

## 유연보의 충격응답에 대한 단순 피드포워드 능동제어 실험 및 성능분석

A Simple Feed-forward Active Control Method  
for the Shock Response of a Flexible Beam: Experiments  
and Its Performance Analysis

표상호\*·신기홍†

Sangho Pyo and Kihong Shin

(2006년 4월 6일 접수 ; 2006년 5월 4일 심사완료)

Key Words : Active Control(능동제어), Simple Feed-forward Control(단순피드포워드 제어), Flexible Beam(유연보), Piezoceramic Actuator(압전 작동기), Residual Vibration(잔류 진동)

### ABSTRACT

Active control method is applied to a flexible beam excited by a shock impulse in order to reduce the residual vibrations after the shock event. It is assumed that the shock input can be measured and is always occurred on the same point of the beam. If the system is well identified and the corresponding inverse system is designed reliably, it has shown that a very simple feed-forward active control method may be applied to suppress the residual vibrations without using error sensors and adaptive algorithm. Both numerical simulations and experimental results show a promising possibility of applying to a practical problem. Also, the performance of the method is examined by considering various practical aspects : shock duration, shock magnitude, and control point.

### 1. 서 론

항공우주분야의 인공위성안테나 및 정밀공작기계, 로봇팔 등과 같이 낮은 강성과 적은 감쇠를 갖는 구조물을 유연구조물(flexible structures)이라 한다. 이러한 유연구조물들은 성능을 향상시키기 위하여 질량의 감소가 끊임없이 시도 되고 있다. 따라서 작은 충격(shock)이나 이동에도 잔류진동(residual vibration)이 오래 지속되는 경우가 많다. 그로 인해 수반되는 잔류진동으로 인공위성 안테나는 정확한

송수신이 되질 않으며 정밀공작기계에서는 채터마크(chatter mark)와 같은 거친 표면이 발생하여 산업용 로봇은 위치제어의 오차를 발생하여 응답성이 늦어지는 문제점을 유발 시킨다. 특히 유연한 구조물의 잔류진동은 구조물의 마모와 피로를 가져와 수명을 단축시켜 신뢰성(reliability)을 떨어뜨린다.<sup>(1~4)</sup>

유연구조물의 능동진동제어 방법으로는 구조물의 변화에 적절하게 대응할 수 있도록 에러신호를 검출하고 이에 따른 필터계수를 변환하는 적응제어(adaptive control)<sup>(5~8)</sup>방법이 있다. 그러나 이 경우 에러검출센서와 부가장비 등에 의하여 제어시스템이 복잡해지며, 심한 외란의 경우 제어력의 응답성이 떨어지는 단점이 있다.

이 연구에서 다루려 하고자 하는 능동제어는 충격에 의한 잔류진동의 조기 안정화가 주목적이다. 이

\* 책임저자; 정희원, 안동대학교 기계공학부  
E-mail : kshin@andong.ac.kr

Tel : (054) 820-5885, Fax : (054) 823-5495

† 정희원, 안동대학교 대학원 기계공학과

에 에러검출센서를 이용한 피드백제어 또는 적응제어방법이 아닌 단순한 방식의 피드포워드 능동제어를 구성하였다. 충격외력을 일정한 위치에서 일어나는 경우, 충격 외력을 측정할 수 있고, 또한 시스템의 모델링이 정확히 이루어진다면 에러신호의 검출과 제어 알고리듬의 안정성을 고려할 필요 없는 단순 피드포워드 능동제어 시스템을 구현할 수 있다. 이 연구에서는 저역통과필터(lowpass filter), 전원증폭기(power amplifier)등 여러 장비의 특성을 고려한 시스템 모델링을 구성하였으며 작동기와 센서가 동일한 위치에 있지 못하는 비최소위상시스템(nonminimum phase system)의 특성을 고려하고 제어성능을 높이기 위하여 유연보의 주파수응답함수(FRF)와 최소자승법(least squares method)을 이용한 최적필터(optimal filter)<sup>(9)</sup>를 구성하고 적절한 제어력을 구성하였다.

