韓國數學教育學會誌 시리즈 E
<數學教育 論文集>
제 20집 제 2호, 2006. 5. 271-282

J. Korea Soc. Math. Ed. Ser. E:
Communications of Mathematical Education
Vol. 20, No. 2, May. 2006. 271-282

수학적 힘의 구현에 대하여

유 윤 재 (경북대학교)

제7차 교육과정에서 수학적 힘이 중요하게 간주되고 있지만 구체적이고 체계적인 접근은 없다. 수학적 힘을 구현하기 위하여 교육수학을 포함한 몇 개의 대안이 제시되어 있다.

1. 서 론

제7차 교육과정 수학과목 목표에서 그 이전의 것과 현저히 차별화된 것이라면 수학적 힘의 구현으로 요약될 것이다. 이것은 문제해결을 넘어 보다 강력하고 일관성 있는 수학적 능력을 학습자에게 구축하려는 의도에서 태동한 것이라고 본다. 수학적 힘이란 그 기대효과가 강력한 만큼 교육과정, 교수학습방법, 교사의 수준 등과 같은 요소들이 일관성을 가지고 실천될 때 가시적인 성과가 나타날 것이라는 것을 고려한다면 이 요소들이 수학적 힘을 구현하기 위하여 현재 충분한 무장을 했다고 단언할 수 없는 실정이다. 이런 상황에서 수학적 힘의 구현을 위한 실천방안에 대한 책임을 현장 교사에게만 부과한다는 것은 무책임한 행위에 지나지 않는다.

본 논고는 수학적 힘에 대한 개념을 간략하게 제시한 후 대학에서의 예비교사 교육과 관련된 교육과정 및 교수학습의 실태, 중등수학의 교육과정, 중등교육 현장을 통하여 수학적 힘과 관련된 문제점을 분석하고 실질적으로 수학적 힘을 구현할 수 있는 대안을 제시하려고 한다.

본 연구의 동기는 일반 수학교육에서 얻은 것이 아니라 본 연구자가 다년간 수행해 오고 있는 수학 영재교육과 같은 수월성 교육에서 아이디어를 추출하였다. 영재교육에서 수학적 힘의 구현은 수학 지식보다는 그 지식을 효과적으로 운용할 수 있는 사고력과 창의성이 보다 중요한 요소라는 것을 확인하게 되었다.

2. 본 론

가. 수학적 힘의 개념

* ZDM 분류 : B53, B54, B55, B59
* MSC2000 분류 : 97C70, 97C90, 97D20
* 주제어 : 수학적 힘, 수학의 힘, 이론수학, 교육수학, 학교수학, 교육과정

1) 철학적 이해

본 논고에서는 수학의 힘(the power of mathematics)과 수학적 힘(the mathematical power)을 제시한다. 수학의 힘이란 자연이 수학적으로 구축되었다는 것을 의미하며 수학적 힘은 수학적 지식과 수학적 사고력으로 주체인 인간이 수학의 힘으로 규정되는 자연의 수학적 본질을 인식할 수 있는 능력을 의미한다. 역사적으로 볼 때 수학의 힘을 최초로 인식한 철학자는 피타고라스로 올라간다. 그는 자연이 수로 구성되었다고 믿었다. 이 믿음은 이후 자연과학의 전체에서 그러한 경향성을 나타내었고 이런 측면에서 서양 과학의 역사는 피타고라스의 도그마에 대한 검증의 과정이라고 해도 지나친 해석은 아닐 것이다.(유윤재, 2003)

서양에서의 수학에 대한 이러한 믿음은 자연과학을 넘어 인문, 사회과학에서도 다양하게 발견된다. 스피노자의 윤리학에서는 유클리드의 원론의 구성 형식을 차용하고 있다는 것은 이미 널리 알려진 사실이며 사회과학에서의 구조주의의 담론을 형성한 레비-스트로스[1]의 인류학이나 인문과학에서의 참스키의 언어학 등은 대수적 구조로 부터 원형을 모색하고 있으며, 뉴턴의 역학에 기반을 둔 마르크스의 정치경제학, 미분방정식론의 초기치 문제로부터 확신하게 된 라프라스의 결정론과 이 사상을 정신과학에 적용한 프로이드 등은 모두 수학적 구조로 설명하거나 또는 수학적 관점으로 이해하려는 시도들이다[2]. 반면에 동양의 수학은 단지 실용적 도구로만 응용했을 뿐 근본적 자연의 본성과 관련된 선언적 진술을 찾아 볼 수 없다.

