

수학과 예비교사들의 교수학적 지식 형성 과정 탐구

- 함수 개념을 중심으로 -

강 윤 수 (순천대학교)

전 성 아 (광양고등학교)

I. 서론

수학교육의 발전을 위한 수학교육자들의 끊임없는 노력도 학교교실에서 수학교육을 담당할 교사들의 능력과 노력, 그리고 의지가 부족하다면 단순한 탁상공론에 불과할 뿐이다.

이런 측면에서 예비교사 교육의 중요성에 대한 인식이 증대되어 왔으며, 다양한 방법으로 이 분야에 대한 개선방안이 모색되어 왔다. 하지만 아직도 많은 연구들이 교육과정이나 교원선발 등과 같은 제도적인 개선 방안이 초점이 맞추어져 있다. 이러한 형태의 연구가 중요하지 않은 것은 아니지만 예비교사들이 어떤 과정을 통하여 훌륭한 교사로서의 자질을 형성해 가는 것과 같은 심층적 분석을 통한 연구가 병행되지 않으면 외형적인 제도적 개선은 그 효과가 반감될 수밖에 없다.

한편, 교과내용학이나 일반교육학 관련 과목을 통해서 습득한 수많은 지식들을 개개의 예비교사들이 스스로 교과교수학적 지식으로 변환해 가는 과정에는 많은 어려움이 따를 수 있다. 실제로 많은 교사들이 교원양성기관에서 습득한 지식을 효과적으로 활용하지 못하고 자신이 중등학교 시절에 배웠던 내용을 바탕으로 수업을 진행하고 있다고 실토하고 있다. 이는 각 영역별 교과교수학적 지식의 형성 과정을 심층적으로 분석해 볼 필요가 있음을 말해 주는데, 최근 들어 이와 관련된 연구들이 꾸준히 진행되어 오고 있다(이경화, 1993; 김수연, 1998; 이경

화, 1999; 박경민, 2000; 박지용, 2002; 소경희, 2003). 특히, 수학교과와 관련해서는 구체적인 수학적 개념에 대한 교수학적 변환, 내용적 지식과 교수학적 지식, 지도방법 등을 다룬 연구들이 진행되었다(이경화, 1996; 정유진, 1998; 배현아, 2001; 이덕호·길영순, 2001).

하지만, 예비교사들이 교사양성기관의 재학시절에 축적한 경험들이 그들의 교수학적 지식을 형성하는데 어떤 영향을 미치는지를 이해하기 위한 연구 등, 교사교육프로그램과 교수학적 지식 형성 과정을 관련짓는 연구는 찾아보기 어렵다.

이런 입장을 바탕으로, 본 연구는 예비수학교사들이 교원양성기관의 교육과정과 개인적 경험 등을 통해 함수 개념에 대한 교수학적 지식을 형성해 가는 과정을 알아보기 위한 목적으로 진행되었다. 이를 위해, 학년이나 이수 교과, 교수경험 등이 교수학적 지식 형성에 어떤 영향을 미치는지를 살펴봄으로써 교수학적 지식 형성에 영향을 미치는 중요한 요소들이 무엇인지를 탐구해 보고자 한다.

II. '내용적 지식'과 '교수학적 지식'

1. 내용적 지식(Subject-Matter Knowledge)

Even(1993)은 내용적 지식(Subject-Matter Knowledge)을 그 내용 자체에 대한 지식(knowing that)과 그 내용이 어떻게 구성되었는지(knowing why)에 대한 지식으로 규정하였다. 그러면서 그는 내용적 지식을 단순한 수량화, 즉 대학과정에서 이수한 과목 수나 과목에 대한 구체적 학점 등을 통해서 그 수준을 파악하려고 하는 것 등은 문제가 있으며, 보다 질적인 접근 방법으로 파악해야 한다고 주장하였다.

* 2006년 4월 투고, 2006년 5월 심사 완료
* JDM분류: C79
* MSC분류: 97C70
* 주제어: 예비수학교사, 교수학적 지식, 함수

이에 비해, Shulman(1986)은 교과내용지식을 교사가 마음속에 가지고 있는 지식 그 자체를 의미하는 것으로 보았는데, 이는 교과와 구조를 '내용적 구조'와 '구문론적 구조'로 나누어 전자를 교과가 토대를 두는 학문의 기본 개념과 원리가 조직되는 다양한 방식으로, 후자를 교과 영역 안에서 지식임을 입증해 주는 방식, 즉 진위 혹은 타당한 것과 그렇지 않은 것을 결정해 주는 방식으로 설명하는 입장에서 보면 교과구조에 대한 지식에 해당한다. 이런 입장에서 보면 교사는 특정 명제가 왜 정당한 것인지, 그것이 왜 알만한 가치가 있는 것인지, 그리고 이론과 실제상의 명제들이 어떻게 관련되는지를 설명해 주기 위해 교과내용지식을 갖출 필요가 있다.

한편, Grossman(1990)은 교과내용지식을 교사 개인이 교과와 관련하여 지니고 있는 정보, 기술, 경험, 개념의 축적과 구조로 규정하면서, 내용, 실제적 구조, 종합적 구조 등을 하위요소로 언급하였다. 여기서 내용은 교과 영역내의 사실과 개념에 관한 지식과 이들의 상호관계로 이루어진 지식이며, 실제적 구조는 모학문내의 다양한 패러다임에 의해 형성된 교과내용의 지식구조를 의미하고, 종합적 구조는 모학문 내 구성원들의 인식수준에 의해 개별적으로 평가됨으로써 형성된 교과내용의 지식구조이다.

2. 교수학적 지식(Pedagogical Content Knowledge)

교수학적 지식(Pedagogical Content Knowledge, 이하 PCK)²⁾이라는 용어는 Shulman(1986)에 의해 처음으로 사용된 이래, 많은 연구자들에 의해 언급되고 있다. 그가 교과내용지식 교육을 경시하고 교수법과 분리된 교육을 실시한 교사 교육 풍토를 지적한 이후로, 교사교육자들은 교과내용지식을 학생들의 학습으로 전이시킬 수 있는 방법이 교사교육에 있어서 중요하다는 것을 인식하게 되었다.

한편, Shulman(1986)은 교사의 내용지식의 하나의 영역³⁾으로 PCK를 소개하였다. 즉, 그는 교과내용지식(Subject matter Content Knowledge), 교수학적지식

(Pedagogical Content Knowledge), 교육과정지식(Curriculum Knowledge)등을 포함한 개념으로 교사의 내용지식을 설명하였다. 그가 정의한 PCK는 교과 내용을 가르치기 위한 단순한 내용지식 이상의 것으로, 가르치기에 가장 적절한 형태로써의 내용을 포함한 특수한 지식을 지칭하는데, 여기에는 다음과 같은 것들이 포함된다. 교과 영역에서 가장 정기적으로 가르쳐지는 내용, 그러한 내용에 대한 가장 편리한 표현(representation)방식, 가장 효과적인 유추(analogy), 실례(illustration), 예증(example), 설명(explanation), 시범교수(demonstration) 등, 교과 내용을 학생들이 잘 이해하도록 설명하고 조직하는 방법들이 포함된다. 가장 효과적인 단 하나의 설명방식이 존재하는 것은 아니므로 교사들은 다양한 대안적인 설명 방식을 알고 있어야 하며 이는 경험이나 연구들을 통해서 도출된다고 볼 수 있다.

