



## 비선형 회귀분석기법을 이용한 콘크리트 교량 프리스트레스의 장기 예측

양인환<sup>1)\*</sup>

<sup>1)</sup>대림산업(주) 기술연구소

### Long-Term Prediction of Prestress in Concrete Bridge by Nonlinear Regression Analysis Method

In-Hwan Yang<sup>1)\*</sup>

<sup>1)</sup>Daelim Industrial Co., Ltd., Seoul 110-732, Korea

**ABSTRACT** The purpose of the paper is to propose a method to give a more accurate prediction of prestress changes in prestressed concrete (PSC) bridges. The statistical approach of the method is using the measurement data of the structural system to develop a nonlinear regression analysis. Long-term prediction of prestress is achieved using nonlinear regression analysis. The proposed method is applied to the prediction of prestress of an actual prestressed concrete box girder bridge. The present study represents that confidence interval of long-term prediction becomes progressively narrower with the increase of in-situ measurement data. Therefore, the numerical results prove that a more realistic long-term prediction of prestress changes in PSC structures can be achieved by employing the proposed method. The prediction results can be efficiently used to evaluate prestress during the service life of structure so that the remaining prestress exceeds the control criteria.

**Keywords** prestress, prediction, prestressed concrete, bridges, nonlinear regression analysis

#### 1. 서 론

프리스트레스 콘크리트 구조물에 도입되는 프리스트레스는 콘크리트의 크리프와 건조수축과 같은 재료적 특성과 프리스트레싱 강재의 이완 특성 등 여러 가지 원인에 의해 손실이 발생한다. 프리스트레스 콘크리트 교량은 프리스트레스의 변화에 구조적 거동이 민감한 구조물이다. 오랜 공용기간 경과후 설계값을 초과하는 프리스트레스의 손실은 교량의 과다 처짐, 심각한 단면력의 변동을 유발하므로 교량의 사용성과 안전성에 영향을 미친다. 이러한 결과는 보수, 보강비용 등에 따른 사회, 경제적 손실을 유발한다. 특히 프리스트레스 콘크리트 교량의 정밀한 구조 거동의 예측과 유지관리를 위해서는 구조물에 작용하는 프리스트레스의 정밀한 산정이 필요하다. 설계시 산정된 프리스트레스와 실제 구조물의 프리스트레스가 다를 경우, 구조물의 공용중에 추가의 긴장 작업이 필요할 수도 있다. 실제로 외국에서 뿐만 아니라, 국내에서도 교량의 장기 처짐량이 과도하여 교량의 공용중에 추가의 프리스트레스를 도입한 사례가 있다<sup>1-3)</sup>.

Steinberg<sup>4)</sup>는 프리스트레스 예측은 여러 인자에 의해 많은 변화를 나타내므로 결정론적 방법에 의하지 않고 확

률론적으로 연구하였다. Saiidi 등<sup>5,6)</sup>은 실제 프리스트레스 콘크리트 교량의 시간에 따른 프리스트레스 손실 연구를 수행하였으며, 그들의 연구결과는 실제 계측치와 수치해석에 의한 예측치가 상당한 차이가 날 수 있음을 보여주었다. 이러한 연구결과는 교량 설계자가 산정한 프리스트레스와 실제 프리스트레스의 차이로 인해 교량에 예상치 않은 문제가 발생할 가능성을 의미한다.

사전에 문제를 예방하기 위한 시간 이력에 근거한 프리스트레스 관리의 기본 과정은 시간에 따른 계측, 구조물 건전도의 평가, 추가의 프리스트레스 도입과 같은 최적의 제어 방법 결정 등으로 이루어진다. 이러한 과정은 일련의 예측으로 이루어지며, 제어치 또는 한계치를 미리 설정해 두고 제어 조치를 수행할 시기를 합리적으로 결정할 수 있다<sup>7)</sup>. 따라서, 교량 설계자 및 유지관리자에게 있어서 프리스트레스의 장기 변화를 실제적으로 예측 산정하기 위한 기법이 필요하다.

본 연구에서는 초기 계측치를 이용하여 프리스트레스의 장기 변화를 예측하는 실제적인 기법을 제시하였다. 프리스트레스의 장기예측을 위하여 비선형 회귀분석 기법을 적용하였으며, 제안 기법에 의해 프리스트레스의 장기예측을 합리적으로 수행할 수 있다. 제안기법을 실제의 PSC 박스 거더 교량의 초기계측치를 이용한 프리스트레스의 장기예측에 적용하였다.

\*Corresponding author E-mail : ypower@dic.co.kr  
Received November 7, 2005, Accepted April 28, 2006  
©2006 by Korea Concrete Institute

## 2. 프리스트레스의 시간에 따른 손실

프리스트레스는 구조물의 공용기간 동안 시간에 따라 손실이 발생한다. 시간에 따른 손실은 콘크리트의 크리프와 건조수축에 의한 손실과 PS 강재의 이완에 의한 손실에 기인한다. 콘크리트의 크리프와 건조수축에 의한 프리스트레스 손실은 콘크리트의 재료 특성 및 주위의 환경 인자에 따라 많은 영향을 받는다. 주요 기준에서는 콘크리트의 크리프와 건조수축 모델을 제안하고 있다. ACI 기준<sup>8)</sup>에는 콘크리트의 건조수축 예측을 위해 다음과 같은 쌍곡선 함수 형태의 모델식을 제안하고 있다.

$$\varepsilon_{sh}(t, t_0) = \varepsilon_{sh}^u \frac{t - t_0}{f + (t - t_0)} \quad (1)$$

여기서,  $\varepsilon_{sh}(t, t_0)$  = 시간  $t$ 에서의 건조수축 변형률,  $\varepsilon_{sh}^u$  = 극한 건조수축 변형률,  $f$  = 양생조건에 따른 인자,  $t_0$  = 양생기간이다. 콘크리트의 건조수축 예측식과 마찬가지로 크리프 예측을 위해서도 쌍곡선 함수(hyperbolic function) 형태의 다음 식을 제안하고 있다.

$$C(t, \tau) = C_u \frac{(t - \tau)^{0.6}}{10 + (t - \tau)^{0.6}} \quad (2)$$

여기서,  $C_u$  = 극한 크리프 계수,  $\tau$  = 하중재하시 콘크리트의 재령,  $t$  = 콘크리트의 재령이다. 우리나라 콘크리트구조설계기준에서 제안하고 있는 크리프와 건조수축 모델은 CEB-FIP<sup>9)</sup>에서 제안하고 있는 식을 근거로 하고 있다. CEB-FIP의 건조수축 모델식은 다음과 같다.

$$a(t, t_s) = \varepsilon_{sh0} \beta_s(t - t_s) \quad (3a)$$

$$\beta_s(t - t_s) = \left( \frac{t - t_s}{3.5h^2 e[-0.06(T - 20)] + (t - t_s)} \right) \quad (3b)$$

