



부착응력-미끌림 관계에 기반한 철근콘크리트 부재의 균열폭 산정

김 우^{1)*}·이기열¹⁾·김장현¹⁾

¹⁾전남대학교 토목공학과

(2005년 6월 1일 원고접수, 2005년 12월 2일 심사완료)

Evaluation of Crack Width Based on the Actual Bond Stress-Slip Relationship in Structural Concrete Members

Woo Kim^{1)*}, Ki-Yeol Lee¹⁾, and Jang-Hyun Kim¹⁾

¹⁾Dept. of Civil Engineering, Chonnam National University, Gwangju 500-757, Korea

(Received June 1, 2005, Accepted December 2, 2005)

ABSTRACT

This paper presents an analytical model for evaluation of crack widths in structural concrete members. The model is mathematically derived from the actual bond stress-slip relationships between the reinforcement and the surrounding concrete, and the relationships summarized in CEB-FIP Model Code 1990 are employed in this study together with the assumption of a linear slip distribution along the interface at the stabilized cracking stage. With these, the actual strains of the steel and the concrete are integrated respectively along the embedment length between the adjacent cracks so as to obtain the difference in the axial elongation. The model is applied to the test specimens available in literatures, and the predicted values are shown to be in good agreement with the experimentally measured data.

Keywords : bond stress, crack width, reinforced concrete, slip, stabilized cracking

1. 서 론

작용하중에 의해 철근콘크리트 휨부재 표면에서 발생하는 균열은 콘크리트 재료의 비선형성, 불연속성 및 부재 내부에서 철근 주변으로 존재하는 이차균열(secondary crack)에 의하여 그 크기를 정확하게 예측하기 어려운 복잡하고 불확실한 현상이다¹⁾. 이와 함께 콘크리트와 철근의 재료 강도, 부재의 기하학적 조건, 부착응력 분포, 하중 단계에 따른 인장 철근의 응력상태, 유효인장단면적 및 인장강화효과(tension stiffening effect) 등과 같은 다양한 변수들의 영향을 받는다.

하중이 작용하기 전에도 콘크리트 타설 직후의 소성 침하, 경화 중 수화열에 의한 내부와 외부의 온도차 및 급속한 표면 건조에 따른 소성 수축 등에 의하여 균열이 발생하기도 한다. 그리고, 경화 후에도 콘크리트 구조물에 작용하는 고정하중 및 활하중 이외에 재령이나 크기에 따라서 잔류 하중에 의한 부등침하 또는 상면과 하면의 온도차에 따른 부등건조수축 등으로 균열이 발생한다²⁾.

균열 제어는 외부로 나타나지 않은 균열 발생 억제, 물이나 유해 가스 또는 액체의 침투와 유출 차단 및 철근의 부식을 방지하기 위해서 반드시 필요하다. 그런데 일부 연구 결과들³⁻⁵⁾은 앞에서 언급한 실제적인 현상의 고려나 적절한 가정 없이 단순한 균열폭 계산식이나 균열폭과 철근 부식에 대한 상관관계만을 제시하고 있다.

균열폭은 철근콘크리트 구조물의 사용성 평가에 중요한 항목으로서, 이를 평가하는 모델에는 사용하중 상태에서 발생하는 균열거동 특성을 포함하여야 한다. 그리고, 철근콘크리트 합성구조계의 근간이 되는 부착특성에 대한 물리적 현상과 균열폭에 영향을 주는 변수들이 고려된 힘의 평형조건 및 변형적합조건과 같은 역학적 조건들을 모두 만족할 수 있어야 한다. 그런데, 현행 설계기준 규정⁶⁻⁹⁾이나 여러 연구자들의 제안식¹⁰⁻¹²⁾은 이상과 같은 조건들을 만족하지 못하거나, 균열안정화단계까지 충분히 고려하지 못하고 균열형성단계에 국한하여 제시하고 있는 실정이다.

따라서 본 연구의 목적은 기존 균열폭 계산식이 갖는 한계성을 극복하기 위해서 안정화단계에서 철근과 콘크리트 경계면에 발생하는 미끌림 분포를 선형으로 가정하여 역학적 조건 및 물리적 현상을 만족할 수 있는 새로운 균열폭 모델을 개발하는 것이다.

* Corresponding author

E-mail : wkim@chonnam.ac.kr

©2006 by Korea Concrete Institute

2. 균열거동, 균열간격 및 균열폭의 고찰

2.1 균열거동

균열은 작용하중 또는 잔류하중에 의해서 부재에 유발되는 인장응력이 콘크리트의 인장강도를 초과할 때 발생한다. 그런데, 균열 발생에 따른 철근콘크리트 부재의 거동 특성은 Fig. 1에 보인 바와 같이 철근과 콘크리트 경계면에서 발생하는 부착응력과 미끄럼 특성에 따라 균열형성(crack formation)단계와 균열안정화(stabilized cracking)단계로 구분 된다^{10,13)}.

Fig. 1(a)-(F)와 (G)에 보인 바와 같이 균열형성단계에서는 균열과 균열 사이의 부재 내부에 미끄럼과 부착응력이 유발되지 않고 철근 변형률 ϵ_s 와 콘크리트 변형률 ϵ_c 가 같은 구간이 존재한다. 따라서, 부착응력이 발생하지 않는 지점($x=0$)에서의 미끄럼 량 s_x 와 그 크기의 변화율인 일차도함수 s'_x 모두 Fig. 1(a)-(E), (F)에 보인 바와 같이 0이 된다.

$$s_{x=0} = 0 \quad (1a)$$

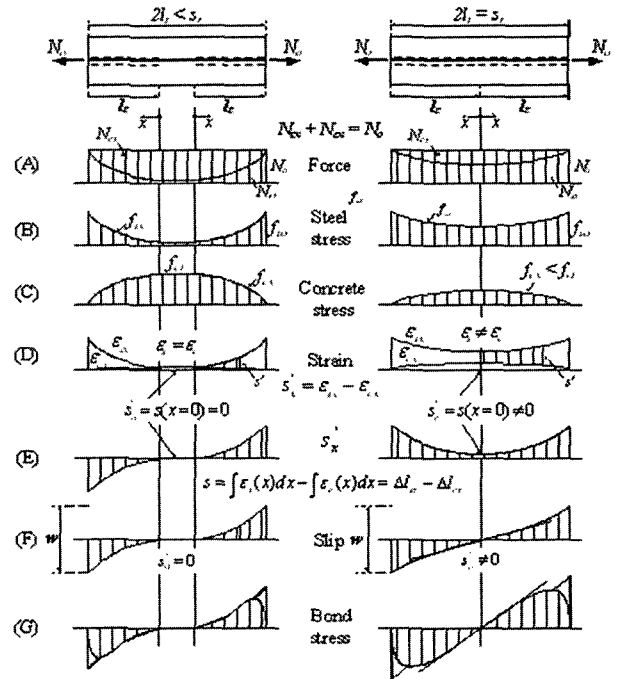
$$s'_{x=0} = \epsilon_s - \epsilon_c = 0 \quad (1b)$$

균열간격 s_r 은 균열면으로부터 부착응력이 전달되는 길이(bond transfer length) l_t 의 두 배보다 크게 나타나고, 균열에 의한 철근과 콘크리트의 응력 변화는 Fig. 1a-(B), (C)와 같이 균열면으로부터 l_t 구간 내에서만 발생한다. 그리고, 부착응력에 의해 l_t 구간 내에서 콘크리트의 응력 f_c 가 인장강도 f_{ct} 보다 낮기 때문에, 다음 균열은 인장응력이 인장강도와 같아지게 되는 l_t 구간 밖에서 생성되며, 이때의 최소 거리는 균열면으로부터 l_t 가 된다. 만약, $2l_t$ 보다 큰 간격으로 균열이 존재한다면 새로운 균열이 발생하게 되면서 균열간격이 변화한다.

