

## Lagrangian Dynamic Sub-grid Scale 모델에 의한 평행평판내 입방체 장애물 주위 유동에 관한 대 와동 모사

고상철† · 박남섭\*

(원고접수일 : 2005년 7월 4일, 심사완료일 : 2005년 9월 30일)

### Large eddy simulation of turbulent flow around a wall-mounted cubic obstacle in a channel using Lagrangian dynamic SGS model

Sang-Cheol Ko† · Nam-Seob Park\*

**Abstract** : Large eddy simulation has been applied to simulate turbulent flow around a cubic obstacle mounted on a channel surface for a Reynolds number of 40000(based on the incoming bulk velocity and the obstacle height) using a Smagorinsky model and a Lagrangian dynamic model. In order to develop the LES to the practical engineering application, the effect of upwind scheme, turbulent sub-grid scale model were investigated. The computed velocities, turbulence quantities, separation and reattachment length were evaluated by compared with the previous experimental results.

**Key words** : LES(Large eddy simulation, 대 와동 모사), Lagrangian dynamics sub-grid scale model(Lagrangian dynamic SGS 모델), Cubical obstacle(입방체 장애물), Turbulent flow(난류유동)

#### 1. 서 론

최근, 유한 체적법을 이용한 LES(Large eddy simulation)에 의한 복잡 유동장에 대한 수치해석이 활발하게 진행되고 있을 뿐 아니라, 몇 가지의 고정도 SGS(Sub-grid scale) 모델이 제안되어 다양한 분야에서 실용화에 근접한 수치해석 수법으로 주목을 받고 있다. 본 연구는 LES 모델로서 Lagrangian dynamic SGS 모델<sup>(1)</sup>(이하 LDSM으로 표기)을 적용하고 평행평판내 입방체

장애물 주위의 난류해석을 수행하여 표준 Smagorinsky 모델<sup>(2)</sup>(이하 S-Model로 표기)을 이용한 결과와의 비교 검토를 수행한 결과이다.

Meneveau 등에 의해 제안된 LDSM은 Dynamic 모델의 모델계수를 구하는 데에 있어서 통계적으로 일정한 방향에 대해 평균화 조작을 취하지 않고, 유체괴의 유적선을 따라 평균화 조작을 수행하기 때문에 통계적으로 일정한 방향이 존재하지 않는 복잡한 입의 형상을 갖는 난류 유동장에도 Dynamic SGS 모델이 적용 가능하게 되었다.

† 책임저자(전주대학교 기계자동차공학과), E-mail : scko@jeonju.ac.kr, Tel : 063) 220-2623

\* 현대 · 기아 연구개발본부

한편, 차분법에 의한 LES에서는 계산 격자를 충분히 작게 분할하지 않으면 불안정한 수치진동이 생기기 쉽다. 본 연구에서 대상으로 하는 평행평판 내 장애물 주변의 유동장을 해석하는 경우에도 장애물체의 모서리 부분에서 wiggle 현상이 발생하고 유동장의 전영역에 이의 영향이 나타나게 되어 유동장의 불안정성을 초래하는 수치진동을 유발하게 된다. 이와 같은 수치진동 현상은 특히 상류측의 영향을 크게 받는 유동장의 경우 발생하기 쉬우며, 결과적으로 난류 유동장의 수치해석을 곤란하게 하는 원인이 된다. 이에 대하여, 상류측의 수치진동을 억제하여 수치계산의 안정성을 도모하기 위해 대류항의 이산화에 QUICK 스킴<sup>(3)</sup>을 사용하게 되면 SGS 모델의 효과에 의해 스킴에 의한 수치오차가 증대하게 되어 후류측의 흐름이 나빠지게 된다.

본 연구에서는 공학적인 응용성이 뛰어난 평행평판내 입방체 장애물이 존재할 경우, 그 주위의 난류 유동장에 대한 수치해석을 수행하였다. 일반적인 LES 난류모델인 Smagorinsky 모델을 이용한 수치해석 결과 수치진동이 발생하였다. 이에 대하여 수치계산의 안정성을 위해 대류항의 이산화에 QUICK 스킴을 채용한 계산을 수행한 결과 수치진동은 억제되었으나 수치오차가 발생하여 하류측 속도분포에 영향을 미쳤다. 따라서 QUICK 스킴에 의한 수치오차를 줄이기 위해 수치진동을 유발하는 장애물의 상류측 일부 한정된 영역에 QUICK 스킴을 적용한 계산을 수행함으로써 하류측의 속도분포의 개선이 이루어졌다. 한편, 통계적으로 일정한 방향이 존재하지 않는 복잡 난류 유동장에 적용 가능한 Lagrangian dynamic SGS 모델에 의한 수치진동의 영향에 대해서도 검토를 수행하였다.

