

〈 논문 〉

## 벌칙함수 기반 크리깅메타모델의 순차적 유용영역 실험계획

이태희<sup>†</sup> · 성준엽\* · 정재준\*

(2005년 12월 15일 접수, 2006년 3월 29일 심사완료)

### Sequential Feasible Domain Sampling of Kriging Metamodel by Using Penalty Function

Tae Hee Lee, Jun Yeob Seong and Jae Jun Jung

**Key Words :** Approximate Model(근사모델), Kriging Metamodel(크리깅메타모델), Sequential Sampling(순차적 실험계획), Feasible Domain Sampling(유용영역 실험계획)

#### Abstract

Metamodel, model of model, has been widely used to improve an efficiency of optimization process in engineering fields. However, global metamodels of constraints in a constrained optimization problem are required good accuracy around neighborhood of optimum point. To satisfy this requirement, more sampling points must be located around the boundary and inside of feasible region. Therefore, a new sampling strategy that is capable of identifying feasible domain should be applied to select sampling points for metamodels of constraints. In this research, we suggeste sequential feasible domain sampling that can locate sampling points likely within feasible domain by using penalty function method. To validate the excellence of feasible domain sampling, we compare the optimum results from the proposed method with those form conventional global space-filling sampling for a variety of optimization problems. The advantages of the feasible domain sampling are discussed further.

#### 기호설명

$\hat{y}(x)$  : 크리깅모델  
 $x_s$  : 기존의 해석점 집합  
 $x_c$  : 새로운 해석점 집합  
 $u(x)$  : 단위계단함수

#### 1. 서론

현재 공학분야에서 사용되는 많은 시뮬레이션모델은 점점 복잡해지고, 한번 해석하는데 긴 해석시간이 요구된다. 지속적인 컴퓨터 성능향상에도 불구하고 이러한 시뮬레이션 모델에 직접 최적설계기법을 적용하는 것은 한계가 있다. 따라서 공

학분야에서는 시뮬레이션 모델을 대체할 수 있는 메타모델(metamodel)과 같은 통계적 기법을 널리 사용하고 있다.<sup>(1,2)</sup> 메타모델의 주된 관심은 가능한 해석 횟수를 통해 정확한 근사모델을 구성하는 실험계획에 관한 연구이다. 실험계획에 관한 연구로는 설계영역을 실험점으로 고르게 충전하는 충전실험계획(space-filling design)과<sup>(2)</sup> 순차적으로 실험점을 추가하는 순차적실험계획(sequential sampling)<sup>(3,4)</sup>이 제안되었다.

하지만 지금까지 제안된 충전실험계획과 순차적 실험계획은 단일응답에 대하여 전체 설계영역을 고르게 충전 하는 개념을 사용하였다. 그러나 실제의 최적화 문제는 하나의 응답이 아닌 다수의 응답함수로 구성되어 있고, 최적해의 정확성을 보장하기 위해서는 전체 설계영역보다는 최적점 주위의 근사화가 중요하게 고려되어야 한다.<sup>(5)</sup> 또한 최적화 문제의 유용영역(feasible domain)이 전체 영역에 비해 좁을 때나, 제약함수가 매우 비선형적인 경우 메타모델을 이용하여 구한 최적화 결과는

<sup>†</sup> 책임저자, 회원, 한양대학교 기계공학부  
 E-mail : thlee@hanyang.ac.kr  
 TEL : (02)2220-0449 FAX : (02)2298-4634  
 \* 한양대학교 대학원 기계설계학과

메타모델의 부정확성으로 인해 제약조건을 위배할 수 있기 때문에 유용영역의 근사화가 보다 중요하게 고려 되어야 한다. 하지만 기존 증진실험계획과 순차적실험계획은 유용영역 내부나 그 주위에 많은 실험점을 선택하지 못해 원래 목적함수의 최적해와 제약조건을 효과적으로 근사화 할 수 없다.

따라서 본 연구에서는 최적해의 정확성을 향상시키면서 실험계획의 효율을 극대화하기 위해 유용영역 주위나 내부에 더 많은 실험점을 선택하는 순차적 유용영역 실험계획(sequential feasible domain sampling)을 제안한다. 이를 위해 벌칙함수(penalty function)를 이용한 최적화 문제를 정의하여 제약조건을 만족하는 실험점들을 선택한다.

