

# 설계파라미터 변경에 의한 비례 감쇠구조물의 동특성 변화 해석 Eigenderivative Analysis by Modification of Design Parameter in the Proportional Damping System

이 정 우\* · 이 정 윤† · 오 재 응\*\*

Jung Woo Lee, Jung Youn Lee and Jae-Eung Oh

(2005년 12월 7일 접수 ; 2006년 3월 27일 심사완료)

**Key Words** : Damping Natural Frequency(감쇠고유진동수), Eigenvector(고유벡터), Generalized Mass(일반질량), Generalized Stiffness(일반강성), Sensitivity Analysis(감도해석), Sensitivity Coefficient(감도계수), Proportional Damping(비례감쇠)

## ABSTRACT

An efficient method for change of eigenvectors and eigenvalues due to the modifying proportional damping structure using sensitivity coefficients is presented. Sensitivity coefficients are determined by iteration with eigenvalue and eigenvectors before modification of system. The proposed method is applied to examples of 3 degrees of freedom system and plate by modifying mass and stiffness. The predicted change of eigenvectors and eigenvalues are in a good agreement with these from the structural re-analysis after modification of mass and stiffness.

## 1. 서 론

기계 구조물이 경량화, 다양화, 소형화됨에 따라 구조물의 동특성을 해석하는 것이 중요사항이 되고 동특성을 개선하고자 많은 연구들이 시도되었다. 감도해석은 설계파라미터의 변화가 구조물 시스템에 어떠한 영향을 미치는가를 미리 예측할 수 있고 목적하는 동특성을 얻기 위하여 변화하는 설계파라미터를 구할 수 있다. 대부분의 감도 해석 연구가 비감쇠 구조물에 대해 진행 되었으며 감쇠구조물의 경우는 드물다. 비감쇠 구조물에 대한 연구는 Fox와 Kapoor<sup>(1)</sup>가 고유모드 변화율을 변경 전 구조의 고유모드 선형결합으로서 표시하여 감도해석을 하였으

며, Yoon<sup>(2)</sup>, 이정윤<sup>(3)</sup> 등은 수치해석 방법인 반복법을 통하여 고유치와 고유벡터의 감도해석을 하였다. 감쇠 구조물에 대한 연구는 Adhikari<sup>(4)</sup>가 선형 감쇠 이산계에서의 고유치와 고유벡터의 변화 비율을 시스템의 변수를 고려하여 구하였다. 또한 Lee<sup>(5)</sup>, 정길호<sup>(6)</sup> 등은 대수학적인 방법을 통하여 고유치와 고유벡터를 구하여 감쇠계에서의 감도해석을 행하였고, 최강민<sup>(7)</sup> 등은 반복된 고유치를 이용한 대수학적인 방법을 통하여 감도해석을 행하였으나 동특성 변화를 구할 때 구조 변경 후 모드 변화량이 없다고 가정하였기 때문에 구조 변경량이 많으면 오차가 증가하여 변경량이 많은 구조물에 적용하는데 한계가 있었다. 한편 많은 연구에도 불구하고 구조물의 감쇠를 정확히 표현하는데 어려움이 많기 때문에 일반적으로 해석을 간단히 하기 위해 비례감쇠를 사용한다. 비례감쇠를 사용하면 감쇠 행렬이 질량 및 강성 행렬과 마찬가지로 대각화가 가능하고 고유벡터도 복소모드가 아니라 실수모드가 되기 때문이다.

† 책임저자; 정희원, 경기대학교 기계시스템디자인공학부  
E-mail : jylee@kgu.ac.kr

Tel : (031) 249-9811, FAX : (031) 249-9796

\* 한전기공(주)

\*\* 정희원, 한양대학교 기계공학부

이 논문에서는 비례감쇠구조물을 비감쇠구조물로 변환하여 구조 변경 후 고유모드 변화까지를 고려하는 감도해석하는 방안을 제시하고 타당성을 검증하기 위해 3자유계도와 평판에 이 방안을 적용하여 감쇠진동수, 고유벡터 변화량을 예측하고 재해석치와 비교 검토한다.

## 2. 이 론

### 2.1 비례감쇠 구조물의 동특성 해석

N자유도계 비례 감쇠계에서의 자유진동 운동방정식은 다음과 같이 된다.

$$[M_o]\{\ddot{x}\} + [C_o]\{\dot{x}\} + [K_o]\{x\} = 0 \quad (1)$$

여기서  $[M_o]$ ,  $[C_o]$ 와  $[K_o]$ 는 구조 변경 전 질량, 감쇠 및 강성행렬 이다.