균열이 계속 발생하여 부재의 모든 균열간격이 l_t 와 $2l_t$ 사이에 존재하게 되는 상태를 균열안정화단계라 한다. Fig. 1(b)-(B), (F)에 보인 바와 같이 미끄럼 량이 0이 되는 위치에서 철근의 응력은 최소가 되고, 부착응력의 크기는 Fig. 1(b)-(G)와 같이 0이 되는데, 일반적으로 안정화된 균열간격의 중앙 단면이 여기에 해당한다.

그런데, 철근의 응력이 최소가 되는 위치에서 미끄럼 량이 0이라 할지라도, Fig. 1(b)-(E), (F)와 같이 철근과 콘크리트의 변형률 차이가 되는 미끄럼의 1차 도함수는 균열간격이 안정화되고, 철근 응력이 계속적으로 증가함에 따라서 0이 되지 않는다. 즉, 균열안정화단계에서는 식 (1a), (1b)와 같은 조건이 계속적으로 유지 되지 못하게 된다.

$$s_{x=0} = 0 \quad (2a)$$



(a) Crack formation stage (b) Stabilized cracking stage

Fig. 1 Force, stress, and slip distributions between two cracks

$$s'_{x=0} = \epsilon_s - \epsilon_c > 0 \quad (2b)$$

따라서, 균열형성단계에서는 식 (1)의 경계조건에 의하여 균열거동을 설명할 수 있는 미끄럼 함수와 균열폭에 대한 수학적 해를 유도¹⁰⁻¹²⁾할 수 있게 된다. 그러나, 안정화단계에서는 위에서 언급한 식 (2b)의 경계조건 문제 때문에 균열형성단계와 같은 수학적 전개가 불가능하다.

2.2 균열간격 계산식

안정화단계에서의 균열간격 s_r 은 앞 절에서 설명한 것과 같이 l_t 와 $2l_t$ 사이에 존재하며, 이에 대한 평균값인 $1.5l_t$ 가 일반적으로 균열폭 평가에 사용되는 균열간격 s_r 이다. 즉, 균열간격은 부착전달길이 l_t 에 의해 결정된다고 할 수 있다. l_t 는 부착응력에 의해 콘크리트로 전달되는 힘이 인장강도 f_{ct} 와 같다는 힘의 평형조건으로부터 결정된다.

$$l_t = \frac{d_b f_{ct}}{4\rho \kappa_1 \tau_u} \quad (3a)$$

여기서, d_b 는 철근 직경(cm), f_{ct} 는 콘크리트 인장강도(N/mm^2), ρ 는 철근비, τ_u 는 극한부착강도(N/mm^2), κ_1 는 부착응력분포에 따른 형상함수이다. 그런데, τ_u 는 철근의 종류에 따라서 f_{ct} 함수로 표현이 가능하다고 알려져 있으므로 식 (3a)를 간단하게 정리할 수 있다.

$$l_t = x_2 \frac{d_b}{\rho} \quad (3b)$$

여기서, $k_2 = f_{ct} / (4k_1 \tau_u)$ 이다. 그런데, 피복두께의 크기에 따라 철근비가 매우 높은 경우에는 식 (3b)에 의한 l_t 가 매우 작게 평가 되는 단점이 있다. 식 (3b)로 정의되는 부착전달길이에 대해서 현재 EC 2(Eurocode 2)의 콘크리트교량편⁷⁾과 MC 90(CEB-FIP Model Code 1990)⁸⁾에서는 $k_2=1/3.6$ 이라는 계수를 도입하여 최대균열간격 $s_{r,max}$ 를 정의하고 있다.

이와는 다른 형태로서 일부 연구자들^{3,14)}은 실험결과에 근거하여 균열간격을 콘크리트의 피복두께 c 에 대한 함수로서만 고려하였다.

$$s_r = x_3 c \quad (4)$$

여기서, k_3 는 계수로서, Broms³⁾는 $k_3=2$ 로 정의하였다. 그런데, 식 (4)는 피복두께가 상당히 두꺼우며 높은 철근비를 갖는 실험체만을 대상으로 하였기 때문에 콘크리트의 피복두께에 대한 효과가 상당히 과대평가 된다는 단점이 있다.

식 (3b)와 식 (4)가 가지고 있는 문제점들을 보완하기 위하여 또 다른 연구자들^{15,16)}은 두 식을 결합한 형태로서 균열간격을 정의하였는데, 이들의 연구 결과로부터 EC 2에서는 다음과 같이 규정하고 있다.

$$s_{r,max} = 3.4c + 0.425x_4 x_5 \frac{d_b}{\rho} \quad (5)$$

여기서, k_4 는 이형철근의 경우 0.8, 원형철근의 경우 0.6, k_5 는 인장부재 1.0, 휨부재 0.5이다.

이외에도 많은 연구자들에 의해 균열간격 계산식들이 제안 되고 있는데, 이들 식의 대부분은 식 (3)과 식 (4)를 기본 개념으로 이용하고 있다.

2.3 균열폭 계산식

현재 균열폭 평가에 주로 사용되고 있는 여러 콘크리트 설계기준 규정들을 살펴보면, 콘크리트구조설계기준⁹⁾에서는 앞 절에서 언급한 현상들에 대해서 직접적인 고려나 적절한 가정 없이 단순하게 실험결과에 근거하여 균열폭에 영향을 주는 주요 변수들에 대한 통계분석 방법을 이용하여 Gergely and Lutz⁵⁾가 제안한 다음 식을 이용하고 있다.

$$w = 1.08 \beta f_s \sqrt{3} \sigma f_d A \times 10^{-5} \text{ (mm)} \quad (6)$$

여기서, β_s 는 단면의 중립축에서 인장연단까지의 거리를 단면의 중립축에서 인장철근의 도심까지의 거리로 나눈 값, f_s 는 인장철근의 응력(N/mm²), d_c 는 인장연단에서 이 연단에 가장 가까이 있는 인장철근 중심까지의 거리(mm), A 는

휨부재의 인장철근을 둘러싸면서 철근과 같은 도심을 가진 유효인장면적을 철근의 개수로 나눈 콘크리트 유효인장면적(mm²)이다. 그런데, 식 (6)은 통계적 방법에 의해 변수들 간의 상관관계로서만 유도한 식이기 때문에 역학적 해석에 의한 이론적 근거를 갖는 모델로서는 적합하지 못하며, 단면형상이나 하중조건 등 변수들이 다른 시험체들의 균열폭을 예측할 경우 그 결과에 상당한 분산이 존재한다고 알려져 있다¹⁷⁾.

