

음압 직각 다공질 공기베어링의 동특성에 관한 유한차분 해석

관폴리나 · 이춘무 · 김은호 · 황 평*

영남대학교 대학원 기계공학과, *영남대학교 기계공학부

Finite Difference Analysis of Dynamic Characteristics of Negative Pressure Rectangular Porous Gas Bearings

Polina Khan, Chun Moo Lee, Eun Hyo Kim and Pyung Hwang*

Department of Mechanical Engineering, Graduate School, Yeungnam University

*School of Mechanical Engineering, Yeungnam University

Abstract – The numerical analysis of the negative pressure porous gas bearings is presented. The pressure distribution is calculated using the finite difference method. The Reynolds equation and Darcy's equation are solved simultaneously. The air bearing stiffness and damping are evaluated using the perturbation method. Rectangular uniform grid is employed to model the bearing. The vacuum preloading is considered. The pressure in the vacuum pocket is assumed to be a constant negative pressure. The total load, stiffness, damping and flow rate are calculated for several geometrical configurations and several values of negative pressure. It is found that too large vacuum pocket can result in negative total force.

Key words – FDM, negative pressure porous bearing, perturbation method.

1. 서 론

진공 예하중 공기 유회 다공질 슬라이더 베어링은 부상높이 제어의 향상을 위해 정압과 음압이 결합된 공기 유회 다공질 슬라이더 베어링의 새로운 형태이다.

공기베어링은 베어링과 수직방향으로 질량을 추가하거나 자석, 진공 또는 가이드 레일 반대쪽에 두 개의 공기베어링을 설치함으로써 예하중을 줄 수 있다. 베어링의 부하하중이 증가된 경우에는, 높은 가속과 빠른 정착 시간의 요구 조건에서 종종 문제를 일으킨다.

자석 예하중 방식은 가이드 표면의 축 지지부가 금속이어야 하므로 석정반에 금속 레일을 끼워 넣는 등 구조의 복잡성과 자력이 발생하므로 시스템에 영향을 줄 수가 있다.

공기베어링에 예하중을 부여하기 위해서는 두 개의 베어링을 서로 마주보게 설치하는 것이 가장 널리 이

용되고 있다. 그러나 이 방법은 상당히 넓은 공간과 가이드 레일의 정밀한 평행도를 요구하고 베어링 요소의 전체 질량이 두 배가 되어야 한다. 진공 예하중은 베어링 질량과 높이를 최소화 하고 가이드 표면을 금속뿐 아니라 석정반을 이용한 가이드 레일까지 이용할 수 있으므로 훌륭한 해결책을 제공한다.

다공 매질 내에 순수 축유동을 가정하여 원형 공기 유회 다공질 베어링의 특성을 직접 계산할 수 있다 [1,2]. 수치 해석은 어떠한 종류의 다공질 베어링에도 적용 가능하며 정확한 결과를 얻을 수 있다.

일반적으로, 지배 방정식은 유한차분법으로 계산되며 [2-6], 다공 매질 내의 압력과 공기막 내의 압력은 경계 압력을 반복 계산함으로써 각각 구할 수 있다[6]. 이 방정식들은 하나의 시스템 연립방정식으로 치환되어 구할 수 있다[2-5]. 동적 계수들은 정적압력의 계산 후에 섭동법으로 구한다[4-6].

†주저자 · 책임저자 : phwang@ynu.ac.kr

2. 해석 방법

2-1. 지배 방정식

직각 베어링의 경우 압력 분포는 다공 매질 내에서 3차원이고, 공기막에서는 2차원이다.

다공매질 내의 압력 분포는 Darcy 법칙으로 계산된다.

$$k_x \frac{\partial^2 p'}{\partial x^2} + k_y \frac{\partial^2 p'}{\partial y^2} + k_z \frac{\partial^2 p'}{\partial z^2} - 2\eta\mu \frac{\partial p'}{\partial t} = 0 \quad (1)$$

여기서 k_x , k_y 와 k_z 는 각각 x , y 와 z 방향에 관한 투과 계수, η 는 절대점성계수, μ 는 다공 매질 전체 부피에 대한 다공성 구멍이 가진 부피의 백분율을 나타내는 다공률이다.