제안된 순차적 유용영역 실험계획의 우수성을 살펴보기 위해 다양한 유형의 함수로 구성된 최적화문제와 공학문제에 적용한다. 최적화 결과를 바탕으로 순차적 유용영역 실험계획을 순차적 최소거리최대화 방법과 비교해 보고, 제안된 방법의 특징과 우수성에 대해 논의한다.

## 2. 순차적 실험계획

### 2.1 순차적 유용영역 실험계획

본 연구에서는 순차적으로 유용영역 내부에 실험점을 선택하기 위하여 다음과 같은 샘플링기법을 제안한다. 제안하는 샘플링기법을 위한 목적함수는 계단함수를 이용한 벌칙함수로 활성제약조건의 크리깅모델을 사용하여 다음과 같이 정의한다.

$$\max_{\mathbf{x}_c} [D - w\{u(\max(\varepsilon, \hat{g}_1, \dots, \hat{g}_m))\}] \quad (1)$$

여기서  $D$ 는 0 과 1 사이로 정규화된 기존 해석점과 새로 추가할 점 사이의 최소거리로 식(2)와 같이 정의한다.

$$D = \min \|\mathbf{x} - \mathbf{x}_s\|, \quad \mathbf{x}_s \in \mathbf{X}_s \quad (2)$$

식 (1)에서 주어진 제약최적화문제의 제약조건을 위배할 경우에는 벌칙값이 주어지고, 모든 제약조건을 만족할 경우에는 벌칙값이 부과되지 않음으로써 유용영역 경계나 내부에 새로운 실험점이 추가 된다.  $w$ 는 벌칙값으로 0과 1 사이로 정규화된 설계변수간의 최대 거리보다 큰 상수값을 주었다. 또한  $u(\max(\varepsilon, \hat{g}_1, \dots, \hat{g}_m))$ 는 단위계단함수(unit step function)로 최적화문제의 제약함수가 작거나 같은 형태로 표현될 때 제약조건의 위배량이  $\varepsilon$ 보다 작으면 0이 되고, 위배량이  $\varepsilon$ 보다 크면 1이 된다. 본 논문에서  $\varepsilon$ -활성화 전략을 적용하여  $\varepsilon = 0.001$ 을 사용하였다. 새로운 실험점을 선택하기 위해 사용된 최적화 방법은 전역최적화 방

법인 실수코딩 유전알고리즘을 사용하였다.

메타모델의 부정확성으로 인해 유용영역이 현재 존재하지 않을 경우, 제안한 방법은 기존 점들과 가장 멀리 위치한 새로운 점을 추가해 증진실험계획을 반영한다.

### 2.2 크리깅모델

본 논문에서는 제안한 실험계획을 적용할 근사화모델로 비선형성을 잘 표현해 주는 크리깅모델을 이용하였다. 크리깅모델은 전역모델  $\mathbf{f}(\mathbf{x})^T \boldsymbol{\beta}$ 와 편차  $z(\mathbf{x})$ 의 합으로 표현한다.

$$y(\mathbf{x}) = \mathbf{f}(\mathbf{x})^T \boldsymbol{\beta} + z(\mathbf{x}) \quad (3)$$

크리깅모델은 통계적 개념을 통해 다음과 같이 유도된다.<sup>(4,6)</sup>

$$\hat{y}(\mathbf{x}) = \mathbf{f}(\mathbf{x})^T \hat{\boldsymbol{\beta}} + \mathbf{r}(\mathbf{x})^T \mathbf{R}^{-1}(\mathbf{Y} - \mathbf{F}\hat{\boldsymbol{\beta}}) \quad (4)$$

여기서  $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ 는 예측점(prediction point)의 응답,  $\mathbf{r}(\mathbf{x})$ 는 예측점과 해석점들간의 상관벡터,  $\mathbf{R}$ 은 실험점들간의 상관관계를 나타내는 상관행렬이다.

## 3. 예 제

본 연구에서는 제안된 순차적 유용영역 실험계획의 우수성을 살펴보기 위해 다양한 수학 최적화 문제와 실제 공학 예제에 적용해 보았다. 기존의 순차적 최소거리최대화 방법과<sup>(7)</sup> 제안한 방법을 통해 구한 메타모델을 이용하여 근사최적화 문제를 풀고, 최적해의 결과를 비교해 보았다.