## 2. 지배 방정식

### 2.1 LES의 지배방정식

본 연구에서는 아래에 나타낸 비압축성 유동에 관한 공간 필터 조작을 수행한 LES 지배방정식을 다음과 같이 나타낸다.

$$\overline{\frac{\partial u_i}{\partial x_i}} = 0 \quad (1)$$

$$\overline{\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial(u_i u_j)}{\partial x_j}} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_j \partial x_j} - \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad (2)$$

여기서  $\tau_{ij}$ 는 대류항에 대한 필터 조작에 의해 생성되는 SGS 응력항으로, 다음식과 같이 주어진다.

$$\tau_{ij} = \overline{u_i u_j} - \bar{u}_i \bar{u}_j \quad (3)$$

### 2.2 Smagorinsky 모델의 기초방정식

S-Model에 의한 SGS 응력  $\tau_{ij}$ 는 다음식으로 표현된다.

$$\tau_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \tau_{kk} = -2(C_s \Delta)^2 |\bar{S}| \bar{S}_{ij} \quad (4)$$

여기서,  $\bar{S}_{ij}$ 는 응력텐서로 다음식으로 나타낸다.

$$\bar{S}_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (5)$$

$$|\bar{S}| = \sqrt{2 \bar{S}_{ij} \bar{S}_{ij}} \quad (6)$$

본 계산에서 Smagorinsky 모델계수  $C_s=0.1$ 로 하여 계산을 수행하였으며, 길이 스케일  $\Delta$ 는 격자 크기와 Van Driest형의 감쇠 함수<sup>(4)</sup>를 이용하여 계산함으로써, 벽면 부근의 점근 거동을 구하고 있다.

$$\Delta = f \cdot (\Delta x_1 \Delta x_2 \Delta x_3)^{1/3} \quad (7)$$

$$f = 1 - \exp(-y^+/25) \quad (8)$$

### 2.3 Lagrangian dynamic SGS 모델의 기초식

Germano등<sup>(5)</sup>에 의해 제안된 Dynamic SGS 모델은 통상의 Grid scale의  $\bar{f}$  와, 그 보다 큰 Test filter  $\tilde{f}$  를 도입하고, (4)식의 계수  $C=(C_s \Delta)^2$ 의 시간적, 공간적 변화를 순간순간의 계산 결과로부터 동적으로 구하는 수법으로 Lilly에 의한 최소자승법<sup>(6)</sup>을 적용하면 다음 식으로 주어진다.

$$C = -\frac{1}{2} \frac{L_{ij} M_{ij}}{M_{ij} M_{ij}} \quad (9)$$

단,

$$L_{ij} = \overline{u_i u_j} - \overline{u_i} \overline{u_j} - \frac{1}{3} \delta_{ij} L_{kk} \quad (10)$$

$$M_{ij} = \overline{\Delta^2 (\alpha^2 |\overline{S}| \overline{S}_{ij} - |\overline{S}| \overline{S}_{ij})} - \frac{1}{3} \delta_{ij} M_{kk} \quad (11)$$

$$\alpha = \frac{\overline{\Delta}}{\Delta} \quad (12)$$

본 계산에서  $\alpha=2$ 로 하고, Dynamic SGS 모델의 Test filter는 Taniguchi등<sup>(7)</sup>의 제안에 근거한 다음 식으로 주어진다.

$$\overline{\overline{f}} = \overline{f} + \frac{\overline{\Delta^2}}{24} \Delta^2 \overline{f} + O(\overline{\Delta^4}) \quad (13)$$