여기서,  $\varepsilon_{sh0}$  = 공칭건조수축률,  $t_s$  = 콘크리트가 외기중에 노출되었을 때의 재령,  $h$  = 개념부재치수,  $T$  = 양생온도이다. 또한, CEB-FIP의 크리프 제안식은 다음과 같다.

$$\phi(t, \tau) = \phi_0 \beta_c(t - \tau) \quad (4a)$$

$$\beta_c(t - \tau) = \left[ \frac{t - \tau}{\beta_H + (t - \tau)} \right]^{0.3} \quad (4b)$$

여기서,  $\phi_0$  = 공칭크리프 계수,  $\tau$  = 하중이 가해질 때의 재령이다. ACI의 제안식과 마찬가지로 CEB-FIP의 크리프와 건조수축 모델식인 식(3b)와 식(4b)에서 함수  $\beta_s(t - t_s)$ 와  $\beta_c(t - \tau)$ 도 쌍곡선 함수와 유사한 형태로 표현된다. 콘크리트의 크리프와 건조수축 현상은 초기재령에 많은 양이 발생하며, 시간이 흐를수록 증가율은 초기재령에 비해 상대적으로 작아지는 양상을 나타낸다. ACI와 CEB-FIP의 제안식은 콘크리트의 크리프와 건조수축의 이러한 특성을 쌍곡선 함수로 표현하고 있다. 따라서, 콘크리트의 크리프와 건조수축에 의한 프리스트레스 손실은 프리스트레스 도입초기에 많은 양이 발생하고 시간이 흐를수록 상대적으로 손실률은 점진적으로 감소하는 것으로 추론

할 수 있다. 이러한 콘크리트의 크리프와 건조수축에 의한 프리스트레스 손실이 기존의 기준에서는 구체적인 예측식으로 제시되어 있다.

한편, Magura 등<sup>10)</sup>은 실험에 의해 PS강재의 이완에 의한 긴장재 응력의 예측식을 다음과 같이 제안하였다.

$$\frac{f_p}{f_{pi}} = 1 - \frac{\log t}{10} \left( \frac{f_{pi}}{f_{py}} - 0.55 \right) \quad (5)$$

여기서,  $f_p$  = 프리스트레스 도입후 시간  $t$ 에서의 긴장재의 프리스트레스,  $f_{pi}$  = 프리스트레스 도입 직후의 긴장재의 프리스트레스,  $f_{py}$  = 긴장재의 항복강도이며,  $t$  = 프리스트레싱 후 손실 계산시까지의 시간이다. 최근에는 저이완 강재가 일반적으로 사용되고 있으며, Ontario Highway Bridge Design Code<sup>11)</sup>에서는 Magura 등의 제안식을 응용하여 저이완 강재에서의 프리스트레스 예측식을 다음과 같이 제시하고 있다.

$$\frac{f_p}{f_{pi}} = 1 - \frac{\log t}{45} \left( \frac{f_{pi}}{f_{py}} - 0.55 \right) \quad (6)$$

식 (5)와 (6)을 근거로 하여 긴장후 시간  $t$ 에서의 PS강재의 프리스트레스를 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$f_p = f_{pi} - [f_{pi}(f_{pi}/f_{py} - 0.55)/C] \log t \quad (7)$$

여기서,  $C$ 는 PS강재의 종류에 따라 결정되는 상수이며, 10 또는 45이다. 또한,  $f_{pi}$ 와  $f_{py}$  및  $C$ 는 시간에 따라 변하지 않는 상수이다. 따라서, 식 (7)에서 독립변수를  $t$ , 종속변수를  $f_p$ 라 할 때, 다음과 같이 로그 함수로 나타낼 수 있다.

$$Y = a + b \log t \quad (8)$$

여기서,  $Y$ 는 임의의 시간  $t$ 에서의 텐던의 프리스트레스이다.

## 3. 회귀분석 기법

### 3.1 비선형 회귀분석

회귀분석은 종속변수와 독립변수 사이의 정량적인 함수관계를 도출하는데 유용한 기법이다. 종속변수  $Y$ 와 독립변수  $X$  사이의 관계식이 선형이라면, 선형관계식은 다음과 같이 표현된다<sup>12)</sup>.

$$Y = \alpha + \beta X + \varepsilon \quad (9)$$

여기서,  $\varepsilon$ 는 임의 오차이며, 선형관계로는 규정할 수 없는 종속변수  $Y$ 의 변동값이다. 만약, 오차  $\varepsilon$ 이 독립적이며, 평균은 0이고 분산은  $\sigma^2$ 의 정규분포특성을 갖는다면, 식 (9)의 양변에 기대값을 취하면 다음과 같다.

$$E(Y) = \alpha + \beta E(X) \quad (10)$$

여기서,  $E(Y)$ 는 주어진  $X$ 에 대한  $Y$ 의 조건부 기대값이며,  $\alpha$  및  $\beta$ 는 회귀 계수이다. 최소자승법(least square method)

에 의해 최적의 회귀계수를 산정하기 위하여 측정치  $Y_i$ 와 회귀선 (regression line)  $Y'_i = \alpha + \beta X_i$ 의 차, 즉  $|Y_i - Y'_i|$ 의 제곱의 합을 최소화한다.

$$\Delta^2 = \sum_{i=1}^N (Y_i - Y'_i)^2 = \sum_{i=1}^N (Y_i - \alpha - \beta X_i)^2 \quad (11)$$

식(11)을  $\alpha$  및  $\beta$ 에 대하여 편미분하여 회귀계수  $\alpha$ 와  $\beta$ 의 최소자승추정치  $\hat{\alpha}$  및  $\hat{\beta}$ 를 구하면 다음과 같다.

$$\hat{\alpha} = \frac{1}{N} \sum Y_i - \hat{\beta} \frac{1}{N} \sum X_i = \bar{Y} - \hat{\beta} \bar{X} \quad (12a)$$

$$\hat{\beta} = \frac{\sum_{i=1}^N X_i Y_i - N \bar{X} \bar{Y}}{\sum_{i=1}^N X_i^2 - N \bar{X}^2} = \frac{\sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})^2} \quad (12b)$$

여기서,  $N$ 은 측정자료의 수( $i=1, 2, \dots, N$ )이며,  $\bar{X}$  및  $\bar{Y}$ 는 각각 변수  $X$  및  $Y$ 의 평균값으로서 다음과 같다.

$$\bar{X} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i \text{ 이고, } \bar{Y} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N Y_i \quad (13)$$

따라서, 종속변수  $Y$ 의 추정치  $\hat{Y}$ 는 다음과 같다.

