큰 유전율을 가지는 유전체의 전자계 해석을 위한 FVTD-LTS 기법

論 文
55C-6-10

FVTD-LTS Method for Electromagnetic Field Analysis by Dielectric with large Permittivity

尹 光 烈† · 蔡 勇 雄*
(Kwang-Yeol Yoon · Yong-Yoong Chai)

Abstract - The finite volume time domain(FVTD) method gives accurate results for the calculation of electromagnetic wave propagation but it should be noted that the number of sampling points per wavelength should be increased when more accurate numerical results are required. Moreover it requires large amount of computer memory resources. In this paper we propose a modified FVTD that employs a time subdivision. The local time-subdivided FVTD(FVTD-LTS) method is enough to divide the space domain grid with a large step size. This method can reduce computation time and memory resources. To validate the proposed method, sever numerical examples are presented. We have then shown that the proposed method yields a reasonable solution.

Key Words : FVTD, FVTD-LTS, Cell Size, Memory Resources, Electromagnetic Wave

1. 서 론

최근 컴퓨터의 급속한 발전과 보급에 의해서 전자계의 수치적 모델링 기법 중 시간영역에서의 해석 방법인 FVTD (finite volume time domain)와 FDTD (finite difference time domain)는 Maxwell 방정식의 직접해를 구하여, 전자파의 전파현상을 정확하게 해석 할 수 있는 장점을 가지고 있다. 이 방법들은 셀의 사이즈가 작으면 작을수록, 다시 말하면, 1파장을 구성하는 셀의 수가 많으면 많을수록 정확한 결과를 얻을 수 있다. 그러나 시뮬레이션 하는데 소요되는 계산 시간이나 계산기의 메모리를 많이 필요로 하는 단점을 지닌다. 일반적인 FDTD법에서는, 계산 영역 내의 최소 파장에 대해 셀의 한 변을 1/10~1/15 파장 정도로 최대의 FDTD의 셀 사이즈를 요구하고 있다[1]. 셀 사이즈를 결정하는 부분에서, 가장 큰 문제는 유전체 내부에서는 자유공간에 비해 파장이 짧아지기 때문에 유전체 영역을 고려하여 셀 사이즈를 작게 결정 할 필요가 있다. 비교적 큰 유전율을 가지는 산란체와 자유공간이 혼재하는 경우에는 유전체 영역에 작은 셀을 적용하여 사용한다면, 계산 시간이나 메모리의 소비를 절약 할 수가 있다. 최근 이러한 연구에 대한 관심이 높으며, 많은 연구가 이루어지고 있다[1]~[6]. 이러한 기법에서는 해석 영역 내에 일부분만 존재하는 구조체나 또는 그 표면 형상이나 유전체를 효율성 있게 모델화하는 방법으로서 해석 대상물 근방에 특별한 셀을 사용해 모델화하는 local subcell method [6], 또는 해석 산란체를 포함하는 소영역을 주위의 셀 사이즈보다 작은 셀로 분할하는 local subgriding method [1],[3], 임의형상의 경계치문제에 있어서 유리한 FVTD와 FDTD에 의한 hybrid method [5] 등이 있다.

본 논문에서는 기존의 FVTD법을 이용하여 해석 영역 내에 존재하는 비교적 유전율이 높은 유전체의 산란특성 문제를 효율성 있게 해석할 수 있는 새로운 FVTD 알고리즘에 대해 검토한다. 기존의 기법과는 달리 전체 계산영역을 스텝 사이즈가 크고 거친 격자로 분할하여. 유전체 영역을 비유전율의 평방근에 의존하는 국부 시간 세분화 방법을 제시하였다. 이 기법을 유전체 도파관의 전자계 계산에 적용하여 수치해의 정확도와 타당성을 검토하였다. 그 결과 기존의 FVTD법과 비교 하였을 때, 계산 소요시간 및 메모리 소비량을 절약하면서도 정확한 수치해를 구할 수 있었다.

