논리연구 9-1(2006) pp.137~171

수학적 플라톤주의와 수의 비고유성 문제*

권 병 진

베나세라프의 수의 비고유성 논증은 플라톤주의에 대한 강력한 반박들 중의 하나다. 이에 대한 플라톤주의 진영에서의 대응은 현재까지 네 가지 정도가 있었다. 라이트와 헤일로 대표되는 신프레게주의, 샤피로의 ante rem 구조주의, 밸러거의 혈기왕성한 플라톤주의, 그리고 잴타의 원리화된 플라톤주의에서의 대응들이 그것들이다. 이 네 가지 대응들 중 잴타의 원리화된 플라톤주의는 진정한 플라톤주의로 간주되기 매우 힘들며, 신프레게주의는 수의 비고유성 문제 해결에 심각한 어려움을 갖고 있다. 한편 수의 비고유성 문제를 어느 정도 극복하고 있는 듯이 보이는 샤피로와 밸러거의 견해들 중, 밸러거의 견해는 인식과 지칭의 문제와 관련하여 심각한 난관에 봉착해 있다. 따라서 현재까지 제시된 이론의 상태에서는 샤피로의 견해가 수의 비고유성 문제를 인식의 문제와 함께 가장 잘 해결하고 있는 것으로 평가될 수 있다.

【주요어】 수학적 플라톤주의, 수의 비고유성, ante rem 구조주의, 혈기왕성한 플라톤주의, 원리화된 플라톤주의, 수학적 대상의 불완전성, 샤피로, 밸러거, 잴타

---

* 본 논문은 2004년도 학술진흥재단 학술연구교수지원사업의 지원에 의한 연구결과임(KRF-2004-050-A00007).

1. 서론

수가 우리의 사유와 언어로부터 독립하여 존재하는가라는 물음은 전통적으로 철학자들의 관심을 받아왔었다. 일반적으로, 우리로부터 독립하여 존재하는 객관적인 수의 존재를 인정하는 입장은 수학적 플라톤주의라고 일컬어지며, 객관적인 수의 존재를 부정하는 입장은 수학적 유명론이라고 일컬어진다. 수는 우리로부터 독립하여 존재하는 대상이라고 믿는 수학적 플라톤주의자들에게는 베나세라프의 유명한 두 논증이 넘어야 하는 가장 험한 산으로 여겨지고 있다. "Mathematical Truth"(1973)에서 베나세라프는 플라톤주의자들이 해결해야 하는 그러나 이들이 해결할 수 없을 것 같은 인식론적 문제를 제기한다. 플라톤주의자들의 수, 즉, 추상적 대상으로서의 수는 우리와의 인과적 관계에 포섭될 수 없으므로, 최상의 인식론으로 간주되는 자연주의적 인식론에 따르면, 우리가 수학적 지식을 어떻게 얻는지 설명하는 일은 불가능해진다. 따라서 플라톤주의는 적절한 존재론이 아니다. 한편 그는 이러한 인식론적 문제 제기에 앞서 1965년에 "What Numbers could not be"에서, 수를 추상적 대상으로 간주하는 플라톤주의자들에겐 또 하나의 치명적인 문제로서 수의 비고유성 문제를 이미 제기하였었다. 우리는 자연수를 집합으로 해석하는 여러 다양한 이론들을 갖고 있다. 폰 노이만의 이론에서는 Φ, $\{\Phi\}$, $\{\Phi, \{\Phi\}\}$, $\{\Phi, \{\Phi\}, \{\Phi, \{\Phi\}\}$, … 의 순서열이 자연수 순서열 0, 1, 2, 3, … 으로 이해된다. 반면에 체르멜로의 이론에서는 Φ, $\{\Phi\}$, $\{\{\Phi\}\}$, $\{\{\{\Phi\}\}\}$, …의 순서열이 자연수 순서열로 이해된다. 그런데 순수 수 이론 및 이것의 적용을 주장하는 모든 진술들의 내용은 두 해석 모두에서 만족스럽게 이해될 수 있다. 그리고 폰 노이만의 이론에서, 예를 들어, 수 2의 해

석이 되는 {Φ, {Φ}}와 체르멜로의 이론에서 수 2의 해석이 되는 {{Φ}} 두 집합 중에 어느 것이 진짜 자연수 2인지를 결정할 수 있게 해주는 어떤 다른 증거도 있을 수 없는 것 같다. 그런데 플라톤주의에 따르면 수는 우리로부터 독립하여 존재하는 대상이므로, 그리고 하나의 대상은 어떤 동일성 기준에 의하여 다른 대상과 구별되는 고유한 것이므로, 이러한 수의 비고유성(미결정성)은 플라톤주의에게 치명적인 문제임에 틀림없다.

본 논문에서 필자는 위 베나세라프의 두 논증들 중의 하나인 수의 비고유성 논증에 대하여 플라톤주의자들이 어떠한 대응을 할 수 있는지 살펴보려고 한다.[1] 물론, 수의 비고유성 문제에 대한 플라톤주의자들의 해결 방안은 베나세라프의 다른 반플라톤주의적 논증인 인식론적 논증과 관련해서도, 완전한 해결 방안은 아니라 하더라도, 적어도 그러한 해결 방안을 찾는 일이 불가능해지도록 만드는 것이어서는 안 된다는 점은 분명하다. 수의 비고유성 문제에 대하여 이때까지 플라톤주의자들이 제시한 해결 방안은, 필자가 알고 있는 바에 따르면, 네 가지가 있었다. 신프레게주의자인 라이트와 헤일의 해결 방안, ante rem 구조주의자인 샤피로의 해결 방안, 혈기 왕성한 플라톤주의(Full-blooded Platonism)를 주장하는 밸러거의 해결 방안 그리고 원리화된 플라톤주의(Principled Platonism)를 주장하는 잴타의 해결 방안이 그것들이다. 이것들 중 라이트와 헤일의 대응 방안은, 정면 대응 방안으로서, 그들이 이른바 시이저 문제[2]에 대응하는 방식의 연장선 상에 있다. 그들

1) 수의 비고유성 문제는 플라톤주의자들에게만 위협이 되는 문제로 이해될 수 있다. 반면에, 수학자들이 수, 함수와 같은 수학적 대상에 대하여 de re 믿음을 갖고 있는 것 같다는 통상적인 견해는, 여러 개의 2가 있다고 생각하는 플라톤주의자들이나 수 2에 대한 진술을 고유한 대상에 대한 진술이 아니라 일반 진술로 이해하는 유명론자들에겐, 어떤 방식으로든지 대응해야 하는 하나의 문제가 된다.

2) 시이저 문제를 다룬 국내문헌으로서는 권병진(2001), 박준용(2002) 등이 있다.

의(특히 헤일의) 전략의 핵심은 동일성 기준과 종 간의 상관관계를 이용하여 수 존재자를 다른 종류의 존재자들과 구분하는 것이다. 이러한 방법을 이용하여 그들은 결국 프레게가 염두에 두고 있었던 수 대상 이해를 옳은 것으로 받아들인다. 예를 들어, 수 0은 '자기 자신과 같지 않은'이라는 개념과 일대일 대응하는 개념들의 집합이다. 따라서 그들은 수 0에 대한 폰 노이만과 체르멜로 둘 모두의 이해 또는 해석을 거부한다. 그런데 필자의 생각에 따르면, 그들의 전략이 완전히 실패했다고 말하는 것은 어렵겠지만, 적어도 이때까지 그들이 제시한 해결방안은 아직 수의 비고유성 문제를 완전히 해결하기엔 충분치 않은 것이 분명한 것 같다.[3] 따라서 본 논문에서 필자는 그들의 해결 방안은 잠정적으로 보류하고 나머지 세 해결 방안에 관심을 집중할 것이다. 나머지 세 해결 방안은 정면 대응 방식인 라이트와 헤일의 대응 방안과 달리 수의 비고유성 문제 자체를 의미 없는 물음으로 간주하거나 수의 비고유성을 수용하는 방안이다. 샤피로의 대응 방안은 전자에 해당하고,[4] 밸러거와 젤타의 대응 방안은 후자에 속한다.

필자는 우선 이 세 가지 해결 방안들이 어떠한 존재론적 가정과 인식론적 함축을 갖고 있는지 분명히 이해하기 위하여 그것들 간의 차이점 및 논쟁점을 소개하고 검토할 것이다. 그리고 이러한 검토를 토대로 하여, 그것들 중 어떤 것이 수의 비고유성 문제에 대한 가장 만족할 만한 플라톤주의적 대답으로 간주될 수 있는지 판단해 보고자 한다.

---

3) 필자는 권병진(2004)에서 헤일이 Hale(1987)에서 행한 대응이 만족스럽지 않다는 것을 논한 바 있다.

4) 샤피로의 대응 방안은 수의 비고유성을 거부하는 ― 즉, 수의 고유성을 인정하는 ― 방안으로 이해될 수도 있다.

2. 샤피로의 ante rem 구조주의: 구조 속의 위치로서의 수 대상

(1) 세 가지 유형의 구조주의

일반적으로, 수의 비고유성 문제를 심각하게 받아들이면서 그것을 극복하고자 하는 대표적인 시도로서 구조주의가 언급된다. 실제로, 수의 비고유성 문제가 제기되고 있는 Benacerraf(1965)에서 베나세라프 자신이 취한 입장은 흔히 구조주의의 한 유형(제거적 구조주의)으로 이해되고 있다. 수 존재론으로서의 구조주의는, 한마디로 말하면, 수학의 탐구대상은 구조라고 주장하는 입장이다. 즉, 수학적 진술은 구조에 대한 진술이다. 그리고 수학적 대상은 구조에서의 위치이다. 흔히 인용되는 레스니크의 표현을 빌린다면, "수학의 대상들, 즉, 수학적 상항들과 양화사들이 지칭하는 존재자들은 구조들에서의 — 내적인[5] — 구조를 갖지 않는 점들 또는 위치들이다. 구조들에서의 위치들로서, 그것들은 구조 밖에서는 그 어떠한 동일성 또는 성질도 갖지 않는다."[6] 이러한 소개를 접했을 때 가장 먼저 자연스럽게 나오는 반응은 "구조는 무엇인가?"라는 물음일 것이다. 그런데 구조가 무엇인지 간결하게 말하려면 "체계"라는 용어를 사용하는 것이 편리하다. 체계는 서로 어떤 관계 속에 있는 대상들의 모임이다. 예를 들어, 경기 중인 대한민국 국가대표 축구팀이라는 체계는 공격과 수비 시에 일정한 위치 또는 역할 관계 속에 있는 축구선수들의 모임이다. 그리고 구조는, 체계 내의 대상들 간의 상호 관계에 초점을 맞추는 반면에 그러한 관계에 영향을 미치지 않는 대상들의 속성들을 — 예를 들어, 선수들의 키,

5) 이해를 쉽게 하기 위하여 번역자(본 논문의 필자)가 임의로 삽입한 것임.
6) Resnik(1981), p.530.