유연보의 자체가 경량이므로 작동기와 센서가 가능하면 소형이고 부착이 용이 해야 하므로 전기-기계적 결합성이 매우 좋고 전기적인 안정성과 광범위의 제어가 가능한 압전작동기(piezoceramic actuator)를 이용한 단순피드포워드 능동충격응답제어방법을 연구하였다.<sup>(10,11)</sup>

잔류진동의 효과적인 성능을 검증하기 위해서는 다양한 조건에서의 정확한 측정과 성능평가가 이루어져야 한다. 이 연구에서는 충격입력의 작용시간과 크기의 변화에 따른 성능실험을 하였으며 또한 제어 시점 선택에 따른 성능실험 및 분석을 수행하였다.

## 2. 유연보의 모델링

피드포워드 능동 충격응답 제어를 구현하기 위해서는 시스템의 분석과 정확한 모델링이 이루어져야 한다. Fig. 1은 유연보의 모델을 나타내었다. 유연보에 대해 압전작동기(PZT)에서 굽힘 모멘트가 작용하고 보의 끝단에서 변위  $w(x, t)$ 를 탐지한다면, 입력전압과 끝단 변위 사이의 관계를 주파수 응답함수(FRF)로 나타내면 다음과 같이 표현된다.

$$G(j\omega) = \frac{w(L_x, \omega)}{V(\omega)} \quad (1)$$

$$= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\alpha_M \phi_n(L_x) \phi_n'(L_{x,pe})}{M_n[(\omega_n^2 - \omega^2) + j2\zeta_n \omega_n \omega]} \quad (1)$$

여기서  $\phi_n(x)$ 는 굽힘모드 형상,  $L_x$ 은 보의 길이,  $L_{x,pe}$ 은 고정단에서 압전작동기까지의 길이,  $M_n$ 은 정규화된 질량,  $\alpha_M$ 은 압전작동기의 게인(gain) 값이며,  $\omega_n$ 은 고유주파수,  $V(\omega)$ 은 입력전압, 그리고  $\zeta_n$ 은 점성감쇠비이다.

Fig. 2(a), (b)는 실제 유연보에 대한 주파수응답함수의 크기(magnitude)와 위상(phase), 임펄스응답(impulse response)을 각각 나타내었다.

서론에서 언급한 바와 같이 이 연구에서 제안된 피드포워드 능동충격응답제어에서는 시스템의 정확한 모델링이 매우 중요하다. 그 이유는 제어기 설계의 핵심이 되는 inverse filter를 이용하여 구성된 제어입력의 오차를 최소화하기 위함이다. 따라서 제어 알고리듬에서 사용되는 주파수응답함수는 유연보 자체의 주파수응답함수가 아니고 전원증폭기(power amplifier)를 통과하기 전 신호와 신호조절기(signal conditioner)에서 측정한 신호 사이의 주파수응답함수를 구하였다. 이는 여러 장비들을 거

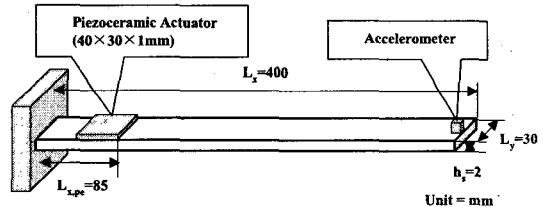


Fig. 1 Flexible beam model

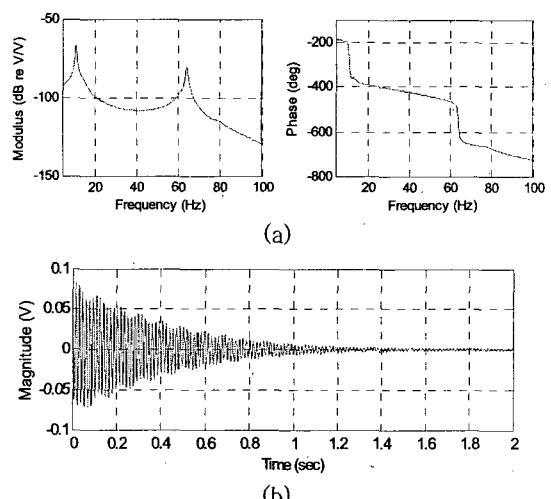


Fig. 2 (a) FRF, magnitude and phase plots of the beam (b) impulse response of the beam

