

원호조합곡선에 의한 제로터 내부로터의 형상설계

이 성 철*

인하공업전문대학 기계과

Profile Design of the Inner Rotor of a Gerotor by the Composite Curve of Circular Arcs

Sung-Chul Lee†

Dept. of Mechanical Engineering, Inha Technical College

Abstract – As the gerotor set with ideal profile meshes too tight, the reduction in the size of the rotor is generally adopted for a smooth operation. In this paper, a method of the profile modification for providing clearances was proposed. The meshing properties of the gerotor were analyzed and the non-boundary section of the inner rotor was identified, which denoted that the adjacent chambers were in the same pressure state. Clearances were imposed on the non-boundary section of the inner rotor, and then the profile of that section was modified as a composite curve of arcs. The other sections of the inner rotor were also interpolated as arcs. Thus, the whole profile of the inner rotor was designed as a composite curve of arcs.

Key words – gerotor, clearance, profile modification, biarc interpolation, trochoid, evolute.

1. 서 론

제로터는 유압펌프나 유압모터에 사용되고 있는 회전 기구로 외부로터와 내부로터로 구성된다. 제로터는 내접 물림운동을 하며, 외부로터는 내치차에 해당되고 일반적으로 설계 및 가공의 편의를 위하여 원호곡선을 치형으로 사용한다[1-3]. 내부로터의 형상은 외부로터의 치형에 의해 생성되며, 트로코이드 곡선이 된다.

이론적으로 외부로터의 모든 치는 전 물림구간에서 내부로터와 접촉하며, 치 접촉 사이의 공간은 밀폐된 챔버를 형성한다. 그러나 생성되는 이론곡선으로 내부로터를 가공하면 틈새가 없어 원활한 회전이 거의 불가능하기 때문에 적당한 틈새를 부여해 주어야 한다. 제로터에서 틈새는 Fig. 1에 점선으로 나타낸 바와 같이 내부로터의 생성된 이론곡선에 대해 등거리로 내부로터의 크기를 작게 하는 방법 또는 외부로터의 원호 치형 직경을 작게 해주는 방법 등이 사용되고 있다

[4,5]. 틈새는 내부누유의 원인으로 틈새가 크면 체적효율이 저하되고 회전시 진동이나 소음이 커진다.

제로터 유압펌프에서는 챔버의 체적이 증가되는 구간은 입력포트, 감소되는 구간은 출력포트에 연결되며, 제로터 유압모터에서는 전자의 경우는 고압 측에 후자는 저압 측에 연결된다. 제로터의 기본 형상설계는 용도에 따라 큰 차이가 없으며, 본 논문에서는 유압모터에 사용되는 제로터를 대상으로 기술하기로 한다.

제로터에서 내부누유가 문제가 되는 것은 고압과 저압의 경계구간을 이루는 부분이며, 고압/고압 또는 저압/저압의 경계가 되는 구간에서는 인접한 챔버가 같은 압력상태에 있기 때문에 틈새가 큰 영향을 미치지 않는다. 본 논문에서는 제로터의 내부로터 크기를 단순히 작게하여 틈새를 확보하는 기존의 방법과는 달리 인접한 챔버가 같은 압력 상태인 구간에서만 틈새가 확보되도록 내부로터 형상을 수정하는 방안을 제시하고 내부로터 제작을 위한 다이나 공구설계에 활용할 수 있도록 내부로터의 형상을 원호의 조합곡선으로 보간하고자 한다.

*주저자 · 책임저자 : sclee@inhatc.ac.kr

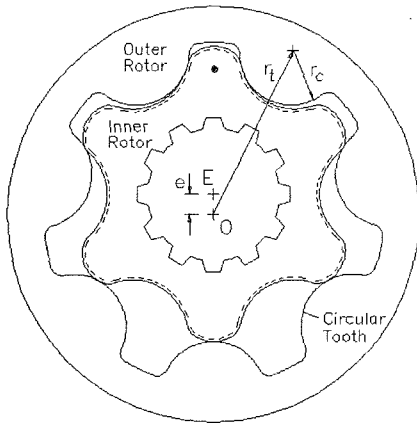


Fig. 1. Configuration of a gerotor.

2. 내부로터의 형상설계

제로터의 내부로터 형상설계에는 여러 가지 방법이 사용되고 있는데[6-10], 여기서는 곡선족의 포락선으로부터 내부로터의 형상을 구하는 방법을 사용한다 [9,10]. Fig. 1에 나타낸 바와 같이 외부로터 중심에서 원호치형 중심까지의 거리를 r_i , 원호치형의 반경을 r_c , 편심량을 e , 외부로터의 잇수를 n 이라 한다. 내부로터의 잇수 m 는 항상 외부로터의 잇수보다 하나 적게 된다.