머리카락 색깔, 100미터 달리기 기록 등— 무시함으로써 파악되는 체계의 추상적 형식이다. 그리고 우리는 하나의 체계가 구조를 “실현”(또는 “예화”)한다고 표현할 것이다. 경기 중인 대한민국 국가대표 축구팀은 축구팀이라는 구조를 실현 또는 예화한다.

수의 비고유성 문제를 소개할 때, 우리는 자연수의 순서열(sequence)은 폰 노이만의 이론과 체르멜르의 이론에서 서로 다른 — 집합들의— 순서열로 해석될 수 있다고 말하였다. 더욱이, 자연수의 순서열은 또한 시작점을 가진 초간격의 — 무한히 진행하는 — 시각들의 순서열, 또는 종이 위에 차례로 그어지는 — 무한히 진행하는— 짧은 선의 순서열로 해석될 수도 있을 것이다. 구조주의자들이 사용하는 “구조”라는 말은 자연수의 순서열을 포함한 이 모든 순서열들이 공통으로 갖고 있는 형식을 의미한다. 그리고 이 때 여러 개의 순서열은 그러한 공통의 구조를 예화(또는 실현)하는 “체계”라고 일컬어진다. 그런데 구조주의자들은 구조와 체계 간의 존재론적 지위 관계에 대하여 의견을 서로 달리한다. 이러한 견해 차이에 대응하여 구조주의는, 파슨즈 및 샤피로의 구분에 의하면, 세 가지 유형으로 나누어진다. 우선, 구조를 예화하는 체계들보다 구조 자체에 존재론적 우선성을 두는 ante rem(존재자 — 지금의 맥락에서는 체계 —에 앞서는) 구조주의와, 구조보다는 체계들에 존재론적 우선성을 두는 제거적(또는 in rem) 구조주의로 크게 구분된다. 구조주의자들은 일반적으로 수학적 대상(예를 들어, 수)으로 간주되는 것들을 구조 속의 위치로 이해하기 때문에, 이러한 구조 속의 위치 자체를 진정한 대상으로 인정하는 ante rem 구조주의는 플라톤주의에 해당하고, 구조 속의 위치 자체는 진정한 대상이 아니고 그것을 실현하는(또는 예화하는, 또는 점유하는) — 체계에서의— 대상들만을 진정한 대상으로 인정하는 제거적 구조주의는 유명론에 해당한다. 사실, 제거적 구조주의는 “구조를 부인하는” 구

조주의이다. 그리고 제거적 구조주의는 또다시 존재론적 제거적 구조주의와 양상적 제거적 구조주의(줄여서, 흔히, 양상적 구조주의)로 구분된다.[7]

수의 비고유성 문제에 대한 플라톤주의적 대응 방안들 중의 하나로서 구조주의적 대응 방안을 검토하고자 하는 우리의 의도에 따라, 우리의 관심은 ante rem 구조주의를 주장하는 샤피로의 견해에 한정될 것이다. 그러나 구조, 구조 내에서의 위치, 그리고 체계가 무엇인지, 그리고 수학에 있어서의 '대상' 개념을 좀더 분명하게 이해하기 위해선, 세 유형의 구조주의들 간의 차이 또는 관련성을 간략히 거론하는 것이 도움이 될 것이다. 존재론적 제거적 구조주의는, 적어도, 어떤 구조를 예화하는(실현하는) 체계들이 존재하지 않는 경우 그 구조의 존재를 인정하지 않는 입장이다.[8] 즉, 이 입장에 따르면, 구조의 존재는 체계의 존재에 의존한다. 이러한 존재론적 입장은 수학적 진술에 대한 재해석으로 나아간다. 존재론적 제거적 구조주의자들에 따르면, "2는 솟수이다"와 같은 진술은, 겉으로 보기엔 고유한 대상 2에 대한 단칭진술이지만, 사실은 여러 개의(여기서는 무한개의) 체계들(그리고 그 속의 항들)에 관한, 다음과 같은, 일반진술이다.

(1) 모든 체계 S에 대하여, 만약 S가 첫 항과 다음항(successor) 함수를 가진, 그리고 귀납원리를 만족시키는 순서열이라면, S의 세 번째 항[9]은 솟수이다.

그런데 존재론적 제거적 구조주의자들은 진리치에 있어서의 실재론자들이다.[10] 즉, 그들은 수학자들이 참으로 간주하는 진술들을

7) 대표적인 양상적 구조주의자는 헬만(G. Hellman)이다. 한편 베나세라프는 존재론적 제거적 구조주의를 취한 것으로 간주된다.

8) 또는 좀더 강한 입장, 즉, 어떠한 경우에도 구조 자체의 존재를 거부하는 입장도 제거적 구조주의에 속하는 것으로 간주할 수 있다.

9) 자연수 순서열은 0부터 시작한다는 통상적 관행을 따르기로 하자.

진짜 참인 진술로, 수학자들이 거짓으로 간주하는 진술들을 진짜 거짓인 진술로 간주하고자 한다. 그러나 만약 위 일반적 조건 진술의 전건이 만족되지 않는다면, 모든 산수 진술은 참이 된다. 따라서 존재론적 제거적 구조주의자들은 위 일반적 조건 진술의 전건이 만족되는 상황이 실제로 있다는 것을, 즉, 문제의 구조를 실현하는 체계가 실제로 존재한다는 것을 정당화할 수 있어야 한다. 흔히 "비공허성의 문제"라고 일컬어지는 이 문제는 존재론적 제거적 구조주의가 안고 있는 가장 심각한 문제로 알려져 있다. 그런데 "문제의 구조를 실현하는 체계가 존재한다"는 말은 무엇을 의미하는가? 체계는 일정한 관계들 속에 놓여 있는 존재자들(대상들)[11]의 모임(collection)이다. 따라서 체계가 존재하기 위해선, 그 속의 항을 이루는 존재자들이 우선 존재해야 한다. 이와 같이 체계의 항들로서 체계를 구성할 수 있는 기본적인 존재자들의 영역을 구조주의자들은 "배경 존재론"이라고 일컫는다. 결국, "구조를 부인하는" 존재론적 제거적 구조주의자들은, "2는 솟수이다"는 진술이 공허하지 않게 ― 모든 산수 진술이 참이 되지는 않게 ― 참이라는 것을 보장하기 위해, 적어도 배경 존재론을 필요로 한다. 더불어, 또한 그들은 배경 존재론의 존재자들이 항을 이루는 어떤 체계가 문제의 구조를 실현한다는 것을 정당화할 수 있어야 한다.

존재론적 제거적 구조주의는 배경 존재론과 관련하여 상당한 부담을 안고 있다. 더 이상 구조 속의 위치로서 간주될 수 없는 존재자들로 이루어진 궁극적인 배경 존재론은 어떤 것이 되어야 하느

---

10) 일반적으로, 실재론은 진리치에 있어서의 실재론과 존재론에 있어서의 실재론으로 구분된다. 전자는 문제가 되는 분야의 문장들이 분명히 참 또는 거짓의 진리치를 갖는다고 믿는 입장이며, 후자는 더 나아가 그러한 문장들 속의 용어들 중 적어도 단칭어들이 지칭하는 대상들이 객관적으로 존재한다고 믿는 입장이다.

11) 여기서 '대상'은 프레게적 의미에서의, 즉, 개념과 구분되는 존재자로서의, 대상을 의미하는 것이 아니라, 존재자 일반을 일컫는 말이다.

냐는 문제는 제외하더라도, 흥미로운 다양한 수학 분야와 관련하여 구조주의적 설명을 하려고 하는 경우에 배경 존재론에 속하는 존재자들은 현실적으로 실재하는 **추상적** 존재자들이어야 한다. 수학적 대상에 대한 유명론자가 다른 종류의 추상적 대상에 대하여 플라톤주의를 취한다는 것은 자연스럽지 않다. 따라서 헬만은 위 식 (1)에서 "모든 체계 S에 대하여"를 "모든 가능한 체계 S에 대하여"로 대치할 것을 제안한다. 헬만에 따르면, "2는 솟수이다"라는 산수 진술은 다음과 같은 일반진술로 재해석된다.

(2) 모든 가능한 체계 S에 대하여, 만약 S가 첫 항과 다음항 함수를 가지며 귀납원리를 만족시키는 체계라면, S의 세 번째 항은 솟수이다.

(2)는 다음의 진술 (3)과 논리적 동치이다.

(3) 필연적으로, 모든 체계 S에 대하여, 만약 S가 첫 항과 다음 항 함수를 가지며 귀납원리를 만족시키는 체계라면, S의 세 번째 항은 솟수이다.

이와 같이 구조를 제거하기 위하여 양상 개념을 동원하는 헬만의 시도는 흔히 "양상적 제거적 구조주의"(또는 줄여서 "양상적 구조주의")라고 일컬어진다.[12]

한편, 존재론적 제거적 구조주의가 안고 있는 가장 심각한 문제인 "비공허성의 문제"를 양상 개념을 동원하지 않고 해결하고자 하는 다른 시도가 있다. 샤피로의 ante rem 구조주의는 구조 자체

---

12) 유명론에 해당하는 존재론적 제거적 구조주의와 양상적 구조주의가 배경존재론의 문제(또는 비공허성의 문제)와 관련하여 실제로 심각한 난관에 봉착하고 있는지 아니면 이러한 난관을 충분히 해결할 수 있는지의 문제에 대한 논의는 본 논문의 주제로부터 너무 멀리 벗어나는 것이다. 또한 유명론적 구조주의에 대한 이상의 소개는, 플라톤주의적 구조주의인 ante rem 구조주의를 이해하는 데 필요한 배경적 지식을 제공하려는 원래 목적에 비추어보았을 때, 어느 정도 충분한 것으로 생각된다.