2) 교육적 이해

먼저 힘이란 주어진 상황에서 생존할 수 있는 능력의 총체적 개념이다. 힘이란 개략적으로 타자에 의하여 부여받은 힘과 개인 스스로 형성한 힘이 있다. 전자는 법과 제도에 의하여 소속된 사회구성원에 의한 합의에 의하여 부여된 것이며 후자는 주어진 환경에 적응할 수 있는 개인의 생존능력에 관련된 것이다. 수학적 힘이란 후자의 의미로서 힘을 의미하며 수학적 세계에서 능동적으로 생존할 수 있는 수학과 관련된 능력을 의미한다.

수학적 힘에 대하여 NCTM(1989)은 비정형 문제들을 효과적으로 해결하기 위하여 다양한 수학적 능력을 사용할 뿐 만 아니라 탐구, 가정, 추론하는 개인의 능력이라고 정의하고 있다. 여기서 비정형 문제해결까지 언급했다는 점은 매우 진보적이다. 한편 우리나라 제7차 교육과정에서는 수학적 힘을 탐구하고 예측하며 논리적으로 추론하는 능력, 수학에 관한 또는 수학을 통한 정보교환 능력, 수학 내에서 또는 수학과 다른 영역 사이의 아이디어를 연결하는 능력, 문제해결이나 어떤 결정을 내려야 할 때 수량과 공간에 관한 정보를 찾고 평가하고 사용하려는 경향과 자신감을 포함하는 것으로 진술

1) 레비-스트로스의 슬픈 열대(Tristes tropiques, 1955)에서 집단 간의 혼인 시스템을 군론을 적용하고 있다.
2) 이와 관련된 상세한 내용은 Roger Penrose의 The Emperor's New Mind: Concerning Computers, Minds, The Law of Physics에서 개관하고 있다.

하고 있는데 이것은 문제해결을 보다 광의의 개념으로서 확장하는 동시에 해결자가 가져야 할 정의적 영역까지 언급하고 있다.

새수학 운동에 의하여 그 이전에 제공된 산만하고 개별적 수학 지식이 이 교육과정을 통하여 구조화 되고 학문적 성격을 가지게 되었다는 점은 지식의 조직 측면에서 수학교육 전반에 걸친 개혁적 사건이다. 이와 마찬가지로 수학적 힘의 구현을 위한 수학교육도 지금까지 지식기반 학습이 다른 것으로 전환됨을 시사한다. 이 점을 전제로 한다면 수학적 힘의 구현을 위한 교육 실천은 수학교육의 중심축이 된다는 것을 의미하며 향후 수학교육 전반에 걸친 개혁적 변화를 요구할 것이다.

본고에서는 수학적 도구를 이용하여 수학의 힘을 인식하는 능력을 수학적 힘의 정의로 제안한다. 여기서 수학의 힘을 인식할 수 있는 능력이란 현상으로부터 수학적 특징을 발견하는 것, 수학적 사실 간의 관계를 이해하는 것, 수학적 지식을 현실의 문제에 응용하는 것 등과 같은 수학적 지식의 변환과정을 의미하며 수학적 도구란 수학적 지식과 수학적 사고를 의미한다.[3] 수학적 지식이란 개념, 정리와 같은 명제적 지식과 지식의 변환에 관련된 절차적 지식을 의미하며 수학적 사고란 이런 수학적 지식의 창출과정을 조직하고 통제하기 위하여 제공되는 종합적 능력을 의미한다.

현상계에 산재하는 수학의 힘에 대한 인식은 기성수학들에 의하여 독점되어 있으며 학생의 수준에서 그것을 직접 감상하고 향유할 도구가 학교에서 충분하게 제공되고 있지 않기 때문에 기성 수학자들에 의하여 발견된 지식을 교사가 학습자의 수준으로 재가공한 것을 감상할 수밖에 없는 상황에 있다. 발견이나 탐구라는 용어는 과학에서나 나타나는 학습의 방법으로 치부되고 수학에서는 그러한 것이 희귀한 방법이 되어버린다면 수학이란 나의 것이 아니라 그들의 것으로 정착되며 중고등 학령의 학습자가 장차 수학계에 전문적으로 종사하지 않는 이상 수학의 힘을 향유할 기회는 영원히 없다고 할 수 있다. 이런 측면에서 수학적 힘의 교육적 함의는 수학의 힘의 인식에 대한 학습자 수준의 교육적 실천이며 이에 필요한 교수학습 방법과 환경을 조직하는 것이다. 지식사회에 있어서 수학적 힘은 수학의 힘을 상품화 할 수 있는 도구이며 가능한 한 모든 사람에게 그 상품 가치를 향유할 수 있도록 학교에서부터 수학적 힘의 교육이 제공되어야 한다고 보면 수학적 힘을 구현하기 위한 학교수학 교육목표는 실질적으로 수학교육 개혁의 중심축에 있다고 봐야 할 것이다.