### 3.1 수학 예제

수학 최적화 예제로는 최적화 알고리즘의 검증 함수로 자주 사용되는 문제들을 채택하였으며,<sup>(8)</sup> 유용영역이 전체 설계영역에 비해 작은 문제 중 목적함수와 제약함수의 비선형성을 고려하여 다양한 경우에 대해 선택하였다(부록의 Table 6 참조). Schittkowski 문제의 경우 문제의 번호, 함수식, 최적화 시작점 그리고 설계변수들의 범위 등을 명시하였고, 이외의 문제에 대해서는 목적함수와 제약함수 중 비선형성이 큰 함수의 이름을 사용하여 명명하였다.

초기 샘플링의 개수는 초기 샘플링의 영향을 줄이고, 제안된 실험계획의 특성을 최대한 반영하기 위해 2<sup>n</sup>형 요인배치법(2<sup>n</sup> factorial design)을 이용하였다. 최종 샘플링은 최적값의 전체적인 수렴경향성을 살펴보기 위해 30 개까지 하였으나 값의 변화가 없을 경우 본 논문에는 결과의 일부만을 제시하였다.

최적화 알고리즘은 SQP(Sequential Quadratic Programming)를 이용하였다. 근사모델을 이용한 최적해의 정확성은 최적값의 절대오차와 최적점에서 목적함수의 상대오차를 이용하여 다음과 같은 수식으로 평가한다.

$$E_{xopt} = \|\hat{\mathbf{x}}^{opt} - \mathbf{x}^{opt}\| \quad (5)$$

$$E_{fopt} = \begin{cases} \frac{|f(\hat{\mathbf{x}}^{opt}) - f(\mathbf{x}^{opt})|}{f(\mathbf{x}^{opt})} & \text{if } f(\mathbf{x}^{opt}) \neq 0 \\ |f(\hat{\mathbf{x}}^{opt}) - f(\mathbf{x}^{opt})| & \text{if } f(\mathbf{x}^{opt}) = 0 \end{cases} \quad (6)$$

Figs. 1~5는 두가지 순차적 실험계획에 의한 근사모델을 이용하여 유용영역과 목적함수의 등고선을 나타내며 음영부분은 유용영역을 보여준다. 선택한 실험점의 개수는 오차비교를 기준으로 제안한 방법이 정확한 최적해를 얻었을 때의 개수이다. 초기 실험점은 삼각형 점으로, 순차적으로 추가된 점은 사각형점으로 나타내었다. 또한 실제 함수의 그림에서 \*는 실제 최적점의 위치를 나타낸다.

Fig. 1(b)와 Fig. 2(b)의 유용영역 실험계획은 유용영역 내부나 그 주위에 대부분의 실험점을 선택한 데 반해 (c)의 최소거리최대화 방법은 유용영역 내부에 소수의 실험점이 선택되었음을 확인할 수 있다. 따라서 실제 함수와 두 방법의 유용영역을 비교했을 때 제안한 방법은 정확한 등고선을 보여주는 반면 기존 방법은 제약함수를 정확히 근사화하지 못하고 있다. 이 결과는 유용영역을 고려하지 않고 전체 설계영역에 고르게 실험점을 선택하는 충진개념 실험계획은 최적해가 제약조건외 경계에 존재할 경우 최적해를 효과적으로 근사화할 수 없다는 것을 보여준다. 또한, 여기서 확인할 수 있는 것은 단위계단함수의 효과이다. Fig. 1의 (b)에서 중앙의 실험점은 유용영역이 존재하지 않는 상태에서 선택된 것으로 이 문제는 초기 실험점만으로는 유용영역을 형성하지 못해 한개의 실험점을 추가한 후 유용영역을 찾은 것을 알 수 있다.

Fig. 3의 목적함수는 Rosenbrock 함수로 경계로 갈수록 함수값의 변화가 급격하고, 최적해 주위에서 협소한 평활면이 존재하기 때문에 근사화에 많은 실험점이 요구된다. 기존 방법은 최적해 주위의 평활면을 정확히 근사화하지 못하는 반면 본 논문에서 제안한 방법은 최적해 주위를 정확히 근사화하는 것을 확인할 수 있다.