† 교신저자, 正會員 : 啓明大 工大 電子工學科 助敎授 · 工博
E-mail : yoonky@kmu.ac.kr
* 正 會 員 : 啓明大 工大 電子工學科 副敎授 · 工博
接受日字 : 2006年 3月 27日
最終完了 : 2006年 5月 10日

2. FVTD 관계식 및 FVTD-LTS 법

2.1 2차원 FVTD 관계식

계산의 편리를 위해 자유공간의 고유임피던스로 정규화된 자계를 이용하며, 수평편파의 FVTD 관계식을 정리하면 다음과 같이 주어진다[7].

$$H_x^{n+1}(i,j) = \Xi^{i,j} H_x^n(i,j) - \Gamma_y^{i,j} A^{i,j} [E_z^n(i,j+1) - E_z^n(i,j-1)] \quad (1)$$

$$H_y^{n+1}(i,j) = \Xi^{i,j} H_y^n(i,j) - \Gamma_x^{i,j} A^{i,j} [E_z^n(i+1,j) - E_z^n(i-1,j)] \quad (2)$$

$$E_z^{n+1}(i,j) = \Omega^{i,j} E_z^n(i,j) - \Gamma_y^{i,j} B^{i,j}[H_x^{n+1}(i,j+1) - H_x^{n+1}(i,j-1)] + \Gamma_x^{i,j} B^{i,j}[H_y^{n+1}(i+1,j) - H_y^{n+1}(i-1,j)] \quad (3)$$

수직편파의 FVTD 관계식은

$$H_z^{n+1}(i,j) = \Xi^{i,j} H_z^n(i,j) - \Lambda_y^{i,j} A^{i,j}[E_x^n(i,j+1) - E_x^n(i,j-1)] + \Lambda_x^{i,j} A^{i,j}[E_y^n(i+1,j) - E_y^n(i-1,j)] \quad (4)$$

$$E_x^{n+1}(i,j) = \Omega^{i,j} E_x^n(i,j) + \Gamma_y^{i,j} B^{i,j}[H_z^{n+1}(i,j+1) - H_z^{n+1}(i,j-1)] \quad (5)$$

$$E_x^{n+1}(i,j) = \Omega^{i,j} E_x^n(i,j) + \Gamma_x^{i,j} B^{i,j}[H_z^{n+1}(i+1,j) - H_z^{n+1}(i-1,j)] \quad (6)$$

으로 표현되며, 위의 관계식들에 포함된 step parameters 는 다음과 같이 정의 된다.

$$\Xi^{i,j} = \exp(-\alpha_{mi,j}) \quad (7)$$

$$\Lambda_{x,y}^{i,j} = \frac{c\Delta t}{2\mu_{ri,j}\Delta x, y} \quad (8)$$

$$A^{i,j} = \frac{1-\exp(-\alpha_{mi,j})}{\alpha_{mi,j}} \quad (9)$$

$$\Omega^{i,j} = \exp(-\alpha_{i,j}) \quad (10)$$

$$\Gamma_{x,y}^{i,j} = \frac{c\Delta t}{2\varepsilon_{ri,j}\Delta x, y} \quad (11)$$

$$B^{i,j} = \frac{1-\exp(-\alpha_{i,j})}{\alpha_{i,j}} \quad (12)$$

$$\alpha_{mi,j} = \frac{\sigma_{mi,j}\Delta t}{\mu_0 \mu_{ri,j}} \quad (13)$$

$$\alpha_{i,j} = \frac{\sigma_{i,j}\Delta t}{\varepsilon_0 \varepsilon_{ri,j}} \quad (14)$$

여기서 Δx와 Δy는 spatial increment 이며, Δt 는 time difference를 표시한다. 또한,

$$c = 1/\sqrt{\epsilon_0 \mu_0} \quad (15)$$

는 자유공간의 전파속도를 나타낸다. 유한 영역 내에서의 수치 해석을 위한 흡수경계조건은 PML(perfectly matched layer)의 흡수경계 조건을 적용하였다[8].