치면서 발생하는 신호의 왜곡(distortion) 현상을 고려하기 위함이다. Fig. 2(a)에서는 나타나지 않았지만 3차 모드 이상의 고차모드의 크기는 매우 작고 또한 고차모드 성분은 빠르게 감소하기 때문에 이 연구에서는 잔류진동에 큰 영향을 미치는 1, 2차 모드 성분만을 고려한 능동 충격응답 제어시스템을 구현하였다.

### 3. 제어기 설계 및 Simulation

앞 절에서 계측한 유연보의 주파수응답함수(FRF)를 이용하여 시뮬레이션을 수행하였다. 충격입력이 유연보를 가진 시키고 제어기를 통과한 충격입력은 유연보의 잔류진동을 억제시키는 제어신호를 발생시킨다. 이때 제어기는 선형 시스템(linear system)으로 가정하였으며 제어기의 구성 및 계략적인 알고리듬은 Fig. 3에 나타내었다. 유연보의 제어신호 생성 과정은 다음과 같이 요약될 수 있다. 먼저 실제 계측된 신호를 이용하여 구성된 유연보의 모델,  $G(j\omega)$ 을 사용하여 충격입력,  $x(t)$ 에 대한 충격응답,  $y(t)$ 을 예측한다. 다음, 제어가 이루어지는 시점이  $\tau$ 인 경우  $t > \tau$ 에 해당하는 예측값만 추출한다. 즉, 다음과 같은 잔류진동 신호를 구성한다.

$$y_1(t) = \begin{cases} y(t) & \text{if } t > \tau \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

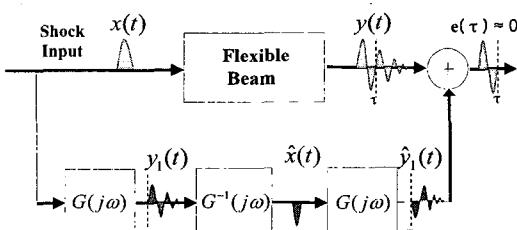


Fig. 3 Control process

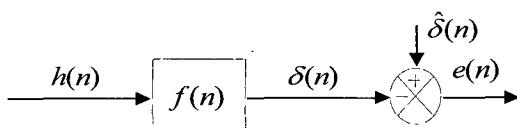


Fig. 4 Block diagram for designing a inverse filter

Fig. 4는 최소자승법에 의한 inverse filter,  $f(n)$ 를 구하는 블록 선도(block diagram)를 나타낸다.

$h(n)$ 은 impulse response function을 나타내며 Mixed phase system이므로 실제 inverse filter를 설계시에는 delay를 고려해야 한다. optimal inverse filter,  $f(n)$ 는 다음과 같이 구하여 진다.

$$\mathbf{f} = \mathbf{R}^{-1} \mathbf{g} \quad (2)$$

식 (2)를 matrix 형태로 표현하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{bmatrix} r_{hh}(0) & r_{hh}(1) & \dots & r_{hh}(M) \\ r_{hh}(1) & r_{hh}(0) & \dots & r_{hh}(M-1) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ r_{hh}(M) & r_{hh}(M-1) & \dots & r_{hh}(0) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} f(0) \\ f(1) \\ \dots \\ f(M) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} h(0) \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (3)$$

여기서  $M$ 은 inverse filter의 개수이며  $\mathbf{g}$ 는 cross-correlation vector이며 다음과 같다.

$$g(m) = \sum_{n=0}^N \delta(n)h(n-m) \quad (4)$$

$\mathbf{R}$ 은 auto-correlation matrix이며 다음과 같다.

$$r_{hh}(m) = \sum_{n=0}^N h(n)h(n-m) \quad (5)$$

Fig. 5는 inverse filter의 계수와 유연보의 모델 비교를 나타내었다. 필터의 계수는 500개, 필터의 sampling rate는 1 kHz이며, delay는 100으로 설정하였다.