제로터에서 내부로터를 고정하고 외부로터를 회전시키면 외부로터의 원호치형이 이루는 포락선이 내부로터의 형상이 된다. 기하학적으로 원호치형 중심의 궤적은 Fig. 2에 나타낸 바와 같이 기초원 위에서 구름원이 굴러갈 때 구름원 중심에서 e 만큼 편심되어 있는 T 점의 궤적 즉, 트로코이드 곡선이 된다. 기초원의 반경 r_g 와 구름원의 반경 r_h 는 T 점의 궤적이 닫혀야 한다는 조건에서 다음과 같이 결정된다.

$$r_g = \frac{m}{n}r_c, \quad r_h = \frac{1}{n}r_c \quad (1)$$

원호치형 중심의 궤적 즉, T 점의 궤적곡선식은 다음과 같이 구해진다.

$$r_T(\theta) = x(\theta)i + y(\theta)j \quad (2)$$

여기서

$$x(\theta) = r_c \sin \theta + e \sin n\theta \quad (3)$$

$$y(\theta) = r_c \cos \theta + e \cos n\theta \quad (4)$$

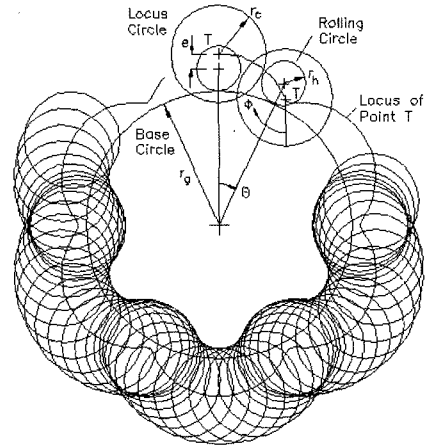


Fig. 2. Generation of the inner rotor.

내부로터의 형상은 T 점의 궤적곡선에서 반경 r_c 인 궤적원 즉, 외부로터의 원호치형을 그렸을 때 포락선으로 궤적곡선에서 거리 r_c 만큼 떨어져 있는 등거리 곡선이 되며, 다음 식으로 구해진다[9].

$$r(\theta) = u(\theta)i + v(\theta)j \quad (5)$$

여기서

$$u(\theta) = -r_c \sin \phi + r_c \sin \theta + e \sin n\theta \quad (6)$$

$$v(\theta) = -r_c \cos \phi + r_c \cos \theta + e \cos n\theta \quad (7)$$

$$\phi(\theta) = \tan^{-1} \frac{r_c \sin \theta + e \sin n\theta}{r_c \cos \theta + e \cos n\theta} \quad (8)$$

제로터의 특성해석이나 내부로터의 상세설계를 위해서는 내부로터의 형상곡선에 대한 좌표뿐만 아니라 접선과 곡률에 대한 정보도 필요하다. 내부로터의 형상곡선인 식(5)로부터 접선과 곡률을 계산할 수도 있지만 식이 너무 복잡해지므로 여기서는 식(2)의 원호치형 중심의 궤적곡선을 이용한다. 원호치형 중심의 궤적곡선과 내부로터의 형상은 등거리 곡선이기 때문에 변수 θ 에 대한 접선벡터는 서로 같으며, 곡률중심의 위치도 동일하다. 내부로터 형상곡선의 단위접선벡터는 원호치형 중심의 궤적곡선인 식(2)를 미분하면 구해진다.

$$T = \frac{1}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}}(\dot{x}i + \dot{y}j) \quad (9)$$

여기서 \dot{x} , \dot{y} 는 식(3)과 (4)를 θ 로 미분한 것이다.

곡선을 따라 접선벡터의 변화가 시계방향으로 회전할 때의 곡률을 (+), 반시계방향일 때의 곡률을 (-)로 정의하면, 식(2)의 원호치형 중심의 궤적곡선에 대한 곡률은 다음과 같이 계산된다[11].

$$\kappa_T = -\frac{\ddot{xy} - y\ddot{x}}{(\dot{x}^2 + \dot{y}^2)^{3/2}}$$

$$= \frac{r_t^2 + e^2 n^3 + r_t e n(n+1) \cos(n-1)\theta}{(r_t^2 + e^2 n^2 + 2r_t e n \cos(n-1)\theta)^{3/2}} \quad (10)$$

부호규약에 따르면 원호치형 중심의 궤적곡선에서 볼록한 구간의 곡률은 (+), 오목한 구간의 곡률은 (-)이므로 궤적곡선에서 r_t 떨어져 있는 내부로터 형상의 곡률은 다음과 같이 계산된다.

$$\kappa = \frac{\kappa_T}{1 - r_t \kappa_T} \quad (11)$$

내부로터의 형상곡선에 대해서 접선벡터와 곡률이 계산되면 곡률중심의 위치를 구할 수 있다. 그리고 내부로터의 형상곡선에서 변곡점의 위치 θ_f 는 식(10)에 $\kappa_T = 0$ 의 조건을 대입하면 다음과 같이 구해진다.

$$\theta_f = \frac{1}{n-1} \cos^{-1} \left(-\frac{r_t^2 + e^2 n^3}{r_t e n(n+1)} \right) \quad (12)$$

