

'Polyhedron'을 활용한 다면체 학습에 관한 연구

권성룡 (공주교육대학교)

I. 서론

최초의 컴퓨터로 알려진 ENIAC¹⁾이 만들어진 것이 대략 60년 전 일이다. 그러나 ENIAC은 현재의 컴퓨터와는 많은 점에서 달랐다. 1970년대를 전후로 개인용 컴퓨터가 나오기 시작하였고 성능의 급속한 발전을 거듭한 결과, 현재 우리가 이용하고 있는 개인용 컴퓨터의 성능은 놀랄만하다.

컴퓨터의 출현에는 수학과 수학자의 영향이 컸다. 수학자인 Turing과 von Neumann에 의해서 만들어진 컴퓨터는 Bool의 이진법 대수체계의 영향을 받아 이진회로로 동작하도록 설계되었다(김홍중, 2000). 이렇듯 수학의 열매라고 할 수 있는 컴퓨터는 성능향상과 더불어 사회의 모든 분야에 영향을 미치고 있다.

교육 분야에서 컴퓨터는 그래픽, 애니메이션, 시뮬레이션, 계산기능 등을 통해 특정 아이디어의 중요성을 부각시켰고, 어떤 문제나 주제를 더 쉽게 다룰 수 있게 만들었으며, 수학적 정보를 표현하고 다루는 새로운 방법을 제공해주었으며, 이전에는 선택할 수 없었던 내용과 교수방법을 선택할 수 있는 여지를 제공해 주었다(Goldenberg, 2000). 특히 전통적으로 어려운 교과목으로 인식되어 온 수학에 컴퓨터를 활용함으로써 학습자의 수

학학습을 촉진하려는 시도가 다각적으로 이루어지고 있다.

수학교육에 컴퓨터공학을 도입하고 활용할 필요가 있다는 주장은 꾸준히 제기되어 왔다(NCTM, 1980, 1989). 특히 'Principles and Standards for School Mathematics'(2000)에서는 컴퓨터를 포함하는 공학이 가르칠 수학의 내용과 방법에 영향을 미칠 뿐 아니라 학습을 촉진할 수 있으므로, 양질의 수학교육이 이루어지기 위해서는 컴퓨터공학이 수학교실환경의 핵심적인 부분이 되어야 함을 지적하였다.

우리나라에서도 제 4차 교육개혁방안에서 '2000년부터 적용될 제7차 교육과정에서부터 정보통신기술을 활용한 교수-학습 활동이 모든 교과에서 실천될 수 있도록 교육과정 각론을 구성한다.'라고 명시하였고(교육부, 2000), 실제로 7차 수학과 교육과정 개정의 중점에서는 계산기와 컴퓨터 및 구체적 조작물을 학습도구로 활용할 것을 권장하고 있다. 특히 '그림이나 도형을 그리고 이동, 변환을 시킬 수 있게 설계된 컴퓨터 프로그램의 활용은 학생들로 하여금 도형 영역에서 이해하기 어려운 부분에 대한 직관적이고 용이한 이해를 가능하게 해줄 수 있으므로(교육부, p.84)' 수학적 개념의 이해, 수학적 사고력, 문제해결력, 창의적 사고력을 기르기 위해 적절한 시기에 수학의 기초기능을 저해하지 않는 범위에서 조심스럽게 도입할 것을 권고하고 있다.

2001년부터는 성공적인 교육정보화의 수행을 위해 종합적인 교사연수계획을 수립하고 이에 따라 전체교사를 대상으로 3년 내에 최소한 한 번 이상 ICT(Information & Communication Technology)활용 연수를 받을 수 있는 기회를 제공하고 있다(이옥화 외, 2003). 따라서 이전에 비해 현장 교사들을 대상으로 하는 다양한 연수가 제공되고 이를 바탕으로 수업에서의 ICT 활용빈도도 증가하고 있다. 그러나 이옥화 등(2003)에 따르면 ICT관련 연수를 받은 교사들도 수업에서 ICT활용이 필요 없거나 교육적 효과가 없기 때문에 활용하지 않은 것으로 조사

* 2006년 2월 투고, 2006년 4월 심사 완료.

* JDM분류 : U73

* MSC2000분류 : 97U70

* 주제어 : 수학교육공학, Polyhedron, 정다면체, 준정다면체

* 이 논문은 2004학년도 공주교육대학교 교수학술연구비의 지원을 받아 수행되었음.

1) ENIAC(Electronic Numerical Integrator And Calculator)은 1946년에 미국 펜실베이니아 대학의 Eckert와 Mauchly에 의해 만들어진 전자계산기로 30t이상의 무게와 19000개 이상의 진공관이 이용되었다. ENIAC은 핵무기개발을 위한 Manhattan Project에 처음으로 이용되었으며, 이후에 탄도계산과 일기예보, 난수계산 등에 이용되었다.

되었다.

일반적인 ICT의 활용과 수학에서의 컴퓨터공학의 활용은 다르다. 수학에서의 컴퓨터공학의 활용은 학습자의 사고활동을 위한 학습도구로서의 활용이 핵심이기 때문이다. 수학수업에서의 컴퓨터공학은 학습의 주제가 아닌 학습의 도구일 뿐이다(Cole, 1997).

본 논문에서는 수학학습에서 컴퓨터공학을 효과적으로 도입하고 활용하는 방안에 대해서 살펴보고자 한다. 이를 위해서 먼저 현재 수학교실의 컴퓨터공학 활용여건을 살펴볼 것이다. 이를 통해서 현실적으로 수학교실에서 컴퓨터공학을 어떤 방법으로 도입하고 활용하는 것이 가능하고 효과적인지를 살펴보고자 한다. 그런 후, 우리의 교실 여건에서 효과적으로 활용할 수 있는 소프트웨어를 소개하고 이를 실제로 학습에 적용했을 때 교사 및 학생들의 반응을 살펴보고자 한다.

II. 수학교육공학과 수학교실환경

이미 1980년대를 전후로 해서 수학학습에 컴퓨터공학을 활용하려는 노력이 있어왔고 우리나라에서도 이런 주장은 낮설지 않다. 그러나 수학교실에서의 컴퓨터 활용을 위한 여건은 Kaput(1992)이 지적했던 사항과 크게 달라지지 않았다.

첫째, 수학습간에 활용할 수 있는 컴퓨터가 충분하지 않다²⁾. 교육부(2001)에 따르면, 컴퓨터 1대당 학생수는 아래의 표와 같이 변화되어 왔다. 2003년의 경우, 컴퓨터 1대당 학생수는 초등학교 8.0명, 중학교 6.1명, 고등학교 3.9명으로 조사되었다(교육인적자원부, 2003).

컴퓨터가 학교현장에 많이 보급되어 있는 것이 사실이지만 교실에서 이용할 수 있는 컴퓨터는 기껏해야 교사용 컴퓨터 1대이다. 따라서 수학교실에서 컴퓨터를 활용할 수 있는 방법은 교사용 컴퓨터를 이용해서 학생들에게 무엇인가를 보여주는 것이 전부이다. 필요할 때 교사는 컴퓨터를 활용할 수 있지만 학습자가 직접 컴퓨터

학습 환경에서 활동하는 것은 불가능하다. 학습자의 활동을 위해서는 학교의 컴퓨터실을 이용해야 하는데, 초등학교나 중학교의 경우 수학학습을 위해 컴퓨터실을 활용할 수 있는 시간은 매우 제한적이다.