Carman-Kozeny 법칙에서 다공률과 투과계수와의 관계는 다음과 같다.

$$k = \frac{\mu d_v^2}{16f_{ck}\tau} \quad (2)$$

여기서 d_v 는 구멍의 유효 지름, f_{ck} 는 Carman-Kozeny의 Shape Factor, τ 는 공기가 다공 매질을 통과하는 길의 비틀린정도를 나타낸다. Carman-Kozeny식에서 포함하는 가정은 다음과 같다[7]:

1. 적당한 다공률;
2. 거의 구형에 가까운 미립자 형태;
3. 막혀있지 않은 다공 매질;
4. 거의 균일한 구멍 크기.

이러한 가정들은 분말로 만들어진 다공 재료의 경우에 보통 적용할 수 있다.

다공매질 내에서의 공기막의 압력 분포는 Reynolds 방정식으로 계산한다:

$$h^3 \left(\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} \right) = 24\eta \frac{\partial}{\partial t} (ph) + 12k_z \left(\frac{\partial p}{\partial z} \right)_{z=h} \quad (3)$$

여기서 h 는 공기막 두께로 베어링 면에 균일하다고 가정한다. 식 (3)에서 마지막 항은 다공 매질에서 들어오는 유동을 나타내고, Couette 유동에 관한 항은 비교적 작은 속도와 공기막 두께 변경을 무시하기 때문에 생략되었다.

진공 구멍은 충분히 깊어서 음압 압력이

$$p(x,y) = p_{neg} \quad (4)$$

로 일정하다고 가정한다.

2.2. 무차원 방정식

수치해석을 위해서 무차원 변수들을 다음과 같이 나타내었다.

$$p = \bar{p} p_a, \quad p' = \bar{p}' p_a,$$

$$x = \bar{x} L_{x1}, \quad y = \bar{y} L_{y1}, \quad z = \bar{z} H,$$

$$h = \bar{h} c \quad \text{and} \quad t = \omega \tau. \quad (5)$$

여기서 p_a 는 대기압, L_{x1} 과 L_{y1} 은 각각 직각 베어링의 길이의 반과 폭의 반, c 는 간극 (부상높이), H 는 베어링의 두께, ω 는 진동의 주파수이다.

무차원 변수를 대입하여 식 (1)을

$$K_x \frac{\partial^2 \bar{p}}{\partial \bar{x}^2} + K_y \bar{L}^2 \frac{\partial^2 \bar{p}}{\partial \bar{y}^2} + \frac{1}{H^2} \frac{\partial^2 \bar{p}}{\partial \bar{z}^2} - 2\sigma \gamma \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{z}} = 0 \quad (6)$$

로 바꾸고 식 (3)을

$$\bar{h}^3 \left(\frac{\partial^2 \bar{p}}{\partial \bar{x}^2} + \bar{L}^2 \frac{\partial^2 \bar{p}}{\partial \bar{y}^2} \right) = 2\sigma \frac{\partial}{\partial \bar{t}} (\bar{p}\bar{h}) + A \left(\frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{z}} \right)_{\bar{z}=1} \quad (7)$$

로 바꾼다.

위 방정식들에서 무차원 파라미터들은 다음과 같이 표현된다.

$$A = \frac{12k_x L_{x1}^2}{c^3 H} \quad : \text{공급 파라미터,}$$

$$\sigma = \frac{12\eta\omega}{p_a(c/L_{x1})^2} \quad : \text{squeeze 수,}$$

$$\gamma = \frac{\mu c^2}{12k_z} \quad : \text{제한 계수,}$$

$$K_x \text{ and } K_y \quad : \text{상대 투과율,}$$

$$\bar{H} = \frac{H}{L_{x1}} \quad \text{and} \quad \bar{L} = \frac{L_{x1}}{L_{y1}} \quad \text{이다.}$$

등방성의 투과율일 경우에 K_x , K_y 는 모두 1이다.

2.3. 부하용량

절대 부하용량 W 는 다음과 같이 표현되며

$$W = 4 \int_0^{l_{x1}} \int_0^{l_{y1}} (p(x,y) - p_a) dx dy \quad (8)$$

무차원 부하용량 \bar{W} 는 다음과 같다.

$$\bar{W} = 4 \int_0^1 \int_0^1 (\bar{p}(\bar{x}, \bar{y}) - 1) d\bar{x} d\bar{y} \quad (9)$$

따라서 절대 부하용량과 무차원 부하용량의 관계는 $\bar{W} = \frac{W}{p_0 L_{x1} L_{y1}}$ 과 같다.

