수리비용이 증가할 때의 수리 사용 후 교환정책

- Preventive Replacement Policy under Increasing Minimal Repair Costs at Failure -

박 성 범 *
Park Sung Bum
김 영 민 **
Kim Young Min

Abstract

This paper deals with two forms of preventive replacement policy with minimal repair at failure. Those are, 1. the replacement policy I based on the cumulative operating time. 2. the replacement policy II based on the number of failures. The basic assumptions are; (1) the cost of minimal repair at failure is increasing with the number of failures since the last replacement, (2) the equipment fails stochastically with time.

Keywords : Replacement Policy, Increasing, Repair Cost

1. 서 론

수리가 가능한 장비가 고장을 일으켰을때 대부분의 경우에는 새 장비로 교환(replacement)하는 것보다는 수리(repair)를 하므로써 다시 운영 가능한 장비로 복구시킨다.

그러나 장비가 계속 고장(failure)을 일으키면 수리비용(repair cost)이 증가할 뿐 아니라 고장율(failure rate)도 높아져 장비를 수리하는 것 보다는 새 장비로 교환하는 것이 더 경제적일 수도 있다. 이런 경우 언제 교환을 할 것인지를 결정하는 정비정책(maintenance policy)을 설정하는 것은 매우 의미있는 일이다.

† 본 논문은 2006년도 교내연구비 지원으로 이루어 졌음
* 인하대학교 산업공학과 석사과정
** 인하대학교 산업공학과 교수
2006년 2월 접수 2006년 3월 수정본 접수 2006년 4월 게재 확정

본 연구는 장비의 교환 후 T 시간이 경과한 시점에서 장비를 교환하는 정책과 n번째 고장 시 장비를 교환하는 정책에서 최소 수리비용(minimal repair cost)이 항상 일정한 것이 아니라 고장회수에 종속(dependent)인 증가함수(increasing function)로 가정 할 때 단위 시간당 평균정비비용을 최소로 하는 수리사용 후 교환정책들을 수립하고 비교분석하고자 한다.

장비의 고장이 일어날 때 최소 수리비용 후 교환정책에는 장비의 교환 후 T 시간이 경과한 후에 교환하는 정기교환정책(periodic replacement policy)과 장비의 교환 후 n번째 고장 시 장비를 교환하는 정책 등 많은 연구들이 이루어 졌다.

기존의 연구에서는 수리비용을 일정한 상수(constant)로 가정하였으나 본 연구에서는 실제로 수리비용은 수리가 계속됨에 따라 증가하기 때문에 장비의 교환 후 k번째로 발생한 고장을 수리하는데 드는 최소비용을 k의 선형 증가함수 ($C_k = a + k \cdot c$, a와 c는 비음수)로 가정하고 사용시간에 따라 고장 율이 증가(Increasing Failure Rate: IFR)할 때 신뢰도 공학에서 가장 많이 이용되는 순간 고장율함수가 $h(t) = \lambda \cdot \beta \cdot t^{\beta-1}$인 두 모수(parameter) Weibull 분포(여기서 IFR이란 $\lambda>0$, $\beta>1$을 의미한다.)를 적용하여 최적 정책 수명을 결정하기 위한 기준으로 단위 시간당 평균정비비용을 설정하고 그 기준을 최소로 하는 최적 교환 시기 T와 고장횟수 n을 결정하는 식을 유도한다. 그리고 적용 예를 통하여 두 정책에 관해 민감도 분석을 하고 사용면과 비용 면에서 두 정책을 비교하였다.

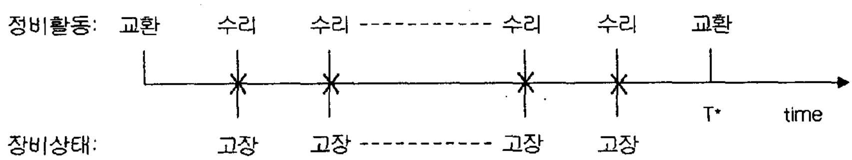
2. 수리사용 후 교환정책들의 수립

앞에서도 언급했듯이 본 연구에서는 결정변수가 사용시간일 경우의 정책I과 결정변수가 고장횟수일 경우의 정책II를 다루었다.