유연보 모델과 inverse filter로 구성된 제어기를 이용하여 컴퓨터 시뮬레이션을 수행하였다.

Fig. 6(a)는 반정현파 형태의 충격입력과 제어입력을 나타내었으며 Fig. 6(b)는 모델보,  $G(j\omega)$ 에 충격입력을 가진 한 뒤 0.5초 후 제어입력을 발생시켰을 때의 응답을 나타내었다. 제어신호 발생 직후의 잔류진동 대부분이 제거됨을 볼 수 있다.

### 4. 실험 및 성능분석

#### 4.1 실험 결과

유연보의 충격응답에 대한 능동제어의 실험적 검증을 위한 실험장치 구성은 Fig. 7에 나타내었다.

Fig. 8은 제어과정을 나타내었다. 신호발생기(signal generator)로부터 만들어진 충격입력은 반정현파(half-sine) 형태의 임펄스신호를 디지털처리기(DSP)와 전원증폭기로 보낸다. 전원증폭기에 입력된 신호는 유연보를 가진시키고 디지털처리기로 입력된 신호는 inverse filter를 이용하여 0.5초 이후의 잔류진동을 제거하기 위한 제어력을 발생시킨다. 이는 충격입력의 가진 시간과 디지털처리기(DSP)의 처리속도의 지

연시간(delay)를 고려함이다.

Table 1은 충격입력의 크기 및 제어시점, 지연시간을 나타내었다. Fig. 9(a)는 충격입력 대한 유연보의 응답을 나타내었다. Fig. 9(b)는 충격입력이 가해진 후 제어입력을 통하여 유연보의 잔류진동을 제어한 결과이다. 시뮬레이션 결과와 마찬가지로 충격입력 후 0.5초 이후의 잔류진동이 90% 이상 제거됨을 볼 수 있다. 감소율은 아래와 같이 산출하였다.

$$\text{감소율}(\%) = \frac{X_1 - X_2}{X_1} \times 100$$

$X_1$ 는 제어 전 최대진폭,  $X_2$ 는 제어 후 0.1초

Table 1 Specification

Input voltage	160 V
Shock duration	0.095 sec
Control point	0.483 sec
Filter(0.1 sec) + DSP delay	0.232 sec

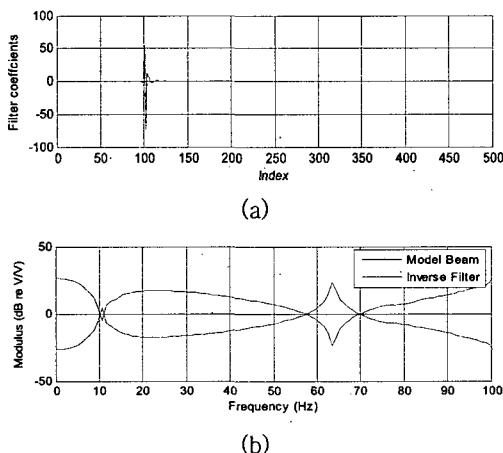


Fig. 5 (a) The designed inverse filter with delay  
(b) Frequency response of  $G(j\omega)$  and  $G^{-1}(j\omega)$