2.4. 경계 조건

다공 매질과 공기막과의 경계에서 압력 연속조건을 만족시켜야 한다.

$$p'(x, y, z = H) = p(x, y) \tag{10}$$

다공 매질 윗면에서의 압력은 공급 압력과 같다고 온다.

$$p'(x, y, z = 0) = p_{sup} \tag{11}$$

다공 매질의 바깥 경계는 닫혀있으므로 비유동 조건을 만족시켜야 한다.

$$\left(\frac{\partial p'}{\partial x}\right)_{x=L_{x1}} = 0, \quad \left(\frac{\partial p'}{\partial y}\right)_{y=L_{y1}} = 0 \tag{12}$$

내부면에도 비유동 조건을 만족시켜야 한다.

$$\left(\frac{\partial p'}{\partial x}\right)_{x=L_{x2}} = 0, \quad \left(\frac{\partial p'}{\partial y}\right)_{y=L_{y2}} = 0 \tag{13}$$

x축과 y축에 대해 압력 분포는 대칭이다.

$$\left(\frac{\partial p'}{\partial x}\right)_{x=0} = 0, \quad \left(\frac{\partial p'}{\partial y}\right)_{y=0} = 0 \tag{14}$$

공기막의 압력은 바깥 경계에서 대기압과 같다.

$$p(x = L_{x1}, y) = p_{atm} \tag{15}$$

$$p(x, y = L_{y1}) = P_{atm}$$

진공 영역의 구멍 경계에서의 압력은 주어진 음압과 같다.

$$p(x = L_{x2}, y) = p_{neg} \tag{16}$$

$$p(x, y = L_{y2}) = P_{neg}$$

2.5. 동적 계수

주기적으로 변동하는 공기막 두께는 다음과 같다.

$$\bar{h} = 1 + \varepsilon \sin \tau \tag{17}$$

여기서 ε 는 섭동 파라미터이고 이 해법은 다음과 같은 형태로 가정 할 수 있다.

$$\bar{p}' = \bar{p}_0(x, y, z) + \varepsilon \bar{p}_1(x, y, z, t) \tag{18}$$

\bar{p}_0 는 정상상태의 압력이고 \bar{p}_1 은 동적 압력이다. 하중도 주기적이라고 가정한다.

$$\bar{p}_0 \bar{p}_1 = g_1(x, y, z) \sin \tau + g_2(x, y, z) \cos \tau \tag{19}$$

$\bar{p}_0^2 = g_0$ 로 표시하고 식 (17)~(19)를 식 (6), (7)로 대입하면 새로운 변수 g_0, g_1, g_2 에 대한 해석은 다음과 같다.

$$K_x \frac{\partial^2 g_0}{\partial x^2} + K_y L^2 \frac{\partial^2 g_0}{\partial y^2} + \frac{1}{H^2} \frac{\partial^2 g_0}{\partial z^2} = 0 \tag{20}$$

$$\frac{\partial^2 g_0}{\partial x^2} - L^2 \frac{\partial^2 g_0}{\partial y^2} - A \left(\frac{\partial g_0}{\partial z} \right)_{z=1} = 0 \tag{21}$$

$$K_x \frac{\partial^2 g_1}{\partial x^2} + K_y L^2 \frac{\partial^2 g_1}{\partial y^2} + \frac{1}{H^2} \frac{\partial^2 g_1}{\partial z^2} + \sigma \gamma \frac{g_2}{p_0} = 0 \tag{22}$$

$$\frac{\partial^2 g_1}{\partial x^2} + L^2 \frac{\partial^2 g_1}{\partial y^2} + \frac{3}{2} \left(\frac{\partial^2 g_0}{\partial x^2} + L^2 \frac{\partial^2 g_0}{\partial y^2} \right) + \sigma \frac{g_2}{p_0} - A \left(\frac{\partial g_1}{\partial z} \right)_{z=1} = 0 \tag{23}$$

$$K_x \frac{\partial^2 g_2}{\partial x^2} + K_y L^2 \frac{\partial^2 g_2}{\partial y^2} + \frac{1}{H^2} \frac{\partial^2 g_2}{\partial z^2} - \sigma \gamma \frac{g_1}{p_0} = 0 \tag{24}$$

$$\frac{\partial^2 g_2}{\partial x^2} + L^2 \frac{\partial^2 g_2}{\partial y^2} + \frac{\sigma}{p_0} (g_0 + g_1) - A \left(\frac{\partial g_2}{\partial z} \right)_{z=1} = 0 \tag{25}$$

