

< 논문 >

성층화된 Taylor-Couette 유동에 대한 전산해석적 연구

황종연[†] · 양경수* · 김동우**

(2005년 12월 26일 접수, 2006년 5월 1일 심사완료)

Numerical Simulation of Stratified Taylor-Couette Flow

Jong-Yeon Hwang, Kyung-Soo Yang and Dong-Woo Kim

Key Words : Stratified Flow(성층유동), Taylor Vortex(테일러 와류), Growth Rate(성장률)

Abstract

The flow regimes for a Taylor-Couette flow with a stable, axial stratification in density are investigated using numerical simulation. The flow configuration identical to that in the experiment of Boubnov, et al. (1995) is considered in the present research. The main objectives of this investigation are to verify the experimental and numerical results carried out by Boubnov, et al. and Hua et al. (1997), respectively, and to further study the detailed flow fields and flow bifurcations. With increasing buoyancy frequency of the fluid (N), the stratification-dominated flow regime, called the S-regime, is observed. It is also confirmed that the important effect of an axial density stratification is to stabilize the flow field. The present numerical results are in good agreement with Boubnov, et al. and Hua et al.'s observations.

기호설명

- | | |
|------------------------------------|--|
| r_i : 안쪽 실린더의 반경 | u_i : 3 차원 직교좌표계 속도성분 |
| r_o : 바깥쪽 실린더의 반경 | p' : 압력 변동분 |
| d : 실린더 사이의 간격 ($= r_o - r_i$) | p_b : 기준 압력 분포 |
| D : 물질확산계수 | μ : 점성계수 |
| Ω : 안쪽 실린더의 각속도 | δ_{ij} : Kronecker delta 함수 |
| ν : 동점성 계수 | Ta : Taylor 수 ($= r_i \Omega d / \nu$) |
| g : 중력가속도 | Fr : Froude 수 ($= \Omega / N$) |
| ρ_0 : 기준밀도 | N : 부력진동수 ($= [(-g / \rho_0) \partial \rho / \partial z]^{1/2}$) |
| ρ' : 밀도 변동분 | η : 바깥 실린더의 반경에 대한 안쪽 실린더의 반경의 비 ($= r_i / r_o$) |
| ρ_b : 기준밀도분포 | n_l : 무차원 와류층 높이 (= layer height factor) |
| | h : 와류의 횡방향 파장 |

[†] 책임저자, 회원 인하대학교 기계기술공동연구소
E-mail : jyhwang@inha.ac.kr
TEL : (032)860-8257 FAX : (032)868-1716

* 회원, 인하대학교 기계공학부

** 회원, 인하대학교 대학원

1. 서론

서로 다른 속도로 회전하는 환형 실린더 사이의 유동에서 발생하는 Taylor-Couette 유동은 매우

고전적인 유체역학의 주제로서 G.I. Taylor 의 실험적 및 이론적 연구 이후로 지속적인 연구가 이루어져 왔다.⁽¹⁾ 초창기의 연구는 실험 및 선형 안정성 이론에 근거하여 기본 유동으로부터 Taylor 와류가 형성되기 시작하는 임계 회전 속도를 구하는 주제에 많은 관심이 집중되었다.⁽²⁻⁷⁾ 실린더 곡률로 인하여 생성되는 Couette 유동의 유선은 주 불안정성을 유발하게 되는 근본적인 원인이 되며 이렇게 발생된 축대칭 형태인 Taylor 와류는 실린더의 회전속도가 증가함에 따라 2 차 분기에 의하여 비대칭 파동 와류로 천이된다.⁽⁸⁾ 최근 Wereley 와 Lueptow 등은⁽⁹⁾ PIV(Particle Image Velocimetry)를 이용한 실험을 통하여 축방향 유동이 있는 Taylor 와류에 대한 자세한 연구를 수행하였으며 이는 Hwang 과 Yang⁽¹⁰⁾에 의한 전산해석적 연구와 매우 잘 일치되었다. 그들의 연구에 의하면 축방향 유동은 Taylor 와류로의 천이를 지연시키는 효과를 가지며 회전수가 증가함에 따라 파동와류에서 랜덤와류로 천이된다고 보고되었다. Taylor-Couette 유동의 경우 위에서 언급된 축대칭 와류, 파동와류, 나선와류, 랜덤와류, 또는 모듈된 와류등 많은 와류의 형태가 발견된다. 하지만 반경방향 온도구배, 코리올리힘, 중력에 의한 밀도구배 등 부가적인 효과들이 가해지면 유동 안정성에 심각한 현상들이 야기되며 더욱 많은 형태의 Taylor 와류들이 생성되게 된다. 특히 반경방향의 온도구배가 형성될 경우 반경방향 포텐셜과 중력에 의한 부력의 영향으로 나선와류가 생성된다고 알려져 있다.⁽¹¹⁾ 이에 대한 선형 안정성이론에 근거한 연구^(12,13) 뿐만 아니라 실험^(14,15) 및 전산해석적 연구^(16,17)도 수행되어 지고 있다.