가, 따라서 또한 구조에서의 위치도, 이것을 예화하는 체계들의 존재에 관계없이 존재한다고 주장함으로써 "비공허성의 문제"를 극복하고자 한다. 따라서 ante rem 구조주의는 플라톤주의에 속한다. 그러나 ante rem 구조주의는 전통적인 플라톤주의와 구분된다. 전통적인 플라톤주의에 의하면, 2와 같은 수학적 대상은 우리의 언어와 사고로부터 독립되어 있을 뿐만 아니라, 1, 3과 같은 다른 자연수들로부터도 독립되어 있는 대상이다. 반면에 ante rem 구조주의에 따르면, 수학적 대상 2는 우리로부터 독립되어 존재하긴 하지만 그것은 다른 자연수들로부터는 독립되어 있지 않다. 이러한 상황을 다른 방식으로 표현하면, 2는 다른 자연수들과의 관계적 속성만을 가질 뿐이라고 말할 수 있다. 레스니크의 표현을 원용하면, 2는 자연수 구조 내에서의 3번째 위치로서 내적 구조를 갖고 있지 않은 대상이다. 다른 한편으로, 제거적 구조주의와 대조적으로, ante rem 구조주의는 수학적 진술을, 재해석하지 않고, 액면 그대로 해석한다. 수 표현 '2'는 실제로 대상 2를 지칭하는 단칭어이다.

(2) ante rem 구조주의와 수의 비고유성 문제

모든 유형의 구조주의는, 공통적으로, 수의 비고유성 문제와 관련하여 매력적인 해결책을 갖고 있다. 2에 대한 여러 가지 서로 다른, 동등하게 유효한, 집합론적 해석이 존재하는 상황에서 우리는 그러한 서로 다른 집합들이 모두 다 자연수 2와 같은 것이라고 말할 수는 없다. 그렇게 말하는 것은 모순적이다. 그런데 우리는

(4) {Φ,{Φ}}와 {{Φ}} 둘 모두 2이다.

에서 "이다"를 동일성 관계(=)를 의미하는 것이 아니라, "철수는 학생이다"에서의 "이다"와 유사하게, 단순히 술어적용(predication)의 역할을 하는 표현으로 이해할 수 있다.[13] 제거적 구조주의는

"이다"에 대한 바로 이러한 해석에 기초한 존재론이다. 제거적 구조주의는 "2"를 단칭어로 간주하지 않고 술어의 일부분으로 간주함으로써 수의 비고유성 문제를 해결하고자 한다. 한편 ante rem 구조주의는 (4)와 같은 문장에서는 "2이다"가 그러한 의미에서 사용되었지만,

(5) 1보다 크고 3보다 작은 자연수는 2이다.

에서의 "2이다"는 "=2"의 의미로 사용된다고 주장한다. ante rem 구조주의를 주장하는 샤피로는, 이러한 "2이다"의 용법 차이를 "위치-자리 관점"과 "위치-대상 관점" 간의 차이로써 설명한다. (4)의 "2이다"에서 "이다"가 단순히 술어적용의 역할을 하는 표현으로 이해되는 것은 "2"가 위치-**자리** 관점에서 이해되었기 때문이다. 한편, (5)의 "2이다"에서 "이다"가 동일성 관계를 의미하는 표현으로 간주되는 것은 "2"가 위치-**대상** 관점에서 이해되었기 때문이다. 예를 들어, "오늘 한국의 대통령이 미국을 방문했다"에서 "한국의 대통령"은 위치-자리 관점에서 이해된다. 이 진술은 분명히 "한국의 대통령직을 맡은 자가 오늘 미국을 방문했다"는 뜻으로 이해될 것이기 때문이다. 반면에, "한국의 대통령은 5년 임기를 갖고 있다"에서 "한국 대통령"은 위치-대상 관점에서 이해되고 있다고 말할 수 있다. (4)에서 "2"는 위치-자리 관점에서 이해되고 있다. (4)는, {Φ,{Φ}}와 {{Φ}} 둘 모두 자연수 순서열에서 세 번째 자리를 — 각각의 해석에서 — 차지한다는 뜻으로 이해되어야 한다. {Φ,{Φ}}와 {{Φ}}는 2와 동일한 것이 아니라, 단지 각각 폰 노이만과 체르멜로의 해석에서 2를 "모형화"하는 것으로 이해되어야 한다. 여기서 2는 단지 자리로서의 위치이며, {Φ,{Φ}}와 {{Φ}}는 그 자리를

13) 샤피로는 이러한 용법의 "이다"를 '자리 점유의 "이다"'라고 일컫는다. Shapiro (1997), p.83.

점유하는 — 서로 다른 체계들의 — 항들이다. 따라서 {Φ,{Φ}} 또는 {{Φ}}가 2와 동일한 것이냐고 심각하게 묻는 것은 의미가 없다. 물론 위치 자체가 위치를 점유하는 — 체계의 — 항이 될 수도 있다. 예를 들어, 자연수들 자체가 자연수 구조를 실현하는 하나의 체계가 될 수 있다. 그리고 짝수들도, 자연수 구조를 실현하는 또 다른 체계가 될 수 있다. 그러나 이때, 체계를 구성하고 있는 자연수들 자체, 또는 짝수들 자체는 위치-**대상** 관점에서 파악되는 존재자들인데 반하여, 그것들에 의해 채워지는 위치로서의 자연수들은 위치-**자리** 관점에서 파악되는 존재자들이다. 다른 관점에서 파악되는 존재자들 간의 동일성 진술은 의미 없거나, 거짓으로 보아야 한다. 만약 그러한 동일성 진술을 받아들인다면, 예를 들어, {Φ,{Φ}}={{Φ}}, 4=2와 같은 명백하게 거짓인 진술을 낳기 때문이다.[14] ante rem 구조주의에 따르면, 시이저가 2와 동일한 것이냐의 물음에서처럼, 어떤 특정한 구조 내에서의 위치인 2와 도저히 구조 내의 위치가 될 수 없는 다른 종류의 대상인 시이저 간의 동일성을 묻거나, 또는 {{Φ}}가 2와 동일한 것이냐의 물음에서처럼, 서로 다른 구조에 속해 있는 위치들 간의 동일성을 묻는 것은 무의미하거나, "아니오"라는 대답을 낳는다. 더욱이, 어떤 특정한 구조 내에서의 특정한 위치가, 만약 서로 다른 관점에서 파악된다면, 관점에 따라 그것은 서로 다른 대상이 되거나 또는 이것들 간의 동일성 여부를 묻는 것은 무의미하다. 그러나 하나의 특정한 구조 내에서 — 서로 다른 표현들(기술구들 또는 고유명사들)에 의해 기술되는 — 위치들 간의 동일성 여부를 묻는 것은 의미있는 물음이다. 예를 들어, "10보다 작은 가장 큰 소수는 7과 같다"와 같은 동일성 문장은 분명한 진리치를 갖는 — 이 경우엔, 참인 진리치를

14) 짝수들(0, 2, 4, …)은 자연수 구조를 실현하는 하나의 체계일 수 있다. 따라서, 만약 구조를 실현하는 체계의 항과 이것에 의해 채워지는 위치를 동일한 대상으로 본다면, 4=2라는 귀결을 낳는다.

갖는 — 문장이다.

그런데 자연수 2는 고유한 것인가? 이때까지 우리는 자연수 2가 자연수 구조 속의 위치이며 또 이 위치가 그 자체로서 대상이라는 샤피로의 주장을 살펴보았다. 그런데 샤피로는, 여기에 덧붙여, 자연수 구조가 고유하게 존재한다는 것을 보임으로써 자연수 2가 고유하게 존재하는 대상이라고 주장한다. 그렇다면, 우리는 자연수 구조가 고유하게 존재한다는 것을 어떻게 알 수 있는가? 샤피로는 우선 수학적 구조에 대한 우리의 인식이 어떻게 이루어지는지 다음과 같이 설명한다.

샤피로의 설명에 따르면, 우리는 간단한, 즉, 유한하거나 작은 수의 무한한 구조와 관련해서는 유형 파악과 추상을 통하여 구조에 대한 인식을 얻을 수 있다. 그러나 아주 큰 수의 무한한 구조를 유형 파악과 추상을 통하여 인식하는 것은 불가능하다. 아주 큰 수의 무한한 구조를 포함한, 수학적으로 매우 흥미로운 다양한 구조들은 **암묵적 정의**에 의해 파악된다. 샤피로의 암묵적 정의는 프레게와 러셀이 사용하는 암묵적 정의와 유사하지만, 문장 속에서 한 단어를 제외한 모든 단어들의 의미가 이미 결정되어 있는 상태에서 그 한 단어의 의미를 규정하는 것이 아니라, 여러 단어들의 의미가 동시에 규정된다는 점에서 후자의 암묵적 정의와 구별된다. 그런데, 샤피로에 따르면, 수학의 구조를 인식하는 수단인 암묵적 정의는 다름이 아니라 공리들(axioms)이다. 그의 설명에 따르면, 우리는 공리들을 **언어적으로 이해함**으로써 문제의 공리들이 포함된 수학 이론이 탐구하는 연구 대상, 즉, 구조를 인식한다. 따라서 공리들에 대한 언어적 이해가 선험적인 인식이라면, 수학적 지식의 획득은 선험적인 것이 된다.