Fig. 3은 제로터의 물림을 나타낸 것이다. 그림에서 E점은 내부로터의 중심이며, F점은 내부로터 창성시 구름원의 중심으로 변수 θ 는 내부로터의 기준축 v 와 직선 EF가 이루는 각이 된다. 여기서 각 θ 를 설계각이라 부르기로 한다. 내부로터의 창성시 EF의 길이가 이고 구름원과 궤적원의 중심거리 FT는 편심량 e 이며,

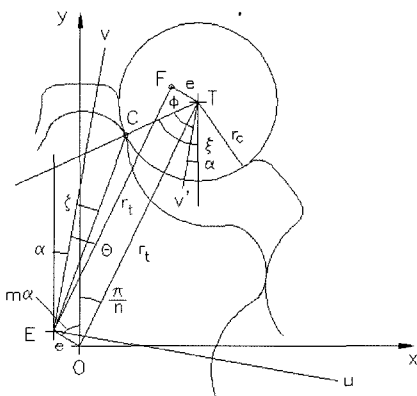


Fig. 3. Gerotor in mesh.

내부로터와 외부로터 물림시 두 로터의 중심거리 OE는 e , 외부로터 중심에서 원호치형 중심까지의 거리 OT는 r_t 이므로 OEFT는 평행사변형이 된다. 내부로터의 회전각 α 는 고정축 y 와 내부로터의 기준축 v 가 이루는 각으로 다음과 같이 계산된다.

$$\alpha = \frac{\pi}{n} - \theta \quad (13)$$

따라서 곡선족에서 유도한 내부로터 형상곡선식에서 내부로터의 설계각에 의하여 계산되는 점은 식(13)의 회전각으로 내부로터가 회전하였을 때 외부로터와 만나는 C점의 (u, v)축에서의 좌표가 된다.

제로터는 내부로터와 외부로터의 접촉에 의해서 밀폐되는 공간이 형성되는데 유압모터용 제로터에서는 내부로터의 회전에 따라 단면적이 증가되는 챔버에만 작동유가 공급되고 단면적이 감소되는 챔버는 귀환유로에 연결되어 작동유가 배출된다. 이에 따라 내부로터에 작용하는 힘은 작동유가 공급되는 챔버는 고압, 배출되는 챔버는 저압으로 서로 다르기 때문에 힘이 불균형 상태가 되어 회전하게 된다. 제로터에서 챔버의 수는 외부로터의 잇수와 같으며, 잇수가 7개의 경우 인접한 3개 또는 4개의 챔버는 작동유가 공급되어 고압이 작용하며, 그 나머지 챔버는 작동유가 배출되는 저압의 상태가 된다.

Fig. 4는 내부로터가 시계방향으로 회전할 때 작동유가 공급되는 과정을 살펴본 것이다. Fig. 4(a)는 회전각이 0인 경우로 챔버 G1은 단면적이 최소인 상태로 저압에서 고압으로 바뀌는 천이상태에 있으며, 오른쪽에 있는 챔버 G2, G3, G4에는 작동유가 공급되며, 왼쪽에 있는 챔버 G5, G6, G7은 귀환유로에 연결되어 저압상태가 된다. 챔버 G2가 저압으로 바뀌는 상태는 Fig. 4(b)에 도시한 바와 같이 G2의 단면적이 최대가 될 때이며, 이 때의 내부로터 회전각은 $(n-2)\pi/mn$ 이 된다. 따라서 회전각 $[0, (n-2)\pi/mn]$ 의 구간에서는 G1과 G2 챔버에 모두 작동유가 공급되므로 이 구간에서는 접촉점 좌우의 챔버가 모두 고압인 상태가 된다. 이 구간에 대한 설계각은 회전각을 식(13)에 대입하면 $[\pi/mn, \pi/n]$ 구간으로 구해지며, 이를 비경계구간이라 부르기로 한다. 한편, 제로터의 접촉점 좌우에 있는 챔버가 고압과 저압으로 압력상태가 다르면 내부누유가 생기지 않도록 밀폐가 요구되며, 이 구간의 내부로터 형상을 경계구간이라 하기로 한다.

내부로터에서 경계구간에 해당하는 부분은 외부로터

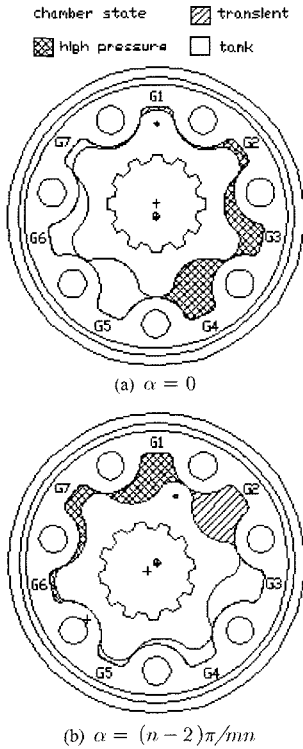


Fig. 4. Pressure states of the chambers.