$$\hat{Y} = \hat{\alpha} + \hat{\beta} X \quad (14)$$

측정자료를 바탕으로 두 변수 사이의 비선형 관계를 결정할 때, 비선형 회귀분석은 비선형함수를 이용하여 수행한다.  $X$ 에 대한  $Y$ 의 비선형 회귀분석 관계식은 다음과 같다.

$$\hat{Y} = \alpha + \beta g(X) \quad (15)$$

여기서,  $\alpha$ 와  $\beta$ 는 측정자료를 바탕으로 추정되어야 할 회귀계수이며,  $g(X)$ 는 독립변수  $X$ 의 비선형 함수이다. 여기서, 새로운 변수  $X' = g(X)$ 로 정의함으로서, 식 (15)은 다음과 같이 표현된다.

$$\hat{Y} = \alpha + \beta X' \quad (16)$$

식(16)은 식(14)와 유사한 형태의 함수 표현이다. 따라서, 측정자료의 순서쌍( $X_i, Y_i$ )를  $[g(X_i), Y_i]$  즉,  $(X'_i, Y_i)$ 로 변환한 후 회귀분석을 수행할 수 있다.

프리스트레스의 시간에 따른 손실은 프리스트레스 도입 후 초기에 많이 발생하고 시간이 지날수록 상대적으로 적게 발생한다. 식 (16)에서 함수  $X'$ 는 프리스트레스의 이러한 특성을 나타낼 수 있어야 한다. 예를 들면, 쌍곡선 함수, 또는 식 (8)과 같은 로그함수는 프리스트레스의 이러한 특성을 나타낼 수 있다고 판단된다. 또한, Saïidi 등<sup>5)</sup>은 실제 교량의 계측자료를 근거로 프리스트레스 손실을 로그 함수로 적합하게 표현할 수 있음을 제안한 바 있다.

따라서, 본 연구에서는 식 (16)에서의 함수  $X'$ 를 대표적으로 3가지의 함수로 먼저 고려하였다. 식 (17)과 같이 밑을  $e$ 로 하는 자연로그함수, 식 (18)과 같이 밑을 10으로 하는 상용로그함수 및 식 (19)와 같은 쌍곡선함수를 대

으로 하여 분석한 후 최적의 함수를 선정하여 콘크리트의 크리프와 건조수축 및 PS 강재의 이완에 의한 프리스트레스 변화 예측을 수행하고자 하였다.

$$\hat{Y} = \alpha + \beta \log_e X \quad (17)$$

$$\hat{Y} = \alpha + \beta \log_{10} X \quad (18)$$

$$\hat{Y} = \alpha + \beta \frac{1}{X} \quad (19)$$

여기서,  $X$ 는 텐던의 프리스트레스가 측정되는 시간을 나타내며,  $\hat{Y}$ 는 프리스트레스의 평균값을 나타낸다. 또한,  $\alpha$ 와  $\beta$ 는 회귀계수로써, 수치해석에 의해 추정되어야 할 값이다. Kalkani<sup>13)</sup>는 비선형 함수로 표현되는 수치해석의 회귀계수를 산정하기 위하여 최소자승법을 적용하였으며, Demetracopoulos<sup>14)</sup>는 Marquardt 기법을 적용하여 회귀계수를 산정한 바 있다. 본 연구에서는 식 (11)에서와 같이 최소자승법을 적용하여 회귀계수를 산정한다.

### 3.2 상관관계

시간  $X$ 와 프리스트레스  $Y$ 사이의 함수관계 즉, 시간  $X$ 가 증가함에 따라 프리스트레스  $Y$ 가 감소하는 정도는 상관관계  $R_{XY}$ 로 분석한다. 변수  $X$ 와  $Y$ 사이의 상관계수는 식 (20)과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} R_{XY} &= \frac{Cov(X, Y)}{S_{XX} S_{YY}} \\ &= \frac{1}{(N-1)} \frac{\sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{S_{XX} S_{YY}} \\ &= \frac{1}{(N-1)} \frac{\sum_{i=1}^N X_i Y_i - N \bar{X} \bar{Y}}{S_{XX} S_{YY}} \end{aligned} \quad (20)$$

여기서,  $\bar{X}$  및  $\bar{Y}$ 는 표본의 평균이며,  $S_{XX}$  및  $S_{YY}$ 는 표본의 표준편차로서 다음과 같다.

$$S_{XX} = \left[ \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})^2 \right]^{1/2} \quad (21a)$$

$$S_{YY} = \left[ \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (Y_i - \bar{Y})^2 \right]^{1/2} \quad (21b)$$

### 3.3 신뢰구간 산정

회귀계수  $\hat{\alpha}$  및  $\hat{\beta}$ 의 신뢰구간은 사용자료를 통해 추정할 수 있다. 회귀선을 중심으로  $\hat{\alpha}$  및  $\hat{\beta}$ 가 각각  $t$ -분포( $t$ -distribution)특성을 갖는다고 가정하며, 이럴 경우  $Y$ 도 또한  $t$ -분포특성을 갖는다<sup>15)</sup>. 이때, 회귀계수  $\hat{\alpha}$ 에 대한 유

의 수준  $\alpha$ 를 사용한  $100(1-\alpha)\%$  신뢰구간은 다음과 같다.

$$\alpha_U = \hat{\alpha} + S_{\alpha} t_{N-2, 1-\alpha/2} \quad (22a)$$

$$\alpha_L = \hat{\alpha} - S_{\alpha} t_{N-2, 1-\alpha/2} \quad (22b)$$

회귀계수  $\hat{\beta}$ 에 대한 유의 수준  $\alpha$ 를 사용한  $100(1-\alpha)\%$  신뢰구간은 다음과 같다.

$$\beta_U = \hat{\beta} + S_{\beta} t_{N-2, 1-\alpha/2} \quad (23a)$$

$$\beta_L = \hat{\beta} - S_{\beta} t_{N-2, 1-\alpha/2} \quad (23b)$$

식 (22)와 식 (23)의  $S_{\alpha}$ 와  $S_{\beta}$ 는 각각 다음과 같다.

$$S_{\alpha}^2 = \left( \frac{1}{N} + \frac{\bar{X}^2}{\sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})^2} \right) \hat{\sigma}^2 \quad (24a)$$

$$S_{\beta}^2 = \frac{\hat{\sigma}^2}{\sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})^2} \quad (24b)$$

따라서, 특정한  $X$ 값에 대한 종속변수  $Y$ 의 유의 수준  $\alpha$ 를 사용한  $100(1-\alpha)\%$  신뢰구간은 다음과 같다.