모드 좌표와의 관계  $\{x\} = [\Phi]\{q\}$ 을 이용하여 식 (1)을 변환하면 다음과 같이 된다.

$$[\Phi]^T [M_o] [\Phi] \{\ddot{q}\} + [\Phi]^T [C_o] [\Phi] \{\dot{q}\} + [\Phi]^T [K_o] [\Phi] \{q\} = 0 \quad (2)$$

여기서  $[\Phi]$ 는 비감쇠 정규화된 모드행렬이며  $[C_o]$ 를 대각화 하기위해 다음과 같이 비례감쇠 (rayleigh damping)로 가정한다.

$$[C_o] = \alpha [M_o] + \beta [K_o] \quad (3)$$

식 (3)을 식 (2)에 대입하고 정리하면 다음과 같이 된다.

$$[L]\{\ddot{q}\} + (\alpha [I] + \beta [A])\{\dot{q}\} + [A]\{q\} = 0 \quad (4)$$

$[L]$ 는 단위행렬로 대각행렬이며  $[A]$ 는 비감쇠 고유치 행렬로 역시 대각행렬이다. 따라서 식 (4)로부터 비례감쇠계의 고유진동수를 구하면 다음과 같이 된다.

$$\omega_{odi} = \omega_{oni} \sqrt{1 - \zeta_{oi}^2} \quad (5)$$

여기서  $\omega_{odi}$ ,  $\omega_{oni}$ 는  $i$ 차 감쇠 및 비감쇠 고유진동수이며 감쇠비  $\zeta_{oi} = \frac{\alpha + \beta \omega_{oni}^2}{2\omega_{oni}}$ 이다. 따라서 비례

감쇠계의 고유모드는 비감쇠계와 일치하고 고유진동수는 비감쇠계의 고유진동수와 비례감쇠상수  $\alpha$  와  $\beta$ 로부터 구할 수 있다.

### 2.2 비감쇠 구조물의 동특성 변화해석

비례감쇠계의 동특성 변화를 구하기위해서 먼저 비감쇠계의 동특성변화, 즉 고유진동수와 고유모드를 구한다. 비감쇠계의 구조변경 전·후의 동특성은 다음과 같다.

$$(\lambda_o [M_o] + [K_o])\phi_o = 0 \quad (6)$$

$$(\lambda [M] + [K])\phi = \{(\lambda_o + \Delta\lambda)[M_o + \Delta M] + [K_o + \Delta K]\}(\phi_o + \Delta\phi) = 0 \quad (7)$$

여기서  $K_o, M_o, K, M, \Delta K, \Delta M$ 은 각각 구조 변경 전 강성 행렬, 질량 행렬, 구조 변경 후 강성 행렬, 질량 행렬과 강성 행렬, 질량 행렬의 변화량이며  $\lambda_o, \phi_o, \lambda, \phi, \Delta\lambda, \Delta\phi$ 는 각각 구조 변경 전 고유치, 고유모드, 구조 변경 후 고유치, 고유모드, 고유치 변화량과 고유모드 변화량이다.

### 2.3 질량 및 강성 변경에 의한 일반질량의 해석 정규화시킨 $i$ 차 모드의 일반질량은 다음과 같다.

$$m_{oi} = \{\phi_o\}_i^T [M_o] \{\phi_o\}_i = 1 \quad (8)$$

$$m_{ii} = \{\phi\}_i^T [M] \{\phi\}_i = 1 \quad (9)$$

여기서  $m_{oi}$ ,  $m_{ii}$ 는 각각  $i$ 차 모드의 구조 변경 전·후 일반질량이다. 또한  $i$ 차 모드의 변경 후 일반질량은 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} m_{ii} &= \{\phi\}_i^T [M] \{\phi\}_i \\ &= \{\phi_o + \Delta\phi\}_i^T [M_o + \Delta M] \{\phi_o + \Delta\phi\}_i \\ &= \{\phi_o\}_i^T [M_o] \{\phi_o\}_i + \{\phi_o\}_i^T [M_o] \{\Delta\phi\}_i \\ &\quad + \{\phi_o\}_i^T [\Delta M] \{\phi_o\}_i + \{\phi_o\}_i^T [\Delta M] \{\Delta\phi\}_i \\ &\quad + \{\Delta\phi\}_i^T [M_o] \{\phi_o\}_i + \{\Delta\phi\}_i^T [M_o] \{\Delta\phi\}_i \\ &\quad + \{\Delta\phi\}_i^T [\Delta M] \{\phi_o\}_i + \{\Delta\phi\}_i^T [\Delta M] \{\Delta\phi\}_i \end{aligned} \quad (10)$$

여기서 진동모드의 변화량을 변경 전 진동모드의

선형결합으로 표시될 수 있다고 가정하면<sup>(1)</sup> 다음과 같다.

$$\{\Delta\phi\}_i = \sum_{k=1}^n \alpha_{ki} \phi_{ok} \quad (11)$$

여기서  $\alpha_{ki}$ 는  $i$ 차 모드에 대한  $k$ 차 모드의 감도 계수이다.

$\{\phi_o\}_i^T [\Delta M] \{\phi_o\}_j = \Delta M_{ij}$ 으로 나타내면 일반질량  $m_{ii}$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$m_{ii} = m_{oii} + 2\alpha_{ii}m_{oii} + \sum_{k=1}^n \alpha_{ki}^2 m_{oii} + \Delta M_{ii} \\ + 2 \sum_{k=1}^n \alpha_{ki} \Delta M_{ik} + \sum_{q=1}^n \alpha_{qi} \sum_{k=1}^n \alpha_{ki} \Delta M_{qk} \quad (12)$$