일반적으로, Dynamic SGS 모델에 의해 파라미터 C를 구하는 경우는 수치 불안정성을 피하기 위해 난류장의 통계적으로 일정한 방향에 대하여 평균화 조작을 수행한다. 그러나 본 계산에서 대상으로 하는 형상은 통계적으로 일정한 방향이 존재하지 않는 경우이기 때문에, 파라미터 C의 평균화 조작을 유적선을 따라 행하는 Meneveau 등에 의한 Lagrangian dynamic SGS 모델에 의한 방법을 적용하면, 식 (9)는 아래와 같이 정식화된다.

$$C = -\frac{1}{2} \frac{I_{LM}}{I_{MM}} \quad (14)$$

$$I_{LM} = \int_{-\infty}^{\infty} L_{ij} M_{ij}(z(t'), t') W(t-t') dt' \quad (15)$$

$$I_{MM} = \int_{-\infty}^{\infty} M_{ij} M_{ij}(z(t'), t') W(t-t') dt' \quad (16)$$

윗식은 적분 함수 형태이기 때문에 실제의 수치 해석에서는 취급하기 곤란하므로, 시간에 관한 가중 함수를  $W(t-t') = T^{-1} \exp(-(t-t')/T)$ 로 나타내면, 다음과 같은 수송 방정식으로 표현된다.

$$\frac{DI_{LM}}{Dt} = \frac{1}{T} (L_{ij} M_{ij} - I_{LM}) \quad (17)$$

$$\frac{DI_{MM}}{Dt} = \frac{1}{T} (M_{ij} M_{ij} - I_{MM}) \quad (18)$$

한편, 유적선을 따라 어느 정도 과거까지의 궤적을 추적하는가를 의미하는 시간스케일 T는 다음 식으로 주어진다.

$$T = C_t \overline{\Delta} (I_{LM})^{-1/4} \quad (19)$$

이때 시간완화계수  $C_t$ 는 본 연구에서는 2.0을 사용하여 계산을 수행하였다.

### 3. 수치 해석 방법

기초 방정식에 대한 이산화는 유한 체적법<sup>(8)</sup>에 기초한 차분법에 의해 수행되었다. 계산격자는 부등간격의 Staggered 격자를 이용하였으며, 공간 스킴은 2차 정도 중심차분, 시간 스킴은 3차의 Runge-Kutta 법<sup>(9)</sup>을 이용하여 계산을 수행하였다. S-Model을 이용한 계산에 대해서는 스킴에 의한 계산 안정성을 조사하기 위하여 대류항의 이산화 조건을 변화시켜 가면서 3가지 경우에 대한 계산을 수행하였다. 계산 예 S-CT는 대류항에 2차 정도 중심차분을, S-QK는 계산의 안정을 위해 QUICK 스킴을 사용한 계산결과를 나타낸다. S-UPQK는 물체 전방의 상류측 일부영역 ( $-3 < x < -0.5$ ,  $0 < y < 2$ ,  $-3.5 < z < 3.5$ )에만 QUICK 스킴을 한정해서 사용하고, 그 외의 영역에 대해서는 2차 정도 중심차분을 이용하여 계산을 수행한 경우의 해석 결과를 의미한다. 또한 LDSM의 계산에서는 2차 정도 중심차분만을 사용하여 계산을 수행하였다. 압력해법에 대해서는 비정상, 비압축성 유동의 차분 알고리즘으로서 반 음해법인 SMAC 법을 사용하였다.

수치계산은 Fig.1에 나타난 바와 같이, 입방체의 높이 H, 유입부의 체적 평균속도  $U_b$ 에 근거한 레이놀즈 수  $Re=40,000$ 에 대해 수행되어, Matinuzzi 등의 실험결과<sup>(10,11)</sup>와 비교, 검토하였다. 계산시간에 관해서는, S-QK는 무차원 시간으

로 T=60 까지 계산한 후 T=60-80까지의 통계량을 취하였고, 그 외의 계산은 S-QK의 계산결과로부터 각각 무차원 시간 T=10까지 계산을 수행한 후 T=10-20의 통계량을 취한 결과이다.