나.교육현장의 수학적 힘과 관련된 문제점

학습자가 수학적 힘을 효과적으로 구현하기 위해서는 수학적 지식과 지식간의 변환을 구성하기 위한 도구인 수학적 사고가 전제되어야 한다. 이러한 전제에 대한 평가는 수학적 지식의 창출이라는 창의성으로 귀결된다. 즉 수학적 힘은 수학을 소비하는 측면을 넘어 수학을 창출하는 것까지 포함될 때 완성되었다고 할 수 있다.

3) National Research Council(1989)은 모델링, 추상화, 효율화, 논리적 분석, 자료에 근거한 제시, 기호의 사용을 언급하고 있으며 Schoenfeld(1992)는 수학적 관점의 계발로 제안하고 있다.

수학적 힘의 구현이 소비 지향의 지식교육을 넘어 지식의 창출에 있다는 점을 인정한다면 기성 수학자들이 가진 문제해결의 기법들이 교수학습의 언어로 재조직되어 학생들에게 제공되어야 한다는 것을 시사하며 교수학습은 설명과 이해의 수준을 넘어 탐구와 발견의 기회가 주어져야 되며 이와 관련된 기법들이 수업에 포함되어야 한다. 이러한 패러다임의 전환에는 학교수학의 교육과정, 교수학습, 평가, 대학에서의 교사교육 등 학교교육에 영향을 주는 요소들 전반에 걸쳐 검토되어야 한다.

개념과 수학적 명제의 수를 기존의 것보다 다양하게 전개한다고 해서 수학적 힘이 구현되는 것은 아니다. 오히려 그러한 방식이 선형적으로 구축된다면 지식의 양이 주는 부담만 가중될 뿐이다. 이런 측면에서 현 교육과정은 수학적 힘을 구현하기 위하여 충분한 구동력을 제공하고 있다고 할 수 없다. 그러면 교과서 또는 수업에서 수학적 힘이 실제적으로 구체화되기 위한 전제들은 무엇인가? 학생들은 이번 수업시간에 집합을 배웠고 일차방정식을 공부했다는 등의 진술을 통해서 수학적 지식에 대한 확인을 한다. 이와 마찬가지로 수학적 힘에 관련된 요소들도 나의 것과 나의 것이 아닌 것으로 확인되어야 한다. 이러한 개인적 확인은 교과서를 통해서 구체화되어야 하고 이에 대한 평가가 명시되어야 한다. 이런 관점을 인정한다고 할 때 현 교육 현장은 어떠한가? 다음에서 제기된 문제들은 이미 수학교육계가 가지고 있는 실정을 개관한 것으로서 개략적으로 요약한다.

1) 중등학교 현장에서의 현황

가) 학교수학 교육과정

어떤 학문에 포함된 지식을 이해하고 그 지식을 실생활에서 적용하는 것이 모든 학문의 고유한 역할이라는 점을 고려한다면 제7차 수학교육과정의 수학교육 목표에서 제시된 수학적 지식의 이해와 적용이라는 두 영역은 다른 과목과 차별화된 과목 목표라고 평가할 수 없다. 동시에 우리의 수학교육은 대학입시가 수학 교육과정의 실천에 결정적 영향을 미치고 있다는 현실을 고려한다면 수학교육과정의 타당성은 다른 과목에 비하여 보다 더 현실적 수준에서 검토되어야 한다. 수학적 힘과 관련되어 학교교육과정에 있어서 비판될 문제는 다음과 같이 요약된다.

(1) 수학적 힘에 대하여 원론적으로만 언급하고 있을 뿐 수학적 힘을 구현하기 위한 하위 목표 진술이 없다. 이로 인하여 교사들은 실제로 수학적 힘을 수업에 적용하지 못하고 있거나 수학적 힘에 대한 인식부족의 현상을 보인다.

(2) 국민 기본교과는 나름대로의 존재 의의를 가진다고 하겠지만 고등학교 선택교과는 그 존재 의의가 분명하지 않다. 특히 수학 1과 수학 2는 선택과목이라고 규정되어 있지만 실제로 이후에 나타날 선택과목의 예비과목의 성격을 가짐으로서 실질적으로는 필수과목의 성격을 가지고 있고 현장에서도 그렇게 인정하고 있다.

(3) 제 7차 교육과정 수학 기본과정과 선택과정은 모두 지식학습으로 설계되어 있기 때문에 학습자의 지식에 대한 양적 변화는 있어도 사고의 질적 변화에 영향을 주는 요인들은 없다. 이러한 구조는 결과적으로 학습량의 부담을 가져오게 하지만 수학학습의 질적 향상은 기대하기 어렵다.