<표 1> 컴퓨터 1대당 학생수 단위:명

구분	초등학교	중학교	일반계 고등학교	실업계 고등학교
1991	54.8	65.7	103.5	27.5
1992	44.8	55.1	74.9	21.0
1993	39.3	47.9	60.8	19.2
1994	31.8	43.1	47.3	18.3
1995	27.0	34.4	41.3	13.6
		...		
2000	14.4	10.6	11.7	3.6
2001	10.0	7.1	7.5	2.7

(교육인적자원부, 2001)

둘째, 수학학습에 활용할 수 있는 소프트웨어에 대한 정보가 부족하다. 컴퓨터공학을 활용함에 있어서 가장 중요한 것은 공학의 활용이 수학학습에 도움이 되어야 한다는 것이다. 지필환경이나 다른 자료를 활용했을 때 더 효과적으로 학습목표를 달성할 수 있다면 컴퓨터공학을 활용할 필요가 없다. 그러나 기존의 학습 환경이나 학습 자료보다 컴퓨터공학을 활용하는 것이 더 효과적일 때는 공학을 활용해야만 한다. 그렇다면 어떤 내용을 지도할 때 어떻게 활용하는 것이 효과적인가? 수학학습과 관련해서 이미 개발되어 있는 소프트웨어를 분석함으로써 어떤 주제의 학습에 어떤 방식으로 활용하는 것이 도움이 되는지를 제시해 주는 것이 필요하다. 더 구체적으로 말하면, 소프트웨어와 교육과정의 관련성을 명확히 하는 것이다. 7차 수학과 교육과정은 공학의 활용을 전제로 만들어진 교육과정이 아니다³⁾. 따라서 교육과정과 공학의 관련성이 명시적이지 않다. 초등의 경우, 교과서

2) 미국의 경우, 1983년에 학생 125명당 컴퓨터 한 대에서 1995년에는 컴퓨터 보급률이 급격히 증가하여 학생 9명당 한 대가 보급되었다(Glennan & Melmed, 1996). 1998년에는 학생 6명당 한대가 보급되었고(U.S. Bureau of the Census, 1998) 최근에는 학생 2명당 한 대의 컴퓨터가 보급되어 있는 학교도 많이 늘어났다(Wenglingsky, 1998).

3) 최근에는 컴퓨터공학의 유용성을 인정하고 공학활용을 전제로 하는 교육과정을 개발하려는 시도가 이루어지고 있다. CompuMath Project가 그 예이다. 이 프로젝트는 탐구형 문제 상황을 제공하고, 이를 동료와의 협력활동과 학급토론을 통해서 공학화된 환경에서 탐구하도록 하는 7-9학년 수학교육과정의 개발을 목표로 하였다(Hershkowitz, Dreyfus, Ben-Zvi, Friedlander, Hadas, Resnick, Tabach, & Schwarz, 2002).

나 보조교과서에 컴퓨터공학의 활용에 관한 구체적인 자료가 포함되어 있는 경우에는 활용하는데 별 어려움이 없어 보인다. 예를 들면, 4-가 수학익힘책(2001)에는 LOGO를 활용한 활동이 제시되어 있다(p.65). 그러나 그렇지 않은 경우에는 효과적인 소프트웨어가 존재한다고 해도 정보의 부족으로 적절하게 활용하기 어렵다.

셋째, 예비교사들에게 수학교실에서의 컴퓨터공학의 활용에 대한 경험이 충분히 제공되고 있지 못하다. 수학교육에서의 컴퓨터공학의 활용과 관련된 강의가 교육과정상에 포함된 곳은 교육대학교의 경우 4곳 이었고⁴⁾, 사범대학교의 경우는 조사대상에 포함된 13개 국립사범대 가운데 10개교⁵⁾, 사립사범대학교의 경우는 조사대상에 포함된 34개 사립사범대 가운데 수학교육과가 있는 19개교 중 16개교였다⁶⁾. 상대적으로 교육대학교보다는 사범대학교의 교육과정에 수학교육공학 관련 강의가 더 많이 포함되어 있었다. 초등교사는 대부분 교육대학교에서 양성되기 때문에 수학교육에서의 컴퓨터공학의 활용에 대한 초등예비교사들의 경험은 부족하다고 볼 수 있다. 중등교사의 경우도 실제로 사범대학교에서 수학교육공학에 관한 강의가 개설되는지는 알 수 없다. 왜냐하면 사범대학교의 교육과정에 포함된 공학관련강의는 대부분 필수가 아닌 선택이기 때문이다. 또 사범대(국립, 사립)와 비사범대 등 출신이 다양하고, 중등교원의 출신학교 구성에서 교직과정 이수자가 증가하고 있는 추세⁷⁾이기 때문

에 사범대의 자료만으로 상황을 판단하기는 어렵다. 수학과 교직과목에 컴퓨터공학의 활용과 관련된 강의가 포함되어 있는 경우가 흔치 않기 때문에 중등예비교사의 경우도 공학의 활용과 관련된 경험이 충분하다고 판단하기 어렵다.

넷째, 현장교사들이 컴퓨터공학을 수학수업에 활용하는 것에 익숙하지 않다. 대부분의 현장교사들은 컴퓨터공학의 도입에 관한 논의가 있기 이전에 교사교육을 받고 교육에 종사했기 때문에 수학수업에 컴퓨터를 활용하는 것에 낯설다. 보다 효과적인 수업을 위해서 필요할 때는 공학을 활용하려는 노력이 필요하다. Cuban(1986, 1993)에 따르면, 보다 효과적인 수업변화를 위해 필요한 것은 단순한 컴퓨터 보급의 확대가 아니라 교사들의 능동적인 컴퓨터공학의 활용이다. 최근에 ICT(Information & Communication Technology)활용과 관련해서 현장교사들에게 다양한 연수가 제공되고 있다. 그러나 수학수업에서의 컴퓨터공학의 활용은 워드프로세서나 프리젠테이션을 위한 소프트웨어를 활용하는 것과는 다르다. 수학학습의 가장 중요한 목적이 사고력의 신장인 바, 컴퓨터공학의 활용 역시 학습자의 사고력을 증진시키는 방향으로 이루어질 필요가 있다. 이를 위해서는 수학학습에서의 컴퓨터공학의 활용에 관한 연수기회를 확대할 필요가 있다.

수학교육에서 강조하는 컴퓨터공학의 활용은 소프트웨어가 제공하는 학습환경에서 학습자가 능동적으로 탐구함으로써 수학적 문제해결능력이나 추론능력과 같은 고등사고능력의 향상을 도우려는 것이다. 탐구를 위한 학습환경을 제공해주는 대표적인 예가 Geometer's SketchPad와 같은 탐구형 소프트웨어이다. 그러나 탐구형 소프트웨어의 활용을 위해서는 교사가 탐구형 소프트웨어의 유용성을 인식해야 하며 더 나아가 능숙하게 다룰 수 있어야 한다. 그러나 탐구형 소프트웨어를 능숙하게 다루기까지는 많은 시간과 노력이 필요하며 앞에서 언급한 학교현장의 현실을 고려할 때 수학수업에 활용하기는 어려운 점이 많다.

4) 11개 교육대학의 홈페이지에 제시된 교육과정을 근거로 조사하였다. 이 중 광주교육대학교, 전주교육대학교, 청주교육대학교, 서울교육대학교에는 수학교육공학과 관련된 강의가 교육과정에 포함되어 있었다.

5) 국립사범대학의 홈페이지에 제공된 교육과정을 근거로 조사하였다. 조사대상학교는 강원대학교, 경북대학교, 경상대학교, 공주대학교, 부산대학교, 서울대학교, 순천대학교, 안동대학교, 전남대학교, 전북대학교, 제주대학교, 충북대학교, 한국교원대학교이다.

6) 사립사범대학의 홈페이지에 제공된 교육과정을 근거로 조사하였다. 조사대상학교는 건국대학교, 경남대학교, 관동대학교, 단국대학교, 대구대학교, 대불대학교, 동국대학교, 상명대학교, 서원대학교, 성균관대학교, 신라대학교, 영남대학교, 우석대학교, 원광대학교, 이화여자대학교, 인하대학교, 전주대학교, 조선대학교, 청주대학교이다.

7) 중학교 교원의 경우, 1998년 사범대학 출신이 전체 신규채용 교원의 73.8%, 비사범대인 교직과정 이수자가 25.1%이던 것이 점차로 교직과정 이수자의 비중이 높아지면서 2003년 현재 사범대학출신이 64.1%, 교직과정 이수자가 32.7%를 차지

하고 있다. 고등학교 교원의 경우, 2003년 현재 사범대학출신 교원은 일반계 고등학교가 60.6%, 실업계 고등학교가 52.2%를 차지하고 있다(교육인적자원부, 2003).