또한, Marks(1990)는 PCK가 다음과 같은 세 가지 방법으로 도출될 수 있다고 하였다. 첫째, PCK는 교과 내용 지식을 그 근원으로 한다. 즉, 수업을 위해 내용을 차례대로 정리하거나 교수적으로 유용한 설명방식을 채택하는 것 등이 이에 해당한다. 교과 내용 지식으로부터 교수적 내용지식으로서의 전이는 '해석(interpretation)'을 수반한다. 이는 내용을 그 구조와 중요성 면에서 검토하고 학습자 집단의 특성에 맞게 이해하기 쉽도록 변형하는 것이다.

둘째, PCK는 일반 교육학 지식으로부터 도출된다. 질문기법이나 학생의 학습과정에 대한 인식 등이 이에 해당한다. 예비교사들은 이러한 지식을 일반적인 형태로 배우게 되는데 반드시 특정 내용 영역에서 적용해 볼 수 있는 기회를 가져야 한다. Marks는 이러한 과정을 '특수화(specification)'라고 지칭하였다. 즉, 특정 맥락에서의 적절한 실증(instantiation)이라고 할 수 있다.

3) Shulman은 1987년에 이를 보다 구체화하여 교사의 지식기반(Knowledge base)을 다음과 같은 7개의 범주로 분류하였다: 내용지식(Content Knowledge), 일반교육학지식(General pedagogical Knowledge), 교육과정지식(Curriculum Knowledge), 교수적 내용지식(Pedagogical content Knowledge), 학습자에 대한 지식(Knowledge of learners and their characteristics), 교육적 맥락에 대한 지식(Knowledge of educational contexts), 교육목표에 대한 지식(Knowledge of educational ends, purposes, and values, and their philosophical and historical grounds)

2) Pedagogical Content Knowledge라는 용어는 교수적 내용지식 또는 교수학적 지식으로 해석되고 있다. 본 연구에서는 우정호(2000), Even(1993) 등의 연구를 바탕으로 '교수학적 지식'이라는 용어를 사용하고자 한다.

셋째, PCK는 교과 내용 지식과 일반 교육학 지식에서 같은 정도로 발생하거나 기존의 PCK에서 도출된다. 여기에는 학습 활동을 설계하거나 교수 전략을 세우거나 학생들의 오개념을 인식하는 것 등이 포함된다. 이러한 과정은 세 가지 지식 형태의 '종합(synthesis)'이라고 할 수 있다.

한편, Carpenter(Even, 1993, 재인용)는 교수학적 지식(Pedagogical Content Knowledge)을 학생들의 이해수준을 평가하고, 학생들의 오개념을 진단하는 전략에 대한 지식, 학생들이 새로 학습한 지식과 예전에 학습한 지식을 바르게 연결시킬 수 있도록 하는 교수학적 전략에 관한 지식, 학생들의 오개념을 교정해 주기 위한 전략에 대한 지식, 교수내용을 쉽게 이해시키기 위해서 그 내용을 표현하고 명확한 형태로 조직하는 방법들에 대한 지식들이라고 설명하였다. 또한, 학생들이 수학을 어떻게 이해하고, 어떤 오개념을 가지고 있는가에 대한 교사의 이해와 수학적 지식을 학습하는 학생들의 사고과정과 관련된 교사의 이해 등 교수방법을 결정하는데 필요한 지식도 교수학적 지식에 포함시킬 수 있다고 했다.

3. 함수개념과 교수학적 지식

Even(1993)은 현대적 함수개념의 두 가지 본질적 특징을 '임의성(Arbitrariness)'과 '일가성(Univalence)'으로 보고, '교사들의 내용적 지식과 교수학적 지식간의 관계'를 조사한 연구에서 152명의 예비중등교사를 대상으로 설문을 하고, 그 중 10명의 예비중등교사를 대상으로 인터뷰를 하는 방식으로 연구를 진행하였다. 그가 예비교사들의 함수의 임의성과 일가성에 대한 지식을 조사해 본 결과, 예비교사들이 함수의 현대적 개념을 가지고 있지 않았으며, 함수의 '임의성'에 대한 이해가 미흡하고, 소수만이 함수의 '일가성'의 중요성과 기원을 설명할 수 있는 것으로 드러났다.

Wilson(1994)은 수학적, 교수학적 연결과 함수개념의 응용을 강조한 강좌를 수강하는 예비교사를 대상으로, 예비교사의 지식과 신념이 어떻게 발전되는지를 연구하였다. 이 연구에 참여한 예비교사는 수학의 이론적 분야보다는 알고리즘과 절차가 있고 답과 순서가 정해져 있는 수학분야를 좋아하는 학생으로, 교사는 올바른 규칙

과 절차만을 정확하게 알려주면 된다고 믿고 있었다. 이 예비교사는 연구의 초반에 함수를 방정식과 같은 계산적인 연산으로 이해하고 있었다. 또한, 수학적, 실제적인 함수의 응용성과 유용함에 대해서는 미흡한 이해상태를 보였고, 함수를 사용하여 문제들을 해결하는데 제한된 능력을 보여줬다. 그러나 이 연구 후반에서는 실세계의 관계들을 설명하는데 사용되는 함수에 대한 주요 의의를 이해하게 되었고, 다른 관계, 맥락 속에서 주어진 함수들을 능숙하게 조작하고, 문제풀이에 함수를 사용하고 함수 개념들 간의 중요한 관계들을 인식하게 되었다.

III. 연구 방법 및 절차

1. 연구 방법

본 연구는 예비수학교사들이 교원양성기관의 교육과정과 개인적 경험 등을 통해 함수개념의 교과내용적 지식을 교과교수학적 지식으로 변환해 가는 과정을 알아보기 위한 목적으로 설계되었다. 하지만, 함수개념이 한 마디로 규정하기 힘든 통합적 개념이고 이를 지도하는 방법 또한 고려해야 할 많은 변수들을 포함하고 있어 단일한 연구접근법으로 연구 목적을 달성하기가 어렵다고 판단하였다. 따라서, 본 연구에서는 전체적으로는 질적자료를 수집하고 분석한 질적접근방법을 활용하고 있으나 학년이나 이수교과 등이 교수학적 지식 형성에 어떤 영향을 미치는지를 알아보기 위해 수집된 자료를 양적으로 분석하기도 했으므로 엄밀하게는 혼합연구방법(Creswell, 2003)이 적용되었다고 볼 수 있다.

2. 자료수집 및 분석절차

가. 자료 수집

본 연구에서는 두 차례에 걸친 설문조사와 면담을 통해 자료를 수집하였다. 이 과정에서 활용된 검사도구는 순차적으로 작성된 것으로 서로 종속적이다. 다시 말하면, 1차 설문조사에서 얻어진 것을 바탕으로 2차 설문조사 검사도구를 작성하였으며, 면담에서는 1,2차 설문조사를 통해 얻어진 자료의 분석 결과를 바탕으로 면담질문을 구성하였다.

1) 1차 설문조사

예비수학교사들을 대상으로 함수개념의 교수학적 지식 형성과 관련된 요소가 무엇인지를 확인하기 위한 목적으로 1차 설문조사를 실시하였다. 이 검사도구에는 함수개념의 교수학적 지식 형성과 관련된 변인들을 확인하기 위한 문항들이 포함되었다(<표1>). 이렇게 작성된 설문지는 2005년 5월 23일부터 27일까지 지방의 S대학교 수학교육과 예비교사들을 대상으로 실시되고 그 결과가 분석되었다. 분석결과는 이 연구의 실질적인 자료수집 통로가 된 2차 설문조사의 검사도구를 개발하는데 필요한 배경적 자료가 되었다.