먼저 위 두가지 정책에 관한 개요와 가정들을 설명하기로 한다.

2.1 정책 (policy) I

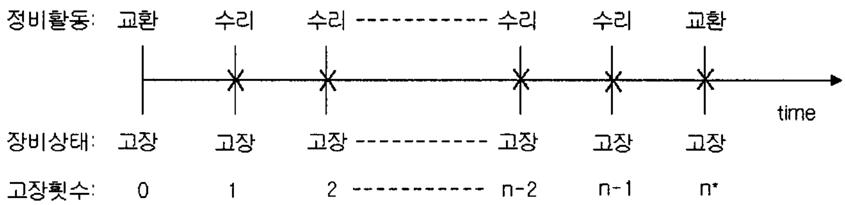
정책I은 1960년 Barlow와 Hunter에 의해 처음 소개되었고 그 후 많은 연구들이 진행되어지고 있는데 최적 정책수명, T^*가 되기전에 장비가 고장나면 즉시 최소수리(minimal repair)를 실시하고 (0, T^*)동안 발생한 고장수에 관계없이 최적 정책수명 T^*가 되면 사용중인 장비를 교환하는 정비정책이다. <그림1>



<그림1> 정책 (policy) I

2.2 정책 (policy) II

정책II는 1979년 Kyung S .Park에 의해 제안된 정책이다. 그 후 Toshio Nakagawa 등 많은 학자들의 연구가 이루어 졌는데 고장횟수에 의한 교환정책으로 장비의 이동 후 고장이 발생하면 즉시 최소 수리를 行하고 고장횟수가 n^*가 되는 때에 장비를 교환하는 정비정책이다.<그림2>



<그림2> 정책 (policy) II

2.3 가정의 설정

본 연구에서 설정하고자 하는 교환정책은 다음과 같은 가정하에 설정된다.

a. 장비의 고장시간의 분포는 Weibull 분포를 따르고 모수(parameter) λ, β는 미리 알고 있다. 여기서 λ는 양수이고, β는 1보다 큰 수이다. 즉, IFR을 의미한다.

b. 장비의 교환은 장비의 사용시간이 0이 되는 것을 의미하며 장비교환에 드는 비용은 C_0로 일정하다. 여기서 C_0은 양수이다.

c. 장비의 수리는 장비의 사용시간을 변화시키지 않으며 (즉, 최소수리를 의미) 장비의 교환이 있은 후 k번째로 발생한 고장을 수리하는데 드는 비용은 k의 선형 증가함수 ($C_k = a + k \cdot c$)이다. 여기서 a와 c는 비음수이다.

d. 최적 정책수명을 결정하기 위한 기준으로 단위 시간당 평균 정비비용을 사용한다.

e. 장비의 수리와 교환에 소요되는 시간은 무시한다.

2.4 기호의 설명

앞에서 설정한 가정들이 모두 성립될 때 본 연구의 수리 사용후 교환정책하에서 발생하는 단위 시간당 평균정비비용함수를 유도하기 위하여 다음 기호들이 사용된다.

T; 정책I의 결정변수(decision variable).

　T^*는 최적을 나타낸다.

n; 정책II의 결정변수(decision variable).

　n^*는 최적을 나타낸다.

f(t); 고장시간의 확율밀도함수
F(t); 고장시간의 누적분포함수
h(t); t시점에서 장비의 순간 고장율
H(t); (0, t]시간동안 발생한 평균 총고장수 또는 누적 고장(cumulative hazard).

즉, $H(t)=\int_0^t h(x)dx$

C_0; 장비를 교환하는데 드는 비용(replacement cost)
C_k; 장비를 교환한 후 k번째로 발생한 고장을 수리하는데 드는 수리비용(repair cost)
C_k^*; 장비를 교환한 후 발생한 k번의 고장을 수리하는데 드는 수리비용의 합.

즉, $C_k^*=\sum_{j=0}^{k} C_j$

C(T); 정책I의 교환시기, T까지 단위 시간당 평균정비비용
C(n); 정책II의 n번째 고장시까지 단위 시간당 평균정비비용
Cycle; 주기 즉, 장비의 상태가 초기상태와 같게 될 때까지의 시간을 말하며 교환 후 다음 교환시 까지의 시간이다.