III. 수학교육공학의 도입 및 활용방안

컴퓨터공학의 활용여부에 관계없이 수업에서의 핵심적인 역할은 여전히 교사의 몫이다. 컴퓨터공학의 효과는 어떻게 활용하는가에 따라서 결정된다. 따라서 교사는 수학교실에서 컴퓨터공학을 효과적으로 활용하는 방법에 대해 이해하고 있어야만 한다.

수학교육에서의 컴퓨터공학의 활용과 관련하여, 연구를 통해 밝혀내야 할 것은 공학을 수학교육에 활용할 것인가의 여부가 아니라 어떻게 활용할 것인가이다⁸⁾ (Goldenberg, 2000). 왜냐하면 공학을 적절히 활용함으로써 학생들은 더 많은 수학을 더 깊이 있게 학습할 수 있기 때문이다(Sheets, 1993; Grove, 1994; Rojano, 1996).

Educational Testing Service(1998)의 보고에 따르면, 사고와 추론 및 문제해결과 같은 고등사고기능의 학습에 컴퓨터공학을 활용하는 것은 수학적성취도와 정적상관관계가 있는 반면, 수 사실(number facts)의 학습과 같은 초등사고기능의 학습에 컴퓨터를 활용하는 것은 수학적성취도와 부적상관관계가 있다. 중요한 것은 컴퓨터 활용의 빈도가 아니라 컴퓨터 활용의 방법이다. 따라서 공학의 효과적인 활용을 위해서는 공학에 대한 교사들의 전문성 개발이 중요하다.

수학교육에서 컴퓨터공학은 훈련과 연습, 수학학습개입, 새로운 수학 주제의 도입, 시뮬레이션과 적용 등에 다양하게 활용할 수 있다. 최근에 관심이 집중되고 있는 것은 BASIC이나 LOGO와 같은 프로그래밍 언어, GSP나 Cabri Geometry와 같은 동적 기하 소프트웨어, 엑셀과 같은 스프레드시트, Maple과 같은 상징적 대수 프로그램 등과 같은 탐구형 소프트웨어들이다.

수학학습에서 학습자의 역할은 어떤 소프트웨어를 활용하는가에 따라서 달라진다. 소프트웨어가 문제를 제시하고 학습자는 제시된 문제를 해결하는 경우가 있는 반면, 교사나 학습자가 직접 문제를 만들어서 탐구하고

해결해야하는 경우도 있다. 대부분의 탐구형 소프트웨어는 후자의 유형에 속한다. 이런 유형의 소프트웨어를 수학적 아이디어-프로세서라고 한다. 수학적 아이디어-프로세서 환경에서는 교사와 교육과정이 핵심적인 역할을 한다. 학습자가 새로운 아이디어를 가지고 있는 것이 아니므로 그들은 해결할 문제가 제시되면 이를 탐구하면서 기능이나 사고방법, 문제해결기법이나 전략 등을 개발하면서 학습을 하게 된다. 따라서 학습자가 해결할 가치가 있는 문제를 제시하는 것이 필요하고, 이런 유형의 컴퓨터 환경에서 문제의 질은 소프트웨어가 아닌 교사나 교육과정에 의해서 결정된다.

그러나 현재의 교실상황을 고려할 때, 교사들이 수학적 아이디어-프로세서를 수학수업에서 활용하는 데는 다음과 같은 몇 가지 이유 때문에 많은 부담이 따른다.

첫째, 수학수업에서 활용할 수 있는 컴퓨터가 부족하다. 앞에서 살펴보았듯이, 수학교실에서는 대부분 교사용 컴퓨터 한 대만을 활용할 수 있다. 따라서 학습자가 직접 탐구형 소프트웨어와 상호작용하면서 탐구활동을 하는 것은 불가능하다. 이런 현실에서 선택할 수 있는 대안은 교사용 컴퓨터만으로도 효과적으로 학습에 활용할 수 있는 소프트웨어를 활용하는 것이다. 공학을 활용함으로써 효과적으로 학습할 수 있는 주제와 목표의 경우에는 교사가 좋은 탐구문제를 소프트웨어를 활용하여 제시한 후 이를 학습자들이 탐구하도록 하는 것이다. 이 과정에서 소프트웨어는 학습자에게 문제해결을 위한 단서를 제공해주며 활동 후에는 문제해결과정을 확인할 수 있게 해 주어야 한다.

둘째, 양질의 문제를 제공하기 위해서는 탐구형 소프트웨어를 능숙하게 다룰 수 있어야 한다. 그러나 탐구형 소프트웨어를 능숙하게 다루기 위해서는 많은 시간과 노력이 투자되어야 한다. Cole(1997)은 공학의 효과적인 활

8) 컴퓨터공학은 수학학습을 위한 도구이다. 도구는 그 자체가 가치를 가지는 것이 아니라 어떻게 이용하는가에 따라서 가치가 결정된다. 따라서 컴퓨터공학 역시 그 자체가 수학학습에 가치로운 것이 아니라 효과적으로 활용할 때에만 가치로운 도구가 된다. 따라서 컴퓨터공학의 유용성은 그 사용방법에 의해서 결정되며 이런 측면에서 수학교사의 역할이 매우 중요하다.

9) 워드프로세서는 그 자체가 글의 질을 보장해 주지 않는다. 글의 질은 워드프로세서를 활용하는 사람에 의해서 결정된다. 어떤 주제와 소재로 어떤 내용의 글을 쓰며 어떻게 편집할 것인가와 같은 핵심적인 활동은 모두 글을 쓰는 사람이 결정해야 하기 때문이다. 이런 의미에서 보면 대부분의 탐구형 소프트웨어도 활용하는 사람에 의해 활동의 질이 결정되는 '수학적 아이디어 프로세서'라고 할 수 있다(Goldenberg, 2000). 소프트웨어는 수학적 활동이 가능한 환경만 제공할 뿐 그 이외의 나머지는 모두 그것을 제공하고 활용하는 사람들의 몫이다.

용을 위해서는 교사들에게 공학을 효과적으로 활용할 수 있는 충분한 연수의 기회를 제공할 것을 제안하면서 공학 관련 예산의 최소한 1/3은 교사들의 연수에 할당할 필요가 있다고 주장했다. 개인적인 노력이나 연수를 통해서 수학수업에서 공학을 능숙하게 활용할 수 있어야 하겠지만 그렇지 못한 교사들에게는 공학활용이 부담으로 작용할 수 있다.

학습자의 학습에 도움이 된다면 컴퓨터공학을 도입할 필요가 있으며 가능하면 교사들의 부담을 경감하는 방향으로 도입이 이루어져야 할 것이다. 공학 도입에 있어서 가장 큰 부담은 위에서 언급한 것과 같이 활용할 컴퓨터의 부족과 소프트웨어를 능숙하게 다루어야 하는 부담감 등이다. 이런 문제들은 공학의 활용방법을 달리함으로써 완화시킬 수 있을 것으로 생각된다.

위에서 언급한 수학적 아이디어-프로세서 보다는 특정한 수학 주제와 관련된 시뮬레이션 프로그램을 활용하는 것이 필요하다. 수학적 아이디어-프로세서의 경우, 교사가 모든 것을 계획하고 양질의 문제를 구성하여 학습 환경을 제공해야 하므로 능숙하게 다루지 못하면 큰 부담이 된다. 그러나 특정한 주제와 관련된 소프트웨어의 경우, 어떤 내용의 학습에 활용할 것인지가 명시적이고, 소프트웨어를 디자인하는 과정에서 제공할 수 있는 문제와 기능을 제한시켜 놓았기 때문에 교사들이 활용할 때 부담이 적다. 또 개별 학습자가 소프트웨어 환경에서 탐구하는 것이 아니라 제시된 문제에 대해서 추측하고 해결한 후 이 결과를 시뮬레이션 프로그램을 이용해서 확인하고 이를 바탕으로 다른 문제를 해결하는데 이용함으로써 컴퓨터 부족 문제도 완화시킬 수 있다.