EC 2와 MC 90 규정은 기본적으로 물리적 현상 및 역학적 조건을 만족하고 있지만, 비선형으로 분포하는 실제 부착응력을 가장 단순한 형태인 평균부착응력으로 가정하여 계산한 철근과 콘크리트의 평균변형률 ϵ_{sm} 과 ϵ_{cm} 차이 및 최대균열간격 $s_{r,max}$ 를 이용하고 있다.

$$w_k = \int_{s_r} (\epsilon_{sx} - \epsilon_{cx}) dx = s_{r,max} (\epsilon_{sm} - \epsilon_{cm}) \quad (7a)$$

$$\epsilon_{sm} - \epsilon_{cm} = \epsilon_{so} - \beta \frac{(1+n\rho)f_d}{E_s \rho_{s,ef}} \quad (7b)$$

여기서, s_r 는 균열간격(cm), ϵ_{sx} 는 철근의 변형률, ϵ_{cx} 는 콘크리트의 변형률, ϵ_{so} 는 순수철근의 변형률, β 는 실험상수, E_s 는 철근의 탄성계수, n 은 철근과 콘크리트의 탄성계수비(= E_s/E_c), $\rho_{s,ef}$ 는 유효인장철근비, f_d 는 콘크리트 인장강도이다. 그런데, 식 (7b)로 계산되는 값은 평균변형률이기 때문에 실제 최대균열폭과는 다소간의 차이가 발생할 수 있으며, 최대균열간격에 대해서 MC 90과 EC 2의 콘크리트 교량편에서는 식 (3b), EC 2 일반규정에서는 식 (5)를 각각 규정하기 때문에 균열폭 예측 결과에는 많은 차이가 발생할 수 있을 것이다. 또한, 균열면에서 발생하는 s_o 의 두 배가 균열폭이 된다는 사실에 근거하여 철근과 콘크리트 경계면에서의 부착응력-미끌림 특성과 변형적합조건 및 힘의 평형조건으로부터 균열폭 계산식을 제안하고 있는 연구 결과들^{10,12)}은 2계미분방정식 형태로 유도되는 미끌림 함수를 지배방정식으로 이용한다.

그런데, s_o 를 구하기 위해서는 균열 단계에 따라서 식 (1a), (1b) 및 식 (2a), (2b)와 같은 경계조건을 이용하여야 하는데, 앞 절에서 설명한 바와 같이 균열안정화단계에서 식 (2b)와 같은 초기값의 연속성 문제 때문에 일반해를 구하지 못하고, 균열형성단계에 국한하여 균열폭 계산식을 유도하고, 이를 모든 하중단계에 적용하고 있는 실정이다.

3. 균열폭 모델

3.1 기본 개념 및 가정

3.1.1 개념 유도

균열폭 w 는 임의의 균열간격 s_r 내에서 부착응력에 의하여 균열면으로부터 철근 매입길이 방향으로 발생하는 철근

의 변형률 ϵ_{st} 와 콘크리트 변형률 ϵ_{cs} 의 상대적 차이에 대한 누적 합 또는 양쪽 균열면에서 발생하는 미끄러짐 량 $s_{o,L}$ 과 $s_{o,R}$ 에 대한 합으로서 나타나게 된다. 이러한 현상을 수치적으로 정의하면 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$w = \int_{s_o} (\epsilon_{sx} - \epsilon_{cx}) dx = s_{o,L} + s_{o,R} = 2s_o \quad (8)$$

즉, 균열폭 w 는 철근과 콘크리트 경계면에서 발생하는 부착응력과 미끄러짐에 의해서 지배 받는다고 할 수 있으며, 식 (8)에 의하여 균열면으로 누적되는 미끄러짐 량 s_o 의 두 배가 됨을 알 수 있다. 균열안정화단계에서 발생하는 미끄러짐 량 s_o 가 물리적 현상과 역학적 조건을 모두 만족하기 위해서는 균열이 발생한 부재의 철근과 콘크리트 경계면에서의 부착응력-미끄러짐 특성을 포함할 수 있는 미끄러짐 함수가 필요하다.

또한, 앞 절에서 고찰한 안정화단계에서의 변형적합조건과 미끄러짐 함수가 반영된 부재 중앙 단면에서의 힘의 평형 조건이 성립 하여야 한다. 이상과 같이 부착응력-미끄러짐 관계와 미끄러짐 함수를 정의하게 되면, s_o 를 결정할 수 있는 수학적 전개가 가능하게 된다.

3.1.2 부착응력-미끄러짐 관계

여러 실험결과에 따르면, 철근과 콘크리트 경계면에서 발생하는 부착응력 분포는 두 재료의 상대적 변형 차인 미끄러짐을 기본함수로 하고 있으며, 이로부터 부착응력-미끄러짐 관계를 형성한다고 알려져 있다. 이 관계를 이론적으로 규명하기 위하여 평형, 선형, 이선형(bilinear) 및 비선형 등과 같은 가정들을 통한 많은 연구가 진행되어져 왔지만, 이형철근을 사용한 인발실험(pullout test) 또는 보실험으로부터 얻어진 결과들은 비선형 관계가 대부분이다¹⁸⁾. 따라서, 실험 결과를 충분히 반영할 수 있고, 정확한 균열폭 모델의 제안을 위해서 본 연구에서는 MC 90과 EC 2에서 제시하고 있는 다음과 같은 부착응력-미끄러짐 관계를 이용하였다.

$$\tau_x = \tau_{\max} \left(\frac{s_x}{s_1} \right)^\alpha \quad (9)$$

여기서, τ_{\max} 는 최대부착강도, s_1 은 철근의 구속(confine) 상태와 균열에 따른 부착응력의 크기를 결정하는 특성 미끄러짐 값(characteristic slip value), α 는 실험상수로서 $0 \leq \alpha < 1$ 이다. 이들 세 변수는 다음과 같은 조건에 의하여 각각 결정하였다.

최대부착강도 τ_{\max} 는 철근을 구속하는 콘크리트의 피복두께에 따라서 결정되는데, 본 연구에서는 Huang et al.¹⁹⁾의 실험 연구 결과를 근거로 하여 피복두께가 철근 직경의

5배 이상이 되는 구속 상태가 양호한(well confined) 경우에는 $0.45f_{ck}(N/mm^2)$, 철근 직경을 최소 피복두께로 갖는 구속 상태가 양호하지 못한(unconfined) 경우에는 $0.225f_{ck}(N/mm^2)$ 를 이용하였다. 그런데, 일반적인 철근콘크리트 부재의 경우에는 철근 직경의 1.5-4배에 해당하는 피복두께를 갖기 때문에 위에서 언급한 값을 직접적으로 이용할 수 없다. 이에 대해서 MC 90에서는 피복두께의 변화에 따라서 한계값 사이를 선형 보간(linear interpolate)하여 사용하도록 규정하고 있다. 따라서, 본 연구에서도 이와 같은 방법을 이용하여 τ_{\max} 를 결정하였다.