와 접촉시 밀폐되어야 하기 때문에 창성된 이론형상을 기준으로 설계되어야 한다. 그러나 비경계구간은 인접한 챔버의 압력상태가 같기 때문에 내부누유의 문제가 없으며, 이 구간에 충분한 틈새를 확보할 수 있다.

3. 내부로터 형상의 원호보간

내부로터의 형상은 설계각을 식(5)에 대입하면 점 데이터로 구해진다. 설계각에 따른 형상 데이터가 내부로터의 기준축 v 와 이루는 위치각 ζ 는 다음과 같이 계산된다.

$$\zeta = \tan^{-1} \frac{u}{v} \quad (14)$$

Fig. 5는 Table 1의 제로터 설계제원을 사용하여 설계각에 따른 위치각을 계산한 결과이다. 그림을 살펴보면 설계각을 등분으로 계산하면 내부로터의 불룩한 부분에서는 데이터가 매우 조밀하며, 오목한 부분에서는 조약해 지는 것을 알 수 있다. 따라서 설계각을 등분한 점 데이터만으로는 내부로터 제작을 위한 공구나

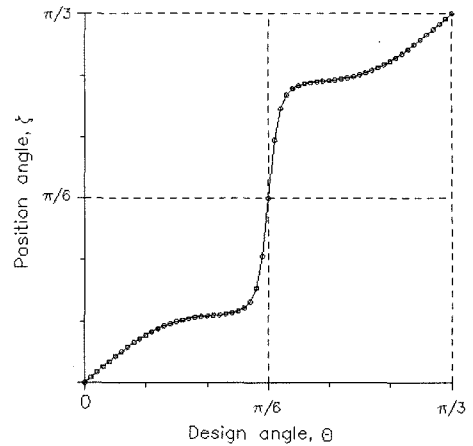


Fig. 5. Design angle versus position angle.

Table 1. Design parameters of the gerotor

Parameters	Dimenions
Radius of tooth center circle	$r_t = 32.5$
Radius of circular tooth	$r_c = 9.5$
Amount of eccentricity	$e = 3.65$
No. of teeth of the inner rotor	$m = 6$
No. of teeth of the outer rotor	$n = 7$

다이 설계 등에 활용하기 어렵다. 점 데이터를 보간하는 방법에는 여러 가지가 있으나 가공을 위해서는 직선이나 원호로 보간하는 것이 활용하기에 좋다[12]. 그러나 직선보간은 무수히 많은 데이터를 필요로 하고 연결부분이 매끄럽지 못한 단점이 있으므로 여기서는 내부로터 형상을 원호의 조합곡선으로 보간하기로 한다.

내부로터의 형상에서 비경계구간은 물림시 밀폐기능을 필요로 하지 않기 때문에 형상을 수정해서 외부로터와 접촉하지 않도록 틈새를 부여하여도 기능상의 큰 문제는 없을 것으로 판단된다. 비경계구간의 형상을 수정하는 방법은 여러 가지가 있을 수 있으나 여기서는 원호로 수정하는 방법을 택하기로 한다. 이 방법은 내부로터의 형상 전체를 원호조합곡선으로 보간하는 문제와도 관련되기 때문에 가장 적당한 방법으로 생각된다.

두 점 사이의 자유곡선을 원호로 보간하는 방법은 원호를 바로 가공 데이터로 활용할 수 있는 장점이 있다. 여기서는 바이아크 보간법을 적용하기로 한다. 바이아크 보간법에서는 두 점 사이에 두 개의 원호를 삽입하는데 이를 위해서 두 점의 좌표와 각 점에서 접선 방향에 대한 정보가 필요하다. Fig. 6에 도시한 바와

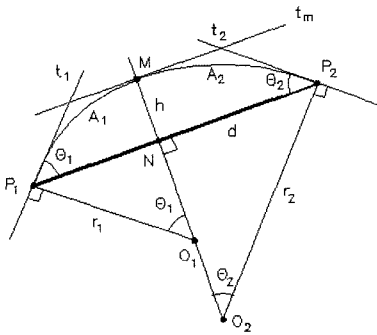


Fig. 6. Biarc interpolation.

같이 두 점 P_1, P_2 및 각 점에서의 접선 t_1, t_2 가 주어지면 두 점을 지나고 각 접선에 접하면서 원호의 접점에서 서로 접하는 두 개의 원호를 삽입할 수 있다[13].

점 P_1, P_2 에서 각 접선에 접하면서 서로 접하는 원호는 무수히 많이 있으나 두 원호가 서로 접하는 M 점에서의 접선이 P_1 과 P_2 를 연결한 직선에 평행하다는 조건을 도입하면 두 원호는 다음과 같이 일의적으로 구해진다. 두 원호의 중심은 그림에 도시한 바와 같이 P_1 과 P_2 를 연결한 직선과 직각을 이루는 MN 직선의 연장선상에 있어야 하며, 기하학적 조건에서 다음의 관계가 만족되어야 한다.

$$d = r_1 \sin \theta_1 + r_2 \sin \theta_2 \tag{15}$$

$$h = r_1(1 - \cos \theta_1) = r_2(1 - \cos \theta_2) \tag{16}$$

여기서 d 와 h 는 P_1P_2 와 MN 의 길이이다. 그리고 θ_1, θ_2 는 두 점을 연결한 직선이 각 접선과 이루는 각이다.