(4) 6차 이전까지 교육과정의 내용에 비교할 때 7차 교육과정의 수학 내용 측면에서의 수준은 전체적으로는 높아졌지만 미적분학, 이산수학, 확률과 통계 등과 같이 선택형 교과로 분리되어 있는 편성상의 문제로 인하여 실제 학습내용이 분절화 되어 있다. 그 결과 지식의 수준과 양이 실질적으로 증대되었다고 볼 수 없게 되었다. 교육과정의 이러한 분절화된 편성은 결국 수학적 힘을 저하시키는 요인으로 작용한다.

(5) 수학적 이론의 분절화는 수학적 힘의 구현을 위한 지식구조에 결함을 가져온다. 예를 들면 수학 10에서 평행 이동과 반사에 대하여 소개하고 미적분에서 회전이동에 대하여 소개하고 있다. 회전변환은 평행이동, 반사이동과 더불어 강체운동을 이해하는 필요한 요소임에도 불구하고 회전이동은 삭제되었다. 이와 같이 지식의 집적도를 고려하지 않은 설계는 수학적 힘을 구현할 수 없다.

나) 교과서

(1) 제7차 교육과정에 의거한 수학교과서는 제6차 교육과정에 의거한 수학교과서에 비하여 일상생활과 관련된 내용이 많아졌다는 현상이 보인다. 극도로 추상적 수학이 아닌 이상 대부분의 수학적 지식은 일상생활과 연결될 수 있기 때문에 수학적 내용을 일상생활과 관련짓는 것으로부터 수학적 힘을 구현했다고 하는 것은 성급한 판단이다.

(2) 수학의 실용성 또는 응용과 관련된 교과서의 접근을 보면 수학적 개념이나 지식 학습 후 학습된 내용과 관련된 응용문제 풀이의 구조로 되어 있다. 즉 선 지식형성-후 문제해결의 구조로 되어 있다. 그러나 수학적 힘을 구현하기 위해서는 실제 수학자 또는 문제해결과정에서 나타나는 것과 같이 선 문제해결- 후 지식형성의 구조로 되어야 하는데 이렇게 접근하고 있는 교과서는 현재까지 보이지 않는다.

(3) 교과서에 전개된 내용을 보면 사고의 고착이 드러난다. 예를 들면 극대극소의 문제라면 항상 미분법을 상기하게 되도록 편집되어 있다. 다항함수의 극치문제, 접선 문제 등은 실제로 공통수학의 지식으로 충분히 해결 가능하지만 항상 미분과 관련지어 도입된다. 이러한 현상은 지식기반 수학교육의 전형적 사례로서 교육과정이 너무 경직되어 있거나[4] 교과서 편집이 사고의 고착 또는 무비판적으로 이루어지고 있다는 것을 시사한다.

(4) 수학적 힘의 구현에 대한 하위 목표중의 하나인 문제해결이 실제 교과서에서는 알고리듬적 문제로 국한되어 있다.[5] 이 결과 학습자들은 수학적 사고를 하기 보다는 기계적 학습으로 주어진 과제를 해결할 수 있도록 되어 있다.

(5) 교과서의 내용이 최소한 지식으로 편성되고 있다. 학습자 수준의 단계와 수준의 다양성을 고

---

4) 현 교육과정은 무엇 무엇을 제외하라는 지시가 빈번하게 보인다. 이것은 사고의 단절을 강요하는 것으로 바람직한 것은 아니다.(저자 주)

5) 현행 수학 교과서에서 제시된 문제는 Krulik & Rudnick(1984)이 분류한 question 또는 exercise 수준을 넘지 않으며 본질적으로 문제라고 인정할 수 있는 문항들은 찾을 수 없다. 여기서 question 또는 exercise 등은 알고리듬 이해 수준의 문제라고 정의하였다.

려하지 못한 내용구성으로 인하여 수학적 힘이 있는 학생은 교과서의 내용을 외면하게 되는 반면에 수학적 힘이 없는 학생은 내용의 빈약성으로 인하여 학습에 도움을 주지 못하고 있다.

(6) Polya의 문제해결기법이 문제해결의 도구로서 소개되고 있는 것이 아니라 역으로 문제해결기법의 단계를 이해하기 위하여 문제가 제공되고 있다. 문제해결전략의 계획수립단계에서 사용되는 여러 기법들은 계획 수립에 필요한 원시적 정보에 불과로서 답을 보장해주지는 않는다(Silver & Marshall, 1990). 계획수립단계는 이러한 정보의 산술적 합에 의하여 평가되는 것이 아니라 문제해결은 보다 복잡한 인지적 문제를 내포하고 있다.

(7) 수학적 힘은 문제의 발견을 포함하고 있다. 그러나 이 부분은 교과서에서 조직적으로 제시되지 않고 있고 이런 의미에서 제 7차 교육과정의 수학영역 학습은 본질적으로 수용적이다. 이러한 학습은 수학적 힘의 주체화를 도모할 수 없다.