2.2 FVTD-LTS(local time subdivision)

셀 사이즈를 결정함에 있어서 가장 큰 문제는 유전체 영역에서는 식(16)과 같이 자유공간에 비해 파장이 짧아지기 때문에 정확도 높은 수치해석을 위해서는 반드시 유전체 영역을 고려한 셀 사이즈가 결정되어야 한다.

$$k = \begin{cases} \omega\sqrt{\varepsilon_0\mu_0} = k_0 \\ \omega\sqrt{\varepsilon_0\mu_0} = k_0\sqrt{\varepsilon} = \dfrac{2\pi}{\lambda/\sqrt{\varepsilon}} \end{cases} \quad (16)$$

두 매질의 고유 임피던스가 같을 때 2.1 절의 FVTD 표현식 (11)은 공간 셀의 위치 i,j 에 따라 달라진다. 이처럼 각 매질중의 전자파의 전파속도와 공간 셀 사이즈가 부정합을 일으키게 된다. 따라서 자유 공간에 의한 셀 사이즈를 Δx, Δy 로 놓을 경우, 매질정수 $\varepsilon_{ri,j}$ 를 가진 유전체 영역의 셀 사이즈 $\Delta x_{i,j}$ 와 $\Delta y_{i,j}$ 는 다음과 같이 선택 할 필요가 있다.

$$\Delta x_{i,j}, \Delta y_{i,j} = \frac{\Delta x, \Delta y}{\sqrt{\varepsilon_{ri,j}}} \quad (17)$$

식(17)은 유전 매질 중에 있어서 전자파의 파장이 $1/\sqrt{\epsilon_{ri,j}}$ 로 단축되는 것에 대응하여, 유전체 중의 공간 셀 사이즈를 단축해야 된다는 의미를 표시하고 있다. 이처럼 공간 셀 사이즈를 비유전율의 평방근에 의존하도록 조정하면 자유공간과 같은 정도의 공간격자로 계산 할 수 있다. 그러나 세분화된 셀 경계에는 전자계의 접속이 필요하며, 특히 임의 형상의 경계치 문제에서는 그 계산이 복잡하게 전개될 수밖에 없다. 그래서 셀 경계에서의 전자계의 접속, 즉 공간적인 세분화는 고려하지 않고, 그림 1처럼, 유전체 중에 자유공간에 비교하여 단축되는 식(17)의 $\sqrt{\epsilon_{ri,j}}$ 만큼을 시간영역에서 세분화하는 방법을 제안한다.

이 방법은 세분화되는 영역에 대하여 특별한 정식화는 요구되지 않는다. 2.1 절에서 기술된 FVTD 알고리즘을 그대로 적용하여 간단히 구현 할 수 있다. 그러나 시간영역에서 세분화되는 셀 내의 유전율이 다르기 때문에, 수치계산에 있어서 불안정이 발생할 가능성이 있다. 이것을 해결하는 방법으로 식(18)과 같은 보정 계수를 이용하여 시간세분화 영역에 적용하면, 수치계산에서 발생되는 불안정성을 해소 할 수 있다.

$$\alpha = \sqrt{\frac{\varepsilon_{ri,j} - 1}{\varepsilon_{r\max}}} \quad (18)$$

이상의 과정을 시간영역에 따른 전자계 데이터의 흐름을 그림 1에 표시하였다. 제안하는 기법의 간단한 알고리즘은 다음과 같다.

i) 세분화영역을 포함한 전영역에 속하는 전자계 $E^n(i,j)$, $H^n(i,j)$의 계산

ii) 세분화되는 영역의 분할

iii) 식(18)의 보정계수를 이용한 세분화영역의 e,h의 계산을 N 회 반복 계산.

iv) N은 다음과 같이 주어진다.

$N = \sqrt{\epsilon_{ri,j}}$ 의 정수부

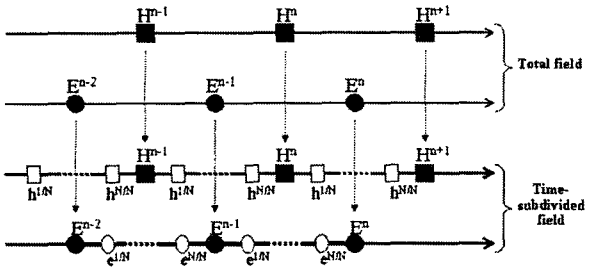

그림 1 시간세분화에 따른 전자계의 흐름도

Fig. 1 Flowchart of electromagnetic field for local time subdivision.