특히 최근들어 실린더의 축방향으로 중력에 의한 밀도구배가 형성되어 있는 “밀도 성층 유동”의 경우 그 유동현상의 중요성이 인식되어 몇몇 연구자들에 의하여 그 연구가 수행되었다. 선형적인 밀도 구배가 안정하게 형성될 경우, buoyancy frequency (N)와 안쪽 실린더의 각속도(Ω)에 따른 유동특성에 대한 연구는 유동 불안정성 및 bifurcation 측면에서 매우 중요하게 인식되어 진다. Boubnov 등⁽¹⁸⁾은 이에대한 실험을 수행하여 N 과 Ω 를 다양하게 변화시키면서

여러 형태의 Taylor 와류를 발견하였다. 성층효과가 일정할 때 안쪽 실린더의 회전수가 증가할수록 와류의 축방향 파장의 길이가 점점 커지게 된다는 사실과 여러 와류형태의 거동에 대해서도 상세히 보고하였으며 이는 선형안정성이론에 의한 연구와 병행하여 검증되었다. Hua 등⁽¹⁹⁾은 Boubnov 등의 실험결과를 토대로 전산 해석연구를 수행하였다. 특히 반경방향-축방향 평면에서 Taylor 와류와 밀도 contour 등의 횡방향 길이 규모의 변화를 확인하였다.

이러한 형태의 밀도 성층유동은 Taylor-Couette 유동과 관련된 기계공학적인 측면뿐만 아니라 밀도 성층과 관련된 부력이 매우 중요한 인자로 작용하는 해양학, 환경공학 및 기상학과 관련된 직접적인 응용 예를 들 수 있다. 또한 Boussinesq 근사에 의하여 밀도와 온도는 선형적인 관계를 갖는 상태방정식으로 표현될 수 있음을 상기할 때 그 응용 예는 열전달 문제로부터 확대되어 동심 환형관 형상의 열교환기, 전자기기의 냉각시스템, 원자로 시스템에 이르기까지 매우 넓은 분야로까지 그 중요성이 확대된다. 그러나 이러한 공학적 및 기상학적 중요성에도 불구하고 국내에서는 밀도 성층유동에 대한 연구는 미약하며 국외적으로 볼 때 매우 미미한 실정이다.

본 연구에서는 밀도 성층류와 결부된 Taylor-Couette 유동에 대해서 전산해석적 연구를 수행하였다. 우선적으로 Boubnov 등과 Hua 등의 결과와 엄밀한 비교가 수행되었으며 다양한 Ta 와 N 에 대해서 여러 형태의 와류특성과 각 와류의 천이 과정을 살펴보았다. 또한 유동장과 밀도장의 상관적인 특성을 파악하였고 시간에 따른 와류의 거동에 대해서 자세히 고찰하였다.

2. 수식전개 및 수치해석법

본 연구의 지배방정식은 Boussinesq 근사가 도입된 비압축성 밀도 성층유동으로서 다음과 같이 연속방정식, 운동량 방정식, 밀도 방정식으로 구성된다.

$$\frac{\partial u_j}{\partial x_j} = 0 \quad j=1,2,3 \quad (1)$$

$$\rho_0 \frac{\partial u_i}{\partial t} + \rho_0 \frac{\partial u_i u_j}{\partial x_j} = -\frac{\partial p'}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} - \rho' g \delta_{i3} \quad (2)$$

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} + u_j \frac{\partial \rho'}{\partial x_j} = D \frac{\partial^2 \rho'}{\partial x_j \partial x_j} - u_3 \frac{d\rho_b}{dx_3} \quad (3)$$