미끄러짐 특성값 s_1 은 콘크리트의 구속 정도와 함께 쪼갬균열(splitting crack)에 따라서 결정되는데, 구속이 양호하고 횡방향균열(transverse crack)이 거동을 지배하는 경우에는 1.0mm, 구속이 양호하지 못하고 쪼갬균열이 거동을 지배하는 경우에는 0.6mm를 이용한다. 그런데, 본 연구에서는 쪼갬균열의 영향을 고려하지 않고 철근콘크리트 부재의 횡방향균열에 의한 균열폭 모델을 대상으로 하기 때문에 s_1 을 1.0mm로 사용하였다.

실험상수 α 는 하중형태 및 콘크리트 강도에 따라서 결정되는데, 일반적인 단기하중 또는 보통강도콘크리트를 사용하는 경우에는 0.4, 반복하중 또는 고강도콘크리트를 사용하는 경우에는 0.3을 이용한다. 그런데, 본 연구에서는 일반적인 단기하중에 대해서 고려하기 때문에 α 를 0.4로 적용하였다.

3.1.3 균열간격과 부착전달길이

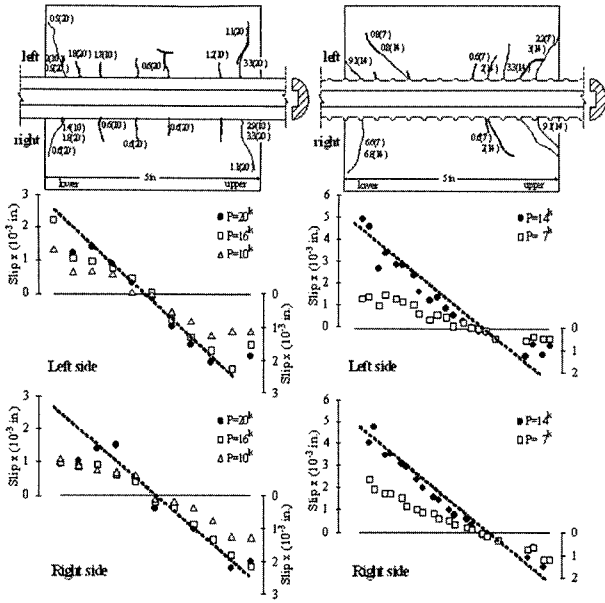
균열안정화단계에서는 전 구간에 부착응력이 분포하여 새로운 균열이 발생할 수 없기 때문에 균열간격을 일정한 크기로 간주할 수 있다. 따라서 본 연구에서는 앞 절에서 고찰한 균열간격 모델 중에서 MC 90과 EC 2 콘크리트 교량편에서 동시에 규정하고 있는 최대균열간격 $s_{r,max}$ 을 이용하였다.

$$s_{r,max} = 2l_t = \frac{d_b}{3.6\rho} \quad (10)$$

3.1.4 미끄러짐 함수

철근과 콘크리트 경계면에서의 미끄러짐은 실제 Fig. 1(a)-(F), (b)-(F)에 보인 바와 같이 부착응력의 변화에 의하여 비선형으로 분포하지만, Jiang et al.²⁰⁾의 실험 결과에 따르면 균열안정화단계에서는 Fig. 2와 같이 비교적 선형 분포에 가깝다고 할 수 있다. 이러한 사실에 근거하여 본 연구에서는 안정화단계에서의 미끄러짐 분포를 다음과 같은 선형으로 가정하였다(Fig. 3 참조).

$$s_x = \frac{s_o}{l_t} x \quad (11)$$



(a) Specimen A2(D19, $c/d_b=2.5$) (b) Specimen A2(D16, $c/d_b=3.0$)
Fig. 2 Slip distribution of stabilized cracking

3.2 s_o 의 결정

Fig. 3에 보인 바와 같이 균열이 발생한 부재에서 균열면으로부터 부착전달길이 l_t 만큼 떨어진 중앙 단면에서 부착에 의해 감소하는 철근의 응력 $\Delta f_{s,c}$ 는 다음과 같다.

$$\Delta f_{s,c} = \frac{\Delta N_s}{A_s} = \frac{\Sigma_o}{A_s} \int_0^{l_t} \tau_x dx \quad (12)$$

여기서, ΔN_s 는 부착력에 의해 감소하는 철근력, A_s 는 철근의 단면적, Σ_o 는 철근의 주변장($=\pi d_b$)이다.

또한, 균열안정화단계에서는 새로운 균열이 발생할 수 없기 때문에 부착에 의해 콘크리트로 전달되는 응력의 크기가 인장강도 f_{ct} 를 초과할 수 없다. 따라서 식 (10)에 의해 계산되는 부착전달길이 l_t 는 다음과 같은 조건을 반드시 만족하여야 한다.

$$l_t < \frac{(1+a)s_0^q A f_{ct}}{\Sigma_o \tau_{\max} s_o^a} \quad (13)$$

여기서, A_c 는 콘크리트 단면적이다.

Fig. 1b-(E)와 같이 안정화단계에서는 균열발생단계와 달리 부재 중앙에서 미끌림의 변화율이 존재하는데, 이로 인하여 중앙 단면에서도 철근과 콘크리트의 변형률의 차이가 발생하게 되며, 그 크기는 미끌림의 1차 도함수와 같다. 그런데, 본 연구에서는 식 (11)과 같이 안정화단계에서의 미끌림 함수를 선형으로 가정하였기 때문에 1차 도함수의 크기는 미끌림 함수의 기울기로서 항상 일정한 값을 갖게

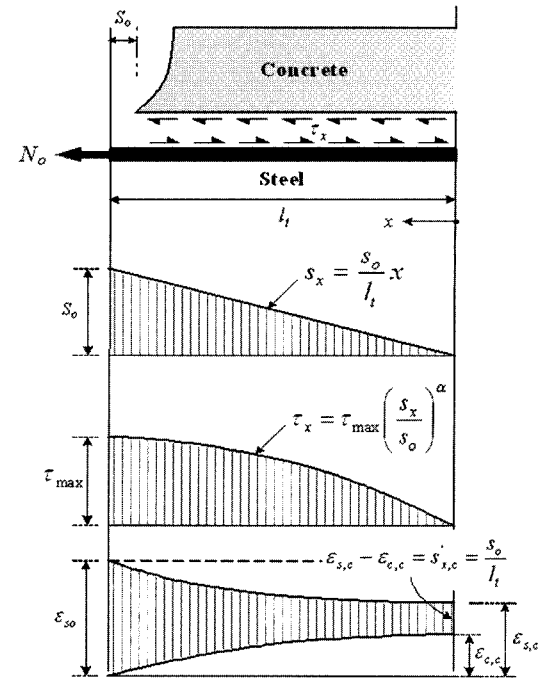


Fig. 3 Bond stress and strain distribution of stabilized cracking stage by linear slip Assumption

되므로 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$s_x = \frac{s_o}{l_t} x = \epsilon_{s,c} - \epsilon_{c,c} \quad (14)$$

여기서, $\epsilon_{s,c}$ 는 중앙단면에서의 철근 변형률, $\epsilon_{c,c}$ 는 중앙단면에서의 콘크리트 변형률이다.