식(15)와 (16)에서 두 점 사이를 보간하는 원호의 반경 r_1, r_2 는 다음과 같이 계산된다.

$$r_1 = \frac{d(1 - \cos \theta_2)}{\sin \theta_1 + \sin \theta_2 - \sin(\theta_1 + \theta_2)} \tag{17}$$

$$r_2 = \frac{d(1 - \cos \theta_1)}{\sin \theta_1 + \sin \theta_2 - \sin(\theta_1 + \theta_2)} \tag{18}$$

원호의 반경이 구해지면 각 원호의 중심 O_1, O_2 및 접합점 M 의 좌표는 기하학적 관계로부터 쉽게 구할 수 있다.

3-1. 비경계구간의 형상 수정

내부로터의 비경계구간 시작점과 종료점의 정보만으로 비경계구간을 두 개의 원호조합으로 근사화 하는

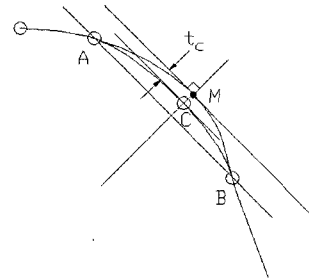


Fig. 7. Profile modification of the non-boundary section.

것은 틈새의 크기를 조절할 수 없기 때문에 이론형상과 주어진 틈새량을 갖는 중간점을 비경계구간 내에 설정하고 시작점과 중간점 구간을 2개의 원호로 또 중간점과 종료점 구간을 2개의 원호로 구성하여, 비경계구간을 모두 4개의 원호 조합으로 구성한다.

중간점의 선정방법은 두 가지에 대해서 검토하였다. 첫 번째는 비경계구간 시작점과 종료점의 설계각을 산술 평균하여 이를 중간점으로 설정하는 방안이고, 두 번째는 시작점과 종료점을 직선으로 연결하고 이 직선과 같은 기울기의 접선을 갖는 형상곡선상의 점을 중간점으로 하는 방법이다. 전자의 방법은 중간점의 설계각을 구하기 쉬우나 중간점의 위치를 기하학적으로 확인하기 어렵기 때문에 후자의 방법을 택하였다.

내부로터에서 비경계구간은 앞에서 살펴본 바와 같이 다른 설계제원과는 무관하며 내부로터와 외부로터의 잇수에 의해서 결정된다. 비경계구간의 설계각은 다음과 같다.

$$[\theta_a, \theta_b] = \left[\frac{\pi}{mn}, \frac{\pi}{n} \right] \tag{19}$$

Fig. 7은 비경계구간 부근의 형상을 도시한 것으로 A 와 B 는 설계각이 θ_a 와 θ_b 로 비경계구간을 나타낸다. 창성된 내부로터의 형상곡선에서 비경계구간을 연결한 직선과 평행한 선이 접선이 되는 점은 M 인데 기하학적인 위치는 확인하기 쉬워도 이에 해당하는 설계각 θ_c 는 주어진 접선벡터 값을 만족하도록 식(9)를 수치적으로 계산하여야 한다. 설계각 θ_c 가 구해지면, 식(5)에서 틈새 수정량 t_c 를 고려하여 r_c 대신에 $r_c + t_c$ 를 대입하여 계산하면 중간점 C 의 위치가 구해진다. 중간점 C 는 Fig. 7에 나타난 바와 같이 M 에서 법선방향으로 틈새 수정량 t_c 만큼 떨어져 있는 점이 되며, C 에서의 접선은 M 에서의 접선과 동일한 기울기로 한다.

비경계구간의 시작점 A , 종료점 B 와 이들 중간에

있는 C점이 결정되었으므로 각 점에서의 접선벡터를 구한 후 식(17)과 (18)에 대입하면 AC구간 및 CB구간을 보간하는 원호가 구해진다. 비경계구간을 보간하는 총 원호의 개수는 4개가 되며, 원호의 접합점은 물론 비경계구간 시작점과 종료점에서도 형상곡선과 기울기가 일치하여 부드러운 곡선이 된다.

3-2. 경계구간 형상의 원호보간

내부로부터의 경계구간은 인접한 챔버의 압력상태가 다르기 때문에 생성된 형상을 기준으로 설계하는 것이 내부누유를 방지할 수 있다. 경계구간에서 $[0, \theta_1]$ 구간은 형상이 볼록한 부분이며, $[\theta_1, \pi m]$ 은 오목한 부분이다. 따라서 경계구간은 이 두 부분을 대상으로 원호 조합곡선으로 근사화한다. 각 부분을 바이아크로 보간하기 위한 구간의 개수는 내부로부터의 형상과 원호 보간 곡선과의 오차를 계산하여 충분한 정밀도를 확보할 수 있도록 개수를 정하며, 보간 구간의 기준점은 설계각을 산술평균한 것을 사용하기로 한다.