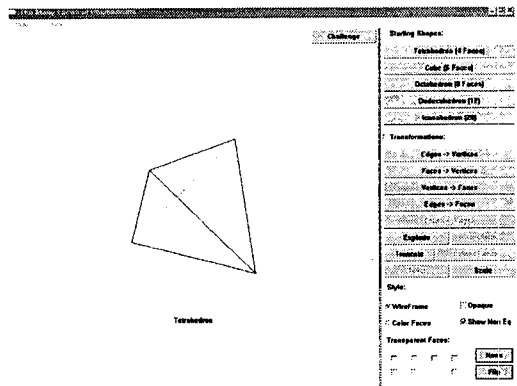
특정 수학 주제와 관련된 시뮬레이션 프로그램을 활용할 경우, 어떤 문제를 학습자에게 제공할 것이며 언제 어떤 발문을 할 것인가는 교사가 결정해야한다. 이는 지필환경에서 교사가 담당해야 하는 역할과 동일하다. 차이점이 있다면 언제 시뮬레이션 프로그램을 활용할 것인지를 결정해야 한다는 것이다. 이런 결정을 위해서는 프로그램의 기능을 명확히 이해해야만 하는데 프로그램의 기능이 특정한 주제와 관련해서 제한되어 있으므로 교사들에게 부담이 적다.

IV. Polyhedron

수학학습에서 컴퓨터공학은 여러 가지 목적으로 이용할 수 있지만 가능하면 학습자의 고등사고기능과 관련해서 활용하는 것이 바람직하다. 이 절에서는 학습자의 공간추론능력과 관련해서 Polyhedron이라 불리는 간단한 시뮬레이션 프로그램을 소개하고자 한다. Polyhedron¹⁰⁾은 다음과 같은 기능을 가지고 있다.

- 마우스 끌기를 이용해서 정다면체를 회전시킬 수 있다.
- 정다면체를 철사구조 또는 여러 가지 색으로 채색된 면으로 나타낼 수 있다.
- 정다면체를 여러 가지 방법으로 변형시킬 수 있다.
- 마우스 클릭을 통해서 정다면체의 각 면의 색깔을 변화시킬 수 있다.

이 프로그램에서 효과적으로 탐구할 수 있는 주제 가운데 하나가 정다면체와 준정다면체의 관계탐구이다. 프로그램의 초기화면은 <그림 1>과 같다.



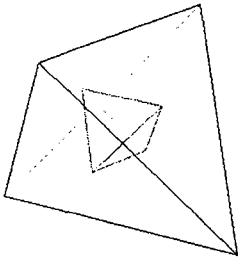
<그림 1> Polyhedron의 초기화면

화면의 좌측은 마우스를 이용해서 다양한 다면체를 조작할 수 있는 활동영역이다. 이 영역에서는 지필환경에서 모형을 이용해서 하는 것과 마찬가지로 각 다면체의 면, 모서리, 꼭지점의 개수 등을 세어보는 활동을 할

10) 이 프로그램은 Tom York가 Borland Pascal을 이용해서 작성하였다.

수 있다. 이 기능은 교사와 학생이 함께 다양한 다면체를 분석적으로 탐구할 수 있는 기회를 제공해준다.

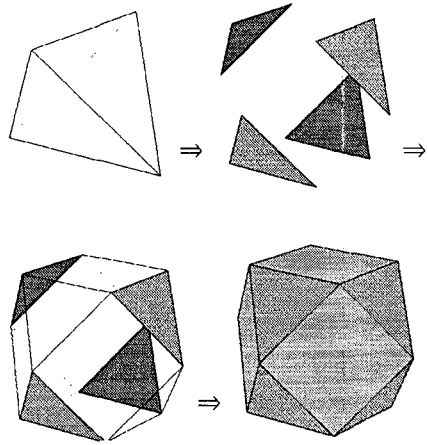
화면의 우측에는 이용자가 조작할 수 있는 메뉴버튼이 배치되어 있다. 먼저 오른쪽 상단의 'starting shape'에서 5가지의 정다면체를 선택하면 왼쪽 화면에 정다면체가 표시된다. 표시된 정다면체에 따라 그 아래에 '모서리를 꼭지점으로', '면을 꼭지점으로', '꼭지점을 면으로', '모서리를 면으로', '면을 모서리로' 변형시킬 수 있는 버튼이 활성화된다. 이런 변형은 기존의 지필환경에서는 할 수 없었던 활동으로 다면체의 면, 모서리, 꼭지점의 개수를 자연스럽게 탐구할 수 있는 기회를 제공하는 동시에 다면체들 간의 관계를 탐구할 수 있다. 예를 들면, 정사면체의 '면을 꼭지점으로' 변형하면 정사면체의 각면의 중심에 꼭지점을 찍고 이들을 연결했을 때 새로운 정사면체가 만들어지는 과정이 보여진다. 결과적으로 아래의 그림과 같이 정사면체 내접하는 정사면체가 나타난다. Polyhedron은 이런 변형의 과정을 시각적으로 보여준다.



<그림 2> 정사면체의 면을 꼭지점으로 변형하는 과정

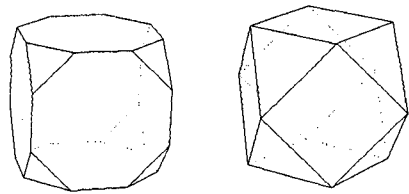
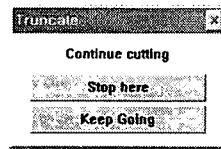
변형활동을 통해서 정사면체↔정사면체, 정육면체↔정팔면체가, 정십이면체↔정이십면체가 내접한다는 것을 알 수 있다. 또 다섯 개의 정다면체는 서로 무관하지 않고 관련성이 있음을 탐구할 수 있다.

'Explode'와 'Implode'는 정다면체를 다른 다면체로 변형시키는 방법으로 이 기능역시 다른 다면체와의 관련성을 탐구할 수 있게 해준다. 예를 들어 정사면체를 'Explode'했을 때는 <그림 3>과 같은 다면체가 얻어진다. 결과적으로 얻어진 다면체는 정사각형 6개와 정삼각형 8개로 이루어진 준정다면체이다. 따라서 이런 활동을 통해서 정다면체와 준정다면체간의 관계를 탐구할 수 있다.



<그림 3> 정사면체의 'Explode' 실행과정

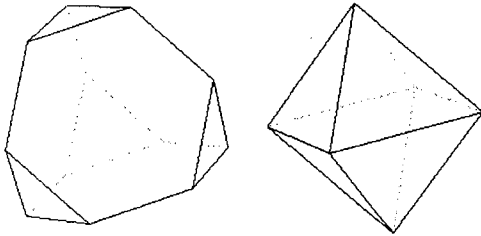
'Truncate'는 절단기능으로 주어진 정다면체를 꼭지점을 중심으로 절단해서 다른 다면체로 변화하는 과정을 보여준다. 예를 들어 정육면체를 대상으로 'Truncate'를 실행하면 <그림 4>와 같은 메뉴가 나타난다.



<그림 4> 정육면체의 'Truncate' 실행과정

처음 그림은 정육면체의 꼭지점을 중심으로 절단해서 나머지 면이 정팔면체가 된 상태이다. 이때 'Stop here'를 누르면 결과적으로 얻어지는 도형은 정삼각형 8개와 정팔각형 6개로 이루어진 준정다면체이다. 'Keeping Going'을 누르면 꼭지점을 중심으로 모서리의 1/2까지 절단이 이루어지고 결과적으로 정삼각형 8개와 정사각형 6개로 이루어진 준정다면체가 얻어진다.

아래의 <그림 5>는 정사면체의 각 꼭지점을 중심으로 절단하면 얻을 수 있는 2가지의 다면체이다. 그림의 두 다면체는 정사면체를 어떻게 절단하면 얻을 수 있는가? 처음의 준정다면체는 정삼각형 4개와 정육각형 4개로 이루어진 다면체이다. 이를 얻기 위해서는 각 꼭지점을 중심으로 정사면체의 모서리를 삼등분한 지점까지 절단해야 한다. 두 번째 다면체는 정팔면체이다. 이 도형은 정사면체의 각 모서리를 이등분한 중점까지 절단해서 얻을 수 있는 도형이다.