<표 1> 1차 설문조사 내용

영역	요 소	문항 번호
기초 사항	성별	1 ~ 6
	학년	
	교수 경험에 관련된 사항	
	전공수학에서 관심 있는 분야	
	자신있는 전공수학 분야	
교과 관련 전문 지식	수학교과에서 가장 지도하기 어려운 분야	7 ~ 12
	함수 관련 용어	
	생활 속에서 함수관계의 예	
	학생의 수행결과에 대한 오개념 여부 판단 및 해석	
	중·고교 때 배웠던 함수개념	
교육 과정	함수단원 교수경험 여부	13 ~ 14
	함수단원에서 중요하게 생각하는 부분과 구체적인 예	
	사범대교육과정에서 함수개념과 관련된 교과목 수강 여부	
	함수개념의 교수학적 지식과 관련된 대학 교육과정	

2) 2차 설문조사

1차 설문조사 결과를 바탕으로, 함수개념의 교수학적 지식 형성과 관련된 구체적인 자료를 얻을 수 있는 형태

의 2차 설문조사 검사도구를 구성하였다. 2차 설문조사는 1차 설문조사 대상자 중, 각 학년별로 2명씩 선정하여 8명을 대상으로 실시하였으며, 검사도구는 다음과 같은 세 가지 하위영역으로 구성되었다.

첫 번째 영역은 1차 설문조사에서 수집하려고 했던 교수학적 지식과 관련된 배경정보를 좀 더 자세하고 심도 있게 조사할 수 있는 항목으로 구성하였다.

두 번째 영역은 함수개념에 관한 지식이 언제 형성되어서 어떻게 변화되었으며, 변화된 계기가 무엇인지 알아보기 위해 함수 개념의 교과 내용적 지식 관련 문항으로 구성하였다(<표 2>).

<표 2> 함수개념에 관한 교과 내용적 지식 관련문항

문항 번호	요 소	질 문
1	함수의 정의	함수의 정의가 무엇이라고 생각합니까?
2	함수의 내용적 지식	함수를 왜 배운다고 생각합니까?
3	함수개념의 변화	중·고등학교 때와 비교해서 함수개념에 대한 생각에 변화된 것이 있습니까? 계기는 무엇입니까?
4	함수개념의 형성 시기	현재 가지고 있는 함수개념은 언제 형성되었습니까?

마지막 영역은 '학생들이 함수개념을 잘 이해할 수 있게 하기 위해서는 어떻게 가르쳐야 하겠는가?'라는 과제를 해결하는데 필요한 예비교사들의 교수학적 아이디어를 확인하기 위한 문항으로 구성하였다. 즉, 함수개념이 처음 도입되는 중학교 1학년 함수 단원의 수업설계안 프로토콜을 제시하고 교수학적 지식과 관련된 핵심적인 아이디어(요소)를 묻는 문항들로 구성하였다(<표3>). 각 질문과 관련된 연구참여자들의 이해를 돕기 위해 각 문항에는 예상답안⁴⁾을 제시하였으며 활용 가능한 자료를 폭넓게 활용하도록 권장하였다.

4) '어떤 예를 들어서 동기유발을 하시겠습니까?' 라는 문항에는 다음과 같은 예를 제시한다.

<표 3> 수업설계안 작성 관련 문항

번호	요 소	질 문
1	선행지식	함수 개념을 처음 배우는 학생들이 알고 있어야 할 내용이 무엇이며, 왜 이러한 선행지식을 갖춰야 한다고 생각합니까?
2	동기유발	어떤 예를 들어서 동기유발을 하겠습니까?
3	효과적인 실례	함수의 정의를 설명한 후에, 어떤 형태의 예를 제시하겠습니까?
4	오개념 교정 전략	함수개념을 지도할 때 학생들이 범할 수 있는 오류의 예와 그 지도대책은 무엇입니까?
5	함수정의에 대한 관점	함수를 정의할 때, 각 x 의 값에 따라 y 의 값이 하나로 결정될 때만 함수라고 하는 이유가 무엇이라고 생각합니까?
6	중요한 요소	함수 개념을 지도할 때, 가장 중요하게 다루어야 하는 것은 무엇이라고 생각합니까?

3) 면 담

1,2차 설문조사에서 확인된 내용과 연구참여자들의 교과교수학적 지식 사이의 관계, 교과 내용적 지식과 교과교수학적 지식의 관계 등을 구체적으로 알아보기 위해 면담을 실시하였다. 면담은 대개 개인별 20~30분 정도로 진행되었으며 면담결과는 녹취록으로 작성되어 1,2차 설문조사 결과와 함께 분석과정에 활용되었다.

나. 자료 분석 절차

1차 설문조사 결과를 분석함으로써 함수개념 관련 선

[예시] 동기유발: 등속도로 진행되는 자동차의 시간에 따른 주행 거리
 이유: 시간과 주행거리 사이에는 어떤 규칙이 있을 것이라는 생각을 바탕으로 함수의 뜻을 두 변수 사이의 관계라는 측면에서 접근하도록 하기 위해서

행경험, 이수교과, 교수경험 등이 함수개념의 교수학적지식 형성 과정에 영향을 미치는 중요한 요소로 파악되었다. 이를 토대로 학년, 교수경험 등을 고려하여 학년별로 2명씩 모두 8명의 연구참여자를 선정하였다. 2차 설문조사는 이들을 대상으로 함수개념에 대한 내용적 지식과 교수학적 지식을 확인하는 형식으로 진행되었다. 2차 설문조사 결과를 분석함으로써 함수개념의 교수학적지식 형성 과정을 파악하기 위해 어떤 질문이 필요한지를 파악할 수 있었으며 면담은 이렇게 구성된 질문을 토대로 8명의 연구참여자들을 대상으로 진행되었다. 면담 결과는 1,2차 설문조사에서 각각 파악된 일반 학생들과 연구참여자들의 교수학적지식과 관련된 자료와 연계되어 비교, 분석되었으며, 이러한 과정을 통해 이 연구의 핵심적인 주장이 추출되었다.

IV. 결과분석 및 논의

1. 1차 설문조사 결과 분석

참여자 정보: 1차 설문조사는 지방의 S대학교 수학교육과에 재학 중인 남학생 33명, 여학생 24명 등 총 57명(1학년: 15명, 2학년: 18명, 3학년: 17명, 4학년: 7명)을 대상으로 실시되었다.

교수경험: 설문조사에 참여한 예비교사들은 어떤 형태로든 학생을 가르쳐 본 경험이 90%이상이었으며 1년 이상의 교수경험을 가진 연구참여자들이 전체의 50% 이상이지만 다수의 학생을 대상으로 한 수업보다는 과외를 통한 교수경험이 60%로 나타났다. 학년별로는 고학년일수록 교수기간이 길게 나타나 사범대학에 재학 중인 수학교육예비교사들이 지속적으로 과외를 하고 있는 것을 알 수 있었다.

관심분야 및 자신있는 분야: 연구참여자들이 관심 있거나 자신 있어하는 전공분야는 1학년은 통계학과 기하학, 2,3학년인 경우에는 대수학과 해석학이, 4학년의 경우는 해석학과 수학교육론의 비율이 높게 나타났다. 이것은 그들이 수강했거나 현재 수강하고 있는 교과와 관련이 있는 것으로 판단된다. 다만, 대수학은 관심이 지속되는 반면에 기하학과 통계학은 관심이 떨어지는 것으로 나타났다.