또한 정규화된 일반질량은 1이므로  $\alpha_{ii}$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$1 = 1 + 2\alpha_{ii} + \sum_{k=1}^n \alpha_{ki}^2 + \Delta M_{ii} + 2 \sum_{k=1}^n \alpha_{ki} \Delta M_{ik} \\ + \sum_{q=1}^n \alpha_{qi} \sum_{k=1}^n \alpha_{ki} \Delta M_{qk} \quad (13)$$

$$\alpha_{ii} = -\frac{1}{2} \left( \sum_{k=1}^n \alpha_{ki}^2 + \Delta M_{ii} + 2 \sum_{k=1}^n \alpha_{ki} \Delta M_{ik} \right. \\ \left. + \sum_{q=1}^n \alpha_{qi} \sum_{k=1}^n \alpha_{ki} \Delta M_{qk} \right) \quad (14)$$

한편  $m_{ij}$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$m_{ij} = \{\phi\}_i^T [M] \{\phi\}_j \\ = \{\phi_o + \Delta\phi\}_i^T [M_o + \Delta M] \{\phi_o + \Delta\phi\}_j \\ = m_{oij} + \alpha_{ij}m_{oii} + \alpha_{ji}m_{oij} + \sum_{k=1}^n \alpha_{ki} \alpha_{kj} m_{okk} \\ + \Delta M_{ij} + \sum_{k=1}^n \alpha_{ki} \Delta M_{ik} + \sum_{k=1}^n \alpha_{kj} \Delta M_{jk} \\ + \sum_{q=1}^n \alpha_{qi} \sum_{k=1}^n \alpha_{kj} \Delta M_{qk} \quad (15)$$

정규화된 일반질량  $m_{oij} = 0, m_{oii} = 1$  이므로

$$\alpha_{ij} + \alpha_{ji} = - \left\{ \Delta M_{ij} + \sum_{k=1}^n \alpha_{ki} \Delta M_{ik} + \sum_{k=1}^n \alpha_{kj} \Delta M_{jk} \right. \\ \left. + \sum_{q=1}^n \alpha_{qi} \sum_{k=1}^n \alpha_{kj} \Delta M_{qk} + \sum_{k=1}^n \alpha_{ki} \alpha_{kj} \right\} \quad (16)$$

2.4 질량 및 강성 변경에 의한 일반강성의 해석  
정규화시킨  $i$ 차 모드의 일반강성은 다음과 같다.

$$k_{oii} = \{\phi_o\}_i^T [K_o] \{\phi_o\}_i = \lambda_o = \omega_{oi}^2 \quad (17)$$

$$k_{ii} = \{\phi\}_i^T [K] \{\phi\}_i = \lambda = \omega_i^2 \quad (18)$$

여기서  $k_{oii}, k_{ii}$ 는 각각  $i$ 차 모드의 변경 전 및 변경 후 일반강성이며  $\omega_{oi}^2, \omega_i^2$ 는 각각 비감쇠계  $i$ 차 모드의 변경 전 및 변경 후의 고유진동수이다. 또한 변경 후  $i$ 차 모드의 일반강성은 다음과 같이 된다.

$$k_{ii} = \omega_i^2 = \{\phi\}_i^T [K] \{\phi\}_i \\ = \{\phi_o + \Delta\phi\}_i^T [K_o + \Delta K] \{\phi_o + \Delta\phi\}_i \quad (19)$$

여기서  $\{\phi_o\}_i^T [\Delta K] \{\phi_o\}_j = \Delta K_{ij}$ 으로 나타내면 일반강성  $k_{ii}$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$k_{ii} = k_{oii} + \alpha_{ii}k_{oii} + \Delta K_{ii} + \sum_{k=1}^n \alpha_{ki} \Delta K_{ik} \\ + \alpha_{ii}k_{oii} + \sum_{k=1}^n \alpha_{ki}^2 k_{okk} + \sum_{k=1}^n \alpha_{ki} \Delta K_{ki} \\ + \sum_{q=1}^n \alpha_{qi} \sum_{k=1}^n \alpha_{ki} \Delta K_{qk} \quad (20)$$

한편  $k_{ij}$ 는 다음 식으로 나타낼 수 있다.

$$k_{ij} = \{\phi\}_i^T [K] \{\phi\}_j \\ = \{\phi_o + \Delta\phi\}_i^T [K_o + \Delta K] \{\phi_o + \Delta\phi\}_j \\ = k_{oij} + \alpha_{ij}k_{oii}^2 + \Delta K_{ij} \\ + \sum_{k=1}^n \alpha_{kj}^2 K_{ik} + \alpha_{ij}k_{okk}^2 \\ + \sum_{k=1}^n \alpha_{ki} \alpha_{kj} k_{okk}^2 + \sum_{k=1}^n \alpha_{ki} \Delta K_{kj} \\ + \sum_{q=1}^n \alpha_{qi} \sum_{k=1}^n \alpha_{kj} \Delta K_{qk} \quad (21)$$

정규화된 일반강성  $k_{oij} = 0, k_{ij} = 0$  이므로

$$\alpha_{ij} \omega_{oi}^2 + \alpha_{ji} \omega_{oj}^2 = -(\Delta K_{ij} + \sum_{k=1}^n \alpha_{kj} \Delta K_{ik} + \sum_{k=1}^n \alpha_{ki} \alpha_{kj} \omega_{ok}^2 + \sum_{k=1}^n \alpha_{ki} \Delta K_{jk} + \sum_{q=1}^n \alpha_{qi} \sum_{k=1}^n \alpha_{kj} \Delta K_{qk}) \quad (22)$$

이 된다.