다) 교수학습

(가) 교수법의 성향

(나) 수학 능력 시험의 세부적 변화는 있었지만 수학적 힘과 관련된 구조적인 변화는 없었다. 이로 인하여 교사들도 기계적 학습에 순응되어 왔으며 제도적인 측면에서 봐도 교사 스스로 그것에 대하여 반성할 수 있는 환경이 제공되지 않았다. 이로 인하여 교사는 기계적 학습을 탈피할 수 있는 기회를 제공받지 못했다. 특히 이런 상황은 대학입시와 관련이 많은 고등학교 고학년을 담당하는 교사에게 강하게 나타나고 있다.

(다) 지극히 단순화된 수학내용으로 말미암아 교사가 스스로 자신을 도야할 필요성을 느끼지 못하고 있다.

(라) 교사들은 직접교수법을 사용하고 있는데 실제로 간접교수법을 요청할 환경이 조성되어 있지 않다.

2) 대학입시

(가) 변별력을 높이기 위한 대학의 심층 논술시험을 보면 수학적 힘을 요구하는 문제들이 많이 제시된다. 수학적 힘을 인정하는 교육과정이라면 그러한 문항들은 환영받아야 되는데도 불구하고 현재 교육인적자원부와 대학 간의 갈등으로 비쳐지고 있다. 수학적 힘을 구현하기 위한 현 교육과정이 실상은 수학적 힘을 구현하는 것과는 괴리가 있기 때문에 심층 논술시험의 내용과 학교수업에서 배운 내용이 전혀 다른 성격인 것처럼 보인다.

3) 대학에서의 예비교사 교육의 실태

가) 사범대학 수학교육의 교육과정은 지식중심의 일회성 학습으로 요약된다.

(1) 수학교과 내용학 영역에 제시되는 내용은 강의와 관련된 연습문제 풀이로 심화된다. 이러한 교육은 관련 개념을 간단하게 확인하는 수준이기 때문에 실제학습은 내면화되기 힘들고 결과적으로 피상적인 수준에서 그친다.

(2) 교사들은 자신이 중고등학교에서 가르치는 내용 중에서 약간의 이론적 배경이 필요하다는 의견을 개진하고 있으나 대학에 받은 수학 교육 중에서 가장 회의적 부분을 교과 내용학으로 간주한다. 이것은 교사들이 요구하는 것과 대학에 가르치는 내용에는 공통부분이 있음에도 불구하고 교육과정에서 그러한 내용을 추출하는데 실패하고 있다는 것을 의미한다.

나) 교수 방법은 힐버트-유클리드 교수법과 개인적 취향에 의한 것으로 요약된다.

(1) 대학에서의 교수법은 이론적 근거에 기반을 두고 장차 교사로서 필요한 교수법에 기반을 두고 있는 것이 아니라 교수 개인의 취향에 따른 교수법이 주를 이룬다. 이것은 표준 교수법에 대한 혼란을 가져오게 한다.

(2) 형식주의적 접근으로 인하여 중등교육의 현장에서 다루어진 구성주의적 접근에 대한 충분한 방법론을 습득할 기회가 적다. 이 결과는 현장에서 기계적 학습을 선호하게 하는 요인으로 작용한다.

다) 학습방법은 기억기반의 기계적 학습으로 요약된다.

(1) 대학의 내용이 고등학교의 그것보다 수준에서 높다고 하지만 여전히 알고리듬 수준의 문제로 평가하기 때문에 수학적 힘을 위한 훈련은 여전히 미약하다.

(2) 형식주의적 접근으로 인하여 학습자 중심 교육을 실천할 수 없게 하며 다른 과목과 달리 수학이 교사중심의 설명식 수업이 주류가 되는 이유를 설명한다.

4) 교사의 임용과 임용 후 교육

가) 임용고시의 현황

(1)임용고시에서 교과 내용학을 평가하기 위한 시험시간이 200분인데 수능시험보다 시험시간이 짧다는 사실은 심각하게 반성되어야 한다.

(2)임용고시에 출제된 수학 문항의 내용이 대학에서 배우는 수학 과목의 수보다 적다. 이런 경우에 임용시험은 요행이 작용할 수 있다.

(3)임용고시에서 출제되는 교과내용학 영역의 문항은 대학에서 이수하는 수학 지식에 대한 성취도 평가 결과와 중등 수학교사로서 필요한 수학 지식 성취도 평가 결과가 높은 상관을 가진다는 믿음에 근거한다. 그러나 임용고사의 교과 내용학 문항은 실제로 중고등학교에서 다루어지는 문제가 아니기 때문에 대학에서 이수한 수학지식을 교사의 실질적 능력을 평가하기 위한 도구로 사용한다는 것은 재고할 필요가 있다.