샤피로에 따른다면, 암묵적인 정의인 공리들의 집합이 이른바 "고유성 조건"과 "존재 조건"이라 불리우는 조건들을 만족시킨다

면, 이러한 공리들에 의해 기술되고 있는 구조는 고유하게 존재하는 구조이다. 즉, 고유성 조건은 기껏해야 하나의 구조(또는 구조 동형성)만이 문제의 공리들에 의하여 기술된다는 조건이고, 존재 조건은 적어도 하나의 구조가 공리들을 만족시킨다는 조건이다. 그런데 레벤하임-스콜렘 정리에 따르면, 산수의 공리들은 고유성 조건을 만족시키지 않는 것 같다. 왜냐하면 레벤하임-스콜렘 정리에 따르면, 산수의 공리들은 이른바 표준적인 모델도 갖지만 비표준적인 모델도 갖기 때문이다. 이에 대하여 1차의 형식 이론에만 적용되는 레벤하임-스콜렘 정리의 위와 같은 귀결을 피하기 위하여, 샤피로는 산수에 대한 2차의 형식 이론을 제안한다. 그리고 그는, 이러한 2차의 산수 이론의 공리들은, 2차의 모델 이론에 따르면, 고유성 조건을 만족시키기 때문에 산수는 고유한 구조에 대한 이론이라고 주장한다.[15] 따라서 그는 산수의 연구 대상인 자연수 구조와 관련하여서는 그것의 고유성을 주장하는 셈이다.[16]

한편, 존재 조건은 공리들이 정합적이어야 한다는 조건이다. "어떤 한 수학 이론의 공리들이 정합적이라면, 그 공리들에 의해 기술되는 구조가 실제로 적어도 하나 존재한다"는 주장은 힐버트의 유명한 구호 "일관성은 존재를 함축한다"는 주장을 연상시킨다. 그러나 여기서의 정합성(coherence)을 구문론적 일관성(consistency)으로 이해하는 것은 순환적이다. "구문론적 일관성"은, 일반적으로, 고려되고 있는 문장들로부터 논리적 추론 규칙(및 정의)을 이용하여 모순을 도출할 수 없음을 의미한다. 그러나 이때, 모순의 도출은 실제적 사례(token)로서의 도출로 이해될 수 없다. 실제로 이때

15) Shapiro(1991).

16) 연구 대상인 수학적 구조가 고유하지 않은 수학의 분야도 있다. 샤피로는 연구 대상인 수학적 구조가 고유한 수학의 분야를 "non-algebraic"(또는 "구체적")이라 일컫고, 그렇지 않은 수학의 분야를 "algebraic"(또는 "추상적")이라고 일컫는다. Shapiro(1997), p.133.

까지 우리가 모순을 도출한 적이 없었다고 해서 고려되고 있는 문장들이 일관적이라고 말할 수는 없기 때문이다. 그렇다면 우리가 "구문론적 일관성"을 정의할 때 사용하고 있는 "모순의 도출"이라는 말은 유형으로서의 모순 도출을 의미하는 것이 분명하다. 그런데 이러한 유형으로서의 모순 도출, 즉, 문장들의 나열은, 괴델 수에 의해, 자연수들의 나열로 이해될 수 있다. 이때 문자열들의 구조는 자연수들의 구조와 동일한 것으로 가정된다. 그렇다면 우리는 산수 이론의 일관성을 자연수 구조의 존재에 대한 정당화 근거로 사용할 수 없다. 왜냐하면 이때 일관성은 자연수 구조에 대한 하나의 사실로서 이해되었고, 물론 이러한 이해는 자연수 구조의 존재를 전제하고 있기 때문이다. 이것은 치명적인 악순환이다.[17]

또한 정합성을 만족가능성 개념으로써 정의하려는 시도도 마찬가지로 순환의 문제를 일으킨다. 정합성을 만족가능성으로써 정의하려고 하면, 수학의 어떤 한 구조의 존재 여부를 알기 위해 역시 수학의 구조들 중의 하나인 집합론적 위계의 존재를 가정해야만 한다. 왜냐하면 일련의 공리들이 만족가능하다는 것은 그것들의 모델이 존재한다는 것을 의미하며, 그리고 이것은, 다시, 그러한 모델이 집합론적 위계의 한 요소(위치)임을 의미하기 때문이다.[18] 이와 같이 정합성을 정의해 보려는 그 어떠한 시도도 성공적일 것 같지 않다. 따라서 샤피로는 정합성을 정의하려는 시도를 포기하고 그것을 원초적 개념으로 간주하고자 한다. 그리고 만족가능성을 정합성에 대한 가장 편리할 뿐만 아니라 적절한 하나의 '모형'[19]으로 간

17) 또한 샤피로는, 자신이 산수이론에서 사용하는 2차 논리는 불완전하기 때문에, 즉, **일관적인** 진술들이 모델을 갖지 않는 경우가 있기 때문에, 정합성을 일관성으로 이해한다면 **정합적인** 공리들이 모델을 갖지 않는 경우가 발생한다는 점을 들어, 정합성을 일관성으로 이해하기를 거부한다.

18) Shapiro(1997), pp.132-136.

19) 일상적 용법에서 의미하는, 비형식적 의미에서의 모형을 의미한다.

주할 것을 제안한다. 왜냐하면 집합론적 모델 이론의 개념인 만족가능성은 우리에게 이미 친숙할 뿐만 아니라 그것의 외연은 정합성이라는 직관적인 개념의 외연과 거의 일치하는 것으로 간주될 수 있기 때문이다. 그러나 정합성을 만족가능성으로 이해한다는 것은 직관적인 개념인 정합성을 이것의 엄격한 수학적 유비('모형')인 만족가능성을 통해 이해한다는 것을 의미한다. 정합성의 수학적 '모형'인 만족가능성을 통해 일련의 공리들이 정합적이라는 사실을 알 뿐만 아니라 그것들이 기술하는 구조가 실제로 존재한다는 것을 알아내는 기제는 다음과 같다. 일련의 수학적 공리들이 만족가능하다는 것, 즉, 집합론적 위계에서 그 모델을 발견할 수 있다는 것은 그러한 공리들이 기술하는 구조를 실현하는 하나의 ― 가장 포괄적인 영역으로 전제되는 집합론적 위계에서의 ― 체계를 발견할 수 있다는 것이다. 그리고 이와 같이 하나의 구조가 예화(실현)된다면, 이 구조를 기술하는 공리들은 분명히 일관적이고 문제의 구조는 존재하는 것이 틀림없다. 이러한 맥락에서 집합론은, 수학자들 사이에서 일반적으로, 존재 문제에 대한 최후의 법정으로 간주된다. 모델 이론과 수학적 논리학의 배경으로서 일반적으로 집합론적 위계가 사용되고 있는 관행은, 일반적으로 집합론적 위계가 거의 모든 구조들이 그 속에서 실현될 수 있을 만큼 크고 정합적인 구조로 전제되고 있음을 보여준다.

이상의 샤피로의 주장에 대하여 벨러거는 아주 강하게 반박한다. 벨러거에 따르면, 수의 비고유성 문제에 대한 샤피로의 ante rem 구조주의적 해결책은, '수는 구조 속의 위치로서 다른 위치들과의 관계적 속성만을 가진다'는 사뭇 모순적인 ― 구조주의의 기초가 되는 ― 주장에 근거하고 있다. 그렇다면, 우리는 우선 벨러거 자신의 입장은 어떤 것인지 먼저 살펴본 후, 그의 샤피로에 대한 이러한 비판을 음미해 보도록 하자.

3. 밸러거의 혈기 왕성한 플라톤주의

밸러거는 플라톤주의 중에서는 자신이 주장하는 혈기 왕성한 플라톤주의가 가장 우월하고 한편 유명론 중에서는 허구주의가 가장 우월하다고 주장한다. 그러나 그는, 혈기 왕성한 플라톤주의와 허구주의 둘 중 어느 것이 수학에 대한 옳은(혹은 더 나은) 존재론인가의 문제와 관련해서는 그러한 문제와 관련된 그 어떠한 실질적인 사실도 존재하지 않는다고 주장한다. 그러나 여기에서 필자는 밸러거의 이와 같은 전체 주장이 아니라 그의 혈기 왕성한 플라톤주의에 대하여, 특히, 수의 비고유성 문제에 대하여 혈기 왕성한 플라톤주의가 제시하는 해결 방안에, 관심을 집중하려고 노력할 것이다.

(1) 수학적 지식에 대한 혈기 왕성한 플라톤주의적 설명

혈기 왕성한 플라톤주의는, 한 마디로, "존재할 논리적 가능성이 있는 모든 대상들이 실제로 존재한다"는 입장이다.[20] 다른 방식으로 표현하면, 그것은 "모든 일관적인 순수 수학적 이론은 수학적 영역의 일부분을, 즉, 수학적 대상들의 어떤 모임을, 참되게 기술한다"는 주장이다.[21] 밸러거는 이러한 주장을 형식 언어로써는 표현할 수 없는 비형식적 이론으로 간주한다.[22] 하여튼 밸러거에 따르면, 이러한 혈기 왕성한 플라톤주의는 플라톤주의에 있어서 가장 치명적인 문제인 인식론적 문제를 해결한다. 일관적인[23] 수학 이론

---

20) Balaguer(1998), p.5.

21) 위의 책, p.50.

22) 실제로 형식적 언어로 표현하려고 할 때, 심각한 문제점들이 발생한다. Restall은 이러한 문제점들을 깊이 다루면서, 밸러거의 혈기 왕성한 플라톤주의는 모순적인 이론이라고 비판한다(Restall(2003) 참조).