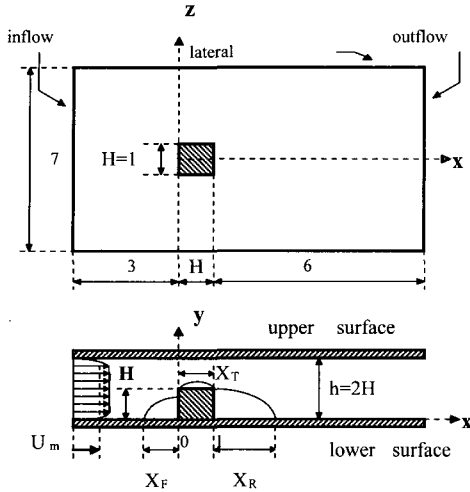


Fig. 1 Geometry of configuration

계산조건으로서는, 입구의 유입부에 발달된 난류장을 부여하기 위해 2H×3H×7H의 영역을 갖는 Driver를 설계하여 본체부와 병행하여 수치계산을 진행하였다. 측면 경계에서는 반복 경계조건을 부여하여 계산을 수행하였다. 계산격자 수는 본체부의 10H×2H×7H의 계산영역에 대하여 78×42×56, Driver부에는 20×42×56으로 부가하여 계산을 수행하였다. 격자간격은 x, y, z 방향으로 각각 Δx=0.023H-0.380H, Δy=0.023H-0.059H, Δz=0.037H-0.280H이며, 시간간격 Δt는 0.01H/U<sub>b</sub>로 하였다. 또한 벽면 경계조건에 대해서는 아래식으로 표현되는 Spalding에 의한 인공 벽면 경계조건을 채용하여 계산을 수행하였다.

$$F(u^+, y^+) = u^+ - y^+ + e^{-\kappa y^+} \left[ e^{\kappa u^+} - 1 - (\kappa u^+) - \frac{(\kappa u^+)^2}{2} - \frac{(\kappa u^+)^3}{6} \right] = 0 \quad (20)$$

여기서, κ=0.4, B=5.5이며 u<sup>+</sup>는 벽으로부터 y<sup>+</sup>만큼 떨어진 위치에서의 속도를 의미한다.

한편, 유출부에는 아래식과 같은 대류 경계조건<sup>[12]</sup>을 부여하였다.

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + U_b \frac{\partial u_i}{\partial x} = 0 \quad (21)$$

#### 4. 결과 및 검토

각각의 계산결과에 있어서 평행평판의 대칭면 Z=0.0의 중심 단면에서의 주류방향의 평균속도 <u>의 등치선도를 Matinuzzi등의 실험결과와 비교하여 Fig.2에 나타내었다. 또한, 평행평판의 중심단면에서의 위치에 따른 시간 평균속도 <u>의 분포를 Fig.3에 나타내었다. Fig. 4는 Reynolds 응력의 시간평균 -<u'v'> (GS+SGS)의 등치선도를 나타낸다.

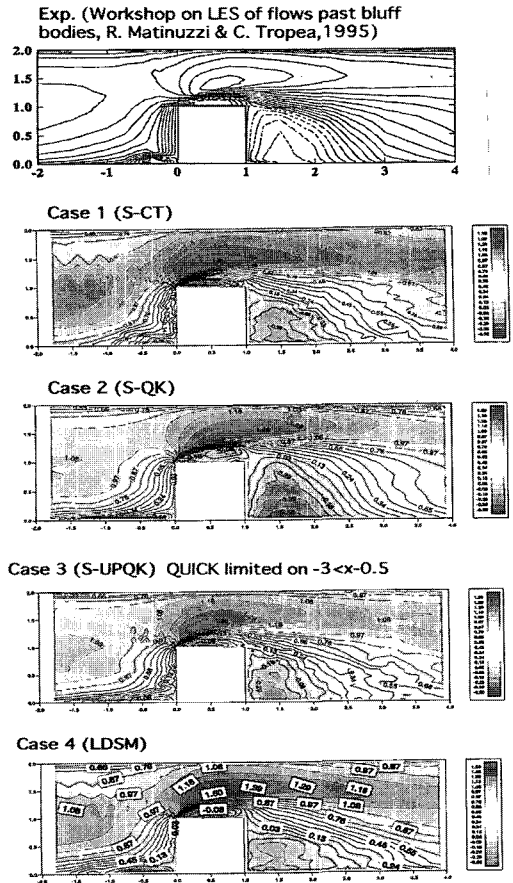


Fig. 2 Contours of the time averaged velocity <U> in a vertical plane through the centerline of the cube (z=0). (Min.=-0.5, Max.=1.5, Num.=20)