<그림 5> 정사면체를 잘라서 만든 8면체

이 프로그램은 기존의 지필환경에서 다룰 수 없었던 방식으로 정다면체와 준정다면체의 관련성을 탐구할 수 있게 해준다. 따라서 정다면체와 준정다면체의 관련성 탐구가 중요한 학습목표라고 할 때 이 프로그램은 유용한 도구가 될 수 있다. 기존의 수학적 아이디어-프로세서들과는 달리 이 프로그램은 인터페이스가 간단하고 프로그램의 기능역시 몇 가지로 제한되어 있기 때문에 이해하는데 많은 시간이 소요되지 않는다. 또 복잡한 조작이 필요없기 때문에 교사가 수업시간에 활용하기 쉽다. 그러나 효과적인 수업을 위해서는 역시 교사의 역할이 핵심적이다. 단순히 프로그램에서 제공하는 여러 가지 활동을 학습자에게 시각적으로 보여주는 것으로는 원하는 목표를 달성할 수 없으므로 이 프로그램 환경에서 제공하는 기능을 최대한 활용해서 학습자들에게 다양한 활동을 제공할 수 있는 계획을 세워야만 한다. 계획에는 어떤 문제를 제시하고 어떤 발문을 할 것이며 언제 프로그램을 활용해서 여러 가지 모습을 보여줄 것인가가 반드시 포함되어야 한다.

V. Polyhedron의 활용 및 분석

본 절에서는 앞 절에서 소개했던 Polyhedron을 실제 수업에 적용한 결과를 분석할 것이다. Polyhedron의 활용에 있어서는 다음의 두 가지에 중점을 두었다. 첫째, 소프트웨어를 활용하는 것이 꼭 필요하다고 생각되는 주제를 선정하려고 노력하였다. 둘째, 소프트웨어 활용에 있어서 교사의 부담을 최소화하면서 교사용 컴퓨터만으로도 효과적으로 활용할 수 있는 방안을 모색하려고 노력하였다.

현재의 수학과 교육과정에서 Polyhedron과 직접적으로 관련이 있는 단원은 초등학교 5학년 나단계의 직육면체와 7학년 나단계의 정다면체이나, 5학년에서는 정육면체만을 다루기 때문에 Polyhedron을 활용하기 어렵다. 7학년의 정다면체 단원에서는 Poly나 Polyhedron과 같은 소프트웨어를 활용할 수 있다. 그러나 일반적인 정다면체의 학습내용(개념, 종류, 구성요소)의 경우, 소프트웨어를 쓰지 않더라도 Geofix나 Polydron과 같은 구체물을 이용해서 효과적인 학습이 이루어질 수 있으나 일반학급에는 구비되어 있지 않다. 이런 점들을 고려하여, 정다면체와 관련되어 있으면서 소프트웨어의 활용이 필요하다고 생각되는 주제를 선정하여 다음과 같은 새로운 학습 목표를 설정하였다.

- 학습목표 - 정다면체들 간의 관계 및 정다면체와 준정다면체의 관계를 이해할 수 있다.

위 학습목표는 7학년 정다면체의 심화학습내용으로 활용할 수 있으며, 초등 수학영재 반에서도 다룰 수 있다. 본 연구에서는 초등학교 영재반과 중학교 1학년 2개 반을 대상으로 Polyhedron을 활용한 학습을 진행하였다.

1. 초등영재반 수업

Polyhedron을 활용한 수업이 이루어진 영재반은 연구자가 재직하고 있는 영재교육원¹¹⁾의 초등심화반으로, 초등기초반을 거쳐 진급한 15명의 초등학생으로 이루어져 있다.

11) 공주대학교 영재교육원의 초등영재교육은 공주교육대학교에서 전담하여 운영하고 있다.

영재교육과정 내에서 직접적으로 정다면체에 대한 학습은 이루어지지 않았다. 수업은 2005년 9월 24일(토)에 80분에 걸쳐서 연구자에 의해 진행되었으며 14명의 아동이 수업에 참여하였다. 수업은 개별학습 및 전체토론의 과정을 거쳐서 이루어졌으며 학습활동은 다음과 같다.

- 정다면체 만들기 - 정다각형을 이용해서 만들 수 있는 정다면체의 종류 탐구
- 정다면체 탐구 - 정사면체, 정육면체, 정팔면체, 정십이면체, 정이십면체의 이해 및 다양한 변형활동(면, 모서리, 꼭지점의 상호변형) - Polyhedron 활용
- 정다면체와 준정다면체 - 준정다면체의 소개 및 정다면체와 준정다면체의 관계 탐구 - Polyhedron 활용

첫 번째 활동인 정다면체 만들기에서는 정의를 바탕으로 정다면체가 5가지뿐임을 살펴보고 그 이유를 탐구하는 활동이 이루어진다. 이 활동에서는 Polyhedron을 이용해서 5가지의 정다면체를 시각적으로 보여줌으로써 각각의 정다면체에 대한 이해를 돕는다. 두 번째 정다면체 탐구에서는 5가지 정다면체 각각을 살펴본 후 면, 모서리, 꼭지점을 상호 변형시키는 활동을 통해 어떤 입체도형으로 변형되는지를 탐구한다. 예를 들면, 정육면체의 각 면의 가운데에 점을 찍은 후 이를 서로 연결했을 때 어떤 도형이 되는지를 살펴본다. 이런 활동은 정다면체 각각의 면, 모서리, 꼭지점의 개수를 파악하는데 도움이 되며 이를 통해 정다면체간의 쌍대관계뿐만 아니라 준정다면체와의 관련성을 생각할 수 있는 기회를 제공한다. 이 활동에서는 면을 모서리로, 면을 꼭지점으로 등과 같은 변형활동이 어떻게 이루어지는지 Polyhedron을 활용해서 예시적으로 보여준 후, 이를 바탕으로 추론해보게 한다. 그런 후 자신의 생각을 발표하고 토론한 후 최종적으로 변형활동의 결과를 확인해본다. 세 번째 활동인 정다면체와 준정다면체에서는 절단을 통해서 정다면체와 준정다면체와의 관계를 살펴본다. 절단이 어떻게 이루어지는지 예시적으로 보여준 후, 꼭지점을 중심으로 절단했을 때 어떤 모양이 될 것인지 또 얼마만큼 절단해야 하는지를 생각해보게 한다.

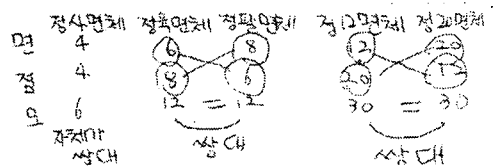
수업이 끝난 후, 정다면체간의 관계, 정다면체와 준정다면체와의 관계, 그 외에 알게 된 사실 및 Polyhedron을 활용한 소감 등에 대해서 쓰도록 하였다.

가. 정다면체간의 관계에 대한 반응

정다면체간의 관계에 대해서는 아래와 같이 쌍대를 이용해서 설명하는 아동이 많았다.

2. 정다면체 사이에는 어떤 관계가 있습니까? 아래대로 써 봅시다.

정사면체는 자>바 면과 바>자 면의 관계이고
정육면체와 정팔면체는 쌍대관계고
정십이면체는 정 20면체와 쌍대관계이다



정다면체와 준정다면체는 쌍대관계가 아니다.
정다면체와 준정다면체는 쌍대관계가 아니다.
정다면체와 준정다면체는 쌍대관계가 아니다.

<그림 6> 정다면체간의 관계에 대한 반응

이 외에도 면, 모서리, 꼭지점 등을 상호변형시키면 다른 정다면체를 얻을 수 있다고 반응하였다. 예를 들면, 정사면체의 꼭지점을 면으로 변형시키면 정사면체가 되고, 정육면체의 면을 꼭지점으로 변형시키면 정팔면체가 된다.