2.5 비용함수의 설정

단위 시간당 평균정비비용은 장비의 교환시기를 T라 할때 다음과 같이 표현된다.

$$C(T)=\frac{T\text{까지의 기대총수리비용}+\text{수리비용}}{T(\text{주기})}$$
$$=\frac{\sum_{k=1}^{\infty}\frac{H^k(T)}{k!}e^{-H(T)}C_k^*+C_0}{T} \qquad \cdots\cdots (3-1)$$

위 식(3-1)에서 k번째 고장까지 총수리비용, C_k*은

$$C_k^*=\sum_{j=1}^{k}(a+c\cdot j)$$
$$=ka+\frac{k(k+1)}{2}c \qquad \cdots\cdots (3-2)$$

이다. 그러므로 기대 총수리비용을 $E[C_r]$이라 할때

$$
\begin{aligned}
E[C_r] &= \sum_{k=1}^{\infty} \frac{H^k(T)}{k!} e^{-H(T)} C_k^* \\
&= \sum_{k=1}^{\infty} \frac{H^k(T)e^{-H(T)}}{k!} ka + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{H^k(T)e^{-H(T)}}{k!} \cdot \frac{k(k+1)}{2} c \\
&= aH(T) \sum_{k=0}^{\infty} \frac{H^k(T)e^{-H(T)}}{k!} + \frac{c}{2} H(T) [\sum_{k=0}^{\infty} \frac{H^k(T)e^{-H(T)}}{k!} (k+2)] \\
&= aH(T) + \frac{c}{2} H(T) [H(T) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{H^{k-1}(T)e^{-H(T)}}{(k-1)!} + 2] \\
&= aH(T) + \frac{c}{2} H(T) [H(T)+2] \\
&= (a+c)H(T) + \frac{c}{2} H^2(T) \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (3-3)
\end{aligned}
$$

이다.

식(3-3)을 식(3-1)에 대입하면 단위 시간당 평균정비비용은

$$
C(T) = \frac{(a+c)H(T) + \frac{c}{2} H^2(T) + C_0}{T} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (3-4)
$$

이다. 그리고 식 (3-4)을 T에 관해 1차 미분하면

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial C(T)}{\partial T} &= [(a+c)\{ Th(T) - H(T)\} + c\{ Th(T)H(T)\} \\
&\quad - \frac{H^2(T)}{2} - C_0]/T^2 \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (3-5)
\end{aligned}
$$

이다.

2.6 최적해의 결정

장비 고장시간의 분포는 Weibull 분포를 따른다는 가정 a로부터 식(2-3), (2-6)을 식 (3-4)와 (3-5)에 대입하면 다음과 같다.

$$
C(T) = \frac{(a+c)\lambda T^{\beta} + \frac{c}{2} \lambda^2 T^{2\beta} + C_0}{T} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (3-4)'
$$

$$\frac{\partial C(T)}{\partial T}=\frac{c\lambda^2(\beta-\frac{1}{2})T^{2\beta}+\lambda(a+c)(\beta-1)T^{\beta}-C_0}{T^2} \qquad \cdots\cdots\cdots (3-5)'$$

위 식(3-5)'에서 $\beta>1$, $\lambda>0$이고 $c>0$이기 때문에 T가 증가함에 따라 $\frac{\partial C(T)}{\partial T}=0$을 만족하는 유일한 해가 존재하며 이 해는 틀림없이 C(T)의 최소점이다.

여기서 만약 식(3-4)'와 (3-5)'에 c=0을 대입하면, Barlow와 Hunter가 소개한 최소 수리비용이 항상 일정한 가정하의 모델이 된다. 즉, 그때의 최적 교환주기는

$$T^*=[\frac{C_0}{a\lambda(\beta-1)}]^{\frac{1}{\beta}} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (3-6)$$

이다.