3. 수치계산 결과 및 분석

서로 다른 매질의 경계면을 가지는 2차원 도파관 구조에 대해, 본 논문에서 제안하는 유전체 영역을 시간 세분화하는 기법과 기존의 기법을 비교하기 위해 채용한 시뮬레이션 환경을 그림 2에 표시 하였다. 본 논문에서는 그림 2처럼 셀 경계면이 변화가 없는 일정한 경우를 가정하여, 이 계산영역 내에 있어서 에너지의 반사율(reflectivity), 투과율(transmissivity) 및 엄밀해(rigorous solution)를 계산하여, 기존의 FVTD법에 의한 수치해석 결과와 시간세분화에 의한 FVTD(이하 FVTD-LTS)법의 계산 결과를 비교 하였다. FVTD시뮬레이션에 있어서 계산영역은 7.68 m × 1.2 m의 유전체를 가지는 도파관으로 가정하여, 주파수 1.0 GHz인 정현파가 사용되었고, 유전율(permittivity:ε_r)을 50으로 설정하였다. 계산영역을 유한한 범위로 정하기 위해서 상하에는 PML흡수경계조건을 사용하였다[8].

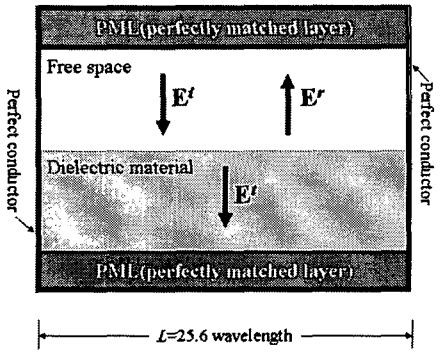

그림 2 시뮬레이션 환경 1

Fig. 2 The simulation conditions 1.

FVTD-LTS의 안정해(安定解)를 얻기 위한 조건으로 spatial increment($\Delta=\Delta x=\Delta y$)와 time difference(Δt)는 다음과 같은 Courant의 조건을 만족해야 한다.

$$\Delta t = \frac{2\Delta}{c\sqrt{2}} \tag{19}$$

이때 실제의 FVTD-LTS 계산에서는 $\Delta=\Delta x=\Delta y=1\lambda/20$, Δt=5.0 *ns* 로 정하였다. 이 기법의 정확성을 평가하는 방법으로서 도파관 내의 에너지 전달을 표시하는 양으로 포인팅 전력(P)을 식(20)에 의해 구하고, 식(21)~(23)과 같이 에너지의 반사율 및 투과율을 구하였다. 에너지 보존의 법칙에서 R_1+T_1=1의 관계가 성립해야 된다. 이러한 평가량을 사용하여 그림 2에서 제시한 시뮬레이션 환경 1 에서의 반사율과 투과율의 엄밀해를 구하여, 기존의 FVTD 기법과 본 논문에서 제안하는 FVTD-LTS에 관한 수치계산 결과를 비교하였다.

$$P = \int_s (E \times H^*) \cdot ds \tag{20}$$

$$n = \frac{\sqrt{\varepsilon_{r1} - (\lambda / L)^2}}{\sqrt{\varepsilon_0 - (\lambda / L)^2}} \tag{21}$$

$$R_1 = \left(\frac{E_r}{E_i}\right)^2 = \left(\frac{1-n}{1+n}\right)^2 \tag{22}$$

$$T_1 = \left(\frac{E_t}{E_i}\right)^2 = \left(\frac{2\sqrt{n}}{1+n}\right)^2 \tag{23}$$

우선 FVTD법에 의한 수치 계산의 안정된 결과를 얻기 위하여, 셀 사이즈의 변화에 의한 수치해의 수속성을 검토하였다. 식 (24)와 같이 기존의 FVTD법의 계산에서는 자유공간의 파장에 대해 셀의 수를 20~160 까지 변화를 주었고, FVTD-LTS법의 계산에서는 전체 계산영역의 공간격자를 1λ/20 으로 일정하게 두었다.

$$\Delta x = \Delta y = \frac{\lambda}{N}, \ (N = 20, 80, 160) \tag{24}$$

두 방법에 의한 수치해의 안정도를 비교하기 위하여, time step의 변화에 따르는 유전체 내의 전력을 계산하였다.