### 2.5 반복법을 이용한 감도 계수 해석

식 (14)에서 감도계수와  $\Delta M_{ij}$ 가 미소량이라고 가정하고 고차항을 무시하여 1차 감도계수  $\alpha_{ii}$ 를 구한다. 또한 같은 방법으로 식 (16)과 식 (22)를 연립방정식으로 하여 1차 감도계수  $\alpha_{ij}$ 를 구하고 반복법을 이용해 감도 계수  $\alpha_{ii}$ ,  $\alpha_{ij}$ 를 수렴할 때까지 구한다.

$\alpha_{ij}^{(m)}$ 은  $m$ 번 반복해서 구한 감도계수라고 정의하면 식 (14), (16)과 식 (22)로부터 1차 및  $(m+1)$ 차 감도계수는 다음과 같이 된다.

$$\alpha_{ii}^{(1)} = -\frac{\Delta M_{ii}}{2} \quad (23)$$

$$\alpha_{ij}^{(1)} = \frac{-\Delta M_{ij} \omega_{oi}^2 + \Delta K_{ij}}{\omega_{oi}^2 - \omega_{oj}^2} \quad (24)$$

$$\alpha_{ii}^{(m+1)} = -\frac{1}{2} \left\{ \sum_{k=1}^n (\alpha_{ki}^{(m)})^2 + \Delta M_{ii} + 2 \sum_{k=1}^n \alpha_{ki}^{(m)} \Delta M_{ik} + \sum_{q=1}^n \alpha_{qi}^{(m)} \sum_{k=1}^n \alpha_{ki}^{(m)} \Delta M_{qk} \right\} \quad (25)$$

$$\alpha_{ij}^{(m+1)} = \frac{1}{\omega_{oj}^2 - \omega_{oi}^2} \left\{ \Delta K_{ij} + \sum_{k=1}^n \alpha_{ki}^{(m)} \Delta K_{kj} + \sum_{k=1}^n \alpha_{kj}^{(m)} \Delta K_{jk} + \sum_{q=1}^n \alpha_{qi}^{(m)} \sum_{k=1}^n \alpha_{kj}^{(m)} \Delta K_{qk} + \sum_{k=1}^n \omega_{ok}^2 \alpha_{ki}^{(m)} \alpha_{kj}^{(m)} \right\} - \frac{\omega_{oj}^2}{\omega_{oj}^2 - \omega_{oi}^2} \left\{ \sum_{k=1}^n \alpha_{ki}^{(m)} \alpha_{kj}^{(m)} + \Delta M_{ij} + \sum_{k=1}^n \alpha_{ki}^{(m)} \Delta M_{kj} + \sum_{k=1}^n \alpha_{kj}^{(m)} \Delta M_{ik} + \sum_{q=1}^n \alpha_{qi}^{(m)} \sum_{k=1}^n \alpha_{kj}^{(m)} \Delta M_{qk} \right\} \quad (26)$$

여기서  $\alpha_{ii}^{(1)}$ 과  $\alpha_{ij}^{(1)}$ 은 Fox이론<sup>(1)</sup>과 같음을 알 수 있다.

2.6 변경된 고유 진동수 및 고유벡터 해석  
변경된 비감쇠계  $i$ 차 고유진동수는 식 (19)로부터 다음과 같이 된다.

$$\omega_i^2 = \omega_{oi}^2 (1 + 2\alpha_{ii}) + \sum_{k=1}^n \omega_{ok}^2 \alpha_{ki}^2 + \Delta K_{ii} + 2 \sum_{k=1}^n \alpha_{ki} \Delta K_{ik} + \sum_{q=1}^n \alpha_{qi} \sum_{k=1}^n \alpha_{ki} \Delta K_{qk} \quad (27)$$

식 (27)에서 구한 비감쇠계  $i$ 차 고유진동수를 식 (5)에 대입하여 구하면 구조 변경된 비례감쇠계  $i$ 차 고유진동수를 구할 수 있다.

비례감쇠계 고유 모드는 비감쇠계 고유 모드와 일치하므로 변경된  $i$ 차 고유모드는 식 (11)로부터 구할 수 있다.

$$\{\phi\}_i = \{\phi_o\}_i + \{\Delta\phi\}_i = \{\phi_o\} + \sum_{k=1}^n \alpha_{ki} \phi_{ok} \quad (28)$$

### 3. 적용 예

Fig. 1은 3자유도계의 모델로 변경 전 질량과 강성은  $m_1=3kg$ ,  $m_2=1.5kg$ ,  $m_3=2kg$ ,  $k_1=1N/m$ ,  $k_2=1.6N/m$ ,  $k_3=2N/m$ 로 하였다. 감쇠는 식 (2)에서 비례정수  $\alpha=0.1$ ,  $\beta=0.2$ 로 가정하여  $c_1=0.5Ns/m$ ,  $c_2=0.32Ns/m$ ,  $c_3=0.4Ns/m$ ,  $c_4=0.15Ns/m$ ,  $c_5=0.2Ns/m$ 로 계산되었다. 변경 후 질량과 강성은  $m_1=3.5kg$ ,  $m_2=1.5kg$ ,  $m_3=3.5kg$ ,  $k_1=1N/m$ ,  $k_2=2N/m$ ,  $k_3=3N/m$ 로 하였다. 감쇠는 변경된 질