그러나 최소 수리비용이 고장횟수에 따라 증가할 때 (즉, $c\neq0$)는 식(3-5)'의 $\frac{\partial C(T)}{\partial T}=0$을 만족하는 최적 교환주기는

$$T^*=[\frac{-(a+c)(\beta-1)+\sqrt{(a+c)(\beta-1)^2+4c(\beta-\frac{1}{2})C_0}}{2c\lambda(\beta-\frac{1}{2})}]^{\frac{1}{\beta}}$$

$$\cdots\cdots\cdots (3-7)$$

이며, 그때 단위 시간당 평균정비비용은

$$C(T^*)=\frac{(a+c)\lambda T^{*\beta}+\frac{c}{2}\lambda^2T^{*^{2\beta}}+C_0}{T^*} \qquad \cdots\cdots\cdots (3-8)$$

이다.

2.7 비용함수의 설정

정책I과 마찬가지로 단위 시간당 평균정비비용은 장비의 교환시기를 n번째 고장이 일어나는 시점이라 할때 다음과 같이 표현된다.

$$C(n)=\frac{(n-1)\text{번의 수리비용}+\text{교환비용}}{E[\text{주기}]}$$

여기서 총수리비용은 가정 c로부터

$$\sum_{k=0}^{n-1}(a+kc)=a(n-1)+\frac{c}{2}n(n-1) \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (3-9)$$

이다. 그러므로 단위 시간당 평균정비비용은

$$C(n)=\frac{a(n-1)+\frac{c}{2}n(n-1)+C_0}{E[\text{주기}]} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (3-10)$$

이다.

2.8 Weibull 고장분포의 경우 기대주기

고장이 날 때마다 장비의 수리는 장비의 사용시간을 변화시키지 않으므로 수리를 할때 장비 고장율이 h(0)로 복귀되지 않고, h(t)로 계속될 경우에는 장비의 고장시각은 재생점이 아니므로 n번째 고장이 발생할 때까지의 시간분포 $f_n(t)$를 구하기 위해서는 보통의 Convolution을 사용할수 없고 Non-Homogeneous Poisson과정에 대한 해를 구해야 한다.

(1) n번째 고장까지 경과시간의 분포

시간(t, t+dt)사이에 장비가 고장날 확률을 h(t)dt라 하고 $H(t)=\int_0^t h(x)dx$ 라 하자.

또 N(t)를 시간 t까지 발생하는 총고장 횟수라 하자. 그리고 $P_n(t)$ = $P_r\{N(t) = n\}$ 라 하면 다음과 같은 정차방정식(difference equation)을 구할수 있다.

$$P_{n+1}(t+dt)=P_n(t)h(t)dt+P_{n+1}(t)[1-h(t)dt] \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (3-11)$$

위의 식(3-11)에 주어진 Non-Nomogeneous Poisson과정에 대한 해는

$$\begin{aligned} P_n(t) &= P_r\{N(t) = n\} \\ &= H^n(t)\frac{e^{-H(T)}}{n!},\ n=0,1,2\cdots \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (3-12) \end{aligned}$$

이며, n번째 고장이 발생할때 까지의 시간 t_n의 확률밀도함수를 $f_n(t)$라 한다.

이로부터 사상$\{t_n > t\}$는 사상 $\sum_{k=0}^{n-1}\{N(t) = k\}$와 같으므로

$$P_r\{t_n > t\} = P_r[\sum_{k=0}^{n-1}\{N(t) = k\}] \qquad \text{.............}(3-13)$$

가 성립된다. 사상 $\{N(t) = k\}$, $k = 0, 1, 2 \ldots$ 은 서로 배반이므로 식 (3-13)은

$$P_r\{t_n > t\} = \sum_{k=0}^{n-1} P_r[N(t) = k] \qquad \text{.............}(3-14)$$

가 된다.

따라서 식 (3-12)를 식(3-14)에 대입하면

$$P_r\{t_n > t\} = \sum_{k=0}^{n-1} \exp[-H(t)] \cdot H^k(t)/k! \qquad \text{............}(3-15)$$