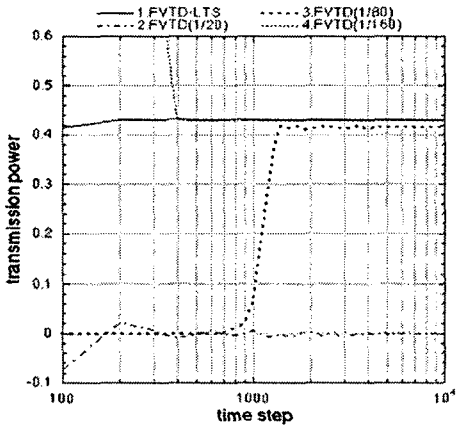

그림 3 시간 스텝에의한 투과 전력의 수속성

Fig. 3 Convergence of transmission power with respect to the time step.

그림 3은 투과전력의 계산 결과에 대한 수속 특성을 비교하였다. 그림 3에서 FVTD-LTS의 결과(실선)를 보면 기존의 FVTD에 의한 결과와 비교해서 수치해의 수속성이 매우

빠르며 안정되어 있음을 알 수 있다. 기존의 기법을 사용한 결과에서는 FVTD-LTS에서 사용한 동일한 셀 사이즈(1λ/20)에서는 유전체 내의 투과 전력이 존재하지 않고, 셀 사이즈가 1λ/80 이하 인 경우에 time step이 어느 정도 경과한 후에 수치해가 안정되어 가는 것을 볼 수 있다.

다음으로 제안하는 기법의 정확성을 비교하기 위해 그림 2와 같은 시뮬레이션 환경에서 도파관 내의 에너지 반사율(R_1) 및 투과율(T_1)을 계산하여, 기존의 FVTD와 FVTD-LTS에 의한 수치계산 결과를 비교하여 표 1에 제시하였다. 셀 사이즈를 1λ/160으로 설정한 FVTD법의 결과와 FVTD-LTS에 의한 계산 결과는 표 1에서와 같이 엄밀해와 잘 일치 하고 있음을 알 수 있다. 기존의 FVTD법에서는 유전체 영역을 고려할 때, 전체영역을 1λ/160 정도(유전체 공간 셀 사이즈: 1λ/22)로 셀 사이즈를 정하였을 때, 정확도 높은 계산 결과를 구할 수 있었다. 한편, FVTD-LTS에서는 전체 계산 영역을 1λ/20 정도의 스텝 사이즈가 큰 셀로 설정하였지만 정확한 수치계산 결과를 얻을 수 있었다.

표 2에는 이러한 수치계산 결과를 얻기 위해 필요한 계산 시간과 메모리 소비량을 표시 하였다. 사용된 계산기는 COMPAQ ALPHA STATION XP 1000 이며, 표 2에서와 같이 기존의 FVTD법의 계산에서는 정확한 결과를 얻기 위해서는 대량의 계산시간과 메모리양이 필요하다는 것을 알 수 있다. 본 논문에서 제안하는 FVTD-LTS의 방법을 사용하면 계산시간과 메모리 소비를 절약할 수 있다는 것을 알 수 있다.

표 1 셀 사이즈 변화에 따른 반사율 및 투과율

Table 1 Reflectivity and Transmissivity coefficients with respect to the nember of sampling point.

cell size (λ)	R_1	T_1	cell size in dielectric (λ)
1/20	0.99997	0.00003	1/2.8
1/40	0.99821	0.00179	1/5.7
1/80	0.50487	0.49964	1/11.4
1/160	0.57863	0.42162	1/22.8
1/20(FVTD-LTS)	0.56898	0.42524	-
rigorous solution	**0.56678**	**0.43321**	

표 2 실행 시간 및 메모리 소비량

Table 2 CPU run time and memory requirements.