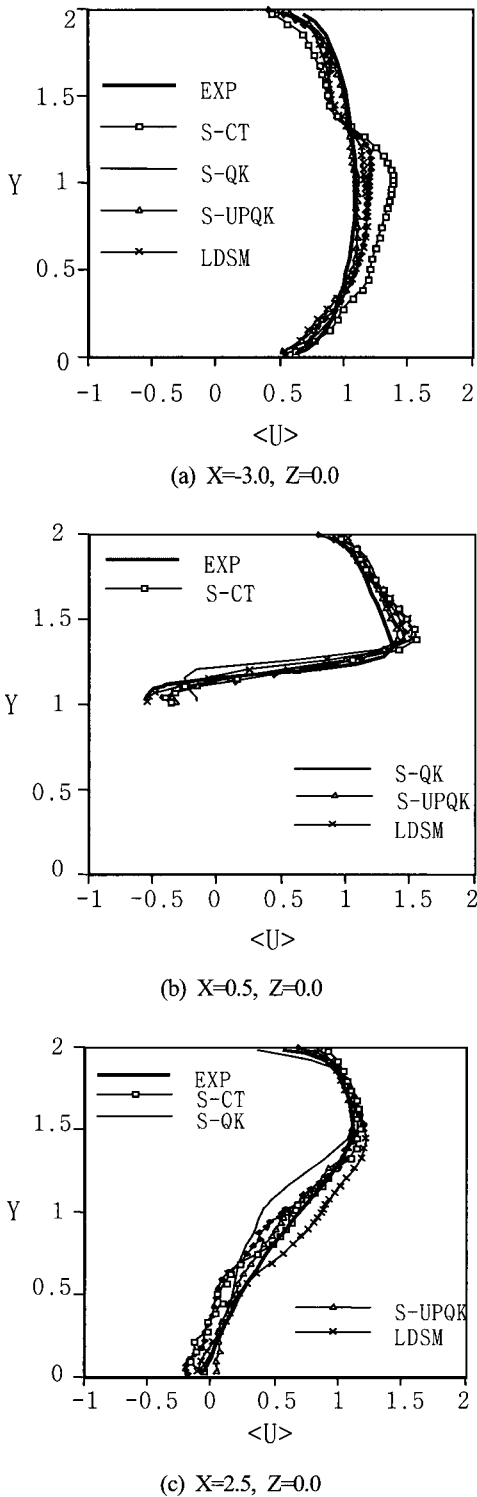


Fig. 3 Profiles of mean velocities  $\langle U \rangle$  at centerline

계산결과 S-CT의 경우에 중심차분에 의한 수치 불안정성을 피하기 위해서 물체 근방에 가능한 격자를 세밀하게 분할하여 밀집시켰으나 wiggle 현상이 발생하였다. 따라서 수치진동을 유발하는 wiggle 현상을 억제하기 위해서는 물체의 주변 뿐 아니라 전 계산영역에 대해 특히 물체의 상류측 영역에 보다 세밀한 계산격자를 부여할 필요가 있다고 판단된다.

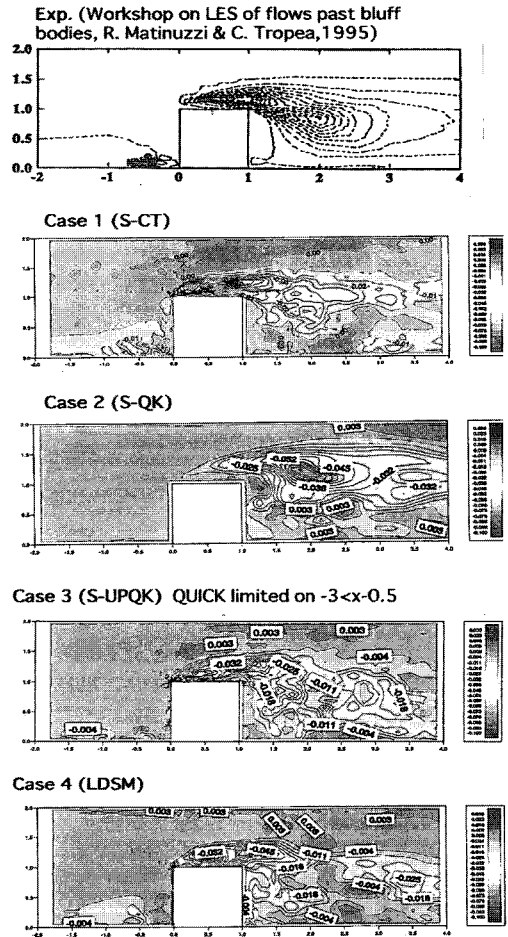


Fig. 4 Contours of the time averaged Reynolds stress  $\langle u'v' \rangle$  in a vertical plane through the centerline ( $z=0$ ). (Min.=-0.1, Max.=0.03, Num.=20)