나. 정다면체와 준정다면체간의 관계에 대한 반응

정다면체와 준정다면체간의 관계에 대해서는 주로 절단을 이용하여 정다면체를 준정다면체로 변형시킬 수 있다는 반응을 보였다. 예를 들면, 정이십면체의 꼭지점을 중심으로 모서리의 $\frac{1}{3}$ 을 절단하면 정오각형 12개, 정육각형 20개의 32면체를 얻게 되는데, 이것이 축구공의 모형이다. 이처럼 다소 생소한 준정다면체가 정다면체와 관계가 있다는 것을 발견하고 즐거워하거나 신기해하는 반응이 많았으며, 이로 인해 정다면체에 관한 지식을 이용해서 준정다면체를 이해하려는 성향도 나타났다. 특히, 우리가 이용하고 있는 축구공이 정이십면체를 변형한 것이라는 것을 알고 신기해했다.

정다면체와 준정다면체는 어떤 관계가 있습니까? 이대로 써 봅시다.

정다면체와 준정다면체는 어떤 관계가 있습니까? 이대로 써 봅시다.

정다면체는 면이 모두 정다각인 다면체이다. 준정다면체는 면이 정다각인 다면체이다. 정다면체는 면이 모두 정다각인 다면체이다. 준정다면체는 면이 정다각인 다면체이다.

정다면체를 변형하면 준정다면체가 된다.

정다면체와 준정다면체는 면이 정다각인 다면체이다. 정다면체는 면이 모두 정다각인 다면체이다. 준정다면체는 면이 정다각인 다면체이다.

<그림 7> 정다면체와 준정다면체의 관계에 대한 반응

다. 그 외에 알게 된 사실에 대한 반응

그 외에 알게 된 사실에 대해서는 정다면체 외에 준정다면체가 있다는 사실, 준정다면체가 여러 가지라는 사실, 절단이라는 조작을 활용한다는 사실, 정다면체들 간에 관계가 있다는 사실, 쌍대 등을 들었다.

3. 그 외에 새롭게 알게 된 사실이나 느낀 점을 써 봅시다.

정다면체와 준정다면체는 어떤 관계가 있습니까? 이대로 써 봅시다.

정다면체는 면이 모두 정다각인 다면체이다. 준정다면체는 면이 정다각인 다면체이다. 정다면체는 면이 모두 정다각인 다면체이다. 준정다면체는 면이 정다각인 다면체이다.

정다면체를 변형하면 준정다면체가 된다. 정다면체는 면이 모두 정다각인 다면체이다. 준정다면체는 면이 정다각인 다면체이다.

정다면체와 준정다면체는 면이 정다각인 다면체이다. 정다면체는 면이 모두 정다각인 다면체이다. 준정다면체는 면이 정다각인 다면체이다.

<그림 8> 그 외 알게 된 사실에 대한 반응

특히, 절단이라는 조작을 통해서 정다면체와 준정다면체를 관련시킬 수 있음을 알고 신기해하는 반응이 많았다. 그 외에도 면, 모서리, 꼭지점 등의 상호변환을 통해 다양한 입체도형을 얻을 수 있다는 것을 알게 되었다는 반응도 있었다.

라. Polyhedron을 활용한 소감

Polyhedron을 활용한 소감에 대해서는 생각할 수 없는 것을 시각적으로 보여줌으로써 새로운 생각을 할 수 있게 해주었다는 반응을 보였다.

정다면체와 준정다면체는 어떤 관계가 있습니까? 이대로 써 봅시다.

정다면체는 면이 모두 정다각인 다면체이다. 준정다면체는 면이 정다각인 다면체이다. 정다면체는 면이 모두 정다각인 다면체이다. 준정다면체는 면이 정다각인 다면체이다.

정다면체를 변형하면 준정다면체가 된다. 정다면체는 면이 모두 정다각인 다면체이다. 준정다면체는 면이 정다각인 다면체이다.

정다면체와 준정다면체는 면이 정다각인 다면체이다. 정다면체는 면이 모두 정다각인 다면체이다. 준정다면체는 면이 정다각인 다면체이다.

- 내가 상상하기 힘든
 (원기)를 (원기)로 (원기)로
 (원기)로 (원기)로 (원기)로
 (원기)로 (원기)로 (원기)로

정다면체와 준정다면체의 관계를 알게 된 것 중 가장 흥미로운 것은
 어떤 것 하나만 생각해 봤을 때, 두 면이 만나서 접하는 면은
 똑같이 평행하다. 같은 면도 많이 접하는 면이 많았다는 것
 이 흥미로웠다.

<그림 9> Polyhedron 활용소감에 대한 반응

초등영재아들을 대상으로 한 수업에서 Polyhedron은 아동들에게 새로운 것을 탐구할 수 있게 해주었다. 이를 통해 아동들은 변형과 절단이라는 조작을 통해 입체도형을 새로운 시각에서 볼 수 있게 해주었다. 특히, 기존의 지필환경에서는 생각하거나 탐구할 수 없었던 것들을 새롭게 생각할 수 있게 해 줌으로써 아동들의 동기를 유발할 뿐 아니라 사고를 다양하게 하여 입체도형에 관한 학습에 도움이 되었다.

2. 7학년 수업

Polyhedron을 활용한 7학년의 정다면체 학습은 대전시 서구에 소재한 D중학교에서 이루어졌다. 1학년 5개 반을 지도하는 J교사의 도움을 받아 그 중 2개 반을 임의로 선정하여 Polyhedron을 활용한 수업을 하였다.

수업 전에 미리 수업의 취지 및 목표에 대해 J교사와 협의를 하였으며, 수업활동을 소개하면서 Polyhedron을 활용해 보도록 하였다. J교사는 교직경력 8년차인 중견교사로 자신의 수학수업개선에 관심을 가지고 있었으며 수

학교교육공학의 활용에 긍정적인 생각을 가지고 있었다.

구체적인 활동과정은 앞에서 소개했던 초등영재반의 활동과 같다. 다만 7학년의 경우, 정다면체에 관한 학습이 이루어졌기 때문에 앞의 활동 가운데 정다면체 탐구와 정다면체와 준정다면체의 관계에 관한 활동만을 아래와 같이 45분에 걸쳐서 제공하였다.

*도입(5분)

- 전시확인 - 정다면체의 뜻과 종류 상기
- 학습문제제시

- ① 정다면체들 사이에는 어떤 관계가 있는가?
- ② 정다면체와 준정다면체는 어떤 관계가 있는가?

*전개(30분)

- 정다면체 탐구

- ① 정사면체의 면을 꼭지점으로 변환했을 때 결과 예상, 토론, 확인하기 - Polyhedron 활용
- ② 정육면체, 정팔면체, 정십이면체, 정이십면체의 면을 꼭지점으로 변환하기 - Polyhedron 활용
- ③ 정다면체들 사이에는 어떤 관계가 있는가? - 쌍다면체 소개

- 정다면체와 준정다면체

- ① 정다면체 절단하기 - 정사면체의 절단 예로 보여주기 - Polyhedron 활용
- ② 정다면체 절단으로 얻을 수 있는 다면체 예상, 토론, 확인하기 - Polyhedron 활용
- ③ 준정다면체 소개하기 - 준정다면체의 뜻과 종류 소개
- ④ 정다면체와 준정다면체는 어떤 관계가 있는가?

* 정리(10분)

- 정다면체들 간의 관계 - 쌍다면체
- 정다면체와 준정다면체 - 절단을 활용하면 정다면체에서 준정다면체를 얻을 수 있다.
- 다양한 다면체 탐구하기 - Polyhedron 활용

수업은 11월 22일 2교시(A반, 36명)와 23일 1교시(B반, 35명)에 각각 45분간 이루어졌다. 수업이 종료된 후, 초등영재반과 마찬가지로 정다면체간의 관계, 정다면체와 준정다면체와의 관계, 그 외에 알게 된 사실 및 Polyhedron을 활용한 소감 등에 대해서 쓰도록 하였다.

가. 정다면체간의 관계에 대한 반응

7학년 학생들에게 정다면체의 쌍다면체를 알고 있는지 알아보기 위해, 정사면체, 정육면체, 정십이면체의 면을 꼭지점으로 변형시켰을 때 어떤 입체가 되는지를 물었더니 아래의 <표 2>와 같은 결과를 얻었다.