이 되므로 t_n의 확율밀도함수 $f_n(t)$는

$$f_n(t) = -\frac{d}{dt}[P_r\{t_n > t\}]$$

$$= -\frac{d}{dt}[\sum_{k=0}^{n-1} \exp\{-H(t)\} \cdot H^k(t)/k!]$$

$$= -\frac{d}{dt}\exp\{-H(t)\} - \sum_{k=1}^{n-1}\frac{t}{dt}[\exp\{-H(t)\} \cdot H^k(t)/k!]$$

$$= \exp\{-H(t)\} \cdot h(t) - \sum_{k=1}^{n-1}[-\exp\{-H(t)\} \cdot h(t) \cdot H^k(t)/k!]$$

$$+\exp\{-H(t)\} \cdot H^{k-1}(t) \cdot h(t)/(k-1)!]$$

$$= \exp\{-H(t)\} \cdot h(t) + \sum_{k=1}^{n-1} \exp\{-H(t)\} \cdot H^k(t) \cdot h(t)/k!$$

$$- \sum_{k=1}^{n-1} \exp\{-H(t)\} \cdot H^{k-1}(t) \cdot h(t)/(k-1)!$$

$$= \sum_{k=0}^{n-1} \exp\{-H(t)\} \cdot H^k(t) \cdot h(t)/k!$$

$$- \sum_{k=1}^{n-1} \exp\{-H(t)\} \cdot H^{k-1}(t) \cdot h(t)/(k-1)!$$

$$= \sum_{k=0}^{n-1} \exp\{-H(t)\} \cdot H^k(t) \cdot h(t)/k!$$
$$- \sum_{k=0}^{n-2} \exp\{-H(t)\} \cdot H^k(t) \cdot h(t)/k!$$
$$= \exp\{-H(t)\} \cdot H^{n-1}(t) \cdot h(t)/(n-1)! \quad \cdots\cdots\cdot (3-14)$$

n: 양의 정수, t > 0

이 된다.

(2) Weibull 분포에 대한 경과시간의 평균값

n번째 고장까지 경과시간 t_n의 평균값 $E[t_n]$은

$$E[t_n] = \int_0^\infty t f_n(t) dt$$
$$= \int_0^\infty t \cdot \exp\{-H(t)\} \cdot H^{n-1}(t) \cdot h(t)/(n-1)!dt \quad \cdots\cdot (3-15)$$

이다.

만약 h(t)가 양의 값을 가지는 증가함수면 H(t) = y라 했을 때 역함수 $t = H^{-1}(y)$는 유일하게 존재한다. 따라서 y = H(t)라 하면 식(3-15)은

$$E[t_n] = \int_{H^{-1}(0)}^\infty H^{-1}(y) \exp(-y) \cdot y^{n-1}/(n-1)!dy \quad \cdots\cdots\cdot (3-16)$$

이다.

여기서 Weibull 분포의 밀도함수 h(t)은 식(2-6)으로부터

$$h(t) = \lambda \beta t^{\beta - 1} \qquad (\beta > 1, \; t > 0)$$

이므로, H(t)는

$$H(t) = \lambda t^{\beta} \qquad (\beta > 0, \; t > 0)$$

이다. 따라서 $H^{-1}(y)$는

$$H^{-1}(y)=(\lambda^{-1}y)^{\frac{1}{\beta}}=\lambda^{-\frac{1}{\beta}}\cdot y^{\frac{1}{\beta}} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (3-17)$$

이 된다.

따라서 식(3-17)을 식 (3-16)에 대입하면

$$E[t_n]=\int_0^{\infty}\exp(-y)\cdot y^{n-1}\cdot\lambda^{-\frac{1}{\beta}}/(n-1)!dy$$
$$=\frac{1}{\sqrt{\beta of\lambda\Gamma(n)}}\int_0^{\infty}e^{-y}\cdot y^{n+\frac{1}{\beta}-1}dy$$
$$=\frac{\Gamma(n+\frac{1}{\beta}}{\sqrt{\beta of\lambda\Gamma(n)}} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (3-18)$$

이 된다.

2.9 최적해의 결정

장비 고장시간의 분포는 Weibull 분포를 따른다는 가정 a로부터 식 (3-18)을 식 (3-10)에 대입하면 단위 시간당 평균정비비용은,

$$C(n)=\frac{[a(n-1)+\frac{c}{2}n(n-1)+C_0]\cdot\sqrt{\beta}of\lambda\cdot\Gamma(n)}{\Gamma(n+\frac{1}{\beta})} \qquad \cdots\cdots (3-19)$$

이다. 결국 식(3-19)을 최소화하는 고장횟수 n을 결정하면 된다.