Fig. 4는 제약함수가 비선형성이 강한 Branin 함수로 3개로 분리된 유용영역이 형성된다. 제안된 방법의 경우 제약함수의 강한 비선형성에도 불구하고 유용영역이 형성되는 부분에 대해서는 제약함

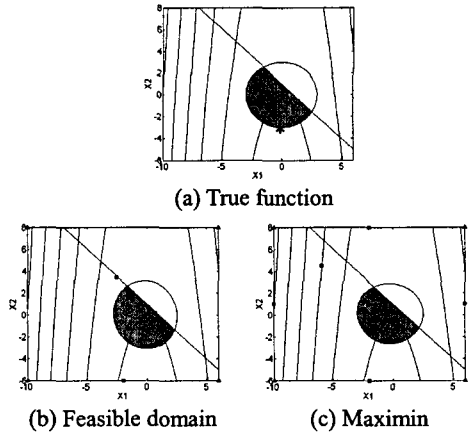


Fig. 1 10 sampling points and contour plots of kriging model for function 228 (NS=10)

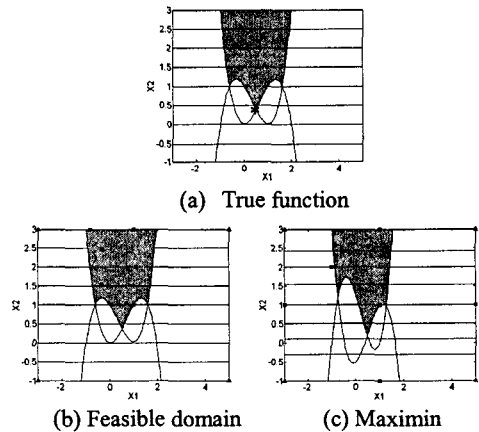


Fig. 2 10 sampling points and contour plots of kriging model for function 230 (NS=10)

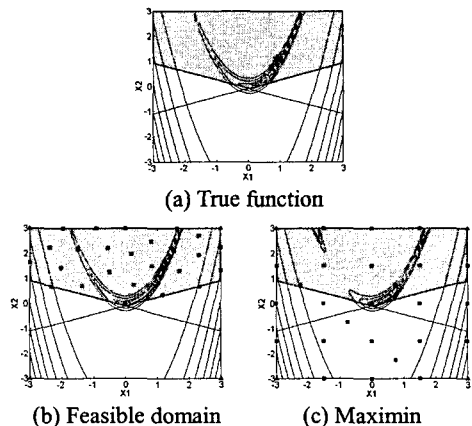


Fig. 3 29 sampling points and contour plots of kriging model for function 231 (NS=29)

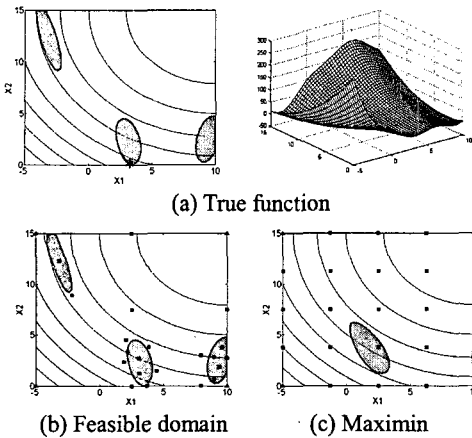


Fig. 4 25 sampling points and contour plots of kriging model for Branin function (NS=25)

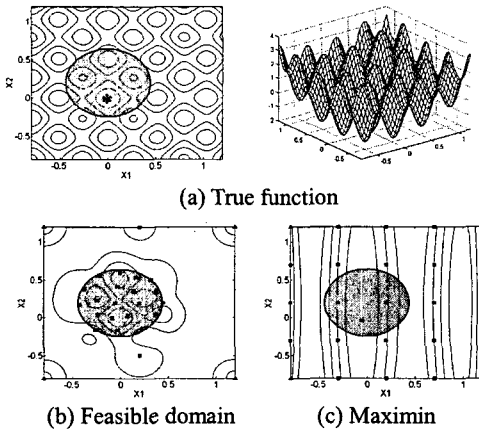


Fig. 5 26 sampling points and contour plots of kriging model for Rastrigin function (NS=26)

수를 정확히 근사화 하고 있음을 확인할 수 있다. 하지만 전체 설계영역에 대해 실험점을 분포시킨 경우에는 제약함수를 정확히 근사화 하지 못해 분리된 유용영역을 모두 나타내지 못하는 것을 알 수 있다.