지도하기 어려운 수학 분야: 예비수학교사들은 해석학 분야를 가장 지도하기 어려운 분야로 선택했는데, 1학년의 경우에는 기하학이 관심도 있고 자신 있어 하지만 지도하기는 어려운 과목이라고 응답한 것이 특이하였다.

함수개념과 관련하여 중요하게 생각하는 요소: 함수단원을 가르칠 때 가장 중요하게 다루어져야 할 것은 무엇인가?라는 물음에는 도입부분(39%), 생활속의 예(23%) 순으로 중요성을 평가했다.

학생의 수행결과에 대한 오개념 여부 판단 및 해석5): 함수개념과 관련된 중등학생들의 반응을 수학과예비교사들이 어떻게 평가하는지를 알아보기 위한 질문에 그래픽 표현과 관계적 표현에서는 중등학생의 오개념을 진단하는 데 학년간의 차이가 없었으나, 기호적 표현(4번) 항목과 순서쌍들의 집합으로 제시된 항목(5번)에서는 오개념을 진단하고 해석하는 데에서 각각 30%, 20%가 넘는 오류를 보였다. 5번과 6번 문항에 대해서는 2학년학생들 각각 8명, 7명이 정의역, 공역이 제시되지 않아서 함수로 볼 수 없다고 판정함으로써 다른 학년 학생들과 큰 대조를 보였다.

함수의 표현방식: 함수라는 용어를 접했을 때 가장 먼저 생각나는 요소가 무엇인지를 묻는 질문에는 그래픽(40%), 관계(32%), 대응도(19%) 순으로 응답하였다. 그 이유로는 시각적이고 활동이 가능한 것으로 여러 가지

그래프를 보여주고, 실생활 속의 예를 들어서 서로의 관계를 파악함으로써 함수 개념을 이해할 수 있기 때문이라고 했다.

함수개념 관련 교육과정: 함수개념을 가르치는 것과 관련된 가장 중요한 교과를 묻는 질문에 교과과정을 잘 모르는 1학년 학생들을 제외하고는 대개 해석학, 대수학, 집합론, 통계학, 수학교육론 등을 언급하였고 특히 해석학과 집합론에 대한 응답이 많았다.

2. 2차 설문조사 결과 분석

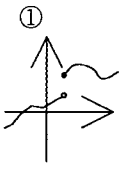
2차 설문조사는 함수개념에 대한 연구참여자들의 교과내용적 지식과 교과교수학적 지식을 묻는 문항들로 구성되었다. 특히, 교과교수학적 지식과 관련해서는 함수개념 도입과정에 관한 수업설계서를 제시하고 선행지식, 동기유발, 함수정의에 대한 관점 등 교수학적 지식과 관련된 생각을 기술하게 하였다. 각 문항별 연구참여자들의 응답 내용을 분석한 결과는 다음과 같다.

가. 함수개념에 대한 내용적 지식

함수의 정의: 함수의 정의를 묻는 질문에 대해 1학년은 '일가성'과 '관계'(2학년A6): 두 변수 x, y 에 대하여 x 값이 하나 정해짐에 따라 y 의 값이 오직 하나 정해지는 관계를 강조한 반면, 3,4학년은 '대응규칙'(4학년B: 두 집합 X 와 Y 에 있어서 X 의 각 원소 x 에 Y 의 단 하나의 원소 y 를 대응시키는 대응규칙 f 를 X 에서 Y 로의 함수라 한다)으로 정의하였다. 또한 그들은 대학교 교과과정에서 등장하는 기호를 사용하지 않고 중·고등학교 교육과정에서 다루는 방식으로 함수를 정의하였다.

함수 지도의 목적: 함수를 왜 배워야하는지를 묻는 질문에 대부분의 연구참여자들은 관계나 규칙성을 알아내서 미지의 것이나 미래를 예측할 수 있기 때문에 함수를 배워야 한다고 했다. 특히, 3,4학년 학생들은 동형관계를 활용하면 다루기 쉬운 변인으로 복잡한 현상을 설명할 수 있다는 것을 말함으로써 대수학이 함수 개념 관점 형성에 영향을 미쳤음을 보여주었다.

5) 이 문항은 Even(1993)이 활용한 문항을 부분적으로 수정하여 다음과 같이 제시하고 학생들의 결과에 대한 오개념 여부를 판단하게 하였다.
다음 각 항목을 어떤 학생이 함수가 아니라고 말하였다 (R:실수집합, N은 자연수집합).

① 	② $f: R \rightarrow R$ $f(x) = 4$	③ $g(x) = \begin{cases} x, & x \in Q \\ 0, & x \in Q^c \end{cases}$
	④ $g: N \rightarrow R$	⑤ $\{(1,4), (2,5), (3,9)\}$
⑥ 양수일 때 1, 음수일 때 -1, 0일 때 3		

각각의 경우에 있어서 학생의 생각이 옳은지 틀린지를 결정하고 그에 대한 이유를 쓰시오.

① 맞다()/틀리다()

이유:

6) 학년별 변인을 고려하여 연구참여자를 '0학년A', '0학년B' 등으로 표현하기로 한다.

함수개념의 변화 및 계기: 사범대학 진학 후에 함수 개념에 대한 관점이 변화되었는지를 묻는 질문에 고등학교와 별 차이를 느끼지 못한다는 1학년생을 제외한 모든 학생들이 중·고등학교 때는 함수식과 관련된 문제풀이 위주의 학습으로 인해 함수개념 자체에 대해서 깊이 생각해 보지 못했으나 집합론, 해석학, 대수학 등을 이수하면서 함수개념에 대한 관점이 확장되거나 명확해졌다고 응답하였다. 또, 함수개념에 대한 관점이 대개 대학 교과 과정을 이수하는 과정에서 변화되었다고 답했으나 두 명의 학생은 과외로 중,고등학생들을 지도하는 과정에서 함수 개념이 명확해졌다고 기술하였다.

나. 함수 개념에 대한 교수학적 지식

선행지식: 함수 개념을 처음 배우는 학생들이 알고 있어야 할 내용이 무엇이라고 생각하는지를 묻는 질문에 변수개념, 규칙성 찾기, 비례관계, 집합 개념, 실생활 속의 예 등을 언급하였는데, 변수개념은 대부분의 학생들이 함수개념을 이해하기 위한 선행지식으로 꼭 필요한 개념이라고 보았다. 그 이유로는 함수가 변인들 간의 관계로 설명될 수 있고 함수식이 대개 변수를 활용하여 표현되기 때문에 변수개념에 대한 이해가 전제되어야 한다고 설명하였다.

동기유발: '어떤 예를 들어서 동기유발을 하겠습니까?'라는 질문에, 1학년 학생들은 '대응'과 관련된 상황을 제시하였으며 나머지 학생들은 함수개념을 쉽게 이해시키기 위해 변화하는 양끼리 함수관계가 성립하는 경우를 예로 들었다. 특히, 1학년을 제외하고는 모든 연구참여자들이 학생수준의 문화, 흥미를 고려하여 최근 유행하는 소재나 학생들의 관심을 끌 수 있는 친근한 소재를 포함한 예(카트라이더 등)를 통해서 동기유발을 해야 한다는 것을 강조하였다.