[정리]

만약 $C(K+1)\geq C(K)$이라 가정하면 항상 $C(K+2)-C(K+1)\geq 0$ 이다.

(증명)

$$C(K+1)-C(K)=\frac{(K-1)!\sqrt{\beta}of\lambda[(\beta c-\frac{c}{2})K^2+(\beta a-a+\frac{c}{2})K+a-C_0]}{\beta\Gamma(K+1+\frac{1}{\beta})}$$
$$\geq 0$$

이 성립한다고 가정하면,

$$C(K+2)-C(K+1)=\{C(K+1)-C(K)\}+2K\cdot c(\beta-\frac{1}{2})+\beta c+a(\beta-1)$$

에서 $\beta > 1$이고 $a > 0$, $c > 0$ 이기 때문에 $C(K+2)-C(K+1)$은 항상 0보다 크다.
E.O.Q.

위의 정리로부터 C(n)은 어떤 고장횟수로부터 계속 증가하는 함수라는 것을 알수 있다.

그러므로 C(n)을 최소로 하는 고장횟수 n은 $C(n+1)/C(n) \geq 1$을 만족하는 가장 작은 n이다.

즉, n^*은

$$\frac{[an+\frac{c}{2}n(n+1)+C_0]n}{[a(n-1)+\frac{c}{2}n(n-1)+C_0](n+\frac{1}{\beta})} \geq 1 \qquad \text{............ (3-20)}$$

을 만족하는 가장 작은 n이 되며 그때 단위 시간당 평균정비비용은

$$C(n^*)=\frac{[a(n^*-1)+\frac{c}{2}n^*(n^*-1)+C_0]\cdot\sqrt{\beta}of\lambda\cdot\Gamma(n^*)}{\Gamma(n^*+\frac{1}{\beta})} \geq 1 \qquad \text{............ (3-21)}$$

이다.

그리고 식(3-20)에서 만약 c=0을 대입하면 수리비용이 항상 일정할때의 교환정책이 된다. 즉, n^*은

$$\frac{[a\cdot n+C_0]n}{[a(n-1)+C_0](n+\frac{1}{\beta})} \geq 1 \qquad \text{................ (3-22)}$$

을 만족하는 가장 작은 n이다.

3. 민감도 분석 및 두 정책의 비교

수치적 예를 적용하여 두 정책의 민감도를 분석하고 두 정책을 비교분석 하기로 한다.

3.1 민감도 분석

Weibull 분포를 적용하여 형태모수(β), 척도모수(λ) 그리고 수리비용에 관한 인자 a와 c, 교환비용(Co)의 변화에 따른 최적교환시기와 그때의 단위 시간당 평균정비비용의 변화를 고찰한다.

(1) 형태모수(β)가 증가함에 따라 T^*와 n^*은 감소하고 $C(T^*)$와 $C(n^*)$은 증가한다 <표 1>. 이것은 β가 커지면 고장율함수가 시간에 대하여 급격히 증가하게 되므로 자주 장비의 교환을 행하여 고장율의 상대적 증가를 미리 예방하는 것이 좋다는 것을 의미한다.

<표 1> 모수 β와 최적해와의 관계

β의 변화	T^*	n^*	$C(T^*)$	$C(n^*)$
1.2	345.6291	11	0.6615	0.6025
1.4	131.8451	9	1.5087	1.3811
1.6	64.4193	8	2.7596	2.5356
1.8	38.4236	7	4.3729	4.0365
2.0	25.3108	7	6.2803	5.8100
2.2	18.0895	6	8.4071	7.8040
2.4	13.7280	6	10.6846	9.9401
2.6	10.9023	5	13.0542	12.1961

$\lambda=0.01 \quad a=5 \quad c=1 \quad Co=100$

(2) 모수 λ가 증가함에 따라 T^*는 감소하지만 n^*은 불변이고 $C(T^*)$와 $C(n^*)$은 증가한다. <표 2>

<표 2> 모수 λ와 최적해와의 관계

λ의 변화	T^*	n^*	$C(T^*)$	$C(n^*)$
0.003	46.2109	7	3.4398	3.1825
0.004	40.0198	7	3.9720	3.6746
0.005	35.7648	7	4.4408	4.1083
0.006	32.6761	7	4.8647	4.5004
0.007	30.2521	7	5.2545	4.8610
0.008	28.2983	7	5.6173	5.1966
0.009	26.6799	7	5.9580	5.5119
0.01	25.3108	7	6.2803	5.8100