여기서 ρ' 과 p' 은 각각 순간 밀도변동분, 순간 압력변동분을 나타내며 다음과 같이 정의한다.

$$\rho = \rho_b(z) + \rho', \quad p = p_b(z) + p' \quad (4)$$

지배방정식들은 유한체적법(Finite Volume Method)을 사용하여 차분되었다. 공간에 대한 차분은 운동량 방정식에 대하여 중앙 차분법을, 밀도 방정식에 대하여 확산항은 중앙 차분법을, 대류항은 QUICK scheme 을 사용하였다. 시간에 대한 차분은 혼합 기법으로서, 비선형항들 및 교차확산항들(cross diffusion terms)은 3 차 정확도의 Runge-Kutta 양해법(explicit)으로 적분하였고 다른 항들은 Crank- Nicolson 의 음해법(implicit)으로 적분이 수행되었다. 연속방정식과 운동량 방정식을 분리 하기 위하여 Fractional Step 기법⁽²⁰⁾이 사용되었다. 밀도 방정식에 대한 시간 차분 역시 대류항은 3 차 정확도의 Runge-Kutta 방법으로, 확산항은 Crank- Nicolson 방법으로 적분되었다.

3. 유동 파라미터 및 경계조건

본 연구에서는 $Ta = 139, 167, 200$ 의 세 경우에 대해서 Fr 를 변화시켜가면서 연구를 수행하였다. Ta 는 본 연구에서 $Ta = r_i \Omega d / \nu$ 로 정의하였다. 여기서 r_i 는 안쪽 실린더의 반경이고 Ω 는 회전하는 안쪽 실린더의 각속도, d 는 바깥 실린더와 안쪽 실린더의 반경의 차이이다. 실린더의 반경의 길이는 Boubnov 등의 실험에서와 동일하게 $r_i = 40mm$, $r_o = 51mm$ 로 설정하였다. 바깥 실린더의 반경에 대한 안쪽 실린더의 반경의 비(η)는 0.7843 이다. Fig. 1 은 전체 계산 영역과 사용된 격자계를 보여준다. Fig. 1(a)는 횡방향 단면을 Fig. 1(b)는 회전방향 실린더 사이에서의 단면을 각각 보여준다. 사용된 격자계는 body-fitted O-격자계이며 물리량들의 구배가 심한 벽면에서는 더 많은 격자점을 분포시키는 비균일 격자가 사용되었고, 격자점의 개수는 회전방향, 반경방향, 횡방향으로

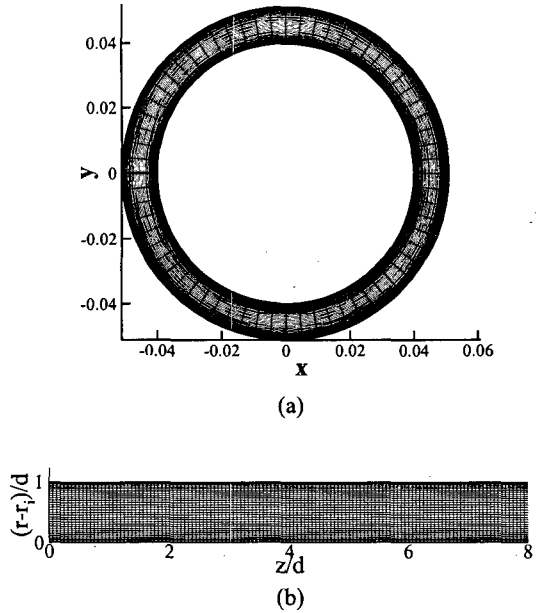


Fig. 1 Computational domain and grid system ; (a) cylinder cross-section, (b) meridional section