식 (14)에 의하여 부재의 중앙단면에서 발생하는 철근의 응력은 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$f_{s,c} = E_s \epsilon_{s,c} = E_s \epsilon_{c,c} + E_s \frac{s_o}{l_t} \quad (15)$$

부착에 의해 콘크리트가 철근의 응력이 일부분을 부담함으로써 부재 중앙단면에서 발생하는 철근의 응력은 힘의 평형조건에 의하여 식 (12)와 같아야 한다.

$$\frac{N_o}{A_s} - \frac{\Sigma_o}{A_s} \int_0^{l_t} \tau_x dx = E_s \epsilon_{c,c} + E_s \frac{s_o}{l_t} \quad (16)$$

여기서, N_o 는 철근에 작용하는 하중이다. 식 (16)에 식(9)로 정의한 τ_x 를 대입하고, s_o 에 대해 정리하면 다음과 같다.

$$\frac{(1+n\rho)\Sigma_o \tau_{\max} l_t}{(1+a)s_0^a} s_o^a + \frac{A_s E_s}{l_t} s_o - A_s f_{s,o} = 0 \quad (17)$$

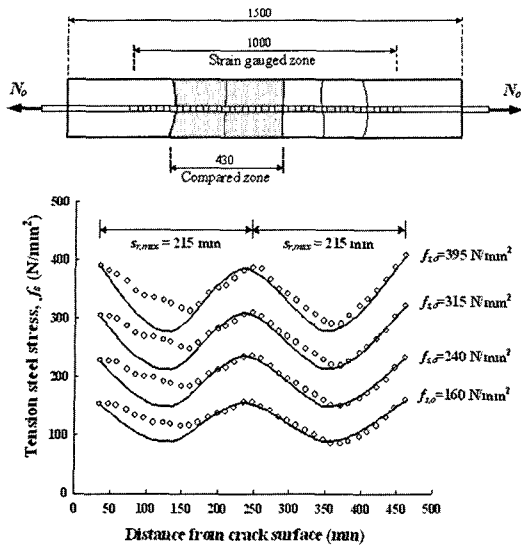


Fig. 4 Verification of proposed Eq. (17)

식 (17)은 s_o 에 대한 비선형방정식으로서, 일반해(analytic solution)를 구하기가 상당히 어렵다고 할 수 있다. 이러한 문제를 해결하기 위해서는 수치해석에 의한 해(numerical solution)를 구하는 방법을 이용하여야 하는데, 본 연구에서는 Newton-Raphson법을 선택한 후, 정확하고 빠른 계산을 위하여 Spreadsheet 프로그램인 Excel을 이용하여 s_o 를 결정하였다.

3.3 s_o 의 검증

식 (17)로부터 계산되는 s_o 는 힘의 평형조건과 변형적합조건을 만족하고 있지만, 기본식 구성에 가정들이 포함되어 있다. 따라서, 균열폭 모델에 적용하기 위해서는 s_o 에 대한 검증뿐만 아니라 본 연구의 가정과 기본식 구성 관계가 적절한지 사전에 충분한 검증을 실시하여야 한다. 균열면에서의 미끄럼 량인 s_o 를 정확하게 평가하기 위해서는 식 (8)의 조건과 같이 균열폭 자료를 이용하는 것이 일반적이다. 그런데, 본 연구의 균열폭 제안 모델이 앞 절에서 정의한 것과 같이 s_o 를 그대로 이용하기 때문에 균열폭을 제외한 변수로서 검증을 하여야 할 것이다. 따라서, 본 연구에서는 하중단계에 따라 발생하는 철근의 응력 상태를 직접 측정할 Scott and Gill⁽²¹⁾의 실험 자료를 대상으로 선정하였다. 철근 응력을 선택한 이유는 본 연구의 가정에 의한 식 (9)와 식 (10)의 관계로부터 미끄럼 분포와 부착응력-미끄럼 특성 및 안정화단계에서의 변형적합조건 모두 s_o 에 의해서 결정되며, 이와 같은 관계들이 모두 결합되어 나타나는 결과가 식 (12)와 같은 철근의 응력이기 때문이다.

s_o 를 이용하여 계산한 철근 응력과 실험 결과를 비교하여 Fig. 4에 정리하였다. 이 결과를 살펴보면, 각 하중단계에서 식 (12)로 계산되는 부착에 의해 감소하는 중앙단면

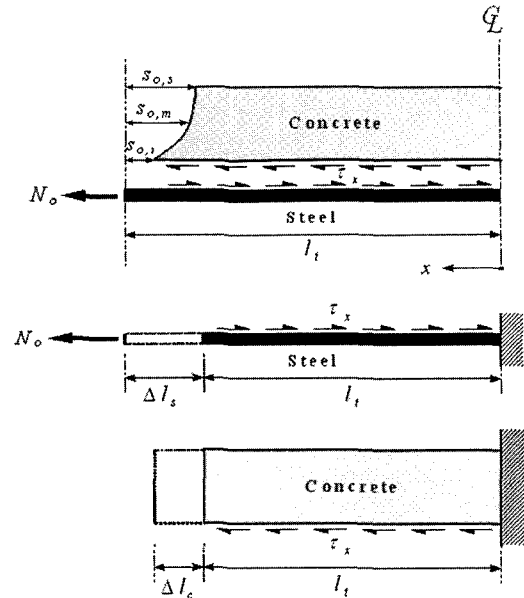


Fig. 5 Idealization of steel and concrete deformation

에서의 철근 응력 및 길이에 따른 분포가 실험결과와 비교적 정확하게 일치하고 있음을 알 수 있다. 또한, 균열간격의 변화가 없음을 확인할 수 있는데, 이러한 사실은 안정화단계에 대한 본 연구의 가정과 일치하며, 식 (10)에 의한 크기 역시 실험 결과를 잘 설명하고 있음을 알 수 있다.

제한된 실험 결과에 의한 검증이지만, 이상과 같은 사실은 본 연구에서 가정하고 있는 안정화단계에서의 미끄럼 분포, 부착응력-미끄럼 관계 및 부착전달길이 가 현실적 조건을 만족하고 있음을 확인해 주는 결과라 하겠다. 따라서, 물리적 현상과 역학적 조건을 모두 만족하고 있는 식 (17)로부터 결정되는 s_o 를 이용하게 되면, 합리적이고 논리적인 타당성을 갖는 균열폭 모델의 구성이 가능하게 될 것이다.

3.4 균열폭 모델

앞 절에서 계산되는 s_o 는 Fig. 5에 보인 바와 같이 철근과 콘크리트 경계면에서 발생하는 미끄럼량이다. 그런데, 일반적으로 사용성을 평가하기 위해서 균열폭을 측정하는 위치는 두 재료의 경계면이 아닌 콘크리트 표면이기 때문에 식 (17)로부터 계산되는 s_o 를 실제 균열폭으로 평가하기에는 한계가 있다고 할 수 있다. 따라서 식 (17)에 의한 s_o 는 철근과 콘크리트 경계면에서의 값이기 때문에 본 연구에서는 이 값을 $s_{o,i}$ 라고 정의한다.