효과적인 예: '어떤 형태의 예를 제시하는 것이 함수개념 이해에 가장 효과적인 것이라고 생각하는가?'라는 질문에 항등함수와 상수함수를 제외하면 모든 연구참여자들이 비례함수와 반비례함수의 예를 효과적인 예로 제시하면서 이 함수들이 가장 기본적이면서 중요한 함수의 형태라고 설명하고 있어서, 현 교육과정의 영향을 많이 받고 있다는 것을 보여 주었다. 특이한 사실은 다른 문항과 달리 이 문항에서는 학년별 변인이 크게 작용하지

않은 것으로 나타났다.

학생들의 오류와 지도 전략: 함수개념을 지도할 때 나타날 수 있는 학습자들의 오류를 예상하고 그에 따른 지도전략을 묻는 질문에 1학년 학생들은 '함수, 방정식, 그래프 사이의 통합적 이해 결여', ' y 와 $f(x)$ 를 이질적 개념으로 받아들이는 오류' 등을 지적한 데 반해, 2,3,4학년 학생들은 모두 '정비례함수 $y=ax$ 의 a 가 음수인 경우와 반비례관계를 혼동하는 학생들의 오류'를 제시하였다. 그에 대한 지도전략으로는 정비례함수를 도입하는 과정에서 증가, 감소에 상관없이 일정하게 변하는 특성을 강조해야 한다고 주장하였다.

함수 정의에 대한 관점: 함수의 정의 「두 변수 x 와 y 에 대하여 x 의 값이 결정되면 이에 따라 y 의 값이 하나로 결정될 때, y 는 x 의 함수라 하고 기호로 $y=f(x)$ 와 같이 나타낸다」에서 각 x 의 값에 따라 y 의 값이 하나로 결정될 때만 함수라고 하는 이유가 무엇인지를 묻는 질문에 연구참여자들은 다양한 의견을 제시하였다. 하지만, 상대적으로 많은 학생들이 실세계의 여러 현상을 조직하기 위해 함수개념이 도입되었기 때문에 다가가성을 인정하면 실세계에 적용하는 과정에서 효용성이 떨어진다고 주장하였다. 이 문항에 대한 반응에서는 학년별 차이를 전혀 발견할 수 없었다.

함수개념 지도과정에서의 핵심적인 요소: '함수 개념을 지도할 때, 가장 중요하게 다루어야 하는 것은 무엇이라고 생각합니까?'라는 질문에, 1,2학년 학생들은 함수의 정의나 함수식의 이해 등을 언급한 데 반해, 3,4학년 학생들은 그래프를 그리고 해석하기, 대응표 완성하기, 변수개념 의미 이해 등을 강조함으로써 함수개념을 잘 이해시킬 수 있다고 보았다. 즉, 저학년일수록 형식화된 정의를 지도하는데 필요한 용어나 기호를 강조하고 고학년일수록 함수를 '관계'의 의미로 이해하는데 필요한 그래프나 대응도 등과 같은 표현양식을 강조하고 있음을 알 수 있다.

3. 면담결과 분석 및 논의

이 연구에서는 1차, 2차 설문조사에서 나타난 결과를 토대로 실질적인 연구참여자인 8명의 학생들을 대상으로

2차 설문조사에서 응답한 내용을 확인하고 보완할 목적으로 면담을 실시하였다.

면담에서는 이 연구의 목적인 함수개념에 대한 예비수학교사들의 교수학적 지식 형성과정을 탐구하는데 주안점을 두었다. 이를 위해, '예비수학교사들의 함수개념에 대한 내용적 지식은 어떤 과정을 거쳐 발달하는가', '함수개념에 대한 내용적 지식에서 교수학적 지식으로의 변환 과정에 영향을 주는 핵심적인 요소는 무엇인가'라는 문제를 상정하고 이와 관련된 질문들로 면담을 진행하였다.

1,2차 설문조사의 결과 분석을 통해 위의 문제에 답하기 위해서는 '함수개념의 내용적 지식에 대한 학년별 변인', '함수개념의 내용적 지식의 원천', '내용적 지식에 대한 전공교과별 변인', '함수개념의 교수학적 지식 형성과 교수경험', '교수학적 지식에 대한 전공교과별 변인', '교수자 혹은 학습자 중심의 교수방법' 등에 관한 질문이 필요하다고 판단되었다. 이러한 요소들로 질문을 구성하여 진행된 면담의 결과는 모두 녹취록으로 작성되었으며, 1,2차 설문조사 결과와 통합되어 분석되었다. 그 결과를 정리하면 다음과 같다.

가. 예비수학교사들의 함수개념에 대한 내용적 지식은 학년별로 차이를 보인다.

예비수학교사들의 함수개념에 대한 이해는 학년별로 차이를 보였다. 저학년에서는 역사적으로 비교적 근세에 형성된 규칙성을 전제하여 수식으로 표현이 가능한 변수 관계 개념으로 이해하다가 상위학년으로 올라가면서 임의성을 포함한 집합과 대응의 개념으로 함수 개념을 이해하고 있었다.

연구자: 설문지에 함수개념이 관계라고 생각한다고 했는데 지금도 그렇게 생각하나요?

2B학생: 저는 함수하면 종속관계라는 생각이 많이 들거든요...(중략)...함수하면 식이 먼저 생각이 나서 종속개념이 더 가까운 것 같아요.

위에서와 같이 2학년 B학생은 함수개념을 관계식으로 이해하고 있는데 반해서, 3,4학년의 경우에는 2차 설문조사 결과에서도 확인했듯이 함수의 개념을 대응관계로 설명하고 있고, 4학년의 경우에는 함수정의의 기호적 표현을 사용하여 설명하려고 하였다.

연구자: 함수의 개념을 대응규칙이라고 표현했는데 1,2,3학년 때도 그렇게 생각했는지요?

4B학생: 저는 처음에 함수개념이 형성되었다고 생각하는 게 집합론을 배울 때 그렇게 생각했거든요. 그 전에는 단지 함수가 x에서 y로 가는 대응이면서도 종속관계라고 생각했는데 집합론에서 보면 두 가지 조건을 만족해야지만 함수가 되어야 한다고 했거든요...

연구자: 하나의 값에 하나가 존재하는 일의성을 말하는지?

4B학생: 예, 그전에는 그 의미를 파악하지 못하고 단지 어떤 함수를 말한다든 정의해서 바로 써 버렸는데 'x=y일 때, f(x)=f(y)'이라는 식을 무조건적인 암기식으로 사용했는데 그런 의미를 파악하면서 함수가 그때부터 와 닿기 시작한 것 같아요.

반면 전공수학을 깊이 있게 접하지 못한 1학년 학생들의 경우에는 본인이 가지고 있던 중·고등학교 때의 관점에서 벗어나지 못하고 함수의 정의를 단순히 암기하고 있었으며 함수 개념의 필요성을 크게 느끼지 못하고 있었다.

연구자: 2차 설문지에서 함수를 정의할 때 대응관계라고 했는데 왜 그렇게 생각하는지?

1A학생: 고등학교 때 배웠고... 고등학교 때 함수를 정의하니까.. 그때는 외웠어요.

연구자: 함수가 어디에 쓰인다고 보나요?

1A학생: 인풋아웃풋 그것이 용도인 것 같아요. 다른 것은 별로 생각 안 해봤어요.

연구자: 함수를 대응관계라고 했는데 왜 그렇게 생각하는지?

1B학생: 대응이 하나의 함수개념을 표현할 수 있는 수단이라면 제가 직관적으로 생각했을 때도 대응개념으로 하면 함수가 편하게 표현돼요... 정의를 외우고 나면.. 대응관계로서 정의하면 다 성립하니까 언제부터인가 그 인식으로 남았던 것 같아요.