수치안정을 위해 QUICK를 사용한 계산 S-QK에서는 수치진동은 억제되었으나 물체 상면에서의 재부착이 나타나지 않고 물체 후방의 하류

측 흐름에 영향을 미치게 된다는 사실을 알 수 있다. 따라서 유동장내에 장애물이 존재하는 경우의 수치해석에 있어서 QUICK 스킴을 적용하면 유동장의 QUICK에 대한 의존성이 강하게 나타나기 때문에, 물체를 포함하지 않는 상류영역에만 QUICK를 한정해서 적용한 계산을 수행한 S-UPQK의 해석결과가 실험결과에 보다 더 근접한 결과가 얻어졌다.

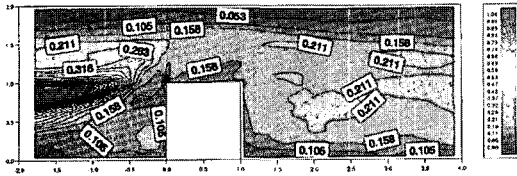


Fig. 5 Contours of Smagorinsky constant predicted by Lagrangian dynamic SGS model at centerline.

한편, LDSM의 계산에서는 QUICK를 적용하지 않고도 S-CT의 계산결과에 비해 상류측 영역의 수치진동이 상당히 억제되는 결과가 얻어졌다. 이것은 상류측 영역에서 SGS 모델계수 C가 과대평가되어 난류의 점성소산이 증대되어 결과적으로 운동량 확산이 크게 작용하였기 때문이라 판단된다. Fig.5에 LDSM 계산에 의해 유동장에 따라 동적으로 구한 모델계수 C의 중심단면에서의 시간 평균 분포를 나타낸다.

본 계산에 의한 QUICK 스킴의 영향 및 난류모델 변화에 따른 박리 및 재부착 거리를 Table 1에 정리하여 나타내었다. Fig.1에서 나타낸 바와 같이,  $X_F$ 는 입방체 전면에서의 박리 거리를 나타내고,  $X_T$ 와  $X_R$ 는 입방체의 윗면과 배면에서의 재부착 거리를 나타낸다. QUICK 스킴의 경우는 일반적으로 알려진 바와 같이 과도한 수치오차로 인하여 입방체 전면의 박리 거리를 과대평가 하고 입방체 윗면의 재부착이 이루어지지 않는 등의 경향을 나타내었다. 한편 난류 모델계수를 유동장에 따라 동적으로 구하는 LDSM 모델의 해석결과는 일반 Smagorinsky 모델의 경우에 비하여 수치진동을 억제하는 효과를 나타냄으로써 실험치에 가장 근접한 해석결과를 얻을 수 있다는 사실을 알 수 있다.

Table 1 Separation and reattachment length

CASE	$X_F$	$X_T$	$X_R$
Matinuzzi's exp.	0.90	0.75	1.62
S-CT	0.72	0.89	1.83
S-QK	1.42	-	1.67
S-UPQK	1.25	0.89	1.53
LDSM	0.83	0.88	1.53

## 5. 결 론

LES에 의한 평행평판내 입방체 장애물 주위의 난류 유동장에 관한 해석을 수행하였으며, 특히 본 연구에서는 실용적인 문제를 다루는 경우에 성긴 격자를 이용한 공학적 해석에 있어서 QUICK 수법의 영향에 대한 검토를 수행하였다. 또한 Smagorinsky 모델을 이용한 경우에 물체주위에 발생하는 수치진동을 억제하기 위한 방안으로서의 Lagrangian dynamic SGS 모델의 유효성에 대한 검증을 수행하였다.