균열면에서 콘크리트의 변형 상태를 도해한 Fig. 5와 같이 실제 최대균열폭은 콘크리트 표면에서의 미끄럼 량 $s_{o,s}$ 라 할 수 있는데, 균열 단면의 변형 분포를 수치적으로 정확하게 계산하는 것은 현실적으로 매우 어렵다고 할 수 있다. 따라서 본 연구에서는 Fig. 5와 같이 콘크리트의 각 위치마다 다른 크기로 발생하는 변형의 평균값은 중앙 부분

에서의 변형과 같다는 등가개념을 이용하였다.

콘크리트 균열면 중앙에서 발생하는 미끄러짐 량 $s_{o,m}$ 은 Fig. 5와 같이 철근과 콘크리트의 변형량 Δl_s 와 Δl_c 의 차이 부터 계산할 수 있으며, 이 값은 본 연구의 균열폭 계산에 직접이용 된다. 작용하중 N_o 와 부착응력 τ_x 에 의하여 발생하는 철근과 콘크리트의 변형량 Δl_s 와 Δl_c 는 각각 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$\Delta l_s = \frac{N_o l_t}{A_s E_s} - \int_0^{l_t} \frac{1}{A_s E_s} \left(\int_x^{l_t} \Sigma_o \tau_x dx \right) dx \quad (18a)$$

$$\Delta l_c = \int_0^{l_t} \frac{1}{A_c E_c} \left(\int_x^{l_t} \Sigma_o \tau_x dx \right) dx \quad (18b)$$

균열폭 w 는 식 (8)에 의하여 균열면에서 발생하는 $s_{o,m}$ 의 두 배에 해당한다. 따라서 식 (18)로부터 계산되는 균열면에서의 미끄러짐 량을 이용하여 균열폭을 정리하면 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$w = 2s_{o,m} = 2(\Delta l_s - \Delta l_c) \quad (19a)$$

$$w = 2 \left[\frac{N_o l_t}{A_s E_s} - \frac{(1+n\rho)\Sigma_o \tau_{\max} l_t^2}{(a+2)A_s E_s s_1^a} s_{o,i}^a \right] \quad (19b)$$

식 (19)로 유도되는 균열폭 모델을 단순화하기 위하여 식 (17)의 평형방정식을 이용할 수 있다. 즉, 지수함수를 갖는 식 (19b)의 우변 두 번째 항을 식 (17)을 이용하여 정리하게 되면 다음과 같은 간단한 일차방정식 형태로 정리할 수 있게 된다.

$$\frac{A f_{s,o}}{1+a} - \frac{(2+a)A_s E_s}{2(1+a)l_t} w + \frac{A_s E_s}{l_t} s_{o,i} = 0 \quad (20)$$

식 (20)의 간략화를 위해서 식 (10)으로 정의한 l_t 를 대입한 후, w 에 대해서 정리하면 본 연구에서 최종적으로 제안하는 균열폭 모델이 결정된다.

$$w = 2 \frac{(1+a)}{(2+a)} \left[\frac{0.14 f_{s,o} d_b}{(1+a) E_s \rho} + s_{o,i} \right] \quad (21)$$

철근콘크리트 부재의 사용성 평가를 위해 균열폭을 예측하거나 측정하는 값은 일반적으로 최대 균열폭 w_{\max} 에 해당한다. 그런데, 본 연구에서 제안하는 식 (21)은 최대균열 간격으로부터 유도가 되지만, 균열 단면에서의 콘크리트 변형상태를 정확하게 파악할 수 없는 현실적인 문제로 인하여 최대 미끄러짐 량인 $s_{o,s}$ 를 사용하지 못하고, 이를 대신

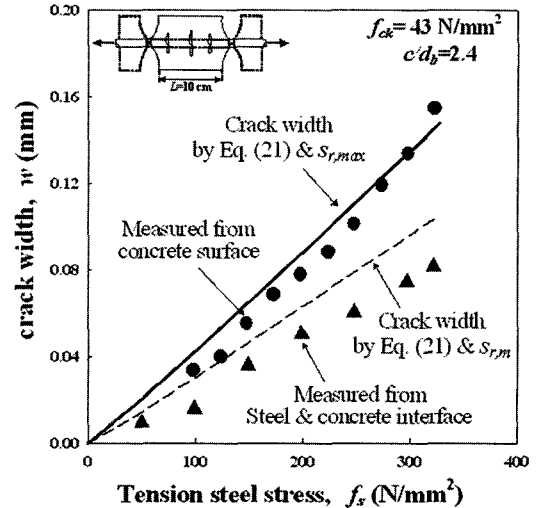


Fig. 6 Comparison of crack width in tension members

하여 $s_{o,m}$ 을 이용하였기 때문에 엄격한 의미에서 최대균열폭이라고 할 수 없을 것이다. 그러나, 식 (17) 및 식 (18)과 같은 역학적 조건을 만족할 수 있는 최대 미끄러짐 량은 $s_{o,m}$ 이 되기 때문에 본 연구에서는 식 (21)을 최대 균열폭 w_{\max} 라고 정의한다. 이와 같은 문제는 최대균열간격에 대한 차이를 제외하고 EC 2와 MC 90의 균열폭 계산식과 동일한 경향이다. 그런데, MC 90에서 w_k 가 예측하는 균열폭의 95% 이하가 되도록 규정하기 때문에, 이를 근거로 한다면 본 연구에서 제안하는 식 (21)을 최대균열폭으로 간주하여도 문제가 없을 것이라 판단된다. 식 (21)을 이용하게 되면 부재의 설계나 사용성 검토시 안전성을 확보할 수 있지만, 실제 정확한 최대 균열폭을 계산하기에는 부적합하므로, 향후 $s_{o,s}$ 에 대한 연구가 계속 진행되어야 할 것이다.

4. 균열폭 모델의 검증

균열안정화단계에서의 선형 미끄러짐 분포 가정에 의한 철근과 콘크리트 경계면에서 발생하는 부착응력-미끄러짐 관계를 이용하는 새로운 균열폭 모델은 힘의 평형조건과 단위 부재 실험에 의한 상수값 만으로 부재에 발생하는 균열폭의 예측이 가능하게 된다. 제안 모델의 정확성 및 우수성의 검증을 위하여 여러 연구자들이 기존에 수행하였던 인장부재 및 휨부재의 실험결과와 비교하여 보았다.

Fig. 6은 Yannopoulos²²⁾가 인장실험을 통하여 측정된 경계면과 콘크리트 표면에서 각각 측정된 균열폭 자료를 본 연구의 제안식과 비교하여 나타낸 것이다. 식 (21)의 계산을 위해 적용한 상수값은 실험체의 피복두께에 대한 철근 직경의 비 $c/d_b = 2.4$, 콘크리트 강도 $f_{ck} = 43 \text{ N/mm}^2$ 이므로, $\tau_{\max} = 0.31f_{ck}$, $s_l = 1.0 \text{ mm}$, $a = 0.4$ 를 각각 사용하였다.