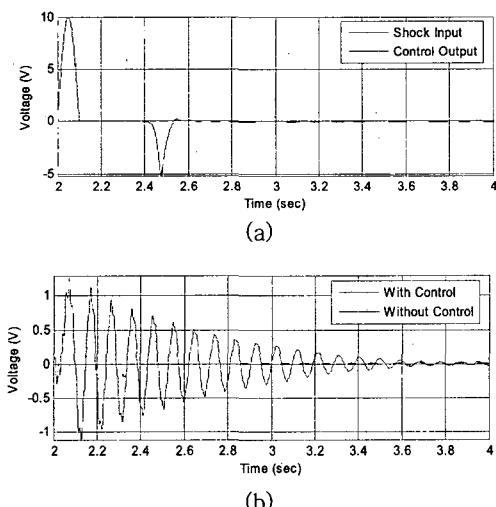


Fig. 6 (a) Shock input and control input  
(b) Comparison of responses with/without control

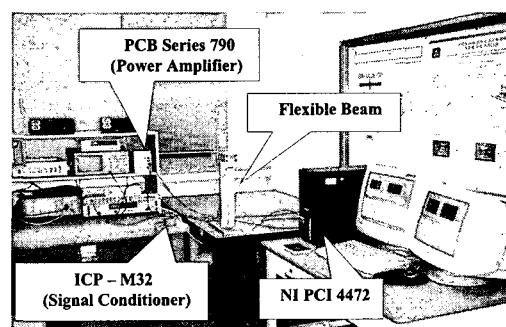


Fig. 7 Experimental set-up

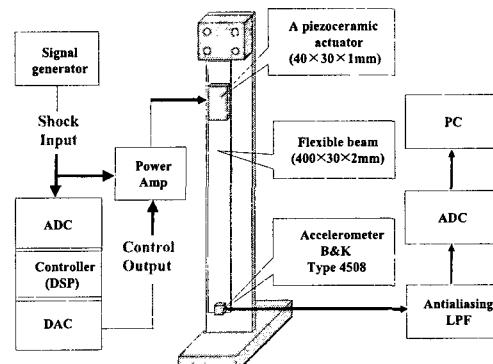


Fig. 8 Implementation of feed-forward shock control

지난 진폭이다. 여기서 0.1 초는 inverse filter delay를 고려한 값이다. 실험에서도 이 연구에서 제안한 제어방법이 매우 효과적임을 알 수 있다.

#### 4.2 충격입력의 작용시간 따른 성능분석

충격입력의 작용시간(shock duration) 변화에 대한 제어성능을 분석하기 위하여 다음과 같이 반정현 함수(half sinusoid)의 형태로 충격주기를 모델링하였다.

$$y(t) = \begin{cases} Y \sin \omega_p t & 0 \leq t \leq t_1 = \pi / \omega_p \\ 0 & t > t_1 = \pi / \omega_p \end{cases}$$