나. 예비수학교사들은 전공교과를 통해 더 확장된 함수개념을 형성한다.

예비수학교사들은 전공교과를 수강하면서 중·고등학교 때 배웠던 함수개념을 반성하여 체계화하였다. 전공

교과를 더 많이 수강하면 할수록 중·고등학교 때 배웠던 제한적인 함수개념에서 더 포괄적이고 확장된 관점을 형성한 것으로 나타났다.

연구자: 대학 와서 함수개념이 변했다고 했는데 구체적으로 얘기하면?

3A학생: ...대학교 수학이라고 딱 느낀 것은 집합론이었거든요. 우선 너무 논리적이었고, 그때까지 정의를 몰랐는데 또 성질하고 정의도 구분도 못했고.. 지금은 정의라는 것에서 정리나 성질이 나온다는 것을 알았어요(중략).

연구자: 그럼 집합론의 영향으로 달라진 것이 있다면?

3A학생: 함수개념도 그 결과였던 것 같아요.

연구자: 대학 와서 함수개념에 대해서 생각해 본 적 있어요?

3B학생: 예. 선형대수학시간에 교수님 말씀 하셨던 거요. 중·고등학교 때는 몰랐었는데 교수님 수업시간에 (중략) 아! 그게 함수구나 라고 생각하게 되었어요.

3B학생: ... 도형과 도형사이의 관계를 함수로 정의하는 것도 재미있거든요. 복소수시간에 함수 배운 것도.. 다변수함수가 하나로 대응되는 다가함수에 대해서도 알게 되었어요....

연구자: 집합론은 1학년 때 수강한 것으로 알고 있는데 그때부터 함수개념이 형성되어 4학년 때까지 왔나요?

4B학생: 저 같은 경우에는 그랬거든요. 그 전에는 딱 고등학교 때 떠오르는 함수하면 그래프를 그려놓고 선을 그어서 점이 한 개가 나와야지 함수이고 두 개 이상 나오면 함수가 아니라고 했는데 그것은 너무나 알고리즘적인 것 같아요. 무조건 그렇게 하라하는 그것은 좀 더 심층적으로 개념을 잡아가려면.. 저는 집합론 때부터 직관적으로 와 닿아서 해석학에서 엄밀하게 되었던 것 같아요.

1학년 때 수강한 집합론 강좌를 통해 예비수학교사들은 형식화된 함수 개념을 접하게 되고 이를 통해 그들이 지금까지 배웠던 관련 지식을 논리적으로 통합하게 된다. 이후로 선형대수학이나 해석학 등을 수강하면서 함수 개념에 대한 통합적인 지식을 형성해 간다.

다. 전공교과는 함수개념에 대한 교수학적 지식의 형성하는데 중요한 역할을 한다.

연구참여자들은 일반적인 교수학적 지식의 형성에 전공교과가 중요한 역할을 한다고 생각하였다. 하지만, 학년별로 이와 관련된 관점에 약간의 차이를 보였다. 저학년들은 전공교과를 수강하면서 직접적으로 교수학적 지식과 연관시키지 않은 채로 전공교과를 통해 배운 지식이 미래에 있을 교수과정에 중요한 영향을 미칠 것으로 추정한 반면 고학년 학생들은 전공교과에서 배운 지식을 어떻게 활용할 수 있는지를 실질적으로 고민한다.

연구자: 전공수학이 교수학적 지식에 영향을 끼친다고 생각하나요?

1A학생: 전공수학은 필요해요. 고등학교 때는 증명을 하지 않고 그냥 외워라... 무작정 외웠던 것, 직관적으로 했던 것을 대학 와서 집합론을 배우면서.. '이런 것을 설명할 수 있겠구나'라고 생각했어요.(중략)...대학교 전공수학도 알아야 한다고 생각해요.

연구자: 개인적으로 교수학적 지식은 어떻게 형성된다고 생각하나요?

2B학생: 가장 기본적인 것은 제가 학생이 되어서 배웠을 때, 즉 가르침을 받았을 때 방법이 기초에 깔려있고 거기에 연습을 많이 하다 보면, 여러 가지 경험을 하다보면 능숙하게 할 것 같은데 전공수업 수강을 많이 하면 할수록 중·고등학교 때 배웠던 것은 국한된 개념밖에 없었는데 전공수업시간에 교수님들 여러 가지 이야기로 폭넓은 개념도 있고, 실생활에서의 오류도 많이 말씀해주시니까 수학적인 시야가 더 넓혀진 것 같아요...

위의 학생들과 달리 3학년 학생들의 생각은 그들이 배우는 내용을 어떻게 교수학적 지식으로 변환할 것인지를 고민한 흔적이 보인다.

연구자: 학생 과외를 하면서 동기유발을 할 때 평상시에는 어떻게 하나요?

3A학생: 저는 과외가면 2학년 때까지는 수교론을 배우지 않아서 몰랐는데 3학년 때 수학교육론 배우고, 가르쳐 보고, 느낀 것은 (중략) 수교론을 들은 영향이 크다고 보아요.

4학년 학생들은 1,2,3학년 학생들과는 달리 내용적 지식과 교수학적 지식을 동시에 고려하고 있음을 확인할 수 있다. 즉, 전공교과를 배우는 과정에서, 저학년들은 추상화된 전공교과 내용이 장래에 필요할 것으로 다소 추상적으로 생각하는데 반해 고학년 학생들은 전공교과를 배우면서 동시에 그 내용이 학교수학의 교수과정에 어떻게 적용될 것인가를 고민한다는 것이다. 이는 그들이 전공교과를 배워가는 과정에서 각 영역이 갖는 구조적 특징이나 영역들 사이의 관련성을 이해하면서 나타나는 관점이라고 볼 수 있다.

연구자: 개인적으로 교수학적 지식을 형성하는데 영향을 주는 변인은 무엇이라고 생각해요?

4B학생: 자기가 많이 알아야 한다고 생각해요. ...그래서 잘 가르친다는 것은 교수학적 지식 즉 자기가 많이 배우고 많이 알아야 한다는 생각을 하고, 그 안 지식에서 어떻게 하면 쉽게 가르치고 잘 이해할 수 있을까 등의 어떻게 가르칠 것인가에 대한 많은 연구를 하는 것이 두 번째 요건 같아요. (중략)

연구자: 대학수업에서는 그런 계기가 없었어요?

4B학생: 그거와 관련하여 수학교육론을 배우잖아요. 저는 수학교육론을 배울 때 처음에는 이것을 왜 배워야하는지 필요성을 못 느꼈는데 차근차근 공부를 하면서 수학교육론을 공부한 이유가 조금씩 와 닿기 시작했어요. ...내가 알고 있는 지식과 그런 차이가 있는 건데 그런 차이를 극복하려면 학생들 눈높이에서 봐야 하기 때문에...(중략) 함수개념을 가르치려고 해도 배운 지식과 가르치는 지식과 차이가 있으니까 어떻게 접목시켜서 가르쳐야 도움이 될 수 있고... 앞으로도 도움이 되었으면 해요.

라. 교수경험은 내용적 지식을 교수학적 지식으로 변환하는데 중요한 역할을 한다.