<표 2> 쌍다면체 문제에 대한 정답률

N=71	정사면체	정육면체	정십이면체
정답자수	43	40	38
오답자수	28	31	33
정답률(%)	61	56	54

한 정다면체와 모서리의 수는 같고 면과 꼭지점의 개수가 서로 반대인 도형을 쌍다면체라고 한다. 따라서 쌍다면체를 알고 있다면 위의 문제에 대해 올바르게 답할 수 있다. 표에서 알 수 있는 것과 같이, 약 55%의 학생들이 올바른 답을 제시했다.

나. 정다면체와 준정다면체와의 관계에 대한 반응

정다면체와 준정다면체의 관계에 대해서는 정다면체의 꼭지점을 중심으로 절단을 하거나 면, 모서리, 꼭지점을 상호 변형시키면 준정다면체를 얻을 수 있다는 반응을 보였다. 두 가지 모두를 답한 학생이 29명, 한 가지 방법만을 답한 학생은 32명, 하나도 답하지 못한 학생이 9명이었다. 절단이라고 답한 학생들의 경우, 구체적으로 모서리의 얼마를 절단해야 하는지를 적은 아동들도 많았다. 예를 들면, '정사면체의 꼭지점을 중심으로 모서리의 중점까지 절단하면 정사면체가 되고, 모서리의 $\frac{1}{3}$ 을 절

단하면 면이 8개(정삼각형 4개, 정육각형 4개)인 준정다면체가 된다.' 이 외에도 explode를 이용할 수 있다고 답한 아동들도 여러 명 있었다.

결과에서 알 수 있듯이, 대부분의 아동이 정다면체를 이용해서 준정다면체를 얻을 수 있는 방법을 알고 있었다. 변형을 이용하는 경우에는 정다면체의 구성요소(면, 모서리, 꼭지점)의 개수를 바탕으로 얻어질 입체를 추론하는 모습을 보였다. 예를 들면, '정육면체의 꼭지점을 중심으로 절단하면 꼭지점이 8개이므로 8개의 면이 새로이 생겨나게 된다. 따라서 얻어지는 입체는 14면체이다.' 또 절단된 면이 정삼각형이 된다는 것과 모서리의 어디까지

절단하는가에 따라 얻어지는 준정다면체가 달라질 것이라는 것도 추론할 수 있었다.

다. 그 외에 알게 된 사실에 대한 반응

그 외에 알게 된 사실이나 느낀 점을 써 보라고 했을 때 학생들이 보인 반응에는 다음과 같은 것들이 있었다.

- 준정다면체가 있다는 사실과 만드는 방법
- 절단을 이용하여 새로운 입체를 만들 수 있다는 사실
- 정다면체의 변형방법에 따라 다른 정다면체나 준정다면체 및 입체가 나온다는 사실
- 쌍대다면체의 의미

학생들의 반응에서 알 수 있듯이, 정다면체 이외에 다양한 입체가 있다는 것과 절단이나 변형을 통해서 관련된 다른 입체도형을 만들 수 있다는 것에 대해 신기해했다. 초등영재아들과 마찬가지로 정이십면체의 절단을 통해서 축구공이 얻어진다는 것을 알고 재미있어했다.

라. Polyhedron을 활용한 소감

Polyhedron을 활용한 소감에 대해 물었을 때, 많은 학생들이 '말로만 들어서는 알 수 없는 내용을 직접 볼 수 있어서 이해에 도움이 되었다.'는 반응을 보였다. 그 외에도 학생들은 다음과 같은 반응을 보였다.

- 내가 생각한 것과 컴퓨터의 정답을 비교하여 확인할 수 있어서 좋았다.
- 좀 더 구체적으로 입체도형을 확인할 수 있어서 이해가 쉬웠다.
- 여러 다면체가 변하는 모습이 담긴 것과 구체적으로 볼 수 있어 도움이 됨.
- 머릿속으로 생각할 수 없었던 입체도형을 볼 수 있어서 좋았다.
- 그냥 머릿속으로 상상하는 것보다 과정을 더 쉽고 자세히 알 수 있어서 좋았던 것 같다.
- 머릿속으로는 입체적인 도형들이 상상이 잘 안 갔는데 화면으로 보니까 이해가 잘 됐다.
- 선생님이 직접 그리면 힘들기 때문에 또 더 잘 보이고 빨라서 좋았다.

- 칠판에 그리는 것보다 더 정확하다.
- 자르는 모습을 처음부터 끝까지 보여주는 점이 좋았다.
- 말로 설명하는 것보다 직접 보니까 이해가 쉽게 더 잘 되었다.
- 정다면체가 구체적으로 어떻게 변화하였는지 직접 눈으로 볼 수 있어서 더 자세하고 정확하게 알 수 있었다.

다만 프로그램에서 제공하는 화면이 영문으로 되어 있어서 이해하기 어려운 부분이 있었다는 의견이 있었고, 자신들이 직접 여러 가지를 조작하고 탐구해 볼 수 있으면 더 좋았을 것이라는 지적도 있었다. 전체적으로 Polyhedron이 정다면체와 준정다면체의 관계탐구에 효과적으로 활용될 수 있음을 알 수 있었다. 이 수업을 준비하고 실제로 행한 J교사는 수업 후에 다음과 같은 반성의 글을 남겼다.

새로운 내용을 자연스럽게 습득하게 하고 화면을 통해 변형되는 것을 보여주어 입체를 평면에서 이해하기 쉽게 했다. 또한 프로그램을 다루기가 편리하게 되어 있어 전달하는 입장에서 쉽게 조작할 수 있었다. 따라서 학생들이 직접 조작하게 해 보는 것도 가능할 것이라 생각되었다. 도형에 관한 이해가 부족한 학생들이 문제해결은 잘 못했지만 변형되는 모습을 보여줄 때는 관심 있게 바로보기도 하였으며 열심히 참여하였다. (중략) 화면을 보여줄 때 개인모니터를 통해 보여주거나 아니면 정사면에 대해 1시간가량 직접 조작해본 뒤, 다른 도형에 관하여 스스로 학습하는 과정을 거치면 더 효과적이라 생각됨.

수업 후 면담과정에서 J교사는 Polyhedron이 제공하는 변형기능은 입체도형을 새로운 시각에서 보게 해 주었다는 긍정적인 평가를 내렸다. 다만 변형이 시간적으로 빠르게 진행되기 때문에 스크롤바를 이용해서 이 과정을 원하는 속도로 조절하면서 보여줄 수 있으면 더 효과적일 것이라고 덧붙였다.

VII. 결 론

컴퓨터공학은 수학학습을 위한 도구이다. 따라서 어떻게 활용하는가에 따라서 효과적인 수도 있고 그렇지 않을 수도 있다. 수학학습상황은 학습자 혼자 암증모색의

과정을 거쳐 새로운 내용을 학습하는 것이 아니라, 철저하게 준비하고 계획하고 필요에 따라서 개입하는 교사의 교육적인 활동이 수반된다. 이는 컴퓨터공학을 활용하는 학습에서도 마찬가지다. 따라서 컴퓨터공학이 수학학습에 도움이 된다면 도입해야만 한다. 그러나 수학수업에서 효과적으로 컴퓨터공학을 활용하기 위해서는 수업을 계획하고 진행하는 교사가 먼저 컴퓨터공학의 유용성을 인식해야할 뿐 아니라 그것을 적절히 활용할 수 있어야 한다. 컴퓨터공학이 유용하다고 해도 수업준비가 지나치게 부담이 될 경우에는 활용하기 어렵기 때문이다.

공학활용에 있어서 교사의 부담을 경감하면서 효과적으로 활용하기 위한 방안 중 하나가 바로 특정 주제와 관련된 시뮬레이션 소프트웨어의 활용이다. 이런 소프트웨어는 교육과정과 소프트웨어의 관련성이 명확하며, 지필환경과 컴퓨터 환경을 동시에 활용해서 학습할 수 있다는 장점이 있다.