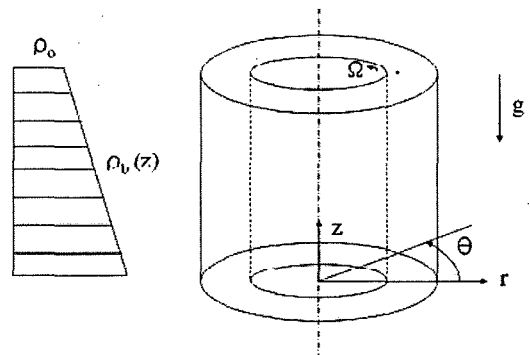


Fig. 2 Flow configuration

$64 \times 32 \times 128$ 이 사용되었다. $Ta = 167$ 인 경우에 대해서 $128 \times 32 \times 128$ 격자, $64 \times 64 \times 128$ 격자, $64 \times 32 \times 256$ 격자를 사용한 격자 세분화 연구결과 유동장 및 밀도장의 정량적인 차이가 발견되지 않았다. 그리고 실린더 표면에서는 점착 조건이 사용되었고 횡방향으로는 주기조건을 사용하였다. 계산영역에서 횡방향의 길이는 실린더 사이의 간격 d 의 8 배로 결정하였으며 d 의 16 배로 영역을 확장한 결과와 비교했을 때 물리량들의 큰 차이가 없음이 확인되었다. Fig. 2 는 본 연구의 대상

이 되는 안쪽 실린더가 Ω 의 각속도로 회전하는 동심 환형관을 보여준다. 축방향과 반대방향, 즉 중력 방향으로 선형적으로 안정적인 밀도 성층이 형성된 유동을 고려하였다.

4. 결과 및 토론

4.1 코드의 검증

본 절에서는 작성된 코드를 검증하기 위하여 Boubnov 등의 실험결과와 Hua 등의 수치해석 결과와의 엄밀한 비교를 수행하였다. 성층화된 Taylor Couette 유동에서 충분히 큰 N ($N > 0.4$)에 대하여 Ω 를 증가시키면 횡방향으로 Taylor 와류가 발생하기 시작한다. 이 때 형성되는 와류의 횡방향 파장은 밀도 성층이 없는 전형적인 Taylor 와류의 횡방향 파장보다 다소 작게 형성되며 그 구간을 S-regime 이라 한다. 이 구간에서는 와류의 횡방향 파장 h 가 d 의 대략 1/2로 형성된다. 따라서 S-regime 에서 $n_l (=h/d)$ 은 1/2로 주어진다.

이때 n_l 을 layer height factor라 부른다. Ω 를 더욱 증가시키면, 전형적인 Taylor 와류가 발생하는데 이 구간을 T-regime 이라 한다. T-regime 에서는 n_l 이 더욱 증가된다. T-regime 에서 Ω 를 더욱더 증가시키면 밀도의 축방향 길이규모가 두 배로 증가하는 CT-regime 이 나타나며, n_l 은 더욱 커진다. 이것은 전형적인 Taylor 와류와 다르게 서로 인접한 두 개의 와류가 상호작용을 하기 때문에 나타난 결과로 해석된다.

Boubnov 등의 실험과 Hua 등의 DNS 결과와의 비교를 위해서 본 논문에서는 $Ta = 139, 167, 200$ 의 세 경우에 대해서 Fr 를 변화시켜 가면서 연구를 수행하였다. $N=0$ 일 때 wavy vortex가 생성되는 Ta_c 는 $124 < Ta_c < 131$ 에 있다고 알려져 있다.^(9,10) $N=0$ 일 때, 세 경우 모두에서 wavy vortex가 발견되었으며 시간이 지남에 따라 vortex 중심이 축방향으로 진동하는 현상이 확인되었다.

Fig. 3은 $N=0.92$ 일 때 Ω 가 증가함에 따라 radial-axial 평면에서의 속도벡터를 보여준다. 여기서 $\xi = (r-r_i)/d$, $\zeta = z/d$ 로 정의된다. 즉, $\xi = 0$ 일 때가 안쪽 실린더의 표면이고, $\xi = 1$ 일 때가 바깥쪽 실린더의 표면이다. Fig. 3(a)는 안쪽

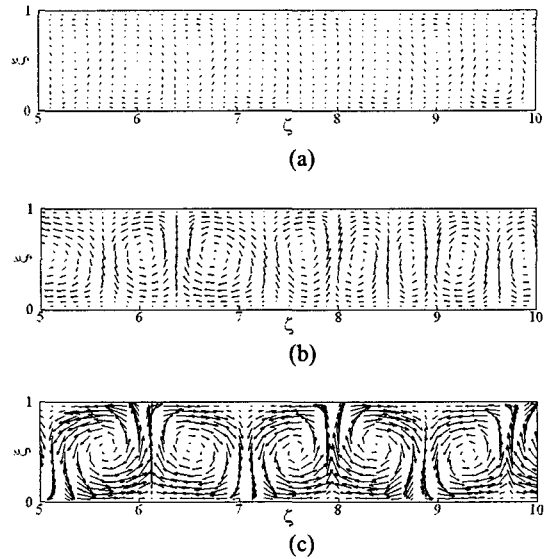


Fig. 3 Velocity vectors in a radial-axial plane; (a) $\Omega = 0.43$, $N = 0.92$, S-regime, (b) $\Omega = 0.92$, $N = 0.92$, T-regime, (c) $\Omega = 1.82$, $N = 0.92$, CT-regime