23) 밸러거의 인식론적 전략에 의하면, 우리는 추상적 대상에 대한 인식 없이

이 기술하고 있는 영역[24] 속의 모든 대상들이 실제로 존재하기 때문에 우리는 단지 일관적인 수학 이론을 통해, 즉, 추상적 대상과 우리 간의 인과적 연결 없이도, 수에 대한 인식을 얻을 수 있기 때문이다. 비유적으로 말하면, 밸러거의 전략은 화살의 목표점을 최대한 확장함으로써 화살이 빗나가지 않게 하는 전략이다.[25]

(2) 혈기 왕성한 플라톤주의와 수의 비고유성 문제

논리적으로 가능한 모든 수학적 대상들이 실제로 존재한다고 믿는 밸러거는, 그렇게 많이 존재하는 수학적 대상들 때문에, 수의 비고유성을 그대로 수용하면서 수의 비고유성 문제를 해결하고자 한다. 그러나 그는 우선 '자연수에 대한 충만한 개념'(the full conception of natural numbers, 줄여서 FCNN)이라는 것을 통

어떤 수학 이론이 일관적이라는 것을 알 수 있어야 한다. 따라서 밸러거는 여기서 "일관적"이라는 개념을, 형식적인 두 개념 "의미론적 일관성" 또는 "구문론적 일관성"으로 이해할 수 없다. 왜냐하면, 우리는 어떤 한 이론이 의미론적으로 일관적임을 알기 위해서는 모델과 같은 추상적 대상을 인식해야 하고, 또한 어떤 한 이론이 구문론적으로 일관적임을 알기 위해서는 도출과 같은 추상적 대상을 인식해야 하기 때문이다. 따라서 그는 Kreisel과 Field와 같은 반실재론자들이 사용하는 "원초적인 개념으로서의 일관성"을 자신의 기획에 원용한다. Balaguer(1998), pp.70-71.

24) 만약 문제의 수학 이론의 언어가 1차 술어논리의 언어라면, 완전성 정리에 의하여 구문론적 일관성은 의미론적 일관성(즉, 모델을 가짐)을 함축한다. 이 경우에는, 밸러거에 의하면, ―원래 의미론적 일관성은 직관적인 의미의 일관성을 함축하고, 또한 직관적인 의미의 일관성은 구문론적 일관성을 함축하기 때문에― 구문론적 일관성, 의미론적 일관성 그리고 직관적인 의미의 일관성이 모두 다 그 외연에서 일치한다. 따라서 고려되고 있는 수학 이론이 1차의 수학 이론이라면, 위 본문 문장의 "일관적인 수학 이론이 기술하고 있는 영역"은 일관적인 수학 이론의 모델의 논의역을 의미한다.

25) Beall(1999), p.323. 한편, 여기서 우리의 주된 관심은 수의 비고유성 문제이므로, 밸러거의 인식론적 전략의 세부적인 사항에 대한 논의는 다음 기회로 미룬다.

하여 자연수를 집합, 함수 등과 구별할 수 있다고 주장한다.[26] 즉, 밸러거에 따르면, 수는 집합이 아니다. 여기서 자연수에 대한 충만한 개념이라는 것은 우리가 자연수에 대하여 일반적으로 갖고 있는 모든 개념들의, 예를 들어 색깔이 없다든지 시공간 속에 존재하지 않는다든지와 같은 개념들의, 합이다. 그러나, 예를 들어, 자연수 2는 여러 개 있을 가능성이 크다. 왜냐하면 자연수 2에 대한 충만한 개념을 만족시키는 대상은, 즉, 오메가 순서열들 중에서도 자연수에 대한 충만한 개념을 만족시키는 순서열들 속에 있는 수 2는, 수학적 대상들의 풍부성(plenitude)에 비추어 볼 때, 우리가 알지 못하는 또는 전혀 상상해 보지도 않은 이유에 의해 서로 구별되는 여러 대상들일 수 있기 때문이다. 그러나 이와 같이 여러 대상들을 지칭하는 데 있어서 단칭어 "2"를 사용하는 것은 간편할 뿐만 아니라 해악이 없다. 왜냐하면 그 여러 개의 수 2들은 산수이론에서 그 어떠한 차이도 갖지 않기 때문이다.[27]

한편, 밸러거는 샤피로의 ante rem 구조주의는 수의 비고유성 문제를 해결하지 못한다고 주장한다. 샤피로의 ante rem 구조주의, 즉, 플라톤주의적 구조주의는 수의 비고유성을 수용하는 입장이 아니라 수의 비고유성을 거부하는, 즉, 수의 고유성을 받아들이는, 형이상학적 이론이다. 샤피로에 따르면, 2차 산수의 모델인, 또는 1차 산수의 **표준적인** 모델인, 오메가 순서열들은 모두 서로 동형적(isomorphic)이므로 산수는 고유한 구조에 대한 이론이다. 또한, 우리가 이미 앞에서 살펴보았듯이, 샤피로는 베나세라프가 제기한 구체적인 물음 — 어떤 집합이 자연수인가라는 물음 — 은 사실 의미 없는 물음이라고 결론 내린다. 이에 대하여, 밸러거는 샤피로가 말하는 산수의 고유한 구조가 사실은 고유한 것이 아니라 여러 개

26) Balaguer(1998), pp.79-80.
27) 위의 책, p.89.

있을 수 있다고 주장한다. 즉, 자연수 0, 1, 2, 3 …이 위치로서 있는 자연수 구조 자체가 꼭 한 개 있을 이유가 없다는 것이다. 자연수가 우리의 인식으로부터 독립적으로 존재한다는 것을 받아들인다면 —즉, 우리가 진정으로 플라톤주의를 받아들인다면—, FCNN을 만족시키는, 그러나 우리가 아직 알지 못하는 이유에 의해 서로 구분되는, 서로 다른 —위치의— 순서열들이 존재할 가능성이 충분히 있다. 밸러거는 이에 대하여 샤피로가 다음과 같이 반론을 펼칠지 모른다고 가정한다; "당신이 말하는 서로 다른 구조들은 물론 서로 동형적이므로, 그것들은 모두 동일한 것으로 간주될 수 있다." 그러나, 밸러거에 따르면, 그렇게 생각하는 것은 구조 속의 위치들은 다른 위치들과의 관계에 기인하는 속성들만을 갖는다는 것을 함축하지만, 이러한 주장은 거짓일 뿐만 아니라 모순적이기도 하다. 왜냐하면 위치로서의 수는 "빨강색이 아님"과 같은 속성을 가질 것이고, 이 속성은 관계적 속성이 아니기 때문이다. 또한 "관계적 속성만을 가짐"이라는 속성 역시 관계적 속성이 아니기 때문이다. 여기서 밸러거는, ante rem 구조주의의 수의 비고유성 문제 해결 방안을 비판하면서, 사실, 구조주의 자체가 모순된 견해라고 비판하고 있다.[28]

밸러거에 의하면, 수 표현 "2"가 사실 여러 대상들을 지칭하고 있을 뿐만 아니라, 체르멜로가 수 2의 해석으로 간주하는 집합 {{Φ}}도 사실 여러 개 있다. ZF 집합론은 연속체 가설(CH)과도 일관적일 수 있고, CH의 부정과도 일관적일 수 있다. 즉, ZF+CH와 ZF+~CH 둘 모두 —ZF가 일관적이라면— 각각 일관적인 이론이다. 그렇다면 두 이론의 대상들, 즉, 집합들은 서로 다른 영역에 존재하는 서로 다른 대상들이다. 밸러거는, CH의 참, 거짓 여부와 관

28) 위의 책, pp.80-84. 한편, 이러한 비판이 정당한지는 다음 5절에서 논의할 것이다.

련하여 객관적으로 옳은 대답이 없다는 입장이 현대 집합이론가들 사이에서 지배적인 견해라는 점에 비추어 볼때, 자신의 혈기 왕성한 플라톤주의가 CH 문제와 관련하여 갖는 함축은 CH 문제에 대한 수학자들의 견해와 잘 들어맞는다고 주장한다. 그러나 이러한 밸러거의 견해에 대하여 잴타는 "CH에 대하여 전혀 모르는 (과거의) 수학자들이 생각했던, ZF 집합론에서 언급되는 — 즉, ZF 집합론을 만족시키는 —, 오메가 순서열은 어떤 것일까?"라는 물음을 제기한다. 즉, 잴타는, 과거의 수학자들이 생각했던 그 오메가 순서열은 ZF+CH를 만족시키는 오메가 순서열인지 아니면 ZF+~CH를 만족시키는 오메가 순서열인지를 묻고 있다. 그런데 이에 대한 밸러거의 대답은 이미 위에서 행해졌다고 말할 수 있다. 밸러거는, "과거의 수학자들은 ZF 집합론에서 '오메가 순서열'이라는 단칭어를 사용하여, 사실, 문제의 두 개의 순서열을 포함한 여러 개의 순서열을 지칭했었다"라고 대답할 것이다. 잴타는 이러한 밸러거의 대답에 대하여, 과거 수학자들이 ZF 이론에서 오메가 순서열에 대한 de re 믿음을 가졌을 것이라는 일상적인 견해를 밸러거처럼 부인하려면, 적어도 왜 수학자들이 자신들이 그러한 de re 믿음을 갖고 있다고 생각하는지를 설명하는 것이 필요하다고 반박한다.[29)]

한편, 잴타와 마찬가지로 Cheyne도, 우리가 FCNN을 통해 집합이나 함수가 아닌 수를 — 복수적으로이긴 하지만 — 성공적으로 지칭할 수 있다는 밸러거의 주장을 반박한다. 그리고 이러한 지칭의 실패는 바로 인식론적 문제를 불러일으킨다고 비판한다.

> 수들이 소유하고 있는 것으로 가정되는 속성들은 어떤 것들인가? 무엇보다도 먼저, 그것들은 추상적 대상들이다. 만약 '추상적 대상'이라는

29) Zalta(1999), pp.344-346. 그리고 잴타는 추상적 대상에 관한 자신의 이론이, 밸러거의 이론처럼, 풍부성의 원리(plenitude principle)를 받아들이면서도, 위 본문의 문제와 인식론적 문제를 더 잘 해결한다고 주장한다.

> 표현으로써 우리가 비물리적, 비시공간적 그리고 비인과적인 대상을 의미한다면, 그 표현은 유의미할 것이고, 그리고 만약 그러한 대상들이 존재한다면, 우리는 그것들을 성공적으로 지칭할 수 있을 것이다. 그러나 이것을 넘어서서, 그러한 추상적 대상들 중에서 어떤 특정한 종류의 추상적 대상을 성공적으로 구별하기 위해서 우리가 언어를 어떻게 사용할 수 있을 런지를 아는 것은 어렵다. 왜냐하면 그러한 구별은 비물리적 속성들과 관계들에 기초해야 하기 때문이다.
>
> …
>
> 밸러거는 플라톤주의에 대한 인식론을 제공해야 하는 부담을 기꺼이 받아들였다. 그러나 그렇게 함에 있어서 그는 그의 플라톤주의에 대한 의미론을 제공해야 하는 부담을 거부할 수 없다.[30]

그의 반론의 핵심은, 앞에서 사용한 비유를 확장한다면, 밸러거가 아무리 목표점을 넓게 확장한다고 하더라도, 결국 화살이 목표점에 도달하기 위해선 화살과 목표점 사이엔 통과할 수 없는 벽이 없어야 한다는 —즉, 화살이 목표점에 도달할 수 있는 경로가 있어야 한다는— 것이다.