나) 교사연수

(1) 수학의 힘의 관점에서 볼 때 모든 수학교사가 동일한 수준이라는 고집을 버려야 한다. 우수한 교사와 그렇지 않는 교사에 대한 차별적 대우가 필요하다.

(2) 교사 연수자료의 메타 분석에 의하면 교사 연수에의 교과내용학 부분에서는 여전히 학교수학과는 관계없거나 이론 수학적 내용이 소개되고 있다. 이것은 프로그램 개발과정에서 담당 장학사의 수학적 힘에 대한 인식부족 또는 프로그램 개발능력의 부족에 기인한다.

(3) 수학적 힘을 구현하기 위한 집중 프로그램이 부족하다. 주로 수학적 문제제기와 같은 발견에 관련된 연구는 수학적 창의성과 관련된 연구 더 나아가서 수학영재와 관련된 연구에서 주로 나타나며 일반 학교수학과정에서는 소홀히 다루고 있다.(유윤재, 2006)

결론적으로 제7차 교육과정의 수학은 그 이전의 교육과정과 같이 여전히 단편적 지식들이 산개된 지식학습의 기본 틀을 넘지 못하고 있으며 지식의 양은 증대되었으나 지식의 질적 구조화에 실패함으로서 학습된 지식들이 파편화되어 수학의 힘을 구현할 수 있는 구동력이 되지 못하고 있으며 그 결과 교실은 수학의 힘이 아니라 여전히 기억의 힘에서 머물고 있다.

다. 대안

위에서 논의된 문제점으로부터 각각의 경우에 대하여 중등 교육현장에서의 대안과 대학교육에서 대안을 제시한다.

1) 학교수학에서의 대안

가) 수학적 힘의 인식에 대한 구체적 요소들이 제시되고 수학적 힘을 구현할 수 있는 지식들이 실천적 수준에서 교육과정에서 명시되어야 하고 교과서에서 실질적으로 독립된 형태로 지도되고 평가되어야 한다. 예로서 고등학교 수학교육과정을 수학적 힘의 관점에서 설계한다고 해보자. 이러한 교육과정에는 먼저 수학적 지식과 수학적 사고가 포함되어야 할 것이다. 여기서 수학적 지식은 처음 2년간으로 종결하고 마지막 1년간은 수학적 사고에 대한 학습으로 집중되어야 한다. 즉 문제기반 학습이나, 모델링, 비구조화 된 문제의 해결, 수학적 창작물 발표하기, 수학 토론대회 등 다양한 결과물을 창출할 수 있는 환경이 조성되어야 한다.

나) 현재와 같이 교과 영역을 필수 선택형으로 분리할 것이 아니라 학습자에게 제시될 수학내용과 학습방법에서 선택과 집중의 전략이 필요하다. 예를 들면 실업계 학교나 방송통신고등학교에서 조차 수학을 이수하게 하는 것은 현실을 도외시 한 교육이다. 수학을 무차별적으로 강요하는 것은 수학의 이해를 돕는 것이 아니라 오히려 수학에 대하여 반감을 가지게 하는 집단을 조성하는 결과를 불러올 수도 있다. 수학적 힘을 효율적으로 계발하기 위해서는 그들에게 맞춤형 수학교육이 필요한 시점이다.

다) 보다 높은 단계 또는 필요한 단계를 통과했다고 판단된 학생에게는 문제기반 학습과 탐구발견 학습이 제공되어야 한다. NCTM의 권고사항에서는 비구조화된 문제해결까지 제안하고 있는데 이 점도 신중하게 고려해야 할 시점이다.

라) 문제해결도 중요하지만 창의성의 계발을 위하여 창작물 중심의 수학도 제공되어야 한다. 여기서 말하는 창작물이란 수학논문에서 부터 다양한 수학 관련 탐구결과를 의미한다. 이러한 결과물들은 과거 문제풀이에서 얻을 수 없는 고등사고력을 요구하기 때문에 수학적 힘의 구현할 수 있는 효과적 방안이다.

마) 수학적 힘은 앞으로도 구체적으로 논의되고 교육현장에서 실천되어야 할 미래지향적 과제이다. 그런데 대학에서 이수한 수학을 제외하면 현장에서는 교사연수 외에는 이 문제를 해결할 기회가 없는 실정이다. 그러므로 각 교육청은 수학적 힘의 신장을 주제로 하는 연수기회가 조직적으로 제공되어야 한다.