실린더의 각속도가 증가할 때 가장 먼저 유동의 불안정성이 나타나는 S-regime으로, $n_l \approx 1/2$ 임을 확인할 수 있다. 또한 Fig. 3(b)나 Fig. 3(c)보다 속도 벡터의 크기가 작게 나타난다. Fig. 3(b)는 Taylor vortex가 나타나기 시작하는 T-regime이며 이때 n_l 이 더 커진다. Fig. 3(c)는 CT-regime에서의 속도벡터를 나타낸 것이다. 이 때의 밀도 contour를 확인하면 n_l 이 더욱더 커지는 CT-regime의 특징이 확인되며 이는 모두 Boubnov 등의 실험과 매우 잘 일치한다.

Fig. 4와 Fig. 5는 부록에 나타난 Hua 등의 전산해석결과를 본 연구에서 재현한 결과이다. $N=0.92$ 로 고정시키고 Ω 를 0.43, 0.92, 1.82로 증가시키기에 따라 S, T, CT-regime이 차례로 형성됨을 알 수 있다. Fig. 3에서 성층효과가 감소할수록 유동장내의 vortex의 횡방향 파장의 길이가 증가한 것처럼 밀도장에서도 마찬가지로, Ω 가 증가함에 따라 횡방향 길이규모가 뚜렷하게 증가하는 것을 알 수 있다. Fig. 5는 회전방향 속도차를 나타내며 이는 Taylor 와류가 생성되기 이전의 기준 유동장의 회전방향 속도를 뺀 것이다. 밀도장과 유사하게 횡방향 길이 규모의 변화를 볼 수 있으며 Fig. 5(c)를 보면 횡방향 길이규모가 가장

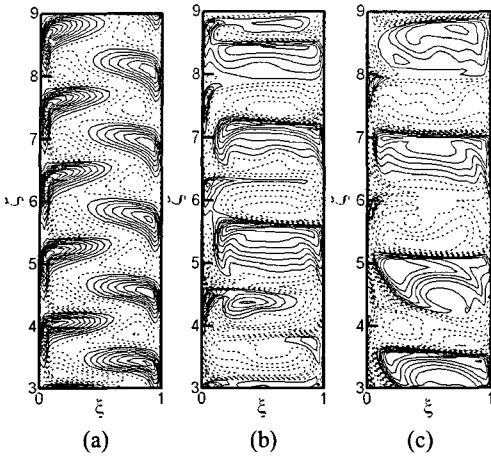


Fig. 4 Fields of buoyancy fluctuations ρ' in a (r, z) plane by present simulations; (a) $\Omega = 0.43$, $N = 0.92$, S-regime, (b) $\Omega = 0.92$, $N = 0.92$, T-regime, (c) $\Omega = 1.82$, $N = 0.92$, CT-regime

커짐을 확인할 수 있다.

4.2 결과에 대한 분석

Fig. 6 은 $Ta = 139$ 일 때, Fr 의 변화에 따라서 각각의 유동형상으로 천이될 때 발생하는 불안정성을 고찰하기 위하여 시간에 따른 성장률(σ)을 $V_{cl} \sim \exp(\sigma t)$ 와 같이 정의하여 나타내었다. 여기서 V_{cl} 은 실린더 사이의 중앙($r^* = r_i + 0.5d$) 에서의 $\theta - z$ 면에서 정의되는 무차원 수로서 다음과 같이 정의된다.

$$V_{cl} = \frac{1}{\Omega r_i} \frac{1}{2\pi^* H} \int_0^H \int_0^{2\pi} |v_r(\theta, r^*, z)| r^* d\theta dz \quad (5)$$

성장률이 증가한다는 것은 정의된 평면을 통과하는 반경방향의 유량의 증가를 의미한다. 이를 관찰하면 TS 와류 형태에서 성장률의 최소값이 나타남을 알 수 있다. Hwang and Yang 의 논문⁽¹⁰⁾에 의하면 성장률이 작은 경우 유동이 안정화 된다. 따라서 TS 와류 형태에서 유동이 가장 안정화됨을 유추할 수 있다.