4. 잴타의 원리화된 플라톤주의

밸러거의 혈기 왕성한 플라톤주의는, 단순히 수학적 상항들에 모델의 논의역 속의 대상들을 할당하는 형식적, 외연적 의미론을 넘어서서, 우리가 어떻게 수학적 상항들로써 수학적 대상들을 지칭할 수 있는지에 대한 설명을 제공하지 않는다는(또는 그러한 설명을 할 수 없을 것 같다는) Cheyne의 비판과, 혈기 왕성한 플라톤주의는 수학적 대상에 대한 수학자들의 de re 믿음을 설명하지 않는다는 잴타의 비판을 접하면서, 우리는 자연스럽게 잴타의 추상적 대상에 관한 이론에 관심을 가진다. 왜냐하면 잴타는 자신의 이론이 밸러거의 이론처럼 풍부성의 원리(plenitude principle)를 받아들이

30) Cheyne(1999), pp.170-171, p.173.

지만 수학적 대상의 비고유성 문제와 이것에 긴밀히 연관되어 있는 수학적 대상에 대한 de re 믿음의 문제를 더 잘 해결하면서도 자연화된 인식론을 갖고 있는 이론이라고 주장하기 때문이다.

잴타는 암스트롱과 매디의 입장을 "자연화된 플라톤주의"라 일컫고, 이것과 대비되는 자신의 입장을 "플라톤주의화된 자연주의"라고 일컫는다. 그러나 이러한 명칭보다 잴타 스스로 사용하고 있는 다른 명칭인 "원리화된 플라톤주의"가 오해를 불러일으키지 않는 더 나은 명칭인 것 같다. 잴타의 원리화된 플라톤주의는 밸러거와 유사하게 수학적 대상의 풍부성을 주장한다. 그러나 원리화된 플라톤주의에 따르면, 추상적 대상은 밸러거의 생각과 달리 — 어떤 의미에서 — '불완전한' 대상이다.

(1) 포괄 원리(comprehension principle)와 동일성 원리

원리화된 플라톤주의는 두 개의 핵심적인 원리에 기초하고 있다. 그 하나는 추상적 대상에 대한 포괄 원리이며, 다른 하나는 추상적 대상들의 동일성 원리이다. 그런데 이 두 개의 원리는 "대상 x가 속성 F를 코드화한다(encode)"("xF")는 술어 F의 새로운 사용 방식에 기초하고 있다. 즉, "xF"는 "Fx"("x는 속성 F를 예화한다")와 대비되는 문장이다. 포괄 원리는 "속성들에 대한 모든 조건에 대하여, 그 조건을 만족시키는 바로 그 속성들을 모두 그리고 그것들만을 정확히 코드화하는 추상적 대상이 존재한다"는 원리이다. 예를 들어, 속성들에 대한 조건이 "노무현 대통령이 갖고 있는(예화하고 있는) 속성들"이라고 한다면, 바로 이 조건을 만족시키는, 즉, 노무현 대통령이 갖고 있는 속성들을 모두 그리고 그것들만을 정확히 코드화하는 추상적 대상이 존재한다는 것이다. 한편, 추상적 대상들의 동일성 원리는 "두 추상적 대상은, 그것들이 동일한 속성들을 코드화하는 경우에 그리고 그러한 경우에만, 서로 동일하

다"는 원리이다. 추상적 대상은 어떤 조건을 만족하는 일련의 속성들을 코드화하는 것이므로, 우리는 추상적 대상을 기술하기 위해 일련의 속성들을 규정해야 하고 또한 이와 같이 일련의 속성들을 규정하기만 하면 우리는 그러한 속성들을 코드화하는 추상적 대상을 완전히 기술한 셈이 된다. 우리는 어떤 하나의 대상을 생각하기 위해 일련의 속성들을 생각할 수 있을 것이다. 그런데 포괄 원리는 그러한 일련의 속성들을 코드화하는 추상적 대상이 존재한다는 것을 보장한다. 따라서 포괄 원리는 "가능한 모든 추상적 대상들이 실제로 존재한다"는 **풍부성의 원리**를 함축한다. 그리고 포괄 원리와 동일성 원리는 결합하여, "속성들에 대한 모든 조건에 대하여, 그 조건을 만족시키는 속성들 모두를 그리고 그것들만을 코드화하는 유일한(고유한) 추상적 대상이 존재한다"는 귀결을 낳는다.[31]

(2) 원리화된 플라톤주의와 수의 비고유성 문제

잴타는 포괄 원리를 이용하여 수 대상을 분석한다. 그의 분석 또는 이론적 기술에 따르면, 예를 들어 페아노 산수 이론에서의 수 1은 "페아노 산수 이론에서 수 1이 예화하는 모든 성질들을 그리고 그 성질들만을 코드화하는 추상적 대상"이다. 마찬가지 방식으로, ZF 집합론에서의 공집합은 "ZF에서 공집합이 예화하는 모든 성질들을 그리고 그 성질들만을 코드화하는 추상적 대상"이다.[32] 이러한 대상들은 동일성 원리에 의하여 그 고유성이 보장된다. 따라서 그가 포괄 원리에 의해 파악하는 수들은 이론에 상대적인 것으로 드러난다. 폰 노이만의 이론에서의 수 2, 체르멜로의 이론에서의 수 2, 그리고 페아노 이론에서의 수 2는 모두 다른 대상들이다.

그러나 밸러거는 노이만의 이론에서의 수 2, 체르멜로의 이론에

31) Zalta(1995), pp.536-538.
32) 위의 논문, p.540.

서의 수 2는 사실 수 2가 아닌 반면에, 페아노 산수 이론에서의 단칭어 "2"는 사실 여러 개의 대상들을 '지칭'한다고 주장한다. 왜냐하면 우리가 알지 못하는 이유에 의해 서로 구별되는 2들이 존재할 수 있기 때문이다. 젤타에 의하면, 이러한 밸러거의 생각은 페아노 산수 이론에서의 수 2와 같은 특정한 대상에 대한 우리의 de re 믿음을 설명하지 못한다. 젤타는 밸러거가 추상적 대상의 불완전성을 이해하지 못함으로써 이러한 바람직스럽지 못한 귀결을 낳았다고 비판한다.

젤타에 의하면, 추상적 대상은 그것이 모든 속성들에 대하여 그것 또는 그것의 부정을 예화한다는 의미에서는 — 예화하는 속성과 관련하여 — 완전하지만, 모든 속성들에 대하여 그것 또는 그것의 부정을 반드시 코드화하지는 않는다는 의미에서 — 코드화하는 속성과 관련하여 — 불완전할 수 있다(물론 완전할 수도 있다). 위에서 예를 든, 노무현 대통령이 갖고 있는 속성들을 정확히 코드화하는 추상적 대상은 — 코드화하는 속성들과 관련하여 — 완전한 대상이다. 왜냐하면 노무현 대통령은 모든 속성 F에 대하여 F를 예화하거나 예화하지 않을 것이고 따라서 문제의 추상적 대상은 모든 속성 F에 대하여 F 또는 F의 부정을 코드화할 것이기 때문이다. 반면에 "파란색임"과 "둥긂" 두 속성을 정확히 코드화하는 추상적 대상은 — 코드화하는 속성과 관련하여 — 불완전한 대상이다. 왜냐하면 "무거움"과 같은 다른 속성들에 대해서는 이 추상적 대상이 그것을 코드화하지도 않고 그것의 부정도 코드화하지 않기 때문이다.[33]

젤타에 의하면, 추상적 대상의 동일성은 그것이 코드화하는 속성들에 의존한다. 따라서 추상적 대상에 대한 지칭도 이러한 코드화하는 속성들에 대한 기술을 매개로 한다. 따라서 우리는 "페아노

33) 위의 논문, p.537, p.542.

산수 이론에서 수 2가 예화하는 모든 속성들을 그리고 그것들만을 코드화하는 추상적 대상"이라는 수 2에 대한 — 코드화하는 속성들과 관련하여 — '불완전한' 기술을 통하여 페아노 산수 이론에서의 수 2를 성공적으로 지칭할 수 있다. 한편 추상적 대상이 예화하는 속성들은 수학적으로 무의미하다. 수학자들은 추상적 대상이 코드화하는 속성들을 탐구할 뿐이다.[34]

5. 수의 비고유성 문제와 수학적 대상의 불완전성

수의 비고유성 문제에 대한 수학적 플라톤주의자들의 접근 방식은 그들이 수학적 대상을 어느 정도로 — 실재론에서의 — 물리적 대상과 유사한 것으로 간주하느냐에 따라 달라진다. 그런데 실재론에서의 물리적 대상은 서로 관련되지만 구분되는 두 가지 특성을 갖는 것으로 흔히 이해된다. 물리적 대상들은 우리의 사유와 언어로부터 독립적이며, 그것들은 모든 속성들 각각에 대하여 그것을 예화하거나 예화하지 않는다. 전자의 특성을 '독립성'(또는 '절대성')이라는 표현으로, 그리고 후자의 특성을 '완전성'이라는 표현으로 칭한다면, '상대성'과 '불완전성'[35]이라는 표현을 각각 — 순서대로 — 그러한 특성에 대조되는 특성을 지칭하는 것으로 사용할 수 있을 것이다. 신프레게주의자들은 수학적 대상이 시공간 속에 존재하지 않는 추상적 대상이라는 점을 제외한 거의 모든 면에서 물리적 대상과 유사하다고 생각한다. 즉, 그들의 수학적 대상은 우리의 사유와 언어로부터 독립적일 뿐만 아니라 완전한 대상이다. 그리고

34) 위의 논문, pp.545-546.