$$Y_U = \hat{Y} + S_{\hat{Y}} t_{N-2, 1-\alpha/2} \quad (25a)$$

$$Y_L = \hat{Y} - S_{\hat{Y}} t_{N-2, 1-\alpha/2} \quad (25b)$$

여기서,  $Y_U$ 와  $Y_L$ 은 프리스트레스의 상한값과 하한값을 각각 나타낸다. 이 값들은 유의수준  $\alpha = 5\%$ 일 때, 텐던의 프리스트레스가  $Y_L$ 을 초과할 확률은  $97.5\%$ 이며, 프리스트레스가  $Y_U$ 를 초과할 확률은  $2.5\%$ 임을 의미한다. 또한,  $t_{N-2, 1-\alpha/2}$ 는 자유도  $N-2$ 이며  $100(1-\alpha)\%$ 의 양측신뢰수준에 대한  $t$ -분포 특성치이다.  $S_{\hat{Y}}$ 는 변수  $X$ 가 주어졌을 때,  $\hat{Y}$ 에 대한 예측오차의 표준편차이며, 이는 다음과 같다.

$$S_{\hat{Y}}^2 = \left( 1 + \frac{1}{N} + \frac{(X - \bar{X})^2}{\sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})^2} \right) \hat{\sigma}^2 \quad (26)$$

여기서,

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (Y_i - \bar{Y})^2 - \hat{\beta} \sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{N-2} \quad (27)$$

## 4. 수치해석 적용

### 4.1 대상 구조물

실제 프리스트레스트 콘크리트 박스 거더 교량의 프리

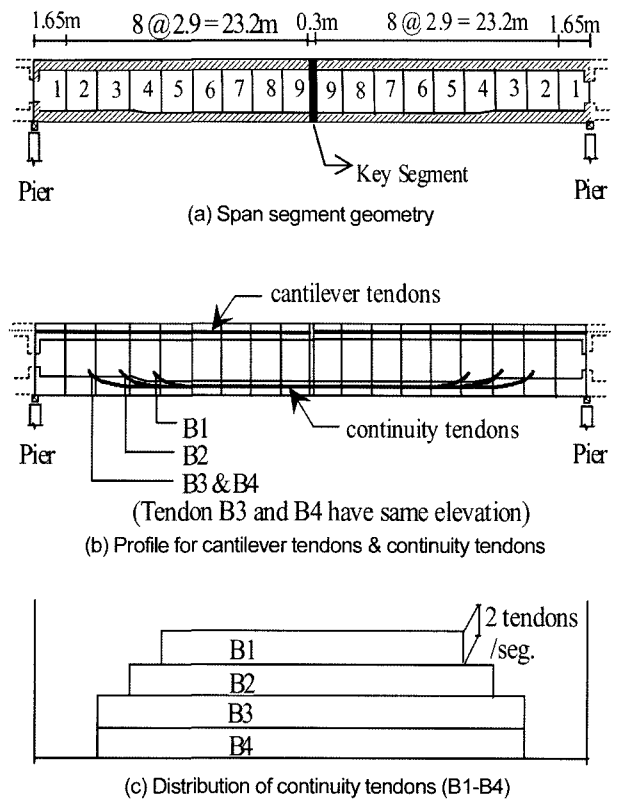


Fig. 1 Span geometry and tendon arrangement

스트레스 장기에측을 수행한다. 본 교량은 프리캐스트 세그멘탈 공법에 의해 시공되는 7경간 연속교량으로서 대표 경간의 길이는  $50\text{ m}$ 이다. 박스 거더의 높이는  $3\text{ m}$ 이며, 거더 하부슬래브의 두께는 경간 중앙에서  $0.25\text{ m}$ 이고 교각지점부에서  $1.0\text{ m}$ 이다. 7경간 교량 중에서  $50\text{ m}$  내측 경간을 Fig. 1에 나타내었다.

경간은 캔틸레버 형태로 시공되며, 2개의 캔틸레버 구조시스템으로 구성된다. 각 캔틸레버는 9개의 박스 거더 세그먼트로 구성된다. 시공순서는 교각 위에 첫번째 다이아프램 세그먼트가 설치되고 이후 8개의 세그먼트가 각각 대칭형상으로 순차적으로 가설된다. 이때, 각 세그먼트 가설단계마다 캔틸레버 텐던이 상부슬래브에서 긴장되어 정착된다. 캔틸레버 가설 후 중앙연결부 세그먼트를 타설한 다음, 두개의 캔틸레버는 세그먼트 하부슬래브에 배치되는 연속텐던에 의해 연결되어 일체화된다. Fig. 1에서 텐던 B1부터 B4는 연속텐던을 나타낸다.

### 4.2 프리스트레스의 현장 계측

교량의 프리스트레스를 측정하기 위하여 연속텐던 B1, B2, B3 및 B4의 긴장단에 로드셀을 설치하였으며, 긴장시 및 긴장후에 시간에 따른 프리스트레스를 측정하였다. 사용된 로드셀은 진동현식(vibrating wire type)으로써 하중의 크기에 따라 변하는 로드셀 내부의 현의 주기를 측정하여 작용하중을 산출할 수 있다. 전기저항식 센서와는 달리 진동현식 센서는 연결선의 저항값에 영향을 받지 않

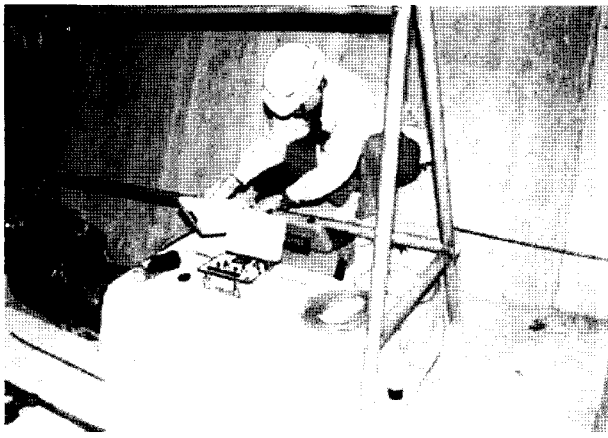


Fig. 2 Prestress measurement inside box girder of bridge

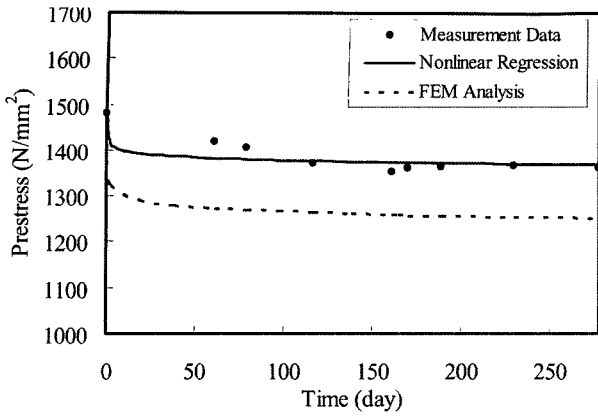
으므로 데이터 획득을 위한 센서와 계측장비와의 접촉 및 단락에 의한 오차가 거의 없다. 또한, 내구성이 뛰어나 장기계측에 유리한 센서이다. 로드셀 내부에는 진동현식 센서 6개가 60° 간격으로 배치되어 있다. 현에는 장력이 도입되어 있으며, 현은 계측시 계측장비로부터 전류가 흐를

때의 전자기 코일에 의해 진동된다. 현의 진동주기를 이용한 변형률 값으로부터 프리스트레스를 산정한다. 또한, 6개 센서의 평균 변형률을 이용하여 프리스트레스를 계산한다. 프리스트레스 측정은 텐던의 프리스트레스 도입 시 및 교량의 개통전 약 280일 동안 수행되었다(Fig. 2).