무차원 강성계수와 무차원 감쇠계수를 다음 식으로 나타낸다.

$$\bar{S} = \frac{4}{p_{sup}/p_{atm} - 1} \int_0^1 \int_0^1 \frac{g_1}{p_0} dx dy$$

$$\bar{D} = -\frac{48}{\sigma} \int_0^1 \int_0^1 \frac{g_2}{p_0} dx dy \tag{26}$$

절대 강성계수와 감쇠계수를 나타낸 식은 다음과 같다.

$$S = \bar{S} \frac{p_{atm} L_{x1} L_{y1}}{c} (p_{sup}/p_{atm} - 1)$$

$$D = \bar{D} \frac{L_{x1} L_{y1} \eta}{c^3} \tag{27}$$

동적 계수의 물리적 의미는 베어링의 수직 변위와 속도에 대한 부하용량의 미분이다.

$$S = -\frac{\partial W}{\partial h}$$

$$D = -\frac{\partial W}{\partial h} \tag{28}$$

2-6. 유한차분법

식 (20)~(25)에서의 2차 미분을 중앙차분으로 나타내고 식 (21), (23), (25)에서의 1차 미분과 경계 조건 (12)를 3점 후향차분으로 나타내고 조건 (13), (14)를 3점 전향차분으로 나타낸다.

Couette 유동을 고려하지 않아서 식 (20)~(25)는 선형이 된다. 즉, Newton-Raphson 방법을 이용할 필요가 없다.

유한차분 방법으로 나오는 식을 Bi-Conjugate-Gradient Stabilized (Bi-CGSTAB) 방법으로 푼다[8,9].

3. 계산 결과

Fig. 1과 Table 1에서 베어링의 파라미터들을 볼 수

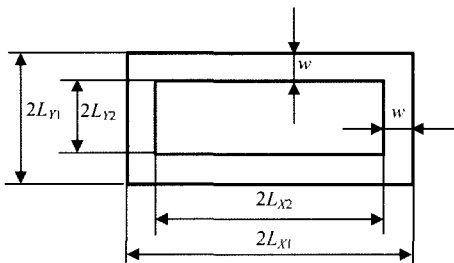


Fig. 1. Bearing model.

Table 1. Bearing parameters and basic size

Parameters	Values
Supply pressure, p_{sup} (kPa)	500
Negative pressure, p_{neg} (kPa)	-20, -40, -60, -80
Porosity, μ (%)	12
Flying height, c (μm)	10
Radius of pores, d_r (μm)	0.8
Bearing length, $2L_{x1}$ (mm)	120
Bearing width, $2L_{y1}$ (mm)	40
Vacuum pocket length, $2L_{x2}$ (mm)	100
Vacuum pocket width, $2L_{y2}$ (mm)	20
Porous media thickness, H (mm)	8

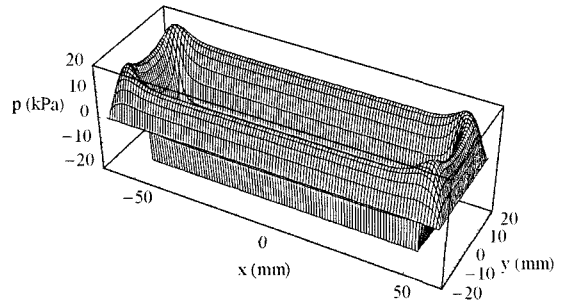


Fig. 2. Pressure distribution. (Basic size. Negative pressure: -20 kPa).

Table 2. Calculation of bearing size according to pad's width w

Parameters	Values
Bearing length, $2L_{x1}$ (mm)	120
Bearing width, $2L_{y1}$ (mm)	40
Vacuum pocket length, $2L_{x2}$ (mm)	120 - 2*w
Vacuum pocket width, $2L_{y2}$ (mm)	40 - 2*w

있다. 기존 조건에 대해 계산한 압력은 Fig. 2에서 나타내었다.

구멍의 크기의 영향을 살펴도록, 베어링 전체 길이와 폭을 고정하고 다공질 패드의 폭 증가하여 진공 구멍의 크기를 줄여왔다. 여기서, 베어링 크기를 Table 2와 같이 계산한다.

Fig. 3에서 하중은 패드의 폭이 증가할수록 증가되는 것을 볼 수 있다. 그리고, 진공 압력이 낮을수록 하중이 감소하고, 이 영향은 구멍의 크기가 줄어들수록, 줄어들다고 볼 수 있다. 패드의 폭은 임계값보다 크면 하중은 플러스가 된다. 진공 압력이 낮을수록 이 임계값은 증가한다.