35) 여기서의 '불완전성'은, 젤타가 말하는 추상적 대상이 코드화하는 속성들과 관련한 불완전성을 의미하는 것이 아니라, 구체적 또는 추상적 대상이 예화하는 속성들과 관련한 불완전성을 의미한다.

수학적 대상은 우리의 사유와 언어로부터 독립되어 있을 뿐만 아니라 같은 종류의 다른 대상으로부터도 완전히 독립되어 있다. 한편, ante rem 구조주의자의 수학적 대상은 우리로부터 독립되어 있긴 하지만 같은 종류의 다른 대상들(즉, 동일한 구조 속에 있는 다른 위치들)로부터는 독립되어 있지 않다. 즉, 위치로서의 수학적 대상은 같은 구조 속에 있는 다른 위치와의 관계적 속성들만을 가진다. 즉, 위치로서의 수학적 대상은 자신을 포함하는 구조를 떠나서는 동일성 기준이 적용될 수 없다는 의미에서 **구조에** 상대적이다. 한편 위치를 대상으로 간주하기 위해서는 위치-대상 관점이 필요하다. 그러나 수학적 대상 자체가 관점에 상대적인 것은 아니다. 단지 수학적 대상의 **인식**이 관점에 상대적인 것이다. 이러한 사실은, 물론, 전혀 플라톤주의를 위협하지 않는다. 수학적 대상은 위치-자리 관점 및 이 관점에서의 배경 존재론에서는 존재자로 인식되지 않으며, 따라서 여기에서는 수학적 대상의 동일성 기준이 적용될 수 없다. 만약 배경 존재론에 있는 어떤 대상(수학적 대상인 위치를 점유하는 대상)과 위치로서의 수학적 대상을 동일한 것으로 간주한다면, 그것은 객관적인 문제가 아니라 단지 편리함을 위한 약정의 문제일 뿐이다.[36] 즉, 폰 노이만의 이론에서처럼 {Φ,{Φ}}를 2로 간주하느냐 아니면 체르멜로의 이론에서처럼 {{Φ}}를 2로 간주하느냐의 문제는 순수히 약정의 문제이다. 밸러거의 수학적 대상은, 신프레게주의자와 마찬가지로, 우리의 사유와 언어로부터 독립적일 뿐만 아니라 완전한 대상이다. 밸러거는 “수학적 대상들의 속성들에 대하여 우리가 확실히 알지 못할 뿐만 아니라, 그러한 속성들 중에는 우리가 상상도 할 수 없었던 것들도 있을 것이다”라는 점을 수학적 대상들의 개수의 풍부성을 논증하기 위해 즐겨 동원한다. 반면에, 다른 세 입장과 달리, 잴타의 수학적 대상은 철저히

36) Shapiro(1997), pp.126-128.

이론에 상대적인 대상이다. 잴타에 의하면, 수학적 대상을 포함한 모든 추상적 대상의 동일성은 문제의 추상적 대상이 코드화하는 속성들에 달려 있으며, 이렇게 코드화되는 속성들은 이론에 의해 결정되기 때문이다. 이론이 다르면, 추상적 대상이 코드화하는 속성들도 달라진다. 따라서 서로 다른 이론의 추상적 대상은 서로 다를 수밖에 없다. 신프레게주의자, 밸러거 그리고 샤피로의 수학적 대상은 우리의 사유, 언어 그리고 이론으로부터 독립적인 대상이다. 반면에 잴타의 수학적 대상은 우리의 이론에 상대적인 대상이다. 한편, 신프레게주의자와 밸러거의 수학적 대상은 완전한 대상이지만, 샤피로의 수학적 대상은 이것이 예화하는 속성들과 관련하여 불완전한 대상이고 잴타의 수학적 대상은 이것이 코드화하는 속성들과 관련하여 불완전한 대상이다. 예를 들면, 샤피로의 경우에, 자연수 2가 흰색인지 그렇지 않는지를 묻는 것은 무의미하다. 왜냐하면 자연수 2는 색깔과 관련된 속성들을 아예 예화하지 않기 때문이다. 또 잴타의 경우에는, 자연수 2의 동일성 여부에 관련을 가지는 코드화하는 속성들 중에는 색깔과 관련을 가지는 속성들이 아예 포함되어 있지 않다. 용어의 의미에 의해 자명하듯이, 대상의 상대성은 플라톤주의를 위협하지만 대상의 불완전성은 플라톤주의를 위협하지 않는다. 한편, 신프레게주의자와 샤피로는 수의 비고유성을 거부하며 밸러거와 잴타는 수의 비고유성을 수용한다.[37)]

밸러거나 신프레게주의자들처럼, 수학적 대상을 완전한 대상으로 간주하는 경우에는, 수의 비고유성 문제가 더 분명하고도 심각한 문제로서 등장한다. 이때 수의 비고유성 문제에 대한 이들의 전략을 비교해볼 때, 수의 비고유성을 거부하는 신프레게주의자의 전략

37) 이러한 구분을 표로 나타내면 다음과 같다.

	완전한 대상으로서의 수학적 대상	불완전한 대상으로서의 수학적 대상
수의 비고유성 거부	신프레게주의(라이트, 헤일)	샤피로의 ante rem 구조주의
수의 비고유성 인정	밸러거의 혈기왕성한 플라톤주의	잴타의 원리화된 플라톤주의

보다 수의 비고유성을 수용하는 밸러거의 전략이 약간 우월한 듯 하지만 둘 다 불만족스럽기는 마찬가지인 것으로 필자에게 비쳐진다. 본 논문에서 직접적으로 다루지는 않았지만, 수의 비고유성 문제에 대한 신프레게주의자의 접근 방식은 고유하게 존재하는 완전한 대상을 우리가 분석적으로 확실하게 파악할 수 있다는 생각에 바탕을 두고 있다. 그들의 전략은 대상들의 동일성 기준과 이 대상들의 종 간의 상관관계를 이용하여 우선 수학적 대상과 비수학적 대상을 구분하고 — 이 단계에서 시이저는 수가 아니라는 것을 알 수 있다.— 더 나아가 서로 다른 종류에 속하는 수학적 대상들을 서로 구분한다. — 이 단계에서 {{Φ}}는 자연수가 아니라는 것을 알 수 있다—. 그러나 그들이, 특히, 헤일이 Hale(1987)에서 시도했던, 대상들의 동일성 기준과 이 대상들의 종 간의 상관관계에 관한 원리의 증명은 성공적이지 않은 것으로 필자는 보고 있다.[38] 여기에 밸러거 식의 사변적인 논증을 추가하면, 부정의 속성까지 포함하여 수많은 속성을 가진 완전한 대상을 완전하게 파악한다는 것은 불가능할 것으로 생각되므로, 신프레게주의자의 주장은 과도하다는 추측을, 그들의 논증을 살피지 않고도, 미리 할 수도 있다. 그리고 만약 다른 더 새로운 신프레게주의자가 나와서 자연수 2는 고유한 완전한 대상이며, 우리는 그것에 대하여 완벽하게 알 수는 없다고 주장한다면, 밸러거는 다음과 같이 사변적인 논증을 펼칠지 모른다; "우선 나는 우리의 수학적 관행과 인식은 성공적이라는 가정을 하겠다. 즉, 수학철학의 임무는 옳지 않은 수학적 관행과 인식을 고치는 것이 아니라, 수학적 관행과 인식을 신뢰하면서 그것을 설명하는 일이라고 나는 가정한다. 그런데, 만약 우리가 나와 새로운 신프레게주의자들처럼 수학적 대상을 완전한 대상으로 간주한다면, 우리의 수학 이론은 그 대상의 모든 속성을 완전히 기술하

38) 권병진(2004) 참조.

지는 못한다는 의미에서 불완전할 수밖에 없다. 그렇다면, 이제 우리 앞에는 '이렇게 불완전한 인식인 수학적 인식이 어떻게 그렇게 강한 신뢰성을 가질 수 있는가'를 설명해야 하는 과제가 놓여지게 된다. 그런데, 내가 생각하기엔, 나의 혈기왕성한 플라톤주의는 그러한 설명을 제공할 수 있지만 새로운 신프레게주의는 그러한 설명을 제공할 수 없다. 자연수 2가 여러 개 있다고 생각하는 나에게는, 우리의 수학적 지식은 각각의 2에 대하여 불완전하지만, 그 수학적 지식은 모든 2들의 공통요소에 대한 정확한 지식으로서 성공적인 수학적 관행에 충분한 지식이라는 하나의 설명이 허용된다. 그러나 만약 우리가 새로운 신프레게주의자들처럼 하나의 2만 존재한다고 가정한다면, 그 유일한 2에 대한 우리의 불완전한 인식이 어떻게 그렇게 강한 신뢰성을 가질 수 있는지에 대한 하나의 **비순환적인** 설명을 제시하기란 거의 불가능해 보인다. 왜냐하면 새로운 신프레게주의자들에게 허용되는 유일한 설명 방식은, 아마도, 고유한 2에 대해서 우리가 갖고 있는 또는 가질 수 지식과 그렇지 못한 지식을 구별해주는 경계선이 있으며, 이때 전자의 지식은 수학적 관행에 충분한 지식임을 이 경계선과 연관하여 설명하는 형태를 가질 것인데, 우리의 수학적 관행에 의존하지 않고 그러한 경계선을 긋기란 거의 불가능해 보이기 때문이다."