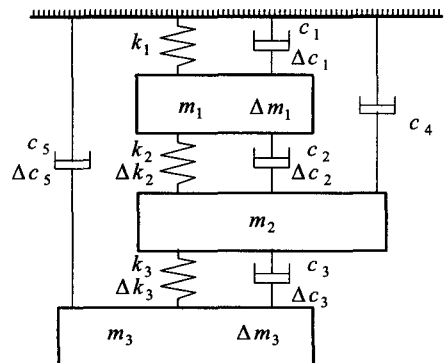


Fig. 1 Model of 3 degree of freedom

량과 강성으로부터 식 (2)를 사용하여  $c_1=0.55Ns/m$ ,  $c_2=0.4Ns/m$ ,  $c_3=0.6Ns/m$ ,  $c_4=0.15Ns/m$ ,  $c_5=0.35Ns/m$ 로 계산되었다. 3자유도계의 질량, 감쇠 및 강성행렬은 다음과 같고 이를 이용하여 감도 해석을 하였다.

$$\begin{aligned}
 [M_s] &= \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 1.5 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} & [\Delta M] &= \begin{bmatrix} 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.5 \end{bmatrix} \\
 [K_s] &= \begin{bmatrix} 2.6 & -1.6 & 0 \\ -1.6 & 3.6 & -2.0 \\ 0 & -2.0 & 2.0 \end{bmatrix} & [\Delta K] &= \begin{bmatrix} 0.4 & -0.4 & 0 \\ -0.4 & 1.4 & -1.0 \\ 0 & -1.0 & 1.0 \end{bmatrix} \\
 [C_s] &= \begin{bmatrix} 0.82 & -0.32 & 0 \\ -0.32 & 0.87 & -0.4 \\ 0 & -0.4 & 0.6 \end{bmatrix} & [\Delta C] &= \begin{bmatrix} 0.3 & -0.2 & 0 \\ -0.2 & 0.4 & -0.2 \\ 0 & -0.2 & 0.2 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

Fig. 2는 평판의 모델로 변경 전 재료의 물성치  $E=210GPa$ ,  $\rho=7798kg/m^3$ ,  $\nu=0.3$ 으로 하였으며 요소의 길이  $a, b$ 를 각각 7 cm, 두께  $t=0.1$  cm로 하였다. 이 평판은 25개의 절점과 절점당 4자유도 ( $z$ -변위,  $x$ -각변위,  $y$ -각변위,  $z$ -각변위)를 가지며 전체는 80개의 자유도를 갖는다. 질량과 강성의 변화를 주기위하여 평판의 10번, 12번 요소의 단면을 각각 6%, 5% 증가시켰으며 1번, 15번 요소는 질량만을 각각 7%, 3% 증가시켰다. 비례상수는  $\alpha=0.002$ ,  $\beta=0.001$ <sup>(9)</sup>로 하여 감도 해석을 하였다.

변화량에 대한 예측정도  $E_{st}$ 는 아래와 같이 나타내었다.

$$E_{st} = \frac{E_p - E_o}{E_e - E_o} \quad (29)$$

여기서  $E_p$ 는 구조 변경 후 예측치,  $E_e$ 는 구조 변경 후 이론치,  $E_o$ 는 구조 변경 전 이론치이다.  $E_{st}$ 가 1에 가까울수록 예측 정도가 좋을 수 있다.

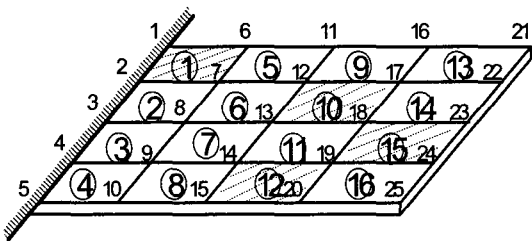


Fig. 2 F. E. Model of plate

## 4. 결과 및 고찰

### 4.1 감도계수의 해석

Fig. 3은 3자유도계의 구조변경 후 식 (23)부터 식 (26)까지를 이용하여 반복 횟수에 따른 감도계수  $\alpha_{12}$ 를 나타낸 그림으로 반복 횟수는 15번까지 하였다. 식 (24)를 이용하여 첫 번째 구한 감도계수  $\alpha_{12}^{(1)}=0.2049$ 는 Fox이론<sup>(1)</sup>으로 구한 값으로 정확한 감도계수  $\alpha_{12}=0.1179$ 에 비해 오차가 73.8%로 많이 발생하였으나 여기서 제안한 방법은 반복횟수를 10회 이상하였을 때 감도계수가 일정한 값에 수렴하므로 제안한 방법이 타당함을 확인할 수 있었다.

Table 1은 Fox이론과 여기서 제안한 방법을 사용하여 3자유도계의 감도계수를 나타낸 표로 3자유도계 이므로 감도계수는 3×3 행렬이 되었다. 제안한 방법은 반복 횟수를 15번하여 감도계수를 구하였으며 Fox이론에서 구한 값과 많은 차이를 보이고 있다.