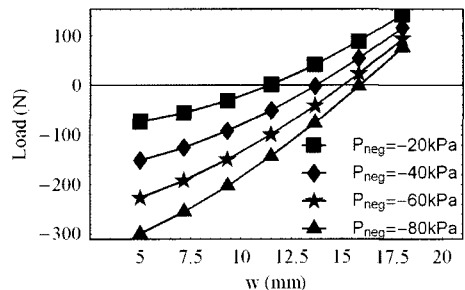


Fig. 3. Total load versus pad width.

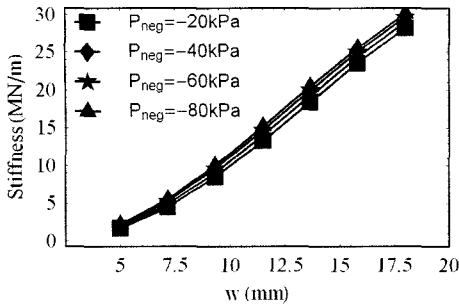


Fig. 4. Stiffness versus pad width.

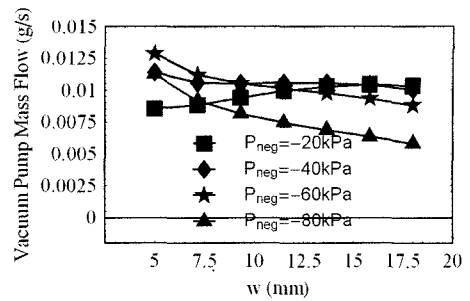


Fig. 7. Vacuum pump mass flow versus pad width.

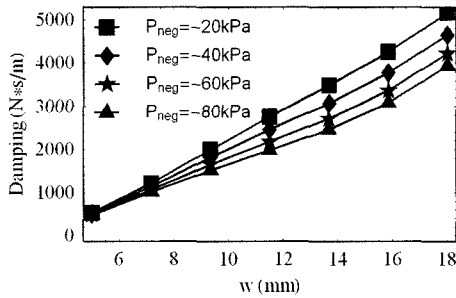


Fig. 5. Damping versus pad width.

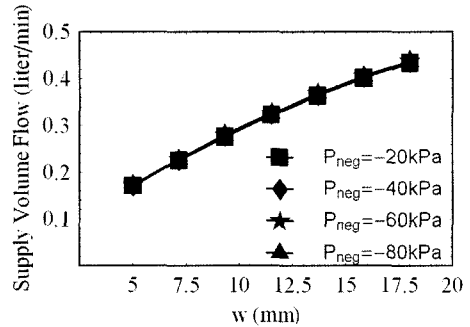


Fig. 8. Compressed air volume flow versus pad width.

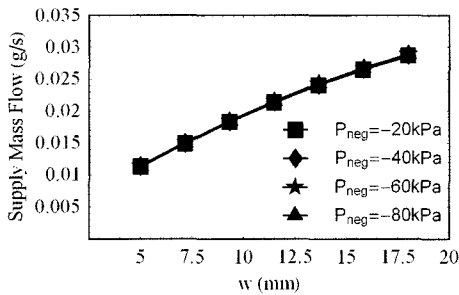


Fig. 6. Compressed air mass flow versus pad width.

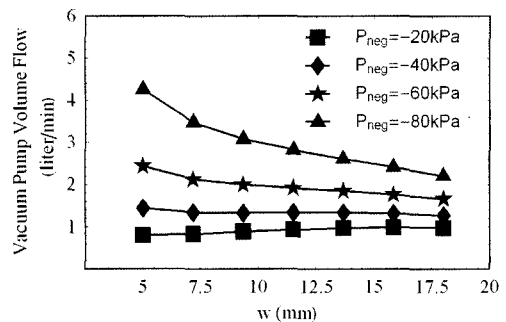


Fig. 9. Vacuum pump volume flow versus pad width.

Fig. 4, 5에서 강성과 감쇠는 패드의 폭이 증가할수록 증가한다고 볼 수 있다. 진공 압력이 낮을수록 감쇠는 감소하고, 강성은 음압 값에는 영향을 별로 받지 않는다.

Fig. 6에서 공급 시스템 질량도 패드의 폭이 증가할수록 증가하고, 음압 값에서는 영향을 별로 받지 않고 볼 수 있다.