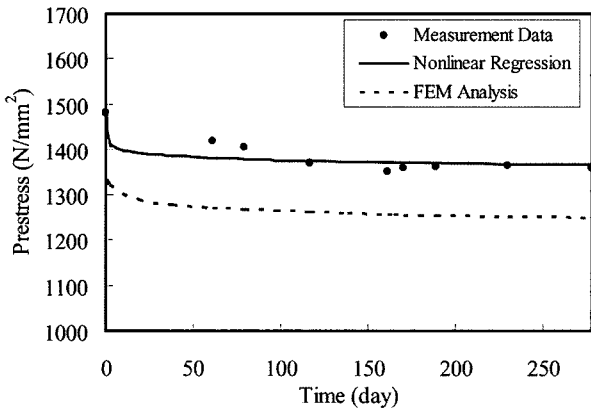
현장에서의 프리스트레스 측정결과를 Table 1에 나타내었다. 측정은 프리스트레스 도입시점을 0으로 하여 도입 후 280일까지 수행되었다. Table 1은 프리스트레스 도입 직후부터 280일까지 9회의 계측자료를 나타낸다. 또한, Table 1에는 각 로드셀의 6개의 센서에서의 측정값 및 평균값을 나타내었다. 로드셀에서의 프리스트레스 측정 평균값을 Fig. 3에 나타내었다. 프리스트레스는 프리스트레스 도입후 약 150일까지 지속적으로 감소하는 것으로 측정되었으며, 손실량은 7~8%정도이다. 프리스트레스 도입후 150일 이후의 시간에 따른 감소량은 상대적으로 작게 나타내고 있다. 이러한 현상은 프리스트레스의 시간에 따른 손실을 유발하는 콘크리트의 크리프와 건조수축 현상이 프리스트레스 도입후 초기에 많은 영향을 미치기 때문인 것으로 사료된다.

Table 1 Prestress measurement data

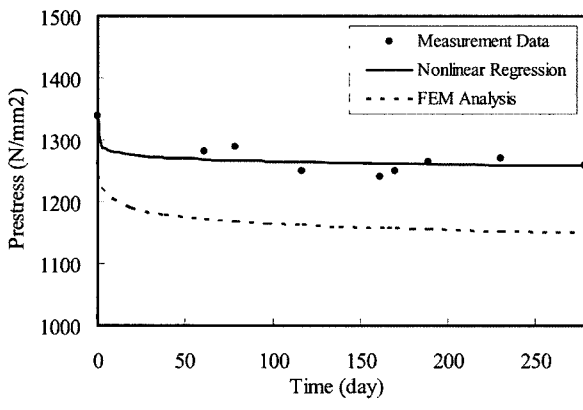
Tendon	Sensor	Measurement (N/mm <sup>2</sup> )								
		1 t=0 days	2 t=61	3 t=79	4 t=117	5 t=161	6 t=170	7 t=189	8 t=230	9 t=280
B1	1	1472.7	1298.7	1274.9	1215.8	1181.8	1188.3	1193.1	1191.9	1190.7
	2	1729.5	1675.3	1676.5	1640.2	1634.2	1650.8	1672.9	1674.1	1670.5
	3	1080.5	1138.3	1137.1	1116.9	1113.8	1122.8	1134.1	1137.1	1128.2
	4	2236.1	2053.8	2034.1	1982.2	1936.9	1936.3	1921.4	1929.2	1916.6
	5	1488.8	1398.2	1361.8	1321.9	1304.0	1296.2	1289.1	1289.7	1283.1
	6	875.5	950.0	952.9	937.5	943.4	954.1	953.5	963.1	961.9
	Mean	1480.5	1419.0	1406.5	1368.9	1352.2	1358.2	1360.6	1364.2	1358.2
B2	1	1487.5	1369.5	1360.0	1332.6	1292.2	1306.3	1317.7	1310.0	1304.6
	2	1602.6	1555.5	1557.3	1518.5	1501.8	1516.1	1513.8	1503.1	1509.6
	3	1328.4	1291.5	1294.4	1274.8	1281.9	1296.2	1311.2	1293.9	1302.2
	4	1682.4	1610.3	1606.7	1557.3	1552.5	1562.6	1570.4	1558.5	1549.6
	5	1184.2	1176.4	1174.1	1134.7	1132.3	1144.8	1155.0	1146.1	1144.9
	6	1468.5	1367.7	1357.0	1320.7	1303.4	1295.1	1320.1	1295.1	1292.1
	Mean	1458.9	1395.2	1391.6	1356.5	1345.1	1353.5	1364.8	1352.8	1350.5
B3	1	1287.9	1248.6	1251.0	1198.5	1176.4	1186.0	1196.1	1199.1	1189.0
	2	1140.7	1091.8	1097.2	1059.1	1056.1	1070.4	1090.1	1093.6	1091.2
	3	1602.0	1465.5	1468.5	1427.9	1415.5	1422.0	1432.2	1442.9	1420.2
	4	868.3	923.2	949.4	946.4	970.8	985.2	1004.8	1011.4	998.9
	5	1786.7	1656.8	1660.4	1611.5	1579.4	1586.5	1597.2	1606.2	1588.3
	6	1345.7	1304.0	1307.6	1260.5	1242.6	1253.4	1262.3	1266.5	1265.9
	Mean	1338.6	1281.9	1289.1	1250.9	1240.2	1250.3	1264.1	1270.0	1258.7
B4	1	1267.1	1298.7	1283.2	1232.5	1213.4	1232.5	1233.1	1224.2	1232.5
	2	1196.7	1236.1	1257.5	1234.9	1251.6	1268.3	1287.3	1281.9	1292.7
	3	1855.9	1606.8	1604.4	1557.9	1523.9	1526.9	1529.9	1521.0	1527.5
	4	1450.1	1360.6	1366.6	1327.3	1300.4	1305.2	1304.0	1300.4	1314.1
	5	1351.1	1375.5	1380.9	1333.8	1320.1	1331.4	1348.1	1337.4	1334.4
	6	1223.6	1082.9	1079.3	1030.5	1011.4	1019.7	1029.3	1028.1	1051.3
	Mean	1391.1	1326.7	1328.5	1286.1	1270.0	1280.7	1288.5	1281.9	1292.1