2) 대학 교육의 대안적 처방

가) 교육과정과 내용

교사를 위한 대학의 수학 교육과정과 중등수학의 교육과정이 일관성을 유지해야 한다. 여기서 일관성이란 지식의 구조와 그 지식에 대한 접근하기 위한 인식론적 방법에 이르기 까지 모두 일관성을 유지해야함을 의미한다. 지식중심 학습으로 조직되어 있는 기존의 대학 교육과정은 수학적 지식과 수학적 사고력을 안배한 교육과정으로 개선되어야 한다. 여기서 대안을 제시하기 위하여 예비교사를 위한 대학 수학의 교과내용의 구조와 내용의 접근에 대하여 상세하게 논의하자. 논의할 사항은 내용의 구성과 내용의 접근에 대한 인식론인데 이것이 새로운 대안인 교육수학의 개념이다. 교육수학이란 수학의 한 영역으로서 기성수학 또는 이론수학과는 달리 교사가 현장에서 학교수학을 지도하기 위하여 대학에서 이수해야 할 수학으로서 내용구조와 형식 및 접근방법이 이론수학과는 다르다. 교육수학의 내용의 구성과 접근방법은 다음과 같다.

(1) 교육수학의 제안: 현재 대학에서 제공되는 교사를 위한 수학은 이론수학의 기초 수준을 이해하는 형태로 구성되어 있으며 형식주의의 접근을 따르고 있는 반면에 학교수학은 구성적이며 직관적 수학이다. 그 결과 대학에서 이수한 교사들의 수학지식은 학교수학에서 사용할 수 없는 부분이 많거나 접근 방법의 차이로 말미암아 학생들에게 효과적 지도를 하지 못하고 있다. 이 불합리성을 해소하기 위하여 수학자가 연구하는 이론수학과 학생이 배우는 학교수학의 가교역할을 할 수 있는 수학적 지식체계가 독립적으로 구축되어야 한다. 이것을 본고에서 교육수학이라고 제안하는데 교육수학적 지식은 교사가 학생의 입장에 서서 지식을 구성하는 상황 속에서 실행된다. 즉 구성주의의 원리와 추측과 논박을 통한 개선, 그리고 필요하다면 형식화라는 단계를 거치게 되는 수학체계이다. 교육

수학의 내용체계는 대학에서 제공하는 해석학, 대수학, 기하학, 함수론, 위상수학 등과 같이 이론수학의 관점에서 분류되고 제공되는 것이 아니라 현 교육과정에 제시된 하위 내용에 의하여 재구성된다. 그러므로 교육수학은 대학에서 통상적으로 교과 기준으로 분류된 지식들은 해체되어 학교수학의 관점으로 재조직된다.

(2) 수학적 사고의 교육: 과다하고 높은 수준의 지식은 그것을 효과적으로 운용하기 위한 수학적 사고력을 필요로 하며 그러한 조화가 이루어지지 않을 경우에는 지식은 부담이 된다. 반대로 수학적 사고력에 비하여 수학적 지식이 낮은 경우라면 자원의 부족 현상으로 목표 달성에 실패한다.[6] 이런 측면에서 수학적 힘은 수학적 지식과 수학적 사고의 곱으로 정의할 수 있다. 이런 관점에서 볼 때 대학에서 배우는 수학내용의 학습은 높은 지식 수준과 고등학교 이래 뚜렷하게 개선되지 않은 수학적 사고력으로 인하여 학습 효율면에서 최악의 상태라고 할 수 있다.

(3) 문제기반 학습(Problem based learning)의 필요성: 지식기반 학습은 학습자에게 지식의 수요자로서 충실성을 요구하겠지만 수학적 힘의 증거로서는 학습자는 지식의 수요자를 넘어 지식의 창출자로서의 역할을 수행해야 한다. 때문에 수학적 힘은 지식기반의 학습이 아니라 문제기반 학습이 중심이 되어야 하고 더 나아가서 창의적 문제해결과 같은 비구조화된 문제의 해결에도 관심을 가져야 한다. 그러므로 수학적 힘을 구현하기 위한 수학적 사고력의 교육은 현재 지식중심의 학습에서 문제기반 학습으로 전환되어야 한다.

나) 교수학습법에 대한 일관성

(1) 중고등학생에게 제공될 교수학습법이 예비교사에게 먼저 적용되어야 한다. 이것은 대학에서 교사교육을 담당하는 교수들이 먼저 표준 교수학습방법을 적용해야한다는 것을 요청한다.

(2) 대학교육에서 교수학습법이 학교수학에서 제공되어야 할 교수학습법과 일관성을 유지해야 한다.

다) 교사 임용 시험의 개선

(1) 임용고시의 수학문항은 이론수학적 문항이 아니라 교육수학적 문항으로 제시되어야 한다. 동시에 수학적 사고력을 평가하는 문항이 제시되어야 한다.