Fig. 4는 Fox이론과 제안한 방법을 사용하여 평

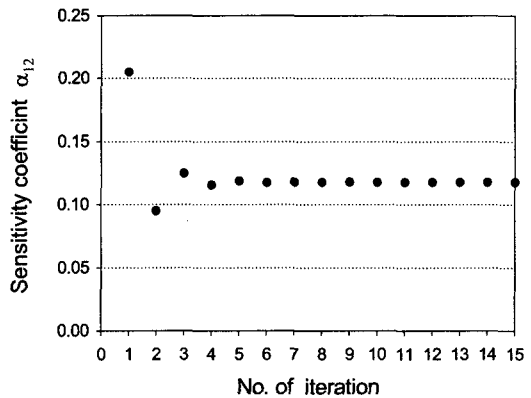


Fig. 3 Sensitivity coefficient according to the No. of iteration

Table 1 Comparison of sensitivity coefficient of 3 d.o.f system

Fox method $\alpha_{ij}^{(1)}$			Proposed method $\alpha_{ij}^{(15)}$		
-0.1953	0.2049	0.2524	-0.1492	0.1179	0.1611
0.0235	-0.1837	-0.1296	0.0210	-0.1313	-0.0613
-0.0040	-0.0282	-0.0793	-0.0020	-0.0245	-0.0485

판의 감도계수를 나타낸 그림으로 대체로 모드  $i, j$  가 가까울수록 감도계수의 값이 컸다. 이는 평판의 경우 고유진동수가 근접하는 경우가 많아 식 (26)에서 분모가 작아지기 때문이다.

4.2 감쇠 고유진동수 변화 검토

Table 2와 Table 3은 3자유도계와 평판의 구조를 변경하였을 때 감도계수와 식 (27)을 이용하여 감쇠진동수와 비감쇠진동수의 예측정도를 나타낸 것으로 Fox이론보다 제시한 방법이 재해석치가 잘 일치함을 알 수 있다.

4.3 모드 형상의 변화 검토

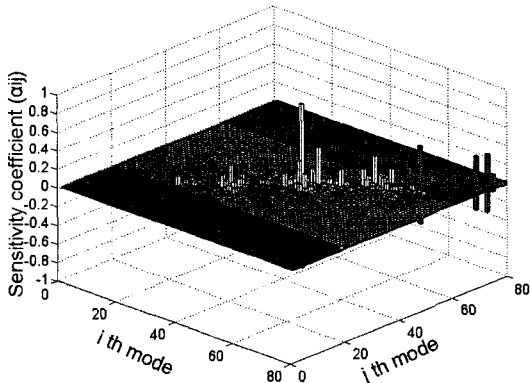
Fig. 5는 3자유도계의 질량위치에 따른 모드 형상

Table 2 Comparison of natural and damping frequencies by modifying structure in 3 D.O.F. system (rad/sec)

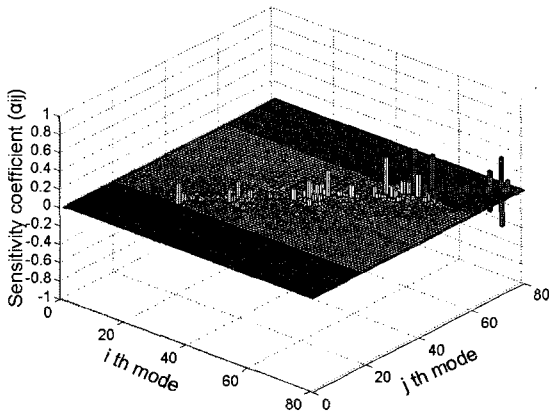
	Mode No.	Original	Modify		Est. (%)	
			Exact	Predict		
Fox method	Undamped	1	0.3475	0.3049	0.2883	138.96
		2	0.9537	0.9258	0.8667	311.82
		3	1.7989	2.0242	1.9569	70.14
	Damped	1	0.3419	0.2990	0.2823	139.08
		2	0.9432	0.9158	0.8576	312.12
		3	1.7597	1.9713	1.9084	70.28
Proposed method	Undamped	1	0.3475	0.3049	0.3049	100.00
		2	0.9537	0.9258	0.9258	100.00
		3	1.7989	2.0242	2.0242	100.00
	Damped	1	0.3419	0.2990	0.2990	100.00
		2	0.9432	0.9158	0.9158	100.00
		3	1.7597	2.0324	1.9713	100.00

Table 3 Comparison of natural and damping frequencies by modifying structure in plate (rad/sec)

	Mode No.	Original	Modify		Est. (%)	
			Exact	Predict		
Fox method	Undamped	1	69.61	69.32	69.32	100.00
		2	170.61	171.55	171.55	100.00
		3	427.15	431.18	431.18	100.00
		4	545.90	550.13	550.23	102.36
		5	621.75	626.24	626.31	101.56
		6	1090.90	1098.55	1098.74	102.48
	Damped	1	69.57	69.28	69.28	100.00
		2	169.99	170.92	170.92	100.00
		3	417.29	421.04	421.04	100.00
		4	525.17	528.91	529.00	102.36
		5	590.94	594.75	594.81	101.56
		6	914.33	917.99	918.08	102.48
Proposed method	Undamped	1	69.61	69.32	69.32	100.00
		2	170.61	171.55	171.55	100.00
		3	427.15	431.18	431.18	100.00
		4	545.90	550.13	550.13	100.00
		5	621.75	626.24	626.24	100.00
		6	1090.90	1098.55	1098.55	100.00
	Damped	1	69.57	69.28	69.28	100.00
		2	169.99	170.92	170.92	100.00
		3	417.30	421.04	421.04	100.00
		4	525.17	528.91	528.91	100.00
		5	590.95	594.75	594.75	100.00
		6	914.33	917.99	917.99	100.00



(a) Fox method  $\alpha_{ij}^{(1)}$



(b) Proposed method  $\alpha_{ij}^{(15)}$

Fig. 4 Comparison of sensitivity coefficients in plate

변화를 식 (28)을 이용하여 나타낸 그림으로 제안한 방법이 재해석치와 잘 일치하여 두 곡선이 겹쳐 보임을 알 수 있다.