예비교사들이 교수학적 지식에 관한 실제적인 고민을 하게 된 계기는 대개 교수경험을 통해서이다. 교수경험이 없는 상황에서는 자신이 이해하고 있는 내용을 그대로 가르치면 누구든 잘 이해할 것으로 생각하고 교수학적 지식에 대한 고려를 하지 않은 것 같다. 하지만, 과외 등 개인적인 교수경험을 통해 자신이 가르친 내용과 대

상학생이 이해한 내용이 다를 수 있음을 인식한 이후로는 내용적 지식과 교수학적 지식을 구분하기 시작한다. 실제로 교수경험이 없는 학생은 공리적으로 주어진 경우들을 그대로 받아들이는 경향이 있다. '1B학생'의 경우는 교수경험이 없어서 교과서 내용과 중·고등학교 때 선생님들이 수업한 내용들은 무조건 암기하는 것이 최고라고 생각하고 있다.

정의를 몇 개 외워야 되잖아요. 정의를 몇 개 외우고 나면 대응관계로 정의하면 다 성립하니까... [1B학생]

반면, 교수경험이 많은 학생들은 내용적 지식도 중요하지만 폭넓게 지도할 수 있게 하는 교수학적 지식이 중요하다고 주장한다. 그래서 그들은 가르쳐볼 기회가 많이 주어져야 무엇을 가르치고, 왜 가르치는가, 어떻게 가르칠 것인가에 대한 고민을 더 깊게 할 수 있다고 생각한다.

연구자: 교수학적 지식은 어떻게 형성된다고 생각하나요?

1A학생: 알고 있는 것도 중요하지만 많이 해봐야 해요. 과외 그런 것을 해보면 나 혼자 가르치려고 하면 안 되구나 그런 것을 많이 느껴요.

연구자: 교육실습을 다녀왔는데 교육실습 전,후 생각의 변화가 있었는지?

4B학생: ...예전에는 교구 같은 것을 사용했을 때 오개념들이 나올 수 있어 우려했는데...실제로 학생들에게 자연스럽게 잘 하시는 것을 보고 배우는 지식과 실제로 가르쳐야 할 지식을 많이 연계해서 연구를 해야겠다는 생각을 했어요.

마. 교수학적 지식이 형성되어 가는 것은 교수자의 관점이 자신에게서 학습자에게로 옮겨가는 것을 의미한다.

예비수학교사들은 대개 과외 등과 같은 직접적인 교수경험을 통해 교수법에 대한 관점이 변화되는 것을 확인할 수 있다. 교수경험이 없는 학생들은 스스로 어떻게 가르칠 것인가를 고민하는 반면, 교수경험이 많은 학생들은 배우는 학생들이 무엇을 알고 무엇을 모르는지에 더 관심이 많다. 이것은 교수경험을 통해 교수학적 지식이 확장되어 가면서 교수-학습과정에서의 무게중심이

교수자에게서 학습자에게로 옮겨가는 것을 의미한다.

연구자: 교수경험에서 처음 가르쳐 보았을 때와 시간이 지나면서 차이가 있다면?

1A학생: 처음에는 무작정 내가 아는 것을 모두 다 가르치려고 했는데...이제는 학생이 어느 정도 수준에 있는가에 따라서... 아이들에게 생각해봐라, 풀어봐라, 또 아이들이 잘못된 부분만 설명해주고, 개념부분은 제가 설명하기는 하는데 점점 좀 더 요령이 생기는 것 같아요

교수학적 지식이 형성되어 갈수록 대상학생들이 관심을 가질만한 소재로 예를 들거나 학생들의 수준을 고려하여 수업을 구상하려고 노력하는 것을 확인할 수 있다.

연구자: 과외, 학원 등에서 수업할 때 동기유발은 어떤 식으로 하나요?

2B학생: 교재나 책에 있는 것은 공식화되어 있기 때문에 실생활에서 소재를 가져온다든지 쉬운 예를 들어, 학생들이 스스로 알 수 있게끔 발문을 많이 해요.

.....(중략).....

연구자: 언제부터 학생수준을 고려하게 되었나요?

2B학생: 처음에 과외할 때 거의 고등학교 정식 같은 일관된 교재를 가지고 순서대로 했거든요. 조금 시간이 지나다보니 학생수준을 파악하고 나서 단계별로 교재를 선택하고요. 2학년에 올라오면서 경험이 많이 생기고 경험에 따라 변한 것 같아요.

한편, 예비수학교사들은 교과교육론 강좌에서 배운 이론을 과외 등과 같은 교수과정에서 적용해 보기도 하고 교수경험을 통해 스스로 터득한 노하우를 발전시켜 교수학적 지식으로 체계화하기도 하였다.

연구자: 학생 과외를 하면서 일반적으로 동기유발을 어떻게 하나요?

3A학생: 저는 과외가면 2학년 때까지는 수교론을 배우지 않아서 몰랐는데 3학년 때 수교론 배우고 하다보니까 느낀 것은 제가 아이들한테 할 수 있는 말이 많아졌다는 거예요. 똑같은 문제를 보더라도 좀 더 제 입장에서 거꾸로 생각한다든지 그런 식으로 설명하다 보면 아이들도 신기하게 받아들이고...

연구자: 과외하면서 동기유발 소재는 어떤 예를 드는가요?

3B학생: 교과서 작도부분 만화로 도입하는 부분... 요즘 교과서 정말 잘 나와 있더라고요... 그래도 새로 만들긴 했는데...

연구자: 만화로 도입했다고 했는데 아이디어는 어디서 얻었나요?

3B학생: 경험적이었어요. 서로 과외하면서 얻은 경험 이요.

교수경험이 많고 교수방법에 관한 노하우가 비교적 많은 고학년의 경우는 교수과정에서 예를 들 때도 대상 학생들이 가장 관심이 많을 소재를 선택하려고 노력한다. 이는 교수학적 지식이 확장됨에 따라 교수과정이 전 달 관점에서 학생들에 의한 구성 관점으로 바뀌어 감을 의미한다.

연구자: 학생 지도할 때 동기유발은 어떤 식으로 하나요?

4B학생: 저는 주로 생활 속의 수학을 (예로)많이 들어요. 함수하면 주변에 대개 많잖아요. 자판기, 미팅 등. (하하) 저는 주로 실생활과 관련된 예를 들어서 동기유발을 시키는 편이에요.

V. 결론 및 제언

본 연구는 예비수학교사들의 함수개념에 대한 교수학적 지식 형성과정을 탐구하기 위한 목적으로 설계되었다. 이를 위해, 함수개념에 대한 내용적 지식과 교수학적 지식 관련 자료를 수집하고 분석하였다. 자료수집 과정에서의 일관성을 유지하고 자료분석 결과에 대한 타당도를 높이기 위해 1,2차 설문조사를 실시한 후에 그 응답 결과를 확인하고 보완하기 위한 면담을 실시하였다. 각 단계에서 수집된 정량적 혹은 정성적 자료는 서로 통합되어 논의과정에서 분석되었으며, 그 결과를 요약하면 다음과 같다.

첫째, 예비수학교사들의 함수개념에 대한 내용적 지식은 학년별로 차이를 보인다. 예비수학교사들이 저학년에서는 수학적적으로 근세에 형성된 규칙성을 전제하여 수식으로 표현이 가능한 변수관계 개념으로 이해하다가 상위학년으로 올라가면서 임의성을 포함한 집합과 대응의 개념으로 함수 개념 이해가 확장되었다.

둘째, 예비수학교사들은 전공교과를 통해 더 확장된 함수개념을 형성한다. 예비수학교사들은 전공교과를 수강하면서 중·고등학교 때 배웠던 함수개념을 반성하여 체계화함으로써 더 포괄적이고 확장된 함수개념을 형성한다.