Fig. 5는 목적함수가 매우 비선형적인 함수를 갖는 최적화 문제로 유용영역 내부에서 다수의 국부 최적해를 가지는 문제이다. 제안한 방법의 경우는 유용영역의 내부의 다수의 국부 최적해를 모두 정확히 근사화를 해주고 있음을 알 수 있다. 즉 불용영역에 사용될 실험점들을 유용영역 내부나 주위에 위치시킴으로서 적은 실험점으로도 유용영역 내부의 비선형성을 정확히 근사화 하고 있다. 하지만 기존 방법의 경우 유용영역 내부의 목적함수를 정확히 근사화시키지 못할 뿐만 아니라 실험점의 절대적인 부족으로 전체적인 목적함수의 왜곡을 보이고 있다.

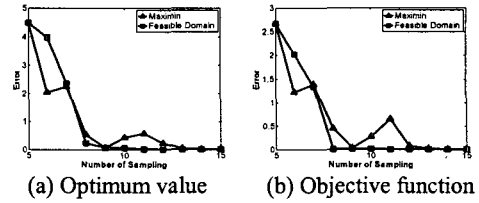


Fig. 6 Errors vs. sampling points for function 228

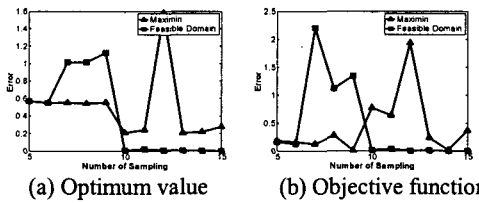


Fig. 7 Errors vs. sampling points for function 230

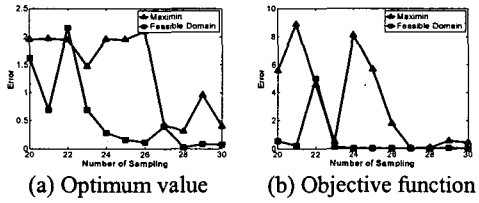


Fig. 8 Errors vs. sampling points for function 231

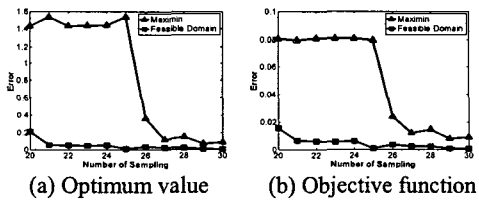


Fig. 9 Errors vs. sampling points for Branin function

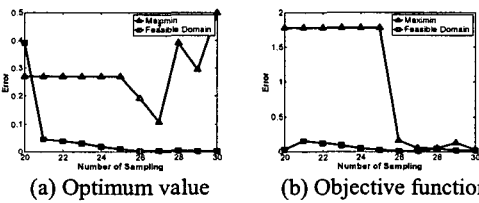


Fig. 10 Errors vs. sampling points for Rastrigin function

Figs. 6~10은 실험점을 증가시키면서 최적해의 오차를 비교한 것이다. 다섯개 함수의 결과에서 순차적 유용영역 실험계획은 순차적 최소거리최대화 방법보다 적은 실험점 개수에서 정확한 최적해를 구해 주고 있다. 또한 제안된 방법은 최적해를 찾은 후에 정확한 최적해의 결과를 유지해 주는 것을 확인할 수 있지만 기존 방법은 정확한 최적해를 찾아 주지 못하고 그 값 역시 변화가 심한 것을 확인할 수 있다.

Fig. 6에서는 기존방법과 제안한 방법이 전반적으로 비슷한 경향을 나타내지만 제안한 방법이 좀 더 적은 실험점으로 정확한 최적화 결과를 보이는 것을 확인할 수 있다.

Fig. 7에서 최소거리최대화 방법은 9개 정도의 실험점에서 정확한 값을 보이는 것으로 잘못 판단할 수도 있다. 하지만 이러한 결과는 5번째 실험점을 최적점 주위인 설계영역의 중앙에 선택함으로써 함수를 전혀 근사화 하지 못한 상태에서 잘못 얻어진 결과임을 확인할 수 있었다.