Fig. 6에서 Fig. 11까지 평판의 1차에서 6차 모드 형상 나타내었다. (a)는 구조변경 전, 후 모드와 구조 변경 후 예측한 모드를 나타낸 그림으로 고유벡터의 변화량의 크기가 고유벡터에 비해 작아 3 경우 모두 구분하기 어렵다.

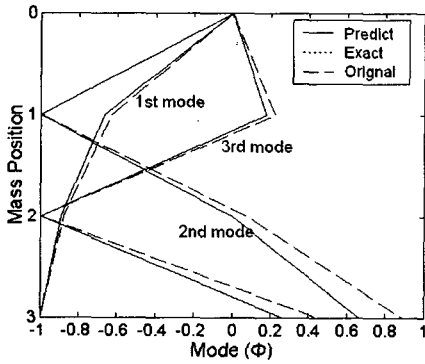
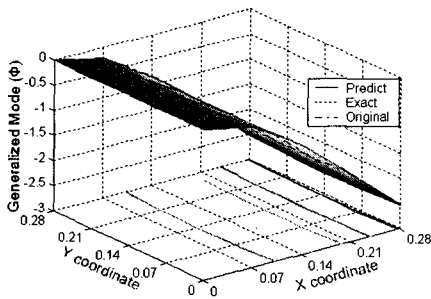
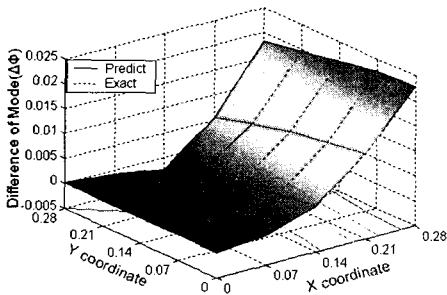


Fig. 5 Variation of mode shape by modifying structure in 3 D.O.F

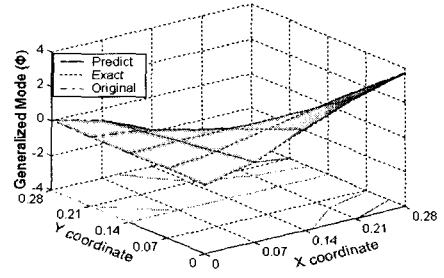


(a) Generalized mode ( $\phi$ )

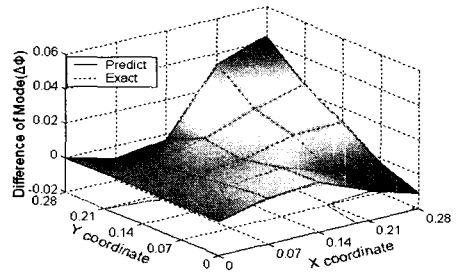


(b) Difference ( $\Delta\phi$ )

Fig. 6 First mode in plate

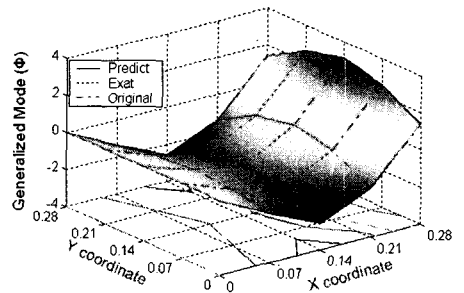


(a) Generalized mode ( $\phi$ )

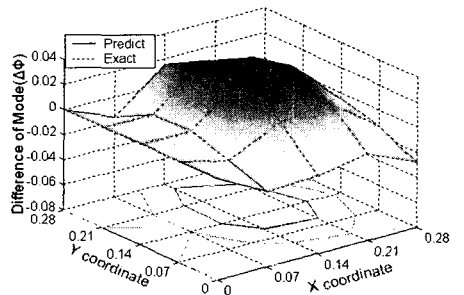


(b) Difference ( $\Delta\phi$ )

Fig. 7 Second mode in plate

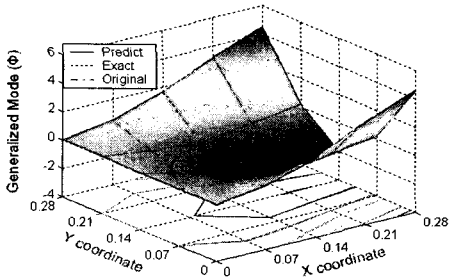


(a) Generalized mode ( $\phi$ )

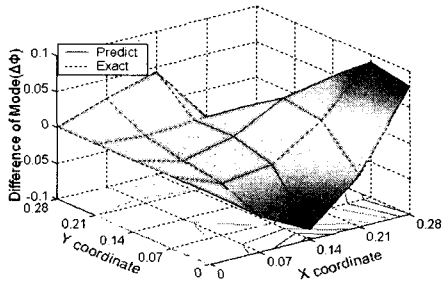


(b) Difference ( $\Delta\phi$ )