실제로 밸러거는 신프레게주의자들에 대해선 거의 언급을 하지 않는다. 아마도 그는 수의 비고유성 문제에 대한 신프레게주의자들의 대응이 성공적이지 않다고 그냥 가정하는 것 같다. 그러나 만약 그가 수의 비고유성 문제와 관련하여 자신의 혈기왕성한 플라톤주의적 대응이 신프레게주의자의 대응보다 우월하다고 논증하려고 한다면, 위의 사변적인 논증에 의존할 수밖에 없을 것 같다. 실제로 밸러거는 FCNN(자연수에 대한 충만한 개념)에 호소하여 자연수는 집합이 아니라고 간단하게 답한다. 그리고 자연수 2는 우리가 상상

도 할 수 없는 속성들을 가질 수 있으므로, 따라서 우리가 아는 한에서는 자연수 2의 속성들을 같이 가지지만 우리가 알 수 없는 부분에서는 서로 다른 속성을 가질 수 있는 서로 다른 대상들이 충분히 있을 수 있으므로, 우리가 사용하는 "2"에 의해 지칭되는 자연수는 여러 개 있을 것이라고 추론한다. 밸러거가 실제로 이러한 사변적인 논증에 의존하는 한, 수의 비고유성 문제와 관련하여 혈기왕성한 플라톤주의가 신프레게주의에 대하여 갖는 우월성은 단지 피상적인 것일 수 있다.

또 다른 한편으로, 수의 비고유성을 수용함으로써 수의 비고유성 문제를 극복하고자 하는 밸러거의 혈기왕성한 플라톤주의에서는, 밸러거 자신의 주장과 달리, 인식과 지칭의 문제가 심각한 문제로서 해결되지 않고 남아 있다. 여러 개의 2들을 우리가 어떻게 단칭어로서 지칭할 수 있는가? 밸러거의 주장대로, 단칭어로써 여러 개의 대상들을 지칭하는 일이 수학적으로 해가 없는 것이라는 점을 인정한다하더라도, 도대체 어떻게 그러한 지칭이 가능한가라는 매우 중요한 문제가 해결되지 않은 채 남아있다.[39] 여기서 우리는 수학적 대상을 완전한 대상으로 간주하는 경우에, 수의 비고유성 문제에 적절히 대응하지 못하거나 수학적 대상에 관한 지식을 어떻게 얻을 수 있는지에 대한 설명이 매우 어려워진다고 추측할 수 있다.

그렇다면, 수학적 대상을 불완전한 대상으로 간주하는 샤피로의 견해와 젤타의 견해는 수의 비고유성 문제에 어느 정도로 성공적으로 대응하고 있는가? 수의 비고유성 문제에 직면하여, 샤피로는 수의 비고유성을 수용하는 것이 아니라, 수 대상을 — 예화하는 속성들과 관련하여 — 불완전한 대상으로 간주함으로써(우리의 사유와 언어로부터는 독립적이지만, 구조에 대해서는 상대적인 대상으

39) 한편 수에 대해서는 비고유성을 거부하지만 집합에 대해서는 비고유성을 인정하는 샤피로도, 역시, 집합에 대한 수학자들의 de re 믿음과 관련하여 어려움을 갖고 있다.

로 간주함으로써) 수의 고유성을 유지하려 한다. 이러한 전략에 대해 밸러거는 수의 비고유성 문제에 대한 샤피로의 대응은 수학적 대상들 중 자연수들은 고유하지만 집합들은 고유하지 않다는 다소 부자연스러운 귀결을 낳는다고 비판한다. 왜냐하면 자연수의 구조를 파악하는 산수 이론은 범주적(categorical)[40]이지만, 집합의 구조를 파악하는 집합론은 범주적이지 않기 때문이다. 더 나아가, 밸러거는 구조에서의 위치인 수 대상은 "관계적 속성만을 지님"이라는 모순적 속성을 갖는다고 비판하기도 한다.[41] 그러나 필자에게는, 밸러거의 이 두 비판이 결정적인 것으로 여겨지지 않는다. 왜냐하면, 자연수들은 고유하지만, 집합들은 고유하지 않다는 샤피로의 주장은 신뢰할 만한 형식적 자연수 이론과 집합 이론에 대한 모델 이론적 탐구의 결과로서 하나의 수학적 사실에 대한 주장이며, 어떤 수학적 대상은 고유하고 어떤 수학적 대상은 고유하지 않다는 사실이 조금 생소하다는 느낌이외에 그 어떤 부자연스러움도 필자는 발견할 수 없기 때문이다. 또한 구조 속의 위치는 "관계적 속성만을 지님"이라는 모순적 속성을 지닌다는 밸러거의 비판에 대해서는, "관계적 속성만을 지님"이라는 속성이 우선 진정한 속성이긴 하냐의 문제를 제기할 수 있다. 논의를 위하여, 어떤 대상이 꼭 10개의 긍정적인 속성들을 지녔다고 가정해보자. 그렇다면 우리는, 밸러거의 속성 귀속 방식에 따라, 그 대상이 "10개의 긍정적인 속성을 지님"이라는 속성을 가진다고 말할 수 있을 것이다. 그러나 이 속성 역시 모순적 속성이라는 것은 분명하다. 왜냐하면 이 새로운 속성을 문제의 대상이 가짐으로써, 그 대상은 11개의 긍정적인

40) 어떤 이론이 "범주적(categorical)"이라는 것은 그 이론의 모델들이 모두 동형적임을 의미한다.

41) 만약 수 대상이 "관계적 속성만을 지님"이라는 속성을 가진다면, 수 대상은 "관계적 속성만을 지님"이라는 속성을 가질 수 없다. 왜냐하면 "관계적 속성만을 지님"이라는 속성은 관계적 속성이 아니기 때문이다.

속성을 가지게 되기 때문이다. 즉, 어떤 대상이 이 속성을 가지는 순간 그 대상은 이 속성을 가지지 않게 된다. 이러한 사실은 밸러거의 속성 귀속 방식이 문제가 있다는 것을, 즉, 위 밸러거의 비판은 진정한 속성으로 간주할 수 있는 것과 그렇지 않은 것을 구별하는 합당한 기준의 결여로부터 비롯된 것이고 실제로는, 밸러거의 의도와는 달리, 이러한 기준과 관련된 문제를 던져주고 있음을 암시하고 있다. 한편, 수 대상을 철저히 이론에 상대적인 것으로 또 — 코드화하는 속성들과 관련하여 — 불완전한 것으로 간주하는, 따라서 자연수 이론들의 개수만큼 자연수 2가 존재한다고 믿는, 잴타는 수의 비고유성을 수용함으로써 수의 비고유성 문제를 해결한다.

따라서 수의 비고유성 문제와 인식의 문제를 함께 고려할 때, 수학적 대상을 불완전한 대상으로 간주하는 입장들이 더 나은 상황에 있는 것 같다. 그러나 잴타의 원리화된 플라톤주의는 우리가 일반적으로 생각하는 플라톤주의를 심각히 위협하고 있다. 원리화된 플라톤주의에 따르면, 수학적 대상은 이론에 상대적이기 때문이다.

자연수 2는 완전한 대상으로서 고유하게 한 개 있다고 주장하는 신프레게주의자들은 베나세라프의 수의 비고유성 논증에 성공적으로 대처하지 못한다. 자연수 2들이 엄청 많이 있다고 주장하는 밸러거는 수의 지칭과 인식의 문제를 해결하지 않은 채 남겨두고 있다. 한편, 수의 비고유성 문제와 지칭과 인식의 문제를 잘 해결하고 있는 듯이 보이는 잴타의 이론에서는 플라톤주의의 색깔이 너무 엷어져 그 색깔을 식별할 수 없을 정도다. 필자에게는 샤피로의 ante rem 구조주의가 기존의 플라톤주의들 중에서는 수의 비고유성 문제와 인식의 문제를 가장 성공적으로 해결하고 있는 것으로 보인다.[42]

---

42) 글을 개선하는 데 도움이 된 자세한 논평을 해 주신 두 분의 익명의 심사위원님께 감사드립니다.

참고문헌

권병진(2001), "프레게의 플라톤주의와 수 동일성 기준", 『철학』.

_____(2004), "수 미결정성, 동일성 기준 그리고 종", 『논리연구』.

박준용(2002), "줄리어스 시저 반론: 프레게는 왜 맥락적 추상화 방법을 받아들이지 않았는가?", 『철학연구』 57.

Balaguer, Mark(1998), *Platonism and Anti-Platonism in Mathematics*, Oxford.

Beall, JC(1999), "From Full Blooded Platonism to Really Full Blooded Platonism," *Philosophia Mathematica*, Oct.

Benacerraf P.(1983), "What numbers could not be," in *Philosophy of Mathematics*(edited by Benacerraf & Putnam).

__________(1983), "Mathematical Truth," in *Philosophy of Mathematics*(edited by Benacerraf & Putnam).

Cheyne, Colin(1999), "Problems with Profligate Platonism," *Philosophia Mathematica*, June.

Field, H.(1980), *Science without Numbers: a defense of nominalism*, Oxford.

________(1989), *Realism, Mathematics and Modality*, Basil Blackwell.

Hale, B.(1987), *Abstract Objects*, Basil Blackwell.

Hale, B & Wright, C.(2001), *The Reason's Proper Study*, Oxford.

______________(2002), "Benacerraf's Dilemma Revisited," *European Journal of Philosophy* 10:1, Blackwell.

Hart, W.D.(editor)(1996), *The Philosophy of Mathematics*, Oxford.

Hellman, G.(1989), *Mathematics without Numbers: Towards a Modal -Structural Interpretation*, Oxford.

Parsons, C.(1990), "The Structuralist View of Mathematical Objects," *Synthese*, 84.

Resnik, M. D.(1981), "Mathematics as a Science of Patterns: Ontology and Reference," *Nous*, 15.

___________(1997), *Mathematics as a Science of Patterns*, Oxford.

Restall, Greg(2003), "Just what is Full-blooded platonism?," *Philosophia mathematica*, Feb.

Shapiro, S.(1989), "Structure and Ontology," *Philosophical Topics*, 17.

_________(1991), *Foundation without Foundationalism*, Oxford.

_________(1997), *Philosophy of Mathematics: Structure and Ontology*, Oxford.

_________(2000), *Thinking about mathematics*, Oxford.

Zalta, N. Edward(1995), "Naturalized Platonism versus Platonized Naturalism," pp.525-555, *The Journal of Philosophy*.

_______________(1999), & M. Colyvan, "Review of Balaguer's Platonism and Anti-Platonism in Mathematics," *Philosophia Mathematica*, Oct.

강릉대학교 철학과
E-mail: bjinkwon@kangnung.ac.kr