이 그림을 살펴보면, 식 (21)로 계산하여 굵은 실선으로

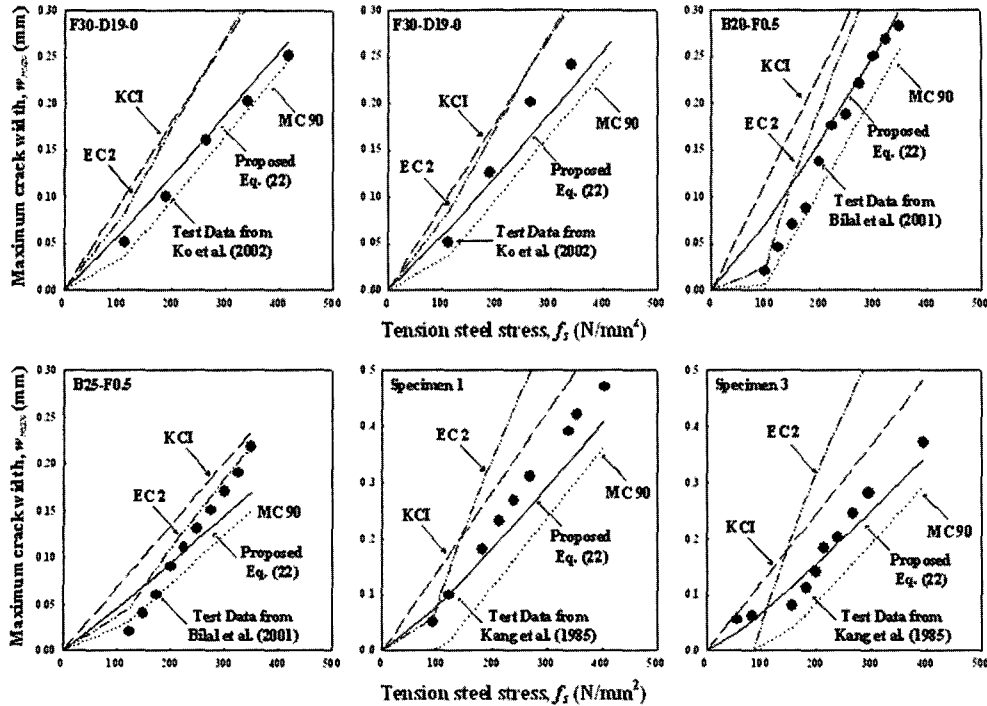


Fig. 7 Comparison of crack width in flexural members

표시한 제안 모델의 최대 균열폭은 콘크리트 표면에서 측정된 실험값을 비교적 정확하게 예측하고 있음을 확인할 수 있다. 또한, 경계면과 표면의 측정자료를 이용하면 평균 균열폭 w_m 에 대한 검증도 수행할 수 있는데, w_m 은 식 (10)의 최대 균열간격 $S_{r,max}$ 대신에 평균균열간격 $S_{r,m}$ 을 식 (17)과 식 (21)에 대입하면 될 것이다. 여기서 $S_{r,m}$ 은 $S_{r,max}$ 의 2/3라는 MC 90의 규정에 의해서 계산할 수 있다. $S_{r,m}$ 으로 계산하여 가는점선으로 표시한 평균 균열폭 역시 모든 하중단계에서 각 실험값의 중간에 위치함을 알 수 있다. 일반적인 휨부재의 경우에는 작용하는 하중에 의해 유발되는 인장력을 콘크리트 단면 전체가 부담하지 않고, 중립축 아래의 인장철근을 둘러싸고 있는 일정한 크기의 콘크리트 면적만이 저항한다고 알려져 있다. 이와 같이 철근 콘크리트 부재 단면 중에서 휨 또는 인장하중을 부담하는 콘크리트 면적을 유효인장단면적 $A_{c,ef}$ 라고 한다. 따라서, 식 (21)를 이용하여 철근콘크리트 휨부재의 균열폭을 정확하게 예측하기 위해서는 철근비 ρ 대신 $A_{c,ef}$ 개념을 적용한 유효인장철근비 ρ_{ef} 를 사용하여야 할 것이다. 이를 위하여 본 연구에서는 EC 2 및 MC 90에서 규정하고 있는 유효인장단면적을 이용하여 ρ_{ef} 를 계산하였다.

$$\rho_{ef} = \frac{A_s}{A_{c,ef}} = \frac{A_s}{b \times 2.5(h-d)} \quad (22)$$

Fig. 7은 Bilal et al.²³⁾, 강영진 등²⁴⁾, 고원준 등²⁵⁾이 수행한 휨부재의 최대 균열폭 실험 자료를 본 연구의 제안식

및 현행 설계기준 규정들과 비교하여 나타낸 것이다. 제안식 계산에 사용된 상수값은 모든 실험체에서 c/d_b 가 2.0에서 2.5 범위에 있기 때문에 τ_{max} 를 $0.28f_{ck}$ 에서 $0.31f_{ck}$ N/mm^2 , $s_f=1.0$ mm을 적용하였으며, a 에 대해서는 $f_{ck}=65$ N/mm^2 이상을 사용한 Bilal의 실험체는 $a=0.3$, $f_{ck}=30$ N/mm^2 을 사용한 나머지 실험체에서는 $a=0.4$ 를 적용하였다.

이 그림을 살펴보면, 본 연구의 제안식으로 계산한 균열폭은 시험체마다 다소간의 차이는 있지만, 균열안정화단계에서 다른 설계기준 규정보다 실험 결과를 비교적 정확하게 예측하고 있음을 알 수 있다. 그러나, 콘크리트구조설계기준과 EC 2에서 제시하는 규정으로 예측한 균열폭은 실험결과를 과대평가 하고 있으며, 이와는 반대로 MC 90의 규정은 본 연구의 제안식으로 계산한 값과 비슷한 결과를 나타내면서 실험결과를 대체적으로 과소평가 하는 것으로 나타났다. 특히, EC 2와 MC 90의 경우에는 시험체에 따라서 예측값의 차이가 크게 발생하는데, 이와 같은 이유는 두 설계기준에서 제시하고 있는 평균변형률의 크기는 식 (7b)와 같이 동일하게 계산되지만, 균열폭 계산에 큰 영향을 미치는 또 다른 변수인 식 (3b)와 식 (5)로 정의되는 최대균열간격에 대한 규정이 서로 다르기 때문이라 판단된다.

즉, MC 90에서는 부재의 인장 철근비와 철근 직경만을 사용하여 계산하기 때문에 균열간격이 작게 평가되고, EC 2에서는 이들 변수와 함께 피복두께의 영향까지 포함하여 계산하기 때문에 균열간격이 MC 90에 비하여 상대적으로 크게 평가되어서 두 규정에 의한 균열폭 예측값에는 많은 차이가 발생하게 된다.

5. 결 론

본 연구는 철근콘크리트 인장 또는 휨부재에서 발생하는 균열폭 예측을 정확하게 할 수 있는 새로운 모델을 유도한 것이다. 안정화단계에서의 선형 미끌림 분포 가정을 통하여 변형적합조건과 부착응력-미끌림 관계를 유도하고, 이를 이용한 힘의 평형조건식과 단위 부재 실험을 통한 기본적인 상수값 τ_{max} , s_f , a 만으로 균열면에서 발생하는 미끌림 량을 정식화하여, 부재의 기하학적 조건이나 재료특성에 상관없이 일관된 논리로서 균열폭을 계산할 수 있도록 하였다. 이와 같은 연구를 통하여 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

- 1) 균열안정화단계에서 철근과 콘크리트 경계면에 발생하는 미끌림 분포를 선형으로 가정하는 것은 타당하며, 이로부터 유도된 새로운 모델은 역학적 조건과 물리적 현상을 모두 포함하고 있다.
- 2) 균열폭의 크기를 결정하는 주요 변수는 τ_{max} , s_f , a 이며, 이 값들을 적절히 조절하면, 재료 강도, 하중 조건, 부재 형태 및 균열거동 특성을 모두 반영할 수 있다.
- 3) 제안 모델은 논리적 일관성을 확보하고 있으며, 여러 실험자료 및 설계기준 규정과의 비교를 통하여 검증한 결과, 그 적용성 및 정확성이 비교적 양호하다.