여기서  $Y$ 는 충격크기이며  $\omega_p$ 는 가진주파수,  $t_1$ 은 충격입력의 작용시간을 나타낸다. 가진 주파수,

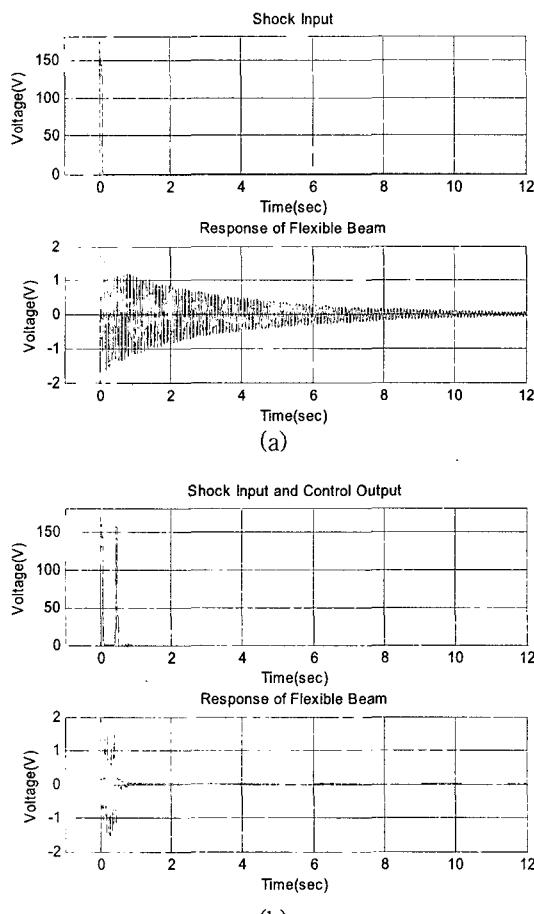


Fig. 9 Experimental results of half sine shock input (a) without control (b) with control

$\omega_p$  와 그에 상응하는 작용시간,  $t_1$ 은 얼마나 오랫동안 충격이 유연보에 지속될지를 결정한다. 반정현 함수 형태의 입력에 대하여 가장 큰 잔류진동을 유발시키는 유연보의 1차 고유주기(0.095초)를 기준으로 하여 그 주위의 작용시간을 생성하였다. Table 2에서와 같이 작용시간을 구성하였으며 그에 따른 적절한 시간지연(delay)를 주어 성능실험을 수행하였다. 충격크기에 따른 시스템의 시간지연은 고려할 필요가 없지만 충격가진 시간에 따라 시스템의 응답이 달라지므로 충격가진 시간의 증가분만큼 시간지연을 증가하거나 감소해야 최적의 성능을 보일 수 있다. Fig. 10 작용시간의 변화에 따른 제어결과, (a) ~ (c) 와 잔류진동의 감소율, (d)을 나타내었다. 결과에서 볼 수 있듯이 대부분의 영역에서 높은 성능을 보이는 반면 0.1 ~ 0.11sec 부근에서 성능이 다소 저하됨을 볼 수 있다. 상대적으로 성능이 떨어지는 이유는 Fig. 10(c)의 결과에서 보는 바와 같이 충격응답의 크기가 매우 작은 경우 신호대 잡음비(SNR)가 상대적으로 낮기 때문일 것으로 판단된다.

Table 2 Specification

Input voltage	90 V
Shock period	0.08 ~ 0.11 sec
Control point	0.472 ~ 0.494 sec
Filter(0.1 sec) + DSP delay	0.212 ~ 0.227 sec

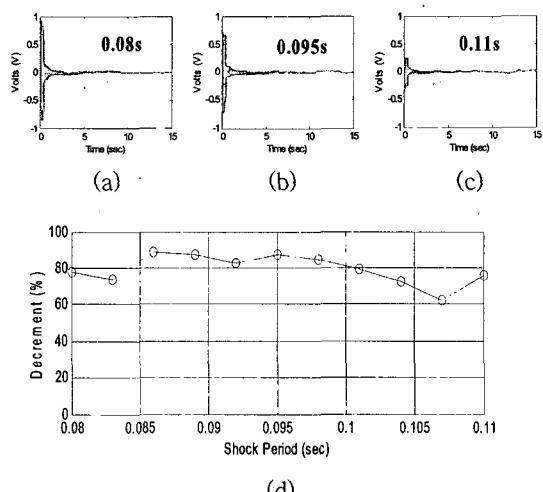


Fig. 10 (a)~(c) Control results and (d) decrement which it follows in shock duration

#### 4.3 충격크기에 따른 성능분석

충격크기(shock magnitude)의 변화에 따른 유연보의 성능분석을 수행하였으며 충격크기의 범위는 Table 3에 나타내었다. Fig. 11 충격크기의 변화에 따른 제어결과, (a)~(c)와 잔류진동의 감소율, (d)를 나타내었으며 충격주기에 따른 성능분석과는 다르게 대부분의 영역에서 높은 성능을 유지함을 볼 수 있다.