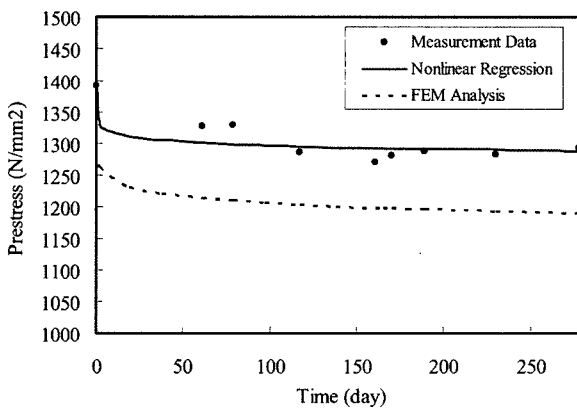
(a) Tendon B1



(b) Tendon B2



(c) Tendon B3



(d) Tendon B4

Fig. 3 Nonlinear regression analysis

### 4.3 프리스트레스의 장기 예측

프리스트레스 도입후 280일 동안의 측정값을 이용하여 먼저 식(17), 식(18) 및 식(19)를 사용하여 프리스트레스의 회귀분석을 수행하였다. 회귀분석수행시, 프리스트레스를 도입할때의 시간  $T=0$ 에 대하여 로그함수 및 쌍곡선 함수는 정의가 안되므로 초기시간  $T_0=0.001$ 을 사용하였다. 상관계수  $R_{XY}$ 는 식(20)에 의해 계산하였다.

각 텐던의 회귀분석에 의한 회귀계수 결과를 Table 2에 나타내었다. 시간에 따른 프리스트레스 손실의 경우, 시간이 지남에 따라 프리스트레스는 감소한다. 따라서, Table 2의 상관계수  $R_{XY}$ 는 음의 값을 나타낸다. 상관계수는 -1 과 1사이의 값을 갖고, 상관계수가 1 또는 -1을 가지면, 변수 사이에는 강한 상관관계가 존재한다. 반면에, 상관계수가 0에 가까우면 변수사이의 상관관계가 약함을 나타낸다. 일반적으로  $|R_{XY}| \geq 0.6$  이면 변수사이에 강한 상관관계가 있는 것으로 알려져 있으며<sup>13)</sup>, Table 2의 절대값은 0.6보다 큰 값을 나타내고 있다.

Table 2에서 식 (17), 또는 식 (18)에 의한 로그함수에 상관계수의 절대값은 식 (19)에 의한 쌍곡선함수에 의한 상관계수의 절대값보다 더욱 큰 값을 나타내므로 본 연구에서는 쌍곡선 함수에 의한 프리스트레스 예측보다 로그 함수에 의한 프리스트레스 예측이 더욱 합리적이라고 판단된다. 또한, 자연로그함수에 의한 텐던 B1, B2, B3 및 B4의 상관계수의 절대값은 0.890, 0.915, 0.880 및 0.890 으로서 상용로그에 의한 상관계수의 절대값보다 크다. 따라서, 최종적으로 자연로그함수를 이용하여 프리스트레스의 예측을 수행하였으며, 회귀분석곡선을 Fig. 3에 나타내었다. 또한, Fig. 3에 유한요소해석 기법<sup>16)</sup>에 의한 프리스트레스 예측을 나타내었으며, 유한요소해석에 의한 예측값은 실제 측정값과 차이를 나타낸다. 결정론적 방법에 의한 예측값과 실제 측정값의 차이는 프리스트레스 예측의 불확실성을 의미하며, 예측값의 불확실성은 콘크리트의 크리프와 건조수축 등의 불확실성에 기인한다고 판단된다.

회귀분석 수행후 교량 사용기간 동안의 프리스트레싱 하중을 예측할 수 있다. 텐던 B1, B2, B3 및 B4의 프리스트레스 장기예측을 Fig. 4에 나타내었으며, 서로 다른 계측 횟수를 사용하여 수행한 예측값을 표현하였다. 그림에서 점선은 4회의 계측자료를 사용하여 예측한 프리스트레스의 상한값( $Y_U$ )과 하한값( $Y_L$ )을 나타내며, 일점쇄선은 6회의 계측자료를 사용하여 예측한 프리스트레스의 상한값과 하한값을 나타낸다. 또한, 실선은 최종적으로 9회

Table 2 Correlation coefficient ( $R_{XY}$ )

Tendon	$X' = \log_e X$	$X' = \log_{10} X$	$X' = \frac{1}{X}$
B1	-0.890	-0.870	-0.830
B2	-0.915	-0.910	-0.823
B3	-0.880	-0.850	-0.818
B4	-0.890	-0.869	-0.824

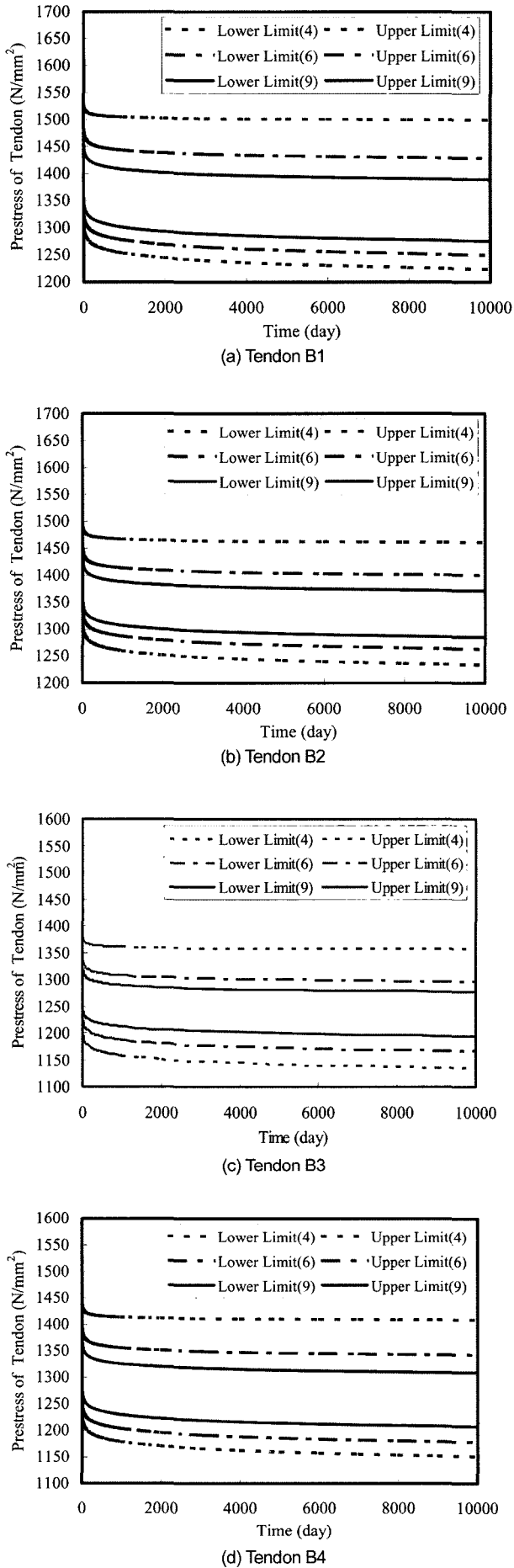


Fig. 4 Confidence interval according to measurement number

의 계측자료를 사용하여 예측한 프리스트레스의 상한값과 하한값을 범위를 나타낸다.