(2) 모든 교육의 결과는 평가에 의하여 결정된다. 이 말은 평가가 교육내용을 선별하고 조직하게 된다는 의미를 가진다. 그러므로 평가는 교육에서 가장 중요한 요소이다. 현재 임용고시는 대학에서 배우는 내용을 측정하기에는 너무나 시간이 짧기 때문에[7] 변별력과 타당성에 문제가 있다. 그러므로 보다 충분한 시간을 제공해야 한다.

---

6) 이런 경우는 교수도 중고등학교 수학의 공식을 모르게 되면 문제를 해결하는데 불가능하지는 않지만 많은 시간을 소비해야 되는 상황을 직면하게 된다.

7) 실제로 임용고시는 4년간 배운 것에 대한 평가인데도 불구하고 3년간 배운 것을 평가하는 수능시험보다 짧은 시간 내에 이루어진다는 것은 반성해야 할 부분이다.

3. 결 론

학습자의 인지적 변화에 가장 영향을 주는 요인은 교사의 역량이라는 점을 고려한다면 수학적 힘을 구현하기 위한 방안은 예비교사의 교육에서 출발한다는 점을 결론으로 제시한다. 예비교사가 이수해야 하는 교과 중에서 현재 대학의 수학과목의 내용은 전면적으로 수정되어 교육수학이라는 체계로 재조직되어야 한다. 수학적 힘을 구현하기 위하여 필요한 지식과 기능들이 모든 기성 교사에게 제공되어야 한다.

전체적으로 볼 때 우리 수학교육의 문제는 모든 사람을 위한 수학을 지향함으로써 파생된 결과이다. 모든 학습자에게 수학을 강요함으로써 수학은 냉대와 반감의 표적이 되었고 그 타협안으로서 수학내용의 질적 하향이라는 선택을 하였다. 그러나 수학이란 그 차체가 추상적이며 쉬운 과목이 아니다. 따라서 수학은 선택과 집중의 철학이 어떤 과목보다 심각하게 고려되어야 할 과목이다.

동시에 지식기반의 수학적 경험은 문제 기반의 수학 경험으로 전환되어야 하며 그 전제로서 탐구 발견 학습에 대한 일정분의 몫이 필요하다.

그러나 정형화된 입시가 학습자의 선택권을 좌우하는 국내의 교육 실정을 감안한다면 이러한 비정형화된 교육방법이 정착할 수 있을까라는 의문이 들기도 하지만 폭발적인 지식의 양적 팽창과 광활한 정보의 바다에서 생존할 수 있기 위해서는 수학의 힘의 인식을 위한 효과적인 교육이 미래지향적 교육의 절대적 대안이며 수학적 힘을 구현할 수 있는 교수학습의 실천적 방안에 대해서 깊이 고민하고 연구되어야 할 것이라고 보며 이에 따른 투자와 교육 현장의 개혁도 수반되어야 한다. 그러한 변화는 교사의 재교육에서부터 교육현장의 개선에 필요한 재정적 요구가 필연적으로 고려될 수밖에 없기 때문에 이 문제는 한편으로 교육당국의 협조가 절대적으로 필요한 부분이다.

참 고 문 헌

유윤재 (2003). 역사적으로 본 수학화. 한국수학사학회지. **16. 1.** 한국수학사학회.

유윤재 (2006). 창작물 중심의 영재교육의 중요성. 한국수학교육학회 시리즈 E <수학교육 논문집> **20(1)**. pp.1-8.

Roger Penrose (1989) *The Emperor's New Mind: Concerning Computers, Minds, The Law of Physics.* <*황제의 새 마음*>. 박승수 옮김. 이화여자대학교 출판부(1996)

Krulick, S. & Rudnick, J. (1984). *A Sourcebook for Teaching Problem Solving.* Allyn & Bacon, Inc.

National Research Council (1989). *Everybody counts: A report to the nations on the future of mathematics education.* Washington DC: National Academy Press.

Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. In D.A. Grouws(Ed.) *Handbook of research on mathematics teaching and learning*. pp.334-370. New York: Macmillan.

Silver, E. A. & Marshall, S. P. (1990). Mathematical and scientific problem solving: Findings, issues, and instructional implications. In B. F. Jones & L. Idol(Eds.), *Dimensions of thinking and cognitive instruction*. pp.265-290. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

An investigation of implementing the mathematical power in school mathematics

Yoo, Yoon Jae

Department of Mathematics Education, Teachers' College, Kyungpook National University

yjyoo@kyungpook.ac.kr

Although the mathematical power is considered important in the 7th curriculum, there is not concrete and systematic approach. To implement the mathematical power in the school mathematics, the several suggestions are given including the introduction of educational mathematics

* ZDM Classification : B53, B54, B55, B59

* MSC2000 Classification : 97C70, 97C90, 97D20

* Key Word : the mathematical power, the power of mathematics, theoretical mathematics, educational mathematics, school mathematics, curriculum