#### 4.4 제어시점에 따른 성능분석

이 절에서는 제어시점의 선택에 따른 성능실험을 하였다. 제어시점(control point)이란 Fig. 12에서 나타낸 것과 같이 제어하고자 하는 시작점의 진폭이 '0'인 지점과 멀어진 편차를 의미한다.

Table 4는 제어시점과 그에 따른 진폭을 나타내었다. 그 결과는 Fig. 13은 제어시점의 선택에 따른 제어결과, (a)~(f)와 잔류진동의 감소율, (g)을 나타내었다. 진폭이  $-0.03 \sim 0.03$  구간에서는 높은 제어성능을 발휘하는 반면 그 이외의 구간은 성능이 급격히 감소됨을 볼 수 있다. 이는 제어시점이 '0' 점에서 멀어질수록 순간적으로 높은 제어력을

Table 3 Specification

Shock input	72~180 V
Shock duration	0.095 sec
Control point	0.482 sec
Filter(0.1 sec) + DSP delay	0.225 sec

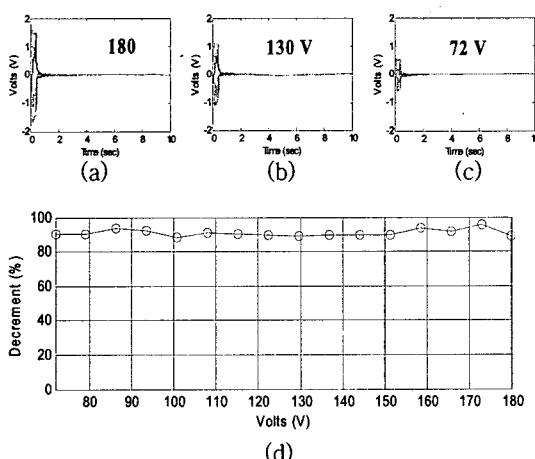


Fig. 11 (a)~(c) Control results and (d) decrement which it follows in shock magnitude

발생해야 하지만, 장비의 성능이 뒷받침 하지 못하기 때문이다. 또한 장비의 성능이 가능할 지라도 장비들의 비선형 특성과 제어대상물의 응답성 등을 고려 할 때 높은 성능을 기대하기는 힘들 것으로 판단된다. 따라서 '0' 점 부근의 제어시점을 선택해야 한다.

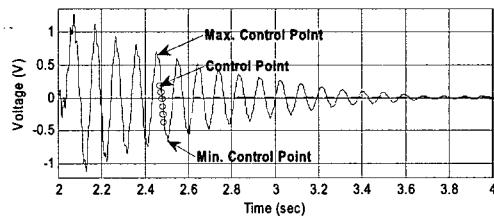


Fig. 12 Example for the control point

Table 4 Specification

Input voltage	36 V
Shock period	0.095 sec
Control point (amplitude)	0.464~0.500 sec (-0.148 ~ 0.130)
Filter(0.1 sec) + DSP delay	0.210 ~ 0.246 sec

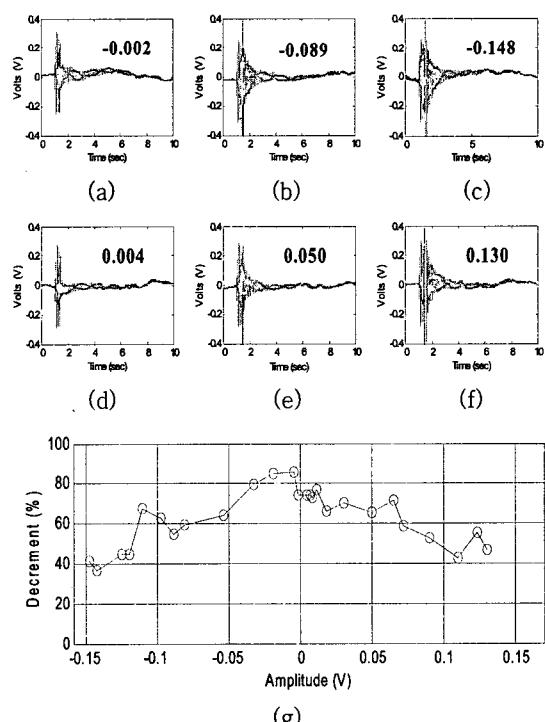


Fig. 13 (a)~(f) Control results and (g) decrement which it follows in control point