다공질 패드의 폭이 증가하면, 패드 밑의 공기막 압력이 증가하므로 진공 구멍 경계에서 압력 구배가 증가하여, 나가는 공기의 질량 유량을 증가시키게 된다. 그러나, 패드의 폭 증가에 의하여 진공 구멍의 경계 길이를 줄이는 것은 반대 영향을 미친다. 즉 Fig. 7과

같이 패드의 폭은 전체에 영향을 끼치지 않는다. 그리고, 진공 압력이 낮을수록 진공 구멍의 경계에서 압력 구배는 증가하지만, 공기의 밀도가 줄어들기 때문에 공기의 질량 유량은 거의 변하지 않는다. Fig. 8에서, 공급 시스템 압력은 고정되므로, 공급 시스템의 공기의 부피 유량은 공기의 질량 유량과 비례하게 변한다. 반대로, 진공 구멍에 공기 밀도가 음압에 따라 변하므로, 진공 구멍으로 나가는 공기의 부피 유량은 공기의 질량 유량과 많이 다르다(Fig. 9). 다시 말하면, 음압이 낮을수록 공기의 질량 유량은 변하지 않으며, 공기의

부피 유량은 압력 구배의 증가에 의하여 증가한다.

4. 결 론

음압 다공질 공기 베어링의 하중, 유량과 강성을 유한차분법으로 해석하였다.

패드의 폭이 증가할 때, 하중, 강성, 감쇠 그리고 공급 공기의 유량은 증가하며 진공 공기의 유량은 크게 변하지 않았다. 진공 압력이 더 낮아지면 하중, 감쇠는 감소하고, 진공 부피 유량은 증가하고 강성, 공급 공기의 유량 그리고 진공 공기의 유량은 그다지 변하지 않음을 알 수 있다.

패드의 폭이 작고, 음압이 큰 (진공 압력이 낮은) 경우에, 하중은 음압하중이 되고, 바깥 경계에서 흡수 조건이 발생되므로 베어링의 운전성은 불안정하게 된다. 설계할 때 이것을 주의 하여야 한다.

후 기

본 논문은 영남대학교와 BK21 지역대학 육성사업의 지원으로 이루어진 것으로서, 이에 관계자 여러분께 감사드립니다.

참고 문헌

1. Anton, V. B., *Machine Lifetime Performance and Reliability*, Chap. 14, 1st ed., TRIBOS, 2004.
2. Wu, K. H. and Cusano, C., "Analysis of Externally Pressurized, Double-Pad, Gas Porous Thrust Bearing," *ASME Journal of Lubrication Technology*, Vol. 105, No. 1, pp. 113-119, 1983.
3. Majumdar, B. C., "Dynamic Characteristics of Externally Pressurized Rectangular Porous Gas Thrust Bearings," *ASME Journal of Lubrication Technology*, Vol. 98, No. 1, pp. 181-190, 1976.
4. Cui, C. and Ono, K., "Theoretical and Experimental Investigation of an Externally Pressurized Porous Annular Thrust Gas Bearing and Its Optimal Design," *ASME Journal of Tribology*, Vol. 119, No. 3, pp. 486-492, 1997.
5. Yoshimoto, S. and Kohno, K., "Static and Dynamic Characteristics of Aerostatic Circular Porous Thrust Bearings (Effect of the Shape of the Air Supply Area)," *ASME Journal of Tribology*, Vol. 123, pp. 501-508, 2001.
6. Wang, N. and Chang, Y.-Z., "A Hybrid Search Algorithm for Porous Air Bearing Optimization," *Tribology Transactions of STLE*, Vol. 45, No. 4, pp. 471-477, 2002.
7. Mauran, S., Rigaud L. and Coudevylle, O., "Application of the Carman-Kozeny Correlation to a High-Porosity and Anisotropic Consolidated Medium: The Compressed Expanded Natural Graphite," *Transport in Porous Media*, Vol. 43, pp. 355-376, 2001.
8. Zhang, A. and Zhang, L., "Performance Of Certain Krylov Subspace Methods For Solving Convection-Diffusion Equations," *Applied Mathematics and Computation*, Vol. 156, pp. 695-704, 2004.
9. Wahl, M. H., Lee, P. and Talke, F. E., "An Efficient Finite Element-Based Air Bearing Simulator For Pivoted Slider Bearings Using Bi-Conjugated Gradient Algorithm," *Tribology Transactions of STLE*, Vol. 39, pp. 130-138, 1996.