- 장범수 (1998). 지반의 탄소성 하중-변위 관계를 이용한 흙막이 벽의 역해석 기법 개발, 박사학위논문, 연세대학교.
- 정영훈 (1999). 초정 지역의 지하수 수위강하 자료를 이용한 대수층의 매개변수 추정, 석사학위논문, 충북대학교.
- 함세영, 정재열, 김형수, 한정상, 류수희 (2004). “창원시 북면 낙동강 주변 하성퇴적층의 지하수유동 모델링 연구.” **자원환경지질**, 제37권, 5호, pp. 499-508.
- Brigham Young University(2002), *Groundwater Modeling System 4.0 Tutorials*
- Gioda, G., Locatelli, L. (1999). “Back Analysis of The Measurements Performed during The Excavation of A Shallow Tunnel in Sand.”, *International Journal for Numerical and Analytical Method in Geomechanics*, Vol. 23, pp. 1407-1425.
- Gioda, G., Maier, G. (1980). “Direct Search Solution of an Inverse Problem in Elastoplasticity: Identification of Cohesion, Friction Angle and In-Situ Stresses by Tunnel Tests”, *International Journal for Numerical Method in Engineering*, Vol. 15, pp. 1823-1848.
- Gioda, G., Sakurai, S. (1987). “Back Analysis Procedures for the Interpretation of Field Measurements in Geomechanics”, *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 11, pp. 555-583.
- Mays, L. W., Yung, Y. K. (1992). *Hydrosystems Engineering and Management*, McGraw-Hill.
- Kim, S. B. (2003). “Effect of dissolved organic matter and bacteria on contaminant transport in riverbank filtration”, *Journal of Contaminant Hydrology*, 66, pp. 1-23.
- Kim, Y. T., Lee, S. R. (1997). “An Equivalent Model and Back-analysis Technique for Modelling In-Situ Consolidation Behavior of Drainage Installed Soft Deposits”, *Computers and Geotechnics*, Vol. 20, No. 20, pp. 125-142.
- Press, W. H., Teukolsky, S. A., Vetterling, W. T., Fannery, B. F. (1992). *Numerical Recipes*, 2nd ed., Cambridge. pp. 384~386.

(논문번호:05-139/접수:2005.10.26/심사완료:2006.05.03)