경계구간 형상을 원호로 보간하였을 때의 오차는 두 보간점을 직선으로 연결한 선을 기준으로 이에 대한 직각방향으로 내부로부터의 형상곡선과 보간하는 원호와의 거리 차를 계산하여 이를 오차로 하였으며, 보간한 원호가 내부로부터 형상곡선 안쪽에 있을 경우 오차값이 (+)가 되도록 정하였다.

4. 내부로부터 형상의 수정 예

제로터에서 틈새를 확보하기 위하여 내부로부터의 형상을 수정하고 또 내부로부터의 전체 형상을 원호의 조합곡선으로 보간하는 예를 보이기 위하여 Table 1의 제원을 갖는 제로터를 대상으로 하였다. Table 1의 제로터에서 비경계구간의 설계각은 $[\theta_1, \theta_2] = [\pi 42, \pi 7]$ 이며, 비경계구간 시작점과 종료점을 연결한 직선과 평행한 직선이 내부로부터와 접하는 중간점은 설계각이 $\theta = 0.220$ 으로 계산된다. 한편, 변곡점은 식(12)에서 설계각이 $\theta = 0.430$ 으로 비경계구간에 포함되기 때문에 비경계구간을 원호로 설계하면 변곡점에 대한 고려가 필요없다.

Fig. 8은 틈새량을 변경시키면서 비경계구간을 바이아크에 의한 원호로 수정한 결과를 보여준다. 비경계구간에서 내부로부터 형상의 수정량은 비경계구간을 연결한 직선을 기준으로 높이 방향으로 원호와 이론곡선과의 차로 계산하였으며, 그 결과는 Fig. 9와 같다. 중

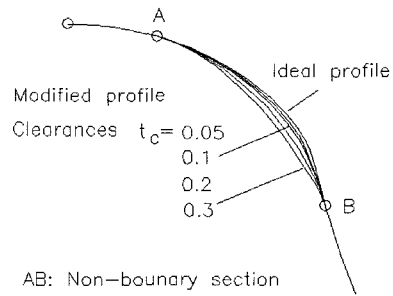


Fig. 8. Modified profile with clearances.

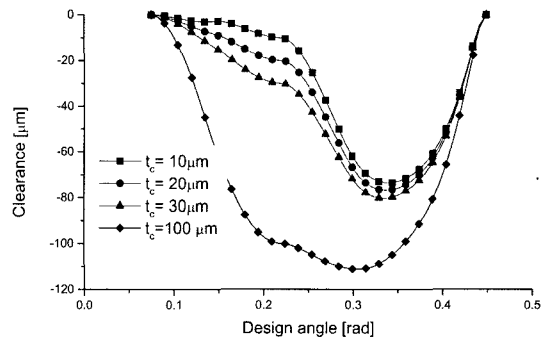


Fig. 9. Deviations of the modified profile.

간점에서는 수정량이 틈새량 t_c 가 되어야 하며, 그림에서 계산결과는 잘 일치하고 있음을 확인할 수 있다. 형상 수정구간의 중간점과 종료점 사이에서는 수정량이 틈새량보다 더 커지게 되는데 이는 이론형상에서 이 부분의 곡률변화가 심하고 이론형상은 볼록에서 오목으로 곡률이 바뀌는데 비하여 수정한 형상은 원호조합으로 각 원호구간은 일정한 곡률을 갖기 때문이다. 틈새량을 100 μm 으로 설계한 경우에는 틈새량이 크기 때문에 중간점과 종료점 사이에 수정량 증가는 크게 나타나지 않는다.

내부로부터에서 고압과 저압의 경계구간이 되는 형상 부분은 다음과 같이 원호로 보간하였다. 내부로부터 형상은 설계각 $[0, \pi 6]$ 부분의 곡선이 대칭된 형태이므로 이 부분만 원호로 보간하면 된다. 내부로부터의 경계구간에서 볼록한 부분 즉, 설계각 $[0, \pi 42]$ 구간을 두 개의 원호조합 곡선으로 보간하여 이론형상과의 오차를 계산한 결과는 Fig. 10과 같다. 두 곡선의 오차는 0.2 μm 이내로 두 개의 원호로 이론형상을 보간하여도 충분한 정밀도를 얻을 수 있다.

경계구간에서 오목한 부분 즉, 설계각 $[\pi 7, \pi 6]$ 범위는 단일 구간으로 간주하여 2개의 원호만으로 근사

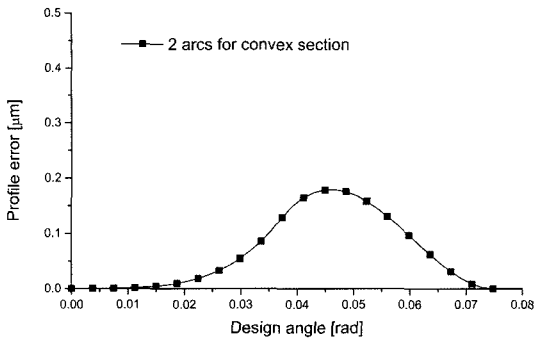


Fig. 10. Profile errors of circular arcs in the convex section.