Fig. 8의 경우 제안한 방법은 29번째 실험점부터 최적점과 목적함수값 모두 정확한 결과를 보여 주고 있다. 하지만 기존방법은 큰 오차를 나타낸다. 기존의 방법 역시 충분히 많은 실험점을 선택한다면 정확한 결과를 얻을 수도 있다. 따라서 정확한 최적값을 얻기 위해서는 많은 실험점들을 불용영역에 낭비하게 된다.

Fig. 9과 Fig. 10에서는 제안한 방법은 실험점 25개 전후부터 정확한 결과를 보여 준다. 하지만 기존의 방법은 오차의 전체적인 경향이 계단형태를 보여주고 있다. 이러한 결과는 전체 설계영역을 고르게 충전하는 방법의 특성상 유용영역 주위나 내부에 하나의 실험점을 선택한 후 다시 그와 근접한 부분에 점을 추가하기 위해서는 설계영역의 다른 부분에 많은 실험점을 추가한 후에야 가능하기 때문이다.

각 함수에 대해 제안한 방법과 기존방법을 통해 구한 메타모델을 이용하여 근사최적화를 수행한 결과와 실제 함수를 이용하여 최적화한 결과값의 비교는 Table 1 과 Table 2 를 통해 확인할 수 있다.

Table 1 Comparison of optimum variables

Functions	NS	Sampling	$x_1^{opt}$	$x_2^{opt}$	$E_{sopt}$
228	10	Maximin	-0.1475	-2.6033	0.4232
		Feasible domain	-0.0011	-3.0509	0.0509
		True function	0	-3.0000	
230	10	Maximin	0.4782	0.1682	0.2080
		Feasible domain	0.5026	0.3692	0.0064
		True function	0.5000	0.3750	
231	29	Maximin	0.4565	0.2126	0.9568
		Feasible domain	0.9652	0.9305	0.0777
		True function	1.0000	1.0000	
Branin	25	Maximin	2.3328	1.2644	1.5367
		Feasible domain	3.2731	0.0474	0.0015
		True function	3.2730	0.0489	
Rastrigin	26	Maximin	-0.0545	0.1829	0.1909
		Feasible domain	0.0017	-0.0005	0.0018
		True function	0	0	

3.2 진동판의 강성 향상을 위한 최적설계

Fig. 11과 같이 원형진동판의 공진으로 진폭을 증가시키기 위해 진동자의 고유치, 응력, 부피에 대한 근사모델을 진동판의 강성 향상을 위한 최적화문제에 적용한다. 모델의 모달(modal)해석 및 정적(static)해석을 위해 모델의 가장자리의 변위는 완전히 구속시키고, 모델의 중심부에 100 mN의 힘을 가하였다. 여기서 하중 100 mN 은 스프링이 진동할 때 발생하는 최대 변위에 상응하는 힘이다. 유한요소해석에 필요한 스프링의 물성치는 Table 3 과 같다.

원형진동판에 대한 최적설계 문제는 두개의 설계변수에 대해 최대응력과 최대부피를 제약조건으로 가지고, 첫번째 고유진동수를 최대화 하는 문제로 식 (7)과 같이 정의한다.

$$\begin{aligned}
 & \text{Find } \theta, \text{width} \\
 & \text{To maximize } f \\
 & \text{Subject to } \sigma_{\max} \leq 300(\text{MPa}) \\
 & \text{Volume} \leq 1.1600 \times 10^{-7} (\text{m}^3)
 \end{aligned} \tag{7}$$

Table 2 Comparison of optimum objective values

Functions	NS	Sampling	$f^{opt}$	$E_{fopt}$
228	10	Maximin	-2.1856	0.2715
		Feasible domain	-3.0518	0.0173
		True function	-3.0000	
230	10	Maximin	0.0875	0.2875
		Feasible domain	0.3692	0.0058
		True function	0.3750	
231	29	Maximin	0.5501	0.5501
		Feasible domain	0.0241	0.0241
		True function	0	
Branin	25	Maximin	-247.5435	0.0794
		Feasible domain	-268.8307	0.0002
		True function	-268.7885	
Rastrigin	26	Maximin	-1.6919	0.1541
		Feasible domain	-2.0087	0.0044
		True function	2.0000	