cell size (λ)	run time (m:s)	memory (Mbyte)	cell size in dielectric (λ)
1/20	0:04	2.3	1/2.8
1/40	1:05	6.5	1/5.7
1/80	6:06	15	1/11.4
1/60	38:01	38	1/22.8
1/20(FVTD-LTS)	0:12	2.3	-

그림 4와 5에서는 전체 셀 사이즈를 1λ/20 으로 하여, FVTD-LTS법과 FVTD법에 의한 전계분포를 계산하였다. 그림 4의 FVTD-LTS에 의한 수치해석 결과에서는 유전체 영역 내에 투과파가 존재하고 있으나, 그림 5의 FVTD법의 결과에서는 손실이 없는 유전체 도파관 모델에도 불구하고 유전체 영역 내에 전자파가 전파되고 있지 않다는 것으로 설명될 수 있다.

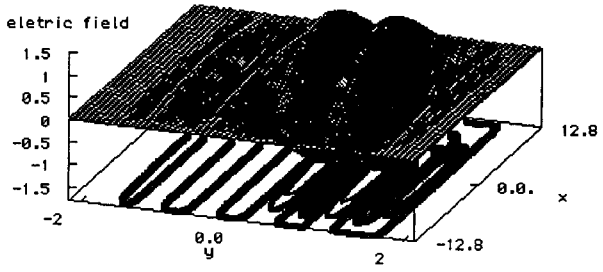

그림 4 FVTD-LTS 시뮬레이션에 의한 전계 분포

Fig. 4 Electric field distribution by FVTD-LTS.

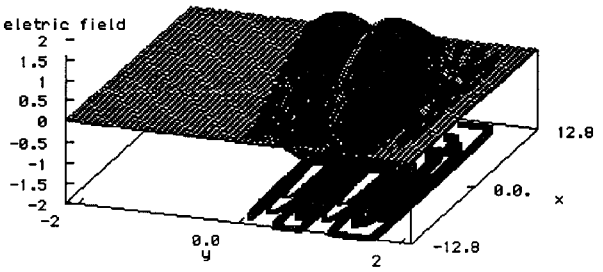

그림 5 FVTD 시뮬레이션에 의한 전계 분포

Fig. 5 Electric field distribution by FVTD with 1/20 cells in free space.

마지막으로 그림 6은 2차원 도파관 내에 두께 1 λ의 평면 유전체를 삽입 한 예를 표시하였다. 수치계산에 사용한 조건은 앞의 그림 2의 시뮬레이션 환경과 동일하게 설정하였다. 계산영역 내의 에너지 반사율과 투과율 및 엄밀해를 계산하여 표 3에 그 결과를 제시 하였다. 그림 6의 시뮬레이션 환경과 같은 구조에서도 FVTD-LTS 기법에 의한 수치계산의 결과는 엄밀해와 잘 일치하는 것을 알 수 있다.

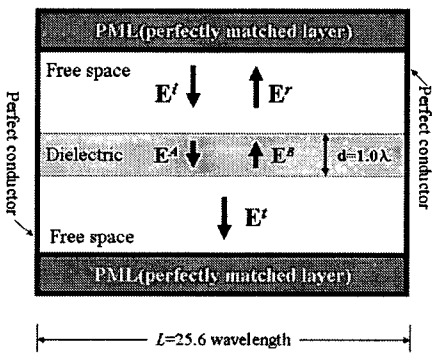

그림 6 시뮬레이션 환경 2

Fig. 6 The simulation conditions 2.

표 3 셀 사이즈 변화에 따른 반사율 및 투과율

Table 3 Reflectivity and Transmissivity coefficients with respect to the nember of sampling point.

cell size (λ)	R_1	T_1	cell size in dielectric (λ)
1/20	0.9968	2.9×10^{-7}	1/2.8
1/160	0.8836	0.1163	1/22.8
1/20(FVTD-LTS)	0.8818	0.1181	-
rigorous solution	**0.8837**	**0.1162**	