셋째, 전공교과는 함수개념에 대한 교수학적 지식을 형성하는데 중요한 역할을 한다. 하지만, 학년별로 이와 관련된 관점에 약간의 차이를 보이는데, 저학년들은 전공교과를 수강하면서 직접적으로 교수학적 지식과 연계시키지 않은 채로 전공교과를 통해 배운 지식이 미래에 있을 교수-학습 과정에 중요한 영향을 미칠 것으로 추정하는 반면 고학년 학생들은 전공교과를 수강하면서 학교 수학의 배경지식으로서 전공교과가 갖는 의미를 이해하고, 배운 지식을 어떻게 활용할 수 있는지를 실질적으로 고민한다. 이것은 그들이 전공교과를 배우가는 과정에서 각 전공 영역이 갖는 구조적 특징이나 영역들 사이의 관련성을 이해하면서 나타나는 관점이라고 볼 수 있다.

넷째, 교수경험은 내용적 지식을 교수학적 지식으로 변환하는데 중요한 역할을 한다. 예비교사들이 교수학적 지식에 관한 실제적인 고민을 하게 된 계기는 대개 교수경험을 통해서이다. 교수경험이 없는 상황에서는 자신이 이해하고 있는 내용을 그대로 가르치면 누구든 잘 이해할 것으로 생각하기 때문에 교수학적 지식을 고려하지 않는다. 하지만, 과외 등 개인적인 교수경험을 통해 자신이 가르친 내용과 대상 학생이 이해한 내용이 다를 수 있음을 인식한 이후로는 내용적 지식과 교수학적 지식을 구분하기 시작한다. 또한 교수경험이 많은 예비수학교사들은 내용적 지식도 중요하지만 폭넓게 지도하는데 필요한 교수학적 지식이 더 중요하다고 생각한다.

다섯째, 교수학적 지식의 형성은 교수자의 관점이 자신에게서 학습자에게로 옮겨가는 것을 의미한다. 예비수학교사들은 대개 과외 등과 같은 직접적인 교수경험을 통해 교수학적 지식에 대한 동기가 부여되며 이를 통해 교수법에 대한 관점이 변화한다. 교수경험이 없는 예비수학교사들은 스스로 어떻게 가르칠 것인가를 고민하는 반면, 교수경험이 많은 예비수학교사들은 배우는 학생들이 무엇을 알고 무엇을 모르는지에 더 관심이 많다. 이것은 교수경험이 많고, 교수학적 지식이 확장되어 감에 따라 교수과정에 관한 관점이 전달 관점에서 대상 학생

들에 의한 구성 관점으로 바뀌어 가는 것을 의미한다.

이상과 같은 결과와 관련된 후속 연구를 제안하면 다음과 같다.

첫째, 예비수학교사들이 교직에 진출한 후에 함수개념에 대한 교수학적 지식이 어떻게 발전되는지를 추적하는 종단적 심화 연구를 진행할 필요가 있다.

둘째, 수 개념이나 극한 개념 등 다른 수학적 개념에 대한 교수학적 지식 형성과정을 탐구하여 이 연구결과와 비교해 볼 필요가 있다.

셋째, 교육실습 등과 같은 특정한 교육과정 영역이 예비수학교사들의 교수학적 지식 형성에 어떤 영향을 미치는지를 조사한 연구를 진행할 필요가 있다.

참 고 문 헌

- 김수연 (1998). 체육교사의 교과에 대한 배경정보와 수업 지식분석연구, 이화여자대학교 교육대학원 석사학위논문.
- 박경민 (2000). 교수적 내용지식에 대한 중등과학 예비교사의 인식조사, 서울대학교 대학원 석사학위논문.
- 박수정 (2001). 예비교사와 현직교사의 극한개념에 관한 교과내용적 지식과 교수학적 지식, 이화여자대학교 대학원 석사학위논문.
- 박지용 (2002). 수학수업에서 교사에 의한 교수학적 변환 연구, 서울교육대학교 교육대학원 석사학위논문.
- 배현아 (2001). 함수지도에 관한 연구, 홍익대학교 교육대학원 석사학위논문.
- 소경희(2003). '교사전문성'의 재개념화 방향 탐색을 위한 기초연구, 교육과정연구 21(4), pp.77-96.
- 우정호 (2000). 수학학습-지도 원리와 방법, 서울: 서울대학교출판부.
- 이경화 (1993). 학교수학의 교수학적 변환에 관한 연구, 서울대학교대학원 교육학석사학위논문.
- 이경화 (1996). 확률개념의 교수학적 변환에 관한 연구, 서울대학교대학원 교육학박사학위논문.
- 이경화 (1999). 예비 초등학교 교사들의 수학수업 아이디어 분석, 대한수학교육학회 1999년도 추계 수학교육학 연구발표대회 논문집, pp.157-178.

- 이덕호·김영순 (2001). 변수에 의한 함수지도가 함수개념의 형성에 미치는 효과, 한국학교수학회논문집 4(1).
- 정유진 (1998). 예비수학교사와 수학교사의 함수개념에 관한 연구, 이화여자대학교교육대학원 석사학위논문.
- Creswell, J. W. (2003). *Research Design: Qualitative, Quantitative, and Mixed Methods Approaches*, SAGE Publications.
- Even, R. (1993). Subject-Matter Knowledge And Pedagogical Content Knowledge: Prospective Secondary Teachers And The Function Concept. *Journal of Research in Mathematics Education*, 24(2), pp.94-116.
- Grossman, P. L. (1990). *The Making of Teacher Education: Teacher Knowledge and Teacher Education*. New York L Teachers College.
- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*. 15(2), pp.4-14.
- Shulman, L. S. (1987). Knowledge and teaching : Foundations of the new reform. *Harvard Educational Review*. 57(1), pp.1-22.
- Wilson, M. R. (1994). One preservice secondary teacher's understanding of function: the impact of a course integrating mathematical content and pedagogy, *Journal for Research in Mathematics Education*. 25(4), pp.346-370.

An Inquiry on the Building Process of Pedagogical Content Knowledge of Prospective Mathematics Teachers -centered at function concepts-

Kang, Yun Soo

Sunchon National University, Suncheon, Korea
yskang@sunchon.ac.kr

Jun, Sung A

Gwangyang High School, Gwangyang, Korea
mathview@hanmail.net

The purpose of this study is to inquire the building process of Pedagogical Content Knowledge of prospective mathematics teachers about the function concepts. For this purpose, We performed the following steps; First, we performed the survey relating to the prospective mathematics teachers' teaching experiences, capabilities of their error evaluation of the students, and viewpoints about the function concepts. Second, we performed the survey on the subject-matter knowledge about the function concepts and the key items of designing teaching plans about the function concepts.

And then, we interviewed the participants to check the results of the surveys and to supplement the necessary contents. The collected data was relatively correlative and analyzed in the process. As a result, we found the followings; First, subject-matter knowledge of prospective mathematics teachers about the function concepts is different depending on the grades. Second, prospective mathematics teachers are building more extended function concepts through the major subjects. Third, the major subjects are important to build the Pedagogical Content Knowledge of function concepts. Fourth, teaching experience plays an important role in transforming subject-matter knowledge of function concepts to Pedagogical Content Knowledge of it. Fifth, building the Pedagogical Content Knowledge means transferring the teacher's viewpoint from himself/herself to the learner.

* ZDM classification : C79

* 2000 Mathematics Subject Classification : 97C70

* key word : Prospective Mathematics Teachers, Pedagogical Content Knowledge, function