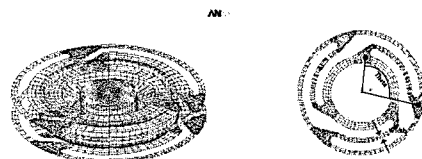


Fig. 11 Finit element model and design variables

여기서  $\sigma_{max}$  는 판스프링에 작용하는 최대응력을 나타내고,  $f$  는 첫번째 고유진동수를 나타낸다. 제안한 방법으로 실험계획을 실시한 후 근사최적설계를 한 결과와 직접 유한요소 모델을 사용하여 최적화 한 결과를 비교해 보았다. 실제 모델을 사용한 경우에는 Model Center 를 이용하였으며 최적화 방법은 동일하게 SQP 를 사용하였다.

Table 5는 두가지 방법을 이용하여 최적화를 수행한 결과를 나타낸다. 초기 모델에 비해 강도와 부피는 유사하나 고유진동수는 24% 정도의 개선 효과를 보이고 있다.

메타모델을 이용하여 구한 최적화 결과는 실제 모델을 사용해 최적화한 방법보다 41% 정도 적은 해석 횟수만을 사용해 제약조건을 만족하는 매우 정확한 최적해를 구해주는 것을 확인할 수 있다. 부피와 응력은 최적값에서 각각 0.0128%, 0.2226% 상대오차를, 목적함수인 고유진동수는 1.395% 정도의 상대오차를 보인다.

Table 3 Material properties of circular vibrating plate

Element	Young's Modulus	Poisson's Ratio	Density
Shell 63	128.0 (GPa)	0.29	8300 (kg/m <sup>3</sup> )

Table 4 Initial design values

Theta (degree)	Width (m)	Volume (m <sup>3</sup> )	Stress (GPa)	Frequency (Hz)
75	8.0000 × 10 <sup>-4</sup>	1.1593 × 10 <sup>-7</sup>	295.3625	248.1423

Table 5 Comparison of optimum values

	Model Center	Feasible Domain	Error (%)
Theta(degree)	60	60	0.0128
Width(m)	9.5550 × 10 <sup>-4</sup>	9.5510 × 10 <sup>-4</sup>	
Volume(m <sup>3</sup> )	1.1600 × 10 <sup>-7</sup>	1.1600 × 10 <sup>-7</sup>	0
Stress(GPa)	232.9759	233.4946	0.2226
Frequency(Hz)	335.0250	339.6981	1.3948
Number of Analysis	17	10	-

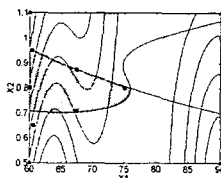


Fig. 12 10 sampling points and contour plots of kriging model for circular vibrating plate (NS=10)

Fig. 12에서 10개 실험점으로 구성된 근사모델의 등고선을 통해 부피는 선형성을 응력과 고유진동수는 비선형성을 가지는 것을 확인할 수 있다.

#### 4. 결론

근사최적화 문제에 적합한 순차적 유용영역 실험계획을 제안하였다. 기존에 고려하지 않았던 최적화 문제의 유용영역을 고려하여 순차적으로 유용영역 내부에 실험점을 선택하기 위한 샘플링 기법을 제안하였다. 이러한 샘플링기법의 목적함수는 계단함수를 이용한 벌칙함수로 활성 제약조건인 크리깅모델을 사용하였다. 따라서 기존방법에 있어 불용영역의 근사화를 위해 사용된 많은 실험점들을 유용영역 내부나 주위에 위치시켰다. 그 결과 제약조건에 대한 최적해의 위배를 방지하고, 최적해의 정확도를 향상시키며, 정확한 최적해를 얻기위한 해석 횟수를 줄일 수 있었다.

수학예제와 공학예제를 통해 기존의 실험계획과 제안한 방법의 차이를 살펴보았다. 제안한 방법은 적은 실험점에서 매우 정확한 최적해를 찾아주는 것을 확인할 수 있었다. 특히 유용영역이 전체 설계영역에 비해 좁고 목적함수 또는 제약조건인 함수가 비선형성적인 경우 기존 방법에 비해 매우 우수하다는 것을 확인할 수 있었다. 또한 제약최적화 문제에 있어서는 전체설계영역에 대한 근사화 보다는 유용영역을 형성하는 제약함수와 목적함수의 근사화의 중요성을 확인할 수 있었다.