본 논문에서 계측자료의 증가에 따른 예측구간의 감소는 식(22), 식(23) 및 식(25)의  $t$ -분포 특성치에 반영되어 있다. 구체적으로 본 논문에서의 계측자료  $n=4$ 일때의  $t$  특성값 = 4.303,  $n=6$ 일때의  $t$  특성값 = 2.776,  $n=9$ 일때의  $t$  특성값 = 2.365이며, 이들은 계측자료가 증가함에 따른 신뢰구간 폭의 변화를 반영한다. 계측 횟수가 증가할수록 프리스트레스 장기예측 구간의 폭 즉, 신뢰구간의 폭은 점진적으로 감소한다. 이는 계측자료의 개수가 증가함에 따라 장기예측의 불확실성이 감소함을 의미한다. 텐던 B1의 경우 10,000일에서 4회의 계측자료를 사용한 예측구간의 폭은  $276.2 N/mm^2$ 이며, 9회의 계측자료를 사용한 예측구간의 폭은  $114.0 N/mm^2$ 으로서, 예측구간의 폭은 59%만큼 감소하였다. 텐던 B2의 경우 10,000일에서 4회의 계측자료를 사용한 예측구간의 폭은  $227.2 N/mm^2$ 이며, 9회의 계측자료를 사용한 예측구간의 폭은  $86.4 N/mm^2$ 으로서, 예측구간의 폭은 62%만큼 감소하였다.

텐던 B3의 경우 10,000일에서 4회의 계측자료를 사용한 예측구간의 폭은  $221.4 N/mm^2$ 이며, 9회의 계측자료를 사용한 예측구간의 폭은  $82.6 N/mm^2$ 으로서, 예측구간의 폭은 63%만큼 감소하는 것으로 나타났다. 또한, 텐던 B4의 경우 10,000일에서 4회의 계측자료를 사용한 예측구간의 폭은  $258.0 N/mm^2$ 이며, 9회의 계측자료를 사용한 예측구간의 폭은  $101.6 N/mm^2$ 으로서, 예측구간의 폭은 60%만큼 감소하였다.

임의의 시간  $T$ 에서의 텐던 프리스트레스의 평균 예측값  $\hat{Y}$ , 하한 예측값  $Y_L$  및 상한 예측값  $Y_U$ 를 계산하였다. 이때, 자유도  $N-2=7$  및 신뢰구간 95%에 대한  $t$ -분포 특성치를 적용하여 수치해석을 수행하였다. 여기서, 신뢰구간 95%는 텐던의 실제응력이 하한값  $Y_L$ 보다 클 확률이 97.5%, 텐던의 실제응력이 상한값  $Y_U$ 보다 클 확률이 2.5%임을 뜻한다. 공용기간 10,000일 동안의 프리스트레스 수치해석 예측결과를 Fig. 5에 나타내었다. 대상구조물의 프리스트레스의 계측자료는 프리스트레스 도입후 약 130일까지 많은 변화를 나타내고 있으며, 이후의 손실은 상대적으로 작은 변화를 나타낸다. 따라서, 본 교량의 경우에는 280일까지의 자료를 이용한 10,000일까지의 장기예측은 타당하다고 사료된다.

본 연구에서는 초기 프리스트레스 계측자료를 이용하여 비선형 회귀분석기법을 통하여 장기예측을 수행하였다. 교량의 유지관리시 장기 예측값이 관리한계값을 초과할 때, 제어조치를 수행할 수 있다. 교량의 공용 기간 동안의 프리스트레스 값에 대한 관리한계값이 설정되어 있을 때, 제안기법에 의해 예측값이 관리한계값을 초과하는 시기를 합리적으로 예측할 수 있다(Fig. 5(a)). 따라서, 프리스트레스 손실 등과 같이 시간에 따른 구조적 거동 효과에 대해 관리값을 설정하여 교량의 유지관리를 수행할 때, 제안기법은 유용하게 활용될 수 있다고 사료된다.

## 5. 결 론

본 연구에서는 초기의 현장계측치를 사용하여 프리스트레스를 장기적으로 예측하는 기법을 제안하였다. 제안 기법에서는 로그함수를 이용한 비선형 회귀분석을 통해 예측함수를 산정할 수 있으며, 최소자승법에 의해 회귀계수를 산정하였다. 또한, 비선형 회귀분석시 회귀계수의 분포 특성을 이용하여 장기예측의 신뢰구간을 추정하는 기법을 정립하였다. 제안기법을 실제 교량의 프리스트레스의 장기예측에 적용하기 위하여 프리스트레스 계측을 수행하였다. 프리스트레스 손실은 프리스트레스 도입후 약 150일까지 현저히 발생하고 있으며, 이때까지의 손실률은 7~8%인 것으로 나타났다.

계측 교량의 프리스트레스 장기 예측을 위한 수치분석 결과, 변수 사이의 상관계수는  $-0.880$ 에서  $-0.915$ 까지 나타나고 있으며, 제안기법에 의해 각 변수사이의 상관관계를 합리적으로 고려할 수 있다고 판단된다. 제안기법에 의해 10,000일까지의 프리스트레스의 평균 및 상한값과 하한값에 의한 신뢰구간을 예측하였다. 수치해석에서는 계측치가 증가할수록 예측 신뢰구간의 폭은 감소하여 프리스트레스를 더욱 정밀하게 예측할 수 있는 것으로 나타났다.

따라서, 본 제안기법에 의해 초기 프리스트레스 계측값을 이용하여 프리스트레스의 장기 변동을 합리적으로 예측할 수 있으며, 예측결과를 토대로 프리스트레스 콘크리트 교량의 프리스트레스 관리를 더욱 정확하고 효율적으로 수행할 수 있다고 사료된다.