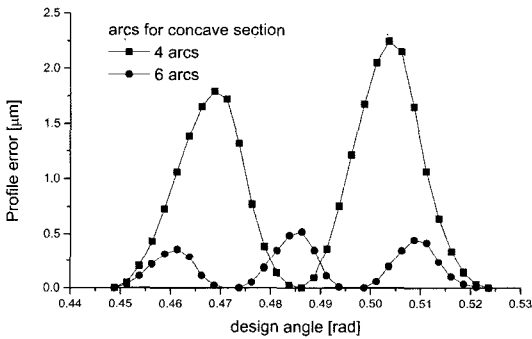


Fig. 11. Profile errors of circular arcs in the concave section.

Table 2. Biarc interpolations of the inner rotor

Design angle	Description	Number of arcs
$[0, \pi/42]$	Convex section	2
$[\pi/42, \pi/7]$	Modified section	4
$[\pi/7, \pi/6]$	Concave section	6
Profile of the inner rotor		144

화하면 이론형상과의 오차가 커진다. 이 부분의 설계 각을 등분하여 2개와 3개의 구간 즉, 4개와 6개의 원호로 보간하여 오차를 계산한 결과를 Fig. 11에 제시하였다. 두 개의 구간으로 나누었을 때 최대 오차는 2.5 μm 이내, 세 개의 구간으로 나누었을 때의 오차는 0.5 μm 이내가 된다. 따라서 세 개의 구간으로 나누어 원호로 보간하면 충분한 정밀도를 얻을 수 있다.

내부로터 형상을 원호의 조합곡선으로 설계한 결과를 종합하면 Table 2와 같다. 내부로터에서 설계각 $[0, \pi/6]$ 인 구간이 12개의 원호 조합곡선으로 근사화 되었으며, 비경계구간에서는 틈새량을 30 μm 로 설계하여

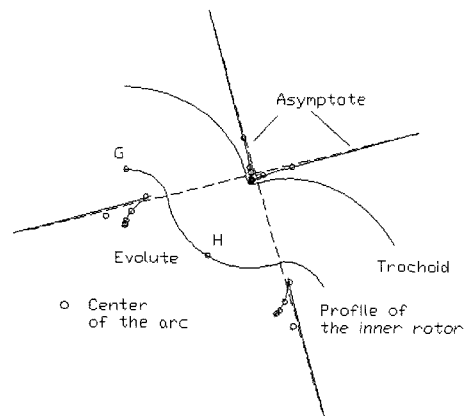


Fig. 12. Evolute of the profile of the inner rotor.

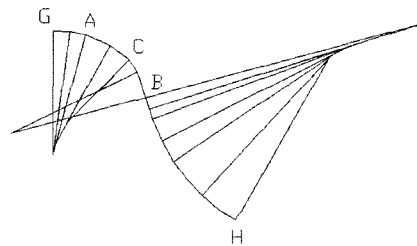


Fig. 13. The inner rotor with the composite curve of circular arcs.

충분한 틈새를 확보하였고 경계구간에서는 이론형상과의 오차가 0.5 μm 이내로 충분한 정밀도가 확보되어 있다.

Fig. 12와 13은 내부로터의 형상에 대한 곡률과 원호보간 결과를 나타낸 것이다. Fig. 12에서 트로코이드는 외부로터 원호치형의 중심궤적이며, 내부로터 형상은 이와 등거리 곡선으로 두 곡선의 이블류트(evolute)는 동일하다[14]. 이블류트 부근의 동그라미 표식은 내부로터를 원호 조합곡선으로 보간하였을 때 각 원호의 중심을 나타낸 것이며, 비경계구간에서 내부로터 형상을 수정한 원호의 중심은 이블류트에서 약간 벗어나 있으나 경계구간에서는 이블류트 곡선을 따라서 원호의 중심이 위치하고 있는 것을 확인할 수 있다. Fig. 13은 Fig. 12의 GH구간을 원호의 조합으로 도시한 것으로 GA는 볼록구간으로 2개의 원호, AB는 틈새를 수정한 비경계구간으로 4개의 원호, BH는 오목구간으로 6개의 원호로 설계되어 있다. 각 원호는 접점에서 기울기가 일치하여 부드러운 원호의 조합곡선으로 내부로터 형상이 구해진다. 내부로터의 전체 형상은 144개의 원호로 구성되며, 각 원호는 Fig. 13에서와 같이

조밀하거나 조악한 부분이 없이 적당한 길이로 형성되어 있어 설계나 가공을 위한 데이터 처리 면에서도 양호하다.