$\beta=2 \quad a=5 \quad c=1 \quad Co=100$

(3) 상수a가 증가함에 따라 T^*와 n^*는 감소하고 $C(T^*)$와 $C(n^*)$는 증가한다. <표 3>

<표 3> 상수 a와 최적해와의 관계

a의 변화	T^*	n^*	$C(T^*)$	$C(n^*)$
3	26.3435	7	5.7638	5.3483
4	25.8199	7	6.0247	5.5792
5	25.3108	7	6.2803	5.8100
6	24.8163	7	6.5309	6.0409
7	24.3367	6	6.7767	6.2525
8	23.8719	6	7.0177	6.4609
9	23.4219	6	7.2541	6.6693
10	22.9866	5	7.4862	6.8778

$\lambda=0.01 \quad \beta=2 \quad c=1 \quad Co=100$

(4) 상수 c가 증가함에 따라 T^*와 n^*는 감소하고 $C(T^*)$와 $C(n^*)$는 증가한다. <표 4> 여기서 c가 증가한다는 의미는 고장횟수에 따라 수리비용의 증가폭이 커진다는 것을 뜻한다.

<표 4> 상수 c와 최적해와의 관계

a의 변화	T^*	n^*	$C(T^*)$	$C(n^*)$
0.5	29.0663	9	5.6530	5.3403
0.6	28.0702	8	5.7979	5.4514
0.7	27.2308	8	5.9312	5.5520
0.8	26.5076	7	6.0550	5.6484
0.9	25.8738	7	6.1710	5.7292
1.0	25.3108	7	6.2803	5.8100
1.1	24.8051	6	6.3839	5.8908
1.2	24.3469	6	6.4827	5.9607

$\lambda=0.01 \quad \beta=2 \quad a=5 \quad Co=100$

(5) 교환비용 Co가 증가함에 따라 T^*와 n^*는 증가하고 $C(T^*)$와 $C(n^*)$도 증가한다. <표 5> 왜냐 하면 교환비용이 크면 장비를 오래 사용하는것이 경제적이기 때문이다.

<표 5> 교환비용과 최적해와의 관계

a의 변화	T^*	n^*	$C(T^*)$	$C(n^*)$
60	21.5250	5	4.5776	4.1267
80	23.6048	6	5.4630	5.0020
100	25.3108	7	6.2803	5.8100
120	26.7678	8	7.0480	6.5719
140	28.0462	8	7.7776	7.2901
160	29.1887	9	8.4763	7.7967
180	30.2250	10	9.1494	8.6455
200	31.1752	10	9.8008	9.2859

$\lambda=0.01 \quad \beta=2 \quad a=5 \quad c=1$

3.2 두 정책의 비교

본 연구에서 언급한 사용시간을 결정변수로 하는 정책I과 고장횟수를 결정변수로 하는 정책II를 사용의 견지에서 본 비교와 비용의 견지에서 본 비교를 함으로써 위 정책들을 적용할 때 더욱 효율적인 정책의 선택을 꾀하려 한다.

첫째, 정책I은 결정변수가 시간이기 때문에 수학적으로 다루기 쉽고 장비의 이동상태를 기록할 수 있는 경우 실제문제에 적용할 수 있는 범위가 넓으며 정책II는 수학적으로 다루기가 어려우나 장비에 관한 정보양이 충분하지 못한 경우에도 쉽게 적용할 수 있다.

둘째, [표1~5]에서 볼 수 있듯이 정책II가 정책I에 비해서 어느 조건하에서도 평균정비비용, $C(T^*)$가 $C(n^*)$보다 크므로 비용면에서 유리함을 알수 있다.