본 연구에서는 실험점을 추가함에 따른 최적해의 정확성을 살펴보기 위해 충분한 실험점을 추가하였으나 좀더 효율적인 실험계획을 위해서는 순차적 실험계획법의 종료 조건에 관한 연구가 필요하다.

#### 후기

이 연구는 한국과학재단 지정 한양대학교 최적설계신기술연구센터의 지원으로 수행되었다.

#### 참고문헌

- (1) Simpson, T. W., Peplinski, J. D., Koch, P. N. and Allen, J. K., 1997, "On the use of Statistics in Design and the Implications for Deterministic Computer Experiments," *Proceedings of DETC'97 ASME 1997 Design Engineering Technical Conferences*, DETC97DTM-3881.

(2) Simpson, T. W., Lin, D. K. J. and Chen, W., 2001, "Sampling Strategies for Computer Experiments: Design and Analysis," *International Journal of Reliability and Application*, Vol. 2 (3), pp. 209~240.

(3) Jin R., Chen W. and Sudjianto A., 2002, "On Sequential Sampling for Global Metamodeling in Engineering Design," *Proceedings of DETC'02 ASME 2002 Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference*, DETC2002/DAC-32092.

(4) Sacks, J., Welch, W. J., Mitchell, T. J. and Wynn, H. P., 1989, "Design and Analysis of Computer Experiments," *Statistical Science*, Vol. 4 (4), pp. 409~435.

(5) Watson, A.G. and Barnes, R.J., 1995, "Infill Sampling Criteria to Locate Extremes," *Mathematical Geology*, Vol. 27 (5), pp. 589~608.

(6) Lee, T. H., Jung, J. J., Hwang, I. K., and Lee, C. S., 2004, "Sensitivity Approach of Sequential Sampling for Kriging Model," *Transactions of the KSME A*, Vol. 28 (11), pp. 1760~1767.

(7) Johnson, M. E., Moore, L. M. and Ylvisaker, D., 1990, "Minimax and Maximin Distance Designs," *Journal of Statistical Planning and Inference*, Vol. 26 (2), pp. 131~148.

(8) Schittkowski, K., 1987, *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems*, pp. 52~55.

APPENDIX

Table 6 Test functions

Function	Equation
Function 228	$f(x) = x_1^2 + x_2$ $g_1(x) = x_1 + x_2 - 1 \leq 0$ $g_2(x) = (x_1^2 + x_2^2) - 9 \leq 0$ $[x_1, x_2] \in [-10, 6] \times [-6, 8], x^{(0)} = [0, 0]^T$
Function 230	$f(x) = x_2$ $g_1(x) = 2x_1^2 - x_1^3 - x_2 \leq 0$ $g_2(x) = 2(1 - x_1)^2 - (1 - x_1)^3 - x_2 \leq 0$ $[x_1, x_2] \in [-3, 5] \times [-1, 3], x^{(0)} = [0, 0]^T$
Function 231	$f(x) = 100(x_2 - x_1^2)^2 + (1 - x_1)^2$ $g_1(x) = -(1/3)x_1 - x_2 - 0.1 \leq 0$ $g_2(x) = (1/3)x_1 - x_2 - 0.1 \leq 0$ $[x_1, x_2] \in [-3, 3] \times [-3, 3], x^{(0)} = [-1.2, 1]^T$
Branin	$f(x) = -(x_1 - 10)^2 - (x_2 - 15)^2$ $g_1(x) = (x_2 - \frac{5.1}{4\pi^2}x_1^2 + \frac{5}{\pi}x_1 - 6)^2 + 10(1 - \frac{1}{8\pi})\cos x_1 + 5 \leq 0$ $[x_1, x_2] \in [-5, 10] \times [0, 15], x^{(0)} = [-1.2, 1]^T$
Rastrigin	$f(x) = x_1^2 + x_2^2 - \cos 12x_1 - \cos 12x_2$ $g_1(x) = x_1 + (x_2 - 0.2)^2 - 0.2 \leq 0$ $[x_1, x_2] \in [-1, 1] \times [-1, 1], x^{(0)} = [0.1, -0.1]^T$