Fig. 7 은 여러 경우의 Fr 와 Ta 에 대하여 와류의 형상을 분류한 것이다. Fr 가 비교적 큰 경우, 즉 관성력이 성층 효과보다 우세할 때의 유동장은 와류의 중심이 축방향으로 진동하는 양상을 보인다(vibration). 주어진 Ta 에서 Fr 가 비교적 작은

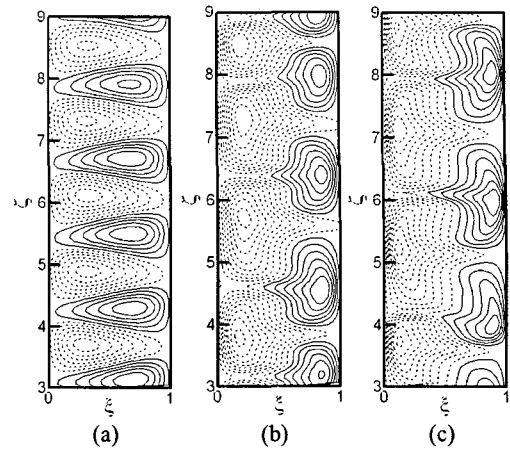


Fig. 5 Fields of azimuthal velocity deviations from purely azimuthal Couette flow u' in a (r, z) plane; (a) $\Omega = 0.43$, $N = 0.92$, S-regime, (b) $\Omega = 0.92$, $N = 0.92$, T-regime, (c) $\Omega = 1.82$, $N = 0.92$, CT-regime

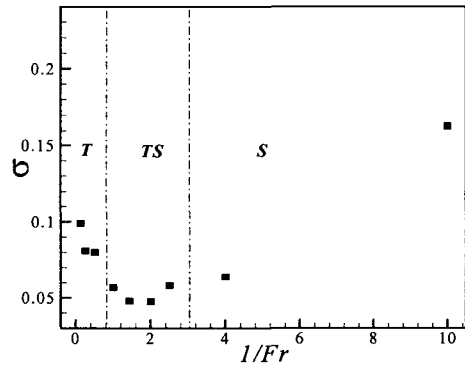


Fig. 6 Growth rate of Taylor vortices; $Ta = 139$

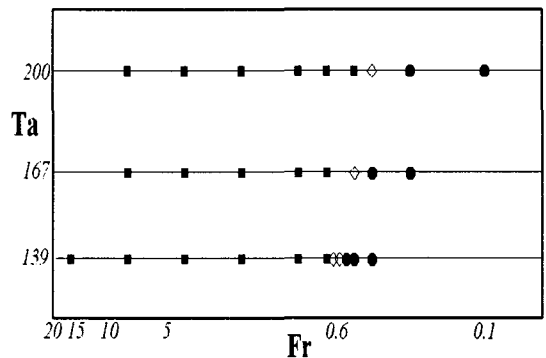


Fig. 7 Trend of present simulations for $Ta = 139, 167, 200$; \blacksquare , vibration; \diamond , transition; \bullet , translation

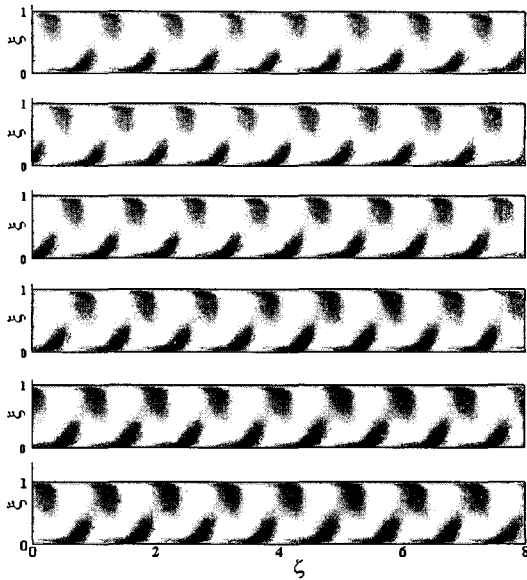


Fig. 8 Density contours on an axial-radial plane during one passage of vortices: $Ta=200$, $Fr=0.25$, translation