수학교실에서 효과적인 컴퓨터공학의 활용을 위해 교사의 부담을 경감시키려는 노력은 미국의 예에서 찾아볼 수 있다. 1998년 이후 NCTM에서는 Standards의 구현을 위해 현장교사들을 다각적으로 지원하고 있다. 그 가운데 하나가 NCTM 홈페이지의 Illuminations에서 제공하는 자료들이다. Illuminations는 상호작용적인 멀티미디어 자료(주로 애플릿과 비디오)를 온라인상에서 제공해주기 위해서 만들어졌다. 이와 더불어 인터넷을 기반으로 하는 수업계획과 인터넷에 있는 다른 웹자료들을 조사해서 범주화한 정보도 함께 제공하고 있다. 이와 비슷한 목적으로 NSF(National Science Foundation)의 후원을 받아 유타주립대학에서 구축한 NLVM(National Library of Virtual Manipulatives for Interactive Mathematics)도 있다. 이런 사이트에서 제공하는 자료들은 학교나 교사에게 추가적인 경제적 부담없이 관련된 주제의 학습에서 언제나 쉽게 활용할 수 있는 다양한 웹 자료들을 제공해 준다. 이런 자료들 중 핵심이 바로 특정 주제의 학습과 관련해서 교실에서 활용할 수 있는 Java를 기반으로 한 애플릿 자료들이다.

보다 효과적인 컴퓨터공학의 활용을 위해서는 교실에서 쉽게 활용할 수 있는 자료를 제공해주려는 노력이 필요하다. 따라서 현실적으로는 Illumination나 NLVM에서 제공하는 자료들 가운데 수학교실에서 효과적으로 활용

될 수 있는 자료들을 한글화하여 현장교사들에게 제공하는 것이 필요하다. 다른 한편으로, 현장의 목소리에도 귀를 기울여야 한다. 어떤 주제와 관련해서 어떤 기능을 갖춘 소프트웨어가 필요한지 조사하는 일이 필요하다. 7차 교육과정은 공학의 활용을 바탕으로 만들어진 교육과정이지 아니므로, 어떤 내용의 지도에서 어떤 기능을 갖춘 프로그램이 필요한지 현장교사들로부터 정보를 수집할 필요가 있다. 현재의 초등학교 수학교육과정의 내용과 관련해서는 회전체와 관련된 시뮬레이션 프로그램이 필요하다. 6학년에서 도입되는 회전체의 경우, 지필환경에서는 주어진 평면도형을 회전축을 중심으로 회전시켰을 때 어떤 입체가 되는지를 보여줄 수 있는 방법이 없다. 마찬가지로, 만들어진 회전체를 여러 평면으로 잘랐을 때 어떤 단면이 되는지도 보여주기 어렵다. 머릿속으로 시각화할 수 있는 아동들에게는 너무나 자명하고 쉬운 활동이지만 그렇지 않은 아동들에게 주어진 단면을 회전시켰을 때 어떤 입체가 되는지를 떠올리는 일은 쉽지 않다. 이런 경우, 몇 가지 평면도형의 예를 제시하고 이 도형들이 회전축을 중심으로 회전되었을 때 어떻게 입체가 되는지의 과정을 보여주는 것은 아동들의 이해를 돕는데 도움이 될 것이다.

나아가 탐구형 소프트웨어에 대한 교사들의 인식과 활용능력을 길러주는 일이 필요하다. 수학을 담당하는 교사가 수학학습에 도움이 되는 소프트웨어를 능숙하게 다룰 수 있다면, 학습자의 수학적 어려움을 완화시켜 학습자의 수학적 이해를 도울 수 있기 때문이다.

참 고 문 헌

- 교육부 (1998). 초등학교 교육과정해설(IV)-수학, 과학, 실과. 대한교과서주식회사.
- 교육부 (2000). 초·중등학교 정보 통신 기술 교육 운영 지침 해설서.
- 교육인적자원부 (2001). 교육통계편람.
- 교육인적자원부 (2003). 간추린 교육통계.
- 김홍중(2000). 수학을 배워서 어디에다 쓰나. 과학동아, 2000년 3월호.
- 이옥화, 임연옥 (2003). ICT 활용교육 관련 교사 연수 현황 및 개선 방향. 교육연구논총, v.24(2), pp.95-125.

- Cole, N. S. (1997). The ETS Presidential Series-10 lessons every educator should know about technology in the classroom. Education Testing Service.
- Cuban, L. (1986). *Teachers and Machines: The classroom use of technology since 1920*. New York: Teacher's College Press.
- Cuban, L. (1993). Computers meet classroom: Classroom wins. *Teacher's College Record*, 95, pp.185-210.
- Glennan, T. K., & Melmed, A. (1996). *Fostering the use of educational technology: Elements of a national strategy*. Santa Monica, CA: RAND.
- Goldenberg, E. P. (2000). Thinking (and talking) about technology in math classrooms. *Issues in Mathematics Education*. Education Development Center, Inc.
- Groves, S. (1994). Calculators: A learning environment to promote number sense. Paper presented at the annual meeting of the American Educational Research Association.
- Hershkowitz, R., Dreyfus, T., Schwarz, B., Ben-Zvi, D., Friedlander, A., Hadas, N., Resnick, T., & Tabach, M. (2002). Mathematics curriculum development for computerized environments: A designer-researcher-teacher-learner activity. In L. D. English (Ed.), *Handbook of international research in mathematics education*(pp.657-694). London: Erlbaum.
- National Council of Teachers of Mathematics. (1980). *An agenda for action*. Reston, VA: Author.
- _____. (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.
- _____. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.
- Rojano, T. (1996). Developing algebraic aspects of problem solving within a spreadsheet environment. In N. Bednarz, C. Kieran & L. Lee(Eds.), *Approaches to algebra: Perspectives for research and teaching*(pp.137-145). Kluwer Academic Publisher.
- Sheets, C. (1993). Effects of computer learning and problem solving tools on the development of secondary school students' understanding of mathematical functions (Doctoral dissertation, University of Maryland college Park, 1993).
- U. S. Bureau of the Census (1998). *Statistical abstract of the United States: 1998(118th edition)*. Washington, DC: U. S. Government Printing Office.
- Wenglinsky, H. (1998). Does it Compute? The Relationship Between Educational Technology and Student Achievement in Mathematics. Princeton, NJ: Educational Testing Service(ETS).
- Sarama, J., & Clements, D. H. (2002). Learning and teaching with computers. in early childhood education. In O. N. Saracho & B. Spodek(Eds.), *Contemporary Perspectives in Early Childhood Education*(pp.171-219). Greenwich, Conn.: Information Age Publishing.

A study on the Learning Polyhedra using 'Polyhedron'

Kwon, Sungyong

Gongju National University of Education

E-mail: xenolord@gjue.ac.kr

Computer technology has a potential to change the contents of school mathematics and the way of teaching mathematics. But in our country, the problem whether computer technology should be introduced into mathematics classroom or not was not resolved yet. As a tool, computer technology can be used by teachers who are confident of the effectiveness and who can use it skillfully and can help students to understand mathematics. The purpose of this study was to investigate the effective way to introduce and utilize computer technology based on the status quo of mathematics classroom setting.

One possible way to utilize computer technology in mathematics classroom in spite of the lack of computer and the inaccessibility of useful software is using domain specific simulation software like 'Polyhedron'. 'Polyhedron', as we can guess from the name, can be used to explore regular and semi regular polyhedra and the relationship between them. Its functions are limited but it can visualize regular polyhedra, transform regular polyhedra into other polyhedra. So it is easier to operate than other dynamic geometry software like GSP.

To investigate the effect of using this software in mathematics class, three classes(one in 6th grade from science education institute for the gifted, two in 7th grade) were chosen. Activities focused on the relationship between regular and semi regular polyhedra. After the class, several conclusions were drawn from the observation. First, 'Polyhedron' can be used effectively to explore the relationship between regular and semi regular polyhedra. Second, 'Polyhedron' can motivate students. Third, Students can understand the duality of polyhedra. Fourth, Students can visualize various polyhedra by reasoning.

To help teachers in using technology, web sites like NCTM's Illuminations and NLVM of Utah university need to be developed.

* ZDM classification : U73

* 2000 Mathematics Classification : 97U70

* key word : technology in mathematics education, regular polyhedra, semi regular polyhedra, Polyhedron