Fig. 8 Third mode in plate

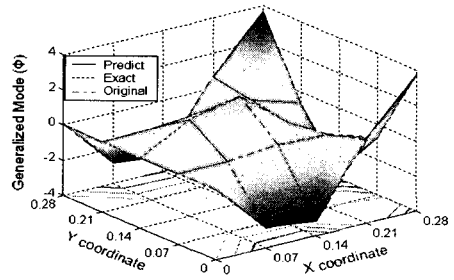


(a) Generalized mode ( $\phi$ )

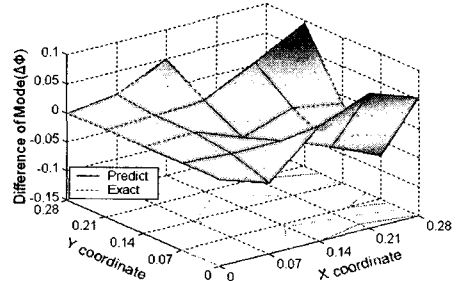


(b) Difference ( $\Delta\phi$ )

Fig. 9 Fourth mode in plate

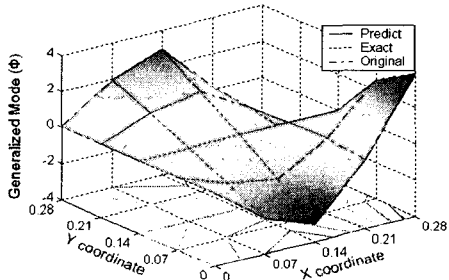


(a) Generalized mode ( $\phi$ )

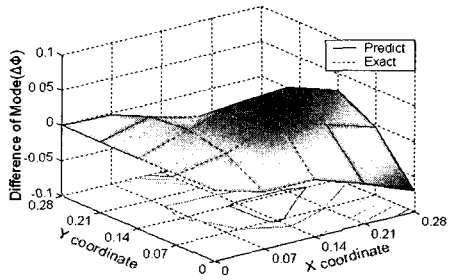


(b) Difference ( $\Delta\phi$ )

Fig. 11 Sixth mode in plate



(a) Generalized mode ( $\phi$ )



(b) Difference ( $\Delta\phi$ )

Fig. 10 Fifth mode in plate

따라서 (b)에 구조변경 후 이론치와 예측치의 변화량을 확대하여 나타내었다. (b)에서 보는 것과 같이 제안한 방법이 재해석치와 잘 일치하여 두 그래프가 겹쳐 보임을 알 수 있다.

## 5. 결 론

질량 및 강성의 변경에 따른 비례감쇠 구조물의 감도해석 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

- (1) 비례감쇠 구조물을 비감쇠 구조물로 변환하여 감쇠고유진동수, 고유벡터, 감도계수를 구하는 방법을 제시하였다.
- (2) 감도계수를 이용하여 비례감쇠 구조물의 구조변경 후 감쇠고유진동수 및 고유벡터 변화량을 보다 정확히 예측할 수 있는 방법을 제시하였다.
- (3) 구조 변경된 3자유도계와 평판에 제안된 수식을 적용한 결과 감쇠고유진동수 및 고유벡터의 변화량이 잘 예측되어 복잡한 구조물의 이산계에 적용이 가능하였다.
- (4) 인접한 모드를 가진 외팔보나 평판 같은 복잡



한 이산계 구조물의 감도계수를 통한 해석결과 인접 모드 즉, 모드간의 고유진동수가 가까울 경우 감도 분포에서 비교적 감도계수가 크게 나타난다는 것을 알 수 있었다.

### 참 고 문 헌

- (1) Fox, R. S. and Kapoor, M. P., 1968, "Rates of Change of Eigenvalues and Eigenvectors," AIAA, Vol. 6, No. 12, pp. 2426~2429.
- (2) Yoon, B. G. and Belegundu, A. D., 1988, "Iterative Methods for Design Sensitivity Analysis," AIAA, Vol. 26, No. 11, pp. 1413~1415.
- (3) Lee, J. Y., 2002, "A Structural Eigenderivative Analysis by Modification of Design Parameter," Transactions of the KSME(A), Vol. 26, No. 4. pp. 739~744.
- (4) Adhikari, S., 1999, "Rates of Change of Eigenvalues and Eigenvectors in Damped Dynamic System," AIAA, Vol. 37, No. 11, pp. 1452~1458.
- (5) Lee, I. W., Kim, D. O. and Jung, G. H., 1999, "Natural Frequency And Mode Shape Sensitivity of Damping Systems: Part I, Distinct Natural Frequencies," Journal of Sound and Vibration, Vol. 223, No. 3, pp. 399~412.
- (6) Jung, H. G., Kim, D. O., Lee, C. W. and Lee, I. W. 1997, "Algebraic Method for Computation Natural Frequency and Mode Shape Sensitivities", Journal of KSME, Vol. 21, No. 5, pp. 707~718.
- (7) Choi, K. M., Cho, S. W., Ko, M. G. and I. W. Lee, 2003, "Algebraic Method for Sensitivity Analysis of Eigensystems with Repeated Eigenvalues," Journal of KSCE, Vol. 7, No. 1, pp. 17~23.