4. 결 론

본 논문에서는 FVTD를 이용하여 전자계의 수치계산에 있어서 계산시간과 메모리양을 줄이면서도 정확한 계산 결과를 구할 수 있는 방법으로 FVTD-LTS 기법을 제안하였다. 비교적 큰 유전율의 유전체를 가지는 도파관 모델을 사용하여 유전체 영역에 시간 세분화 기법을 적용하여 기존의 방법에 의한 수치해석 결과와 비교 하였다. 기존의 FVTD법을 사용하여 전자계의 수치해석을 하는 경우, 정확도가 높은 수치해석 결과를 얻기 위해서는 산란체 내부의 유전율을 고려한 셀 사이즈의 선택이 중요하다. 특히, 계산 영역 내의 최소 파장에 대해 셀의 한 변을 1/20 파장 정도로 배치한다면, 전체 계산영역에 해당하는 셀의 수가 증가하게 되어 수치계산에 소요되는 계산시간 및 메모리 소비량이 증가하게 된다. 이러한 문제에 대해서 FVTD-LTS 기법은 전체 계산영역을 거친 격자로 설정하고, 유전체 영역에 국부 시간 세분화 기법을 적용하여, 계산시간과 메모리양을 줄이면서도 정확도가 높은 수치계산 결과를 얻을 수 있었다. 앞으로 셀의 경계면이 임의형상인 모델 등으로 그 적용 범위의 확장 가능성에 대한 연구가 필요할 것으로 판단된다.

감사의 글

본 연구는 2003년도부터 시행된 한국산업기술재단의 지역전략산업 석·박사 연구인력 양성사업에 의하여 이루어진 연구로서, 관계부처에 감사 드립니다.

참 고 문 헌

[1] M. W. Chevalier, R. J. Luebbers, and V. P. Cable,"FDTD Local Grid With Material Travers," IEEE Trans. AP., vol45, No. 3, pp. 411-421, March 1997.

[2] I. S. Kim and W. J. R. Hoefer, "A local mesh refinement algorithm for the time domain finite difference method using Maxwell's equations," IEEE Trans. Microwave Theory Tech, vol.38, No. 6, pp. 812-815, June 1990.

[3] S. S. Zivanovic, K. S. Yee, and K. K. Mei, "A subgridding method for the finite domain finite difference method to solve Maxwell's equations," IEEE Trans. Microwave Theory Tech, vol.39, No. 3, pp. 471-479, March 1991.

[4] D.T Prescott and N. V. Shuley, "A method for incorporating different sized cells into the finite difference time domain analysis," IEEE Microwave and Guided Wave Letters, vol.2, No. 11, pp. 434-436, Nov. 1992.

[5] K. S. Yee and J. S. Chen, " The finite difference time domain(FDTD) and finite volume time domain(FVTD) methods in solving Maxwell's equations," IEEE Trans. AP., vol.45, No. 3, pp. 354-363, March 1997.

[6] A. Taflove, Computational Electrodynamics; The finite difference time domain method, Norwood, MA, Atrec House, 1995.

[7] K. Uchida, T. Matunaga, T. Noda and K.K. Han, "FVTD algorithm and its application procedure," Res. Bull. Fukuoka Inst. Tech., vol.29, No. 1, pp. 121-130, Oct. 1996.

[8] J. P. Berenger, "A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves," J. Comp. Phys., vol.114, No. 2, pp. 185-200, Oct. 1994.

저 자 소 개

윤 광 렬(尹 光 烈)

1966년 2월 16일생. 1994년 후쿠오카 공업대학교 정보공학과 졸업. 1996년 동 대학원 정보공학과 공학석사. 2001년 큐슈대학교 시스템정보과학 연구과 공학박사. 2001년~현재 계명대학교 전자공학과 조교수.

Tel : +82-53-580-5344

Fax : +82-53-580-5344

E-mail : yoonky@kmu.ac.kr

채 용 웅(蔡 勇 雄)

1958년 8월 16일생. 1985년 서강대학교 전자공학과 졸업. 1991년 Oklahoma State Univ. 전자공학전공 석사. 1994년 Oklahoma State Univ. 전자공학전공 공학박사. 1998년~현재 계명대학교 전자공학과 부교수.

Tel : +82-53-580-5923

Fax : +82-53-580-5923

E-mail : yychai@kmu.ac.kr