4. 결 론

본 연구는 장비가 고장났을때 수리를 하다가 언제 교환을 하는 것이 가장 경제적인가를 결정하는 문제에 있어서 결정변수가 사용시간인 정책I과 결정변수가 고장횟수인 정책II에 대해 수리비용이 고장횟수에 따라 증가할 때에 단위 시간당 평균정비비용을 최소화하는 최적 교환정책을 설정함으로서 실제문제에 접근시켰다.

고장이 Weibull 분포를 따를 때 정책I, II에 대한 단위 시간당 평균정비비용은 식 (3-4)와 (3-19)이고 이를 최소료 하는 최적 정책수명을 결정하는 식은 식 (3-7)과 식 (3-20)이다.

그리고 만약 수리비용의 증가分이 0이면(c = 0) 수리비용이 일정한 모델이 된다. 그때 최적 정책수명은 식(3-6)과 (3-22)이다.

최적 정책수명은 수리비용과 교환비용의 함수이다. 교환비용에 비하여 수리비용이 증가하면 장비의 교환은 더 자주 발생하고 수리비용에 비하여 교환비용이 증가하면 장비의 교환은 덜 발생한다. 또한 빨리 노후화되는 장비는 정비비용도 많이 들며 더 자주 교환을 실시하여야 한다.

일반적으로 정책I은 장비의 이동상태를 기록할 수 있는 경우에 적용할 수 있는 범위가 넓으며 정책II는 장비에 관한 정보양이 충분하지 못한 경우에도 쉽게 적용할 수 있다. 또 정책II가 항상 정책I보다 비용면에서 유리하다.

본 연구에서는 수리비용을 단순히 선형 증가함수로 설정하였으나 본 연구의 결과를 이용하여 보다 현실적 수리비용 함수일 수 있는 비선형증가함수나 다른 비용 함수로 설정하여 보다 현실적인 수리사용 후 교환정책에 관한 연구가 필요하다.

6. 참 고 문 헌

[1] 국방과학연구소, 시스템신뢰도공학, 1982
[2] 박경수, 신뢰도공학 및 정비이론, 탑출판사, 1982
[3] 박성현, 허문렬, 전산통계, 경문사, 1983
[4] 시오미, 신뢰성 입문, 한국규격협회, 1976
[5] 한국공업표준협회, 표준화와 품질관리, Vol.17, No.3, 1982
[6] Ahn, B.H., A Study on Preventive Maintenance, Master Thesis, KAIST, 1977
[7] Barlow B.E. and L.C.Hunter, Optimum Preventive Maintenance Policies, Operations Research, Vol.8, 1960, pp.90-100
[8] John Donelson, III, Cost Model for Testing Program Based on Nonhomogeneous Poisson Failure Model, IEEE Trans. on Reliability, Vol.R-26, No.3, Aug.1977, pp.189-194
[9] Kapur K.C. and L.R.Lamberson, Reliability in Engineering Design, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1977
[10] Lee,C.H., C.L. Hwang and Tillman F.A., Availability of Maintained Systems: A State-of-the-Art Survey, AIIE Trans., 1977
[11] McCall J.J., Maintenance Policies for Stochastically Failing Equipment: A Survey, Management Science, Vol.11, No.5, 1965
[12] Muth E.J., An Optimal Decision Rule for Repair Vs Replacement, IEEE Trans. on Reliability, Vol. R-26, No.3, 1977, pp.179-181
[13] Nguyen D.G., & Murthy D.N.P., Optimal Preventive Maintenance Policies for Repairable Systems, Operations Research, Vol.29, No.6, 1981, pp.1181-1194
[14] Park, K.S., Optimal Number of Minimal Repairs before Replacement, IEEE Trans. Reliability, Vol.R-28,1979 Jun, pp.137-140
[15] Phelps R.I., Optimal Policy for Minimal Repair, J. of Operational Research Society, Vol.34, No.5, 1983, pp.425-427
[16] Ross S.M., Applied Probability Models with Optimization Applications, Holden-day Co., San Francisco, 1970

저 자 소 개

김 영 민 : 현재 인하대학교 기계공학부 교수로 재직 중 미국 브리지포트대학에서 전자공학 학사 와 산업공학 석사 취득 주요 관심분야는 경제성공학 과 금융공학임

박 성 범 : 인하대학교 산업공학과 석사