감사의 글

이 연구는 교량설계핵심기술연구단을 통하여 지원된 건설교통부 건설핵심기술연구개발사업에 의하여 수행되었습니다. 연구 지원에 감사드립니다.

참고문헌

1. Goto, Y. and Otsuka, K., "Studies on Internal Cracks Formed in Concrete Around Deformed Tension Bars", *ACI Structural Journal*, Vol.68, No.4, April 1971, pp.244~251.
2. Leonhardt, F., *Crack Control in Concrete Structures*, IABSE Surveys No.S-4/77, Zurich, 1977.
3. Broms, B. B., "Crack Width and Crack Spacing in Reinforced Concrete Members", *ACI Structural Journal*, Vol.62, No.9, October, 1965, pp.1237~1256.
4. Chan, H. C., Cheung, Y. K., and Huang, Y. P., "Crack Analysis of Reinforced Concrete Tension Members", *ASCE Journal of Structural Engineering*, Vol.118, No.8, August 1992, pp.2118~2131.
5. Gergely, P. and Lutz, L.A., *Maximum Crack Width in Reinforced Concrete Flexural Members*, Causes, Mechanism, and Control of Cracking in Concrete

- ACI Special Publication SP-20, ACI, Michigan, 1968, pp.87~117.
6. ACI Committee 318, *Building Code Requirement for Structural Concrete and Commentary*, ACI, Detroit, 2002.
7. European Committee for Standardization, *Eurocode 2-Design of Concrete Structures*, CEN, Brussels, 2002.
8. CEB-FIP, *CEB-FIP Model Code 1990*, Comite Euro-International Du Beton, Paris, 1991.
9. 한국콘크리트학회, 건설교통부제정 콘크리트구조설계 기준 해설, 한국콘크리트학회, 2003.
10. Balazs, G., "Cracking Analysis Based on Slip and Bond Stresses", *ACI Material Journal*, Vol.90, No.4, July-August 1993, pp.340~348.
11. Shunsheng, Y. and Jiakui, C., "Bond Slip and Crack Width Calculations of Tension Members", *ACI Structural Journal*, Vol.85, No.4, July-August 1988, pp.414~422.
12. Russo, G. and Romano, F., "Cracking Response of RC Members Subjected to Uniaxial Tension", *ASCE Journal of Structural Engineering*, Vol.118, No.5, May 1992, pp.1172~1190.
13. fib, *Structural Concrete - Manual Textbook Volume 2*, International Federation for Structural Concrete (fib), Switzerland, 1999.
14. Beeby, A. W., "Predicting of Crack Width in Hardened Concrete", *Structural Engineer*, Vol.57A, No.1, January 1979, pp.9~17.
15. Lorrain, M., Maurel, O., and Seffo, M., "Cracking Behavior of Reinforced High-Strength Concrete Tension Ties", *ACI Structural Journal*, Vol.95, No. 5, September-October 1998, pp.626~635.
16. Jaccoud, J. P., Charif, H., and Farra, B., "Cracking Behavior of HSC Structures and Practical Consequences for Design", *3rd International Symposium on Utilization of High-Strength Concrete*, CEB-FIP, Lillehammer, 1992, pp.225~232.
17. Nawy, E. G., "Crack Control in Reinforced Concrete Structures", *ACI Structural Journal*, Vol.65, No.10, October 1968, pp.825~836.
18. fib Task Group Bond Model, "Bond of Reinforcement in Concrete", *State-of-Art Report Bulletin 10, International Federation for Structural Concrete(fib)*, Switzerland, 2000.
19. Huang, Z., Engstrom, B., and Magnusson, J., "Experimental Investigation of the Bond and Anchorage Behavior of Deformed Bar in High Strength Concrete", *Fourth International Symposium on the Utilization of High Strength/ Performance Concrete*, Paris, 1996, pp.1115~1124.

20. Jiang, D. H., Shah, S. P., and Andonian, A. T., "Study of the Transfer of Tensile Forces by Bond", *ACI Structural Journal*, Vol.81, No.3, May-June 1984, pp.251~259.
21. Scott, R. H. and Gill, P. A. T., "Short-Term Distributions of Strain and Bond Stress along Tension Reinforcement", *Structural Engineer*, Vol. 65B, No.2, June 1987, pp.39~43.
22. Yannopoulos, P. J., "Variation of Concrete Crack Width Through the Concrete Cover to Reinforcement", *Magazine of Concrete Research*, Vol.41, No.147, June 1989, pp.63~68.
23. Bilal, S. H. and Mohamad, H. H., "Effect of Fiber Reinforcement on Bond Strength of Tension Lap Splices in High-Strength Concrete", *ACI Structural Journal*, Vol.98, No.5, September-October 2001, pp.638~647.
24. 강영진, 오병환, "철근콘크리트 휨부재의 균열폭 및 균열간격의 결정", 대한토목학회 논문집, 5권 4호, 1985, pp.103~111.
25. 고원준, 박선규, "부착특성을 고려한 철근콘크리트 부재의 휨 균열폭 산정", 대한토목학회 논문집, 22권 4-A호, 2002, pp.825~835.

요 약

이 논문은 철근콘크리트 구조 부재의 균열폭을 산정하는 해석적 모델을 제안한 것이다. 철근과 콘크리트 경계면에서 발생하는 실제와 유사한 형태의 부착응력-미끌림 특성을 수치적으로 전개하기 위하여 균열안정화단계에서의 철근 경계면에서의 미끌림이 선형으로 분포한다고 가정하고, CEB-FIP Model Code 1990에서 제시하고 있는 부착응력-미끌림 관계에 적용하였다. 이와 같은 방법을 통하여 균열과 균열 사이에서 철근의 매입길이 방향으로 발생하는 철근과 콘크리트의 변형률 차이가 균열면으로 누적되는 양을 계산할 수 있는 평형방정식을 유도하고, 이로부터 두 재료의 축방향 변형률의 차이로부터 균열폭을 계산할 수 있는 모델을 제안하였다. 이렇게 정식화된 새로운 균열폭 모델을 기존 문헌에 발표된 여러 연구자들의 실험 자료에 적용하여 그 정확성을 검증한 결과, 제안식에 의한 예측값은 현재 사용되고 있는 여러 설계기준의 균열폭 규정으로 계산한 결과에 비하여 실험값을 비교적 정확하게 예측하는 것으로 나타났다.

핵심용어 : 부착응력, 균열폭, 철근콘크리트, 미끌림, 균열안정화