## 5. 결 론

이 연구에서는 유연한 구조물이 충격외력을 받는 경우 잔류진동을 효과적으로 제어하기 위하여 단순 피드포워드 능동충격응답제어를 제안하고 그 성능에 대하여 실험적으로 검증을 하였다. 유연보의 경우 잔류진동의 영향이 가장 큰 1,2차 모드를 고려하였으며 정확한 제어입력 생성을 위하여 각종 아날로그 장비의 특성을 고려한 inverse filter를 이용하였다. 특히 이 연구에서는 다양한 조건에서의 성능실험 및 분석을 수행하였다. 그 결과 충격입력의 작용시간과 충격크기의 변화에 따른 잔류진동의 감소율은 거의 영향이 없음을 확인 할 수 있었다. 또한 제어시점의 선택에 따른 성능분석에서는 '0' 점 부근의 제어시점을 선택하여야 높은 성능을 발휘할 수 있음을 확인 할 수 있었다.

이 논문의 결과는 위성안테나 및 로봇팔 등과 같은 곳에 충격입력을 측정할 수 있는 경우 잘 적용 될 수 있을 것으로 기대된다. 그러나 본 논문에서는 충격입력의 위치와 제어력의 위치가 같은 경우에 대하여 기술하였다. 보다 현실적으로 적용하기 위해서는 충격입력과 제어력의 위치가 다른 경우에 대한 연구가 진행되어야 하며 이는 향후 과제로 남아 있다.

## 참 고 문 헌

- (1) Lim, S., 1999, "Active Vibration Control of Structures," Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 9, No.1
- (2) Jeffrey, L. Dohner, 2004, "Mitigation of Chatter Instabilities in Milling by Active Structural Control," Journal of Sound and Vibration, Vol. 269, pp. 197 ~ 211.
- (3) Sasiadek, J. Z., 1992, Space Robotics and Manipulators : Lessons Learned from the Past

and Future Missions and Systems, 12th IFAC Symposium on "Automatic Control in Aerospace AEROSPACE CONTROL 92," pp. 51 ~ 59.

(4) Nader, Jalili, 2001, "An Infinite Dimensional Distributed Base Controller for Regulation of Flexible Robot Arms," Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, Vol. 123, No. 12, pp. 712 ~ 719.

(5) Inman, D. J., 2001, Engineering Vibration, Prentice Hall, pp. 366 ~ 391.

(6) Elliott, S. J. and Nelson, P. A., 1992, Active Control of Vibration, Academic Press, pp. 97 ~ 113.

(7) Elliott, S. J. and Bille, L., 1993, Adaptive Control of Flexible Waves Propagation in a Beam, Journal of Sound and Vibration, Vol. 163, No. 2, pp. 295 ~ 310.

(8) Vipperman, J. S., Burdisso, R. A., 1995, Adaptive Feedforward Control of Non-minimum Phase Structural Systems, Journal of Sound and Vibration, Vol. 183, No. 3, pp. 369 ~ 382.

(9) Lee, Y.-S., 2000, "Active Control of Smart Structures Using Distributed Piezoelectric Transducers," PhD thesis, ISVR, University of Southampton, UK, pp. 70 ~ 74.

(10) Gandhi, M. V., Thompson, B. S., Smart Materials and Structures, Chapman & hall.

(11) Kwak, M. K., 1995, "Active Vibration Control of Smart Structures Using Piezoelectric Material," Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 5, No. 3, pp. 292 ~ 302.

(12) Lee, Y. S, 2004, "Collocation of Sensor and Actuator for Active Control of Sound and Vibration," Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 14, No. 3, pp. 253 ~ 263.