5. 결 론

본 논문에서는 제로터의 외부로터와 내부로터에 틈새를 확보하기 위하여 내부로터의 형상을 수정하고 바이아크 보간법을 사용하여 내부로터의 형상을 원호의 조합곡선으로 설계하였다.

내부로터를 창성된 형상 그대로 제작하면 제로터의 원활한 작동이 거의 불가능하기 때문에 일반적으로 내부로터의 크기를 작게 해서 틈새를 주고 있는데 본 연구에서는 내부로터의 형상에서 외부로터와 접촉시 인접한 챔버의 압력상태가 동일한 비경계구간에만 틈새를 주는 방법을 새롭게 제안하였다. 비경계구간의 시작점과 종료점을 직선으로 연결하고 이 직선과 기울기가 동일한 접선을 갖는 점을 구하고 여기에 틈새량을 고려하여 비경계구간의 중간점을 선정하였다. 그리고 시작점과 중간점, 중간점과 종료점 사이의 구간을 바이아크로 보간하여 4개의 원호조합으로 비경계구간의 형상을 수정하였다.

내부로터 형상에서 고압과 저압의 경계가 되는 경계 구간도 바이아크로 보간하였는데 설계 예의 제로터 제원에서 경계구간 중 볼록한 부분은 단일 구간으로 2개의 원호로 근사화 하였으며, 오목한 부분은 세 개의 구간으로 설계각을 등분하여 6개의 원호로 보간하였다. 볼록한 부분과 오목한 부분을 보간한 원호와 이론형상과의 오차는 $0.5 \mu\text{m}$ 이내로 충분한 정밀도를 얻을 수 있었다.

본 연구의 설계방식에 의한 제로터는 비경계구간에 서 충분한 틈새가 확보되어 있기 때문에 제로터의 작동이 원활하며, 고압과 저압의 경계구간에서는 밀폐가 유지되어 내부누유 문제도 기존의 내부로터 크기를 단순히 줄이는 방법보다 우수할 것으로 예상된다. 또한 본 연구에서는 내부로터의 전체 형상이 원호의 조합곡선으로 설계되어 있을 뿐만 아니라 각 원호의 길이도 조밀하거나 조악한 부분 없이 적당한 크기로 형성되기 때문에 설계결과는 바로 내부로터의 제작을 위한 다이나 공구의 가공 데이터로 활용할 수 있다.

참고 문헌

- Colbourne, J. R., "Gear Shape and Theoretical Flow Rate in Internal Gear Pumps," *Trans. of the CSME*, Vol. 3, No. 4, pp. 215-223, 1975.
- Tsay, C. B. and Yu, C. Y., "Mathematical Model for the Profile of Gerotor Pumps," *J. CSME*, Vol. 10, No. 1, pp. 41-47, 1989.
- Yu, C. Y. and Tsay, C. B., "The Mathematical Model of Gerotor Pump Applicable to Its Characteristic Study," *J. CSME*, Vol. 11, No. 4, pp. 385-391, 1990.
- Saegusa, Y., Urashima, K., Sugimoto, M., Onoda, M. and Koiso, T., "Development of Oil-Pump Rotors with a Trochoidal Tooth Shape," *SAE Paper*, No. 840454, 1984.
- Wenker, W. B., "Constant Radial Clearance Gerotor," *United States Patent*, No. 5030072, 1991.
- Colbourne, J. R., "The Geometry of Trochoid Envelopes and Their Application in Rotary Pumps," *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 9, pp. 421-435, 1974.
- Beard, J. E., Yannitell, D. W. and Pennock, G. R., "The Effects of the Generating Pin Size and Placement on the Curvature and Displacement of Epitrochoidal Gerotors," *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 27, No. 4, pp. 373-389, 1992.
- 장주섭, 이종원, 한동철, 조명래, "제로터 펌프/모터의 치형 설계 프로그램 개발에 관한 연구," 한국윤활학회지, 제12권, 제3호, pp. 100-106, 1996.
- 이성철, 이성남, "유압모터에 사용되는 제로터의 설계 및 해석," 한국윤활학회지, 제11권, 제2호, pp. 63-70, 1995.
- 정태형, 하영욱, "제로터와 가공 호브의 3차원 형상 자동 생성에 관한 연구," 한국공작기계학회 논문집, 제10권, 제3호, pp. 43-49, 2001.
- Faux, I. D. and Pratt, M. J., "Computational Geometry for Design and Manufacture," Chap. 1, pp. 28, John Wiley & Sons, New York, 1981.
- 이성철, 권오관, "NC가공을 위한 인볼류트 곡선의 원호 근사화에 대한 연구," 대한기계학회 논문집, 제19권, 제10호, pp. 2475-2483, 1995.
- 최병규, 전차수, 유우식, 편영식, 정연찬, "CAD/CAM 시스템과 CNC절삭가공," 제10장, pp. 285, 사이텍 미디어, 2001.
- Rutter, J. W., "Geometry of Curves," Chap. 11, pp. 183, Chapman & Hall/CRC, 2000.