대류항에 2차 정도 중심차분을 사용한 경우의 해석결과에 wiggle 현상이 발생하여 전체적인 유동장의 불안정성이 증대되고 해석결과에 부정적인 영향을 미쳤다. 따라서 실질적인 공학적인 응용문제에 있어서 이와 같은 수치진동을 억제하기 위해 QUICK 수법을 도입한 결과, 수치진동은 억제되었으나 QUICK 스킴 자체가 갖고 있는 수치오차로 인하여 레이놀즈 응력항과 역류영역의 과대평가를 유발, 입방체 전면의 박리 거리  $X_F$ 를 과대평가 한 결과가 얻어졌다. 이에 대해 입방체 상류측 일부 영역에만 QUICK 수법을 적용한 경우는 수치오차의 영향을 줄일 수 있는 결과가 얻어져, LES의 공학적 응용에 대한 계산에서는 계산 S-UPQK와 같이 QUICK의 적용영역을 한정하는 수법을 적용할 필요가 있다고 생각된다.

LDSM의 결과는 표준 Smagorinsky 모델의 결과와 비교하면 상류측 영역에서 SGS 모델계수 C가 과대평가 되어 난류의 점성 소산이 증대되어 수치진동이 억제됨으로써 속도분포가 개선되어 실험치에 가장 근접한 결과를 나타냄을 알 수 있어,

복잡 난류 유동장에 대한 dynamic SGS 모델의 유효성을 확인하였다.

### 참고문헌

- [1] C. Meneveau and T. S. Lund, "On the Lagrangian nature of the turbulence energy cascade", *Phys. Fluids* 6, pp.2820-2825, 1994.
- [2] J. Smagorinsky, "General circulation experiments with the primitive equations. I. The basic experiment", *Monthly Weather Review* 91, pp.99-164, 1963.
- [3] B. P. Leonard, "A stable and accurate convective modeling procedure based on quadratic upstream interpolation", *Comp. Meth. Appl. Mech. and Eng.* Vol. 19, pp.59-98, 1979.
- [4] E. R. Van Driest, "On turbulent flow near a wall", *J. Aero. Sci.* 23, pp.1007-1011, 1956.
- [5] M. Germano, U. Piomelli, P. Moin and W. H. Cabot, "A dynamic subgrid-scale eddy viscosity model", *Phys. Fluids A3*, pp.1760-1765, 1991.
- [6] D. K. Lilly, "A proposed modification of the Germano subgrid-scale closure method", *Phys. Fluids A4*, pp.633-635, 1992.
- [7] N. Taniguchi, Y. Dai, and T. Kobayashi, 9th NST symposium, IIS, Univ. of Tokyo, Japan, pp.48-52, 1993. (in Japanese)
- [8] U. Schumann, Subgrid Scale Model for Finite Difference Simulations of Turbulence Flows in Plan Channels and Annuli: *J. Comput. Phys.* 18, pp.376-404, 1975.
- [9] J. H. Williamson, Low-Storage Runge-Kutta Scheme, *Comp. Phys.* 35, pp.48, 1980.
- [10] R. Matinuzzi and C. Tropea, The Flow around Surface-mounted, Prismatic Obstacle Placed in a Fully Developed Channel Flow, *J. of Fluids Engineering*, vol. 115, pp.85, 1993.
- [11] Workshop on Large Eddy Simulation of Flows past Bluff Bodies (held in Tegernsee, Germany by W. Rodi and J. H. Ferziger), June, 1995.
- [12] L. Pauley, P. Moin and W. C. Reynolds, *J. Fluid Mech.* 220, pp.99-4059, 1990.

### 저 자 소 개



#### 고상철 (高相喆)

1963년 10월 10일생. 1985년 부산대학교 기계설계학과 졸업, 1999년 일본 동경대학 대학원 기계공학과 졸업(박사), 1993-1995년 동경대학 생산기술연구소, 1999-2000년 동경대학 국제 산학연구소, 2000년 03-08월 한국과학기술원 기계공학과, 2000-2002 삼성전자 디지털미디어(연), 2002년 전주대학교 기계공학과 교수.



#### 박남섭 (朴南燮)

1965년 5월 24일생. 1989년 한양대학교 기계공학과 졸업, 1995년 일본 동경대학 대학원 기계공학과(석사), 2000년 일본 동경대학 대학원 기계공학과 졸업(박사), 1989-1992 (일본)나라기계제작소, 2001-현재 현대자동차 연구개발본부 선임연구원.