## 참고문헌

1. Massicotte, B., Picard, A., Ouellet, C., and Gaumond, Y., "Strengthening of a Long Span Prestressed Segmental Box Girder Bridge", *PCI Journal*, Vol.39, No.3, 1994, pp.52~65.
2. Zollman, C. C., and Barboux, S. H., "Rehabilitation of the Boivre Viaduct-A Multispan Prestressed Box Girder Bridge", *PCI Journal*, Vol.30, No.3, 1985, pp.22~47.
3. 유성근, 이재혁, 김중화 "외부추가강선을 이용한 원호대교의 성능개선공사", 콘크리트학회지, 제7권, 6호, 1995, pp.30~37.
4. Steinberg, E. P., "Probabilistic Assessment of Prestress Loss in Pretensioned Prestressed Concrete", *PCI Journal*, Vol.40, No.6, 1995, pp.76~85.
5. Saiidi, M., Shields, J., O'Connor, D., and Hutchens, E. "Variation of Prestress Force in a Prestressed Concrete Bridge During the First 30 Months", *PCI Journal*, Vol. 41, No.5, 1996, pp.66~72.
6. Saiidi, M., Hutchens, E., and Gardella, D., "Bridge Prestress in Dry Climate", *Journal of Bridge Engineering*, ASCE, Vol.3, No.3, 1998, pp.111~116.
7. Chiu, H. S., Chern, J. C., and Chang, K. C. "Long-Term Deflection Control in Cantilever Prestressed Concrete Bridges. I : Control Method and Algorithm", *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, Vol.122, No.6, 1996, pp.489~494.

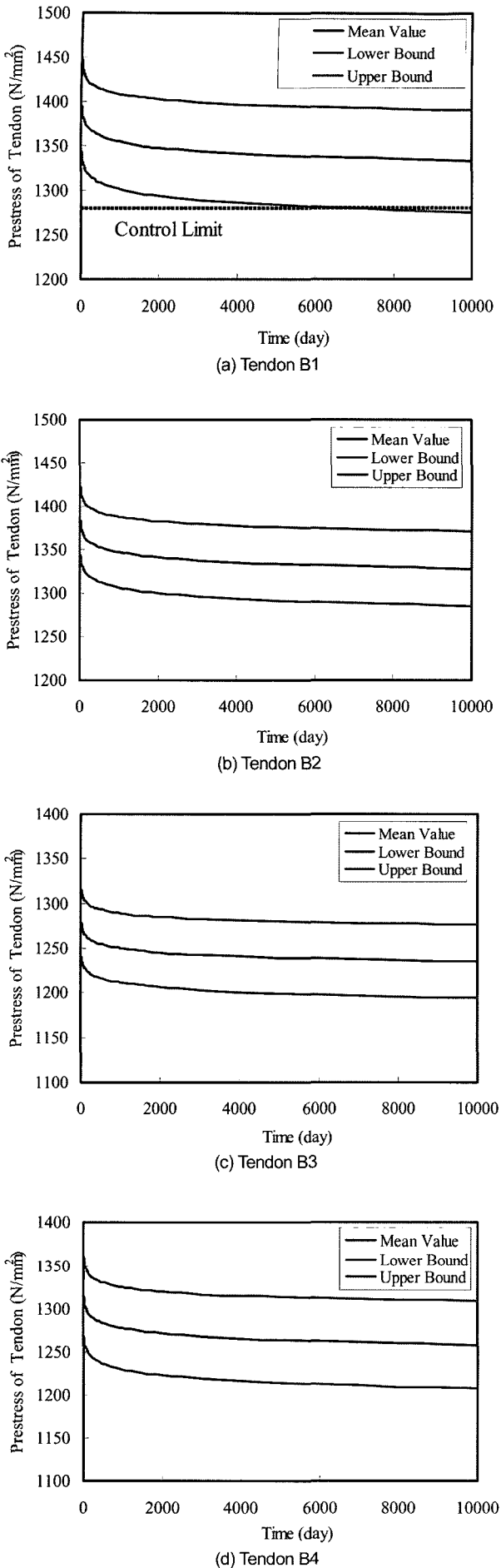


Fig. 5 Long-term prediction of prestress up to 10,000 days



8. American Concrete Institute, *Prediction of Creep, Shrinkage and Temperature Effects in Concrete Structures*, ACI 209R-92, ACI Manual of Concrete Practice, Part 1, Detroit. 1992, pp.209 R-1~209 R-47.
9. Comite Euro-International du Beton (CEB), *CEB-FIP Model Code*, Lausanne, Switzerland, 1990, pp.53~58.
10. Magura, D. D., Sozen M. A., and Siess, C. P., "A Study of Stress Relaxation in Prestressing Reinforcement", *PCI Journal*, Vol.9, No.2, 1964, pp.13~57.
11. OHBDC-Ontario Highway Bridge Design Code, *Ministry of Transportation and Communications*, Government of Ontario, Toronto.
12. Ang, A. H.-S. and Tang, W. H., *Probability Concepts in Engineering Planning and Design, Vol. 1, Basic Principles*, Wiley, New York., 1975, pp.286~319.
13. Kalkani, E. C., "Polynomial Regression to Forecast Earth Dam Piezometer Levels", *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, ASCE, Vol.115, No.4, 1989, pp.545~555.
14. Demetracopoulos, A. C., "Nonlinear Regression Applied to Hydrologic Data", *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, ASCE, Vol.120, No.3, 1994, pp.652~659.
15. Bethea, R. M. and Rhinehart, R. R., *Applied Engineering Statistics*, Marcel Dekker, New York, 1991, pp.84~121.
16. 양인환, "프리스트레스트 콘크리트 박스 거더의 종방향 프리스트레싱에 의한 슬래브의 횡방향 응력", 콘크리트 학회논문집, 제15권, 3호, 2003, pp.679~688.

**요 약** 본 연구에서는 프리스트레스트 콘크리트 (PSC) 교량의 프리스트레스를 장기적으로 예측하는 기법을 제안하였다. 제안 기법에서는 구조시스템의 계측자료를 이용하여 비선형 회귀분석을 전개하는 통계적 기법을 적용하였다. 프리스트레스의 장기예측은 비선형 회귀분석을 통해 이루어진다. 제안기법을 실제의 PSC 박스 거더 교량의 프리스트레스 예측에 적용하기 위하여 텐던에 프리스트레스 도입후 계측을 수행하였다. 프리스트레스 도입후 약 150일까지 프리스트레스는 눈에 띄게 감소하며, 손실률은 7~8%로 나타났다. 수치해석결과는 현장의 계측횟수가 증가할수록 신뢰구간의 폭은 감소하는 것으로 나타났다. 따라서, 제안기법에 의해 PSC 구조물의 프리스트레스를 더욱 실제적으로 예측할 수 있으며, 예측결과는 구조물의 사용기간 동안 관리 한계치에 의한 프리스트레스 관리에 유용하게 활용될 수 있을 것으로 사료된다.

**핵심용어** 프리스트레스, 예측, 프리스트레스트 콘크리트, 교량, 비선형 회귀분석