경우에는 유동장과 밀도장은 축방향으로 이동하게 된다(translation). 이 두 경우의 중간에 해당되는 Fr 에서는 두 경우의 천이과정이 나타난다 (transition). 또한 vibration 으로부터 transition 을 거쳐 translation 이 발생하는 임계 Fr 은 Ta 와 반비례하게 된다. 예를 들어 $Fr=0.5$ 인 경우를 살펴보면 $Ta =200$ 인 경우에는 유동장과 밀도장은 vibration 의 양상을 보이고, $Ta =167$ 인 경우에는 transition 의 양상을, $Ta =137$ 인 경우에는 translation 의 양상을 보이게 된다. 따라서 Ta 가 증가함에 따라 관성력이 우세하여 상대적으로 성층 효과가 감소하고 있다. 이러한 현상은 Boubnov 등의 실험에서도 정성적으로 관찰되었다.

Fig. 8 은 $Ta =200$, $Fr=0.25$ 인 경우 축방향-반경방향 한 평면에서 한 주기 동안의 밀도등고선을 보여준다. 이는 전형적인 translation 의 양상을 보이며 이러한 현상은 시간에 따라 반경방향으로의 진행과로 인하여 발생된다는 것이 확인되었다.

Fig. 9 는 $Ta =200$, $Fr=4$ 인 경우 한 주기 동안의 vibration 양상을 보여준다. 횡방향으로의 진폭은 매우 작으며 이러한 진동이 유동장 전체에 걸쳐서 일관성 있게 형성되고 있음이 확인되었다.

Fig. 10 은 $Ta =139$, 167, 200 에 대하여 r-z 평면

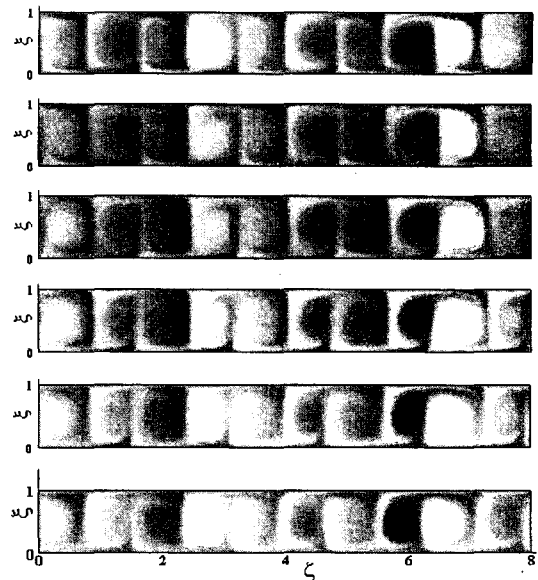


Fig. 9 Density contours on an axial-radial plane during one passage of vortices: $Ta=200$, $Fr=4$, vibration

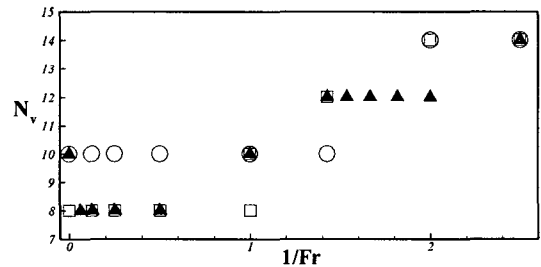


Fig. 10 The number of vortices in radial-axial plane of computational domain ; \blacktriangle , $Ta =139$; \square , $Ta =167$; \circ , $Ta =200$

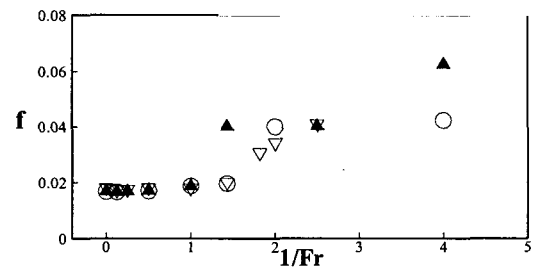


Fig. 11 Frequency of Taylor vortices corresponding to vibration, transition, translation ; ∇ , $Ta =139$; \blacktriangle , $Ta =167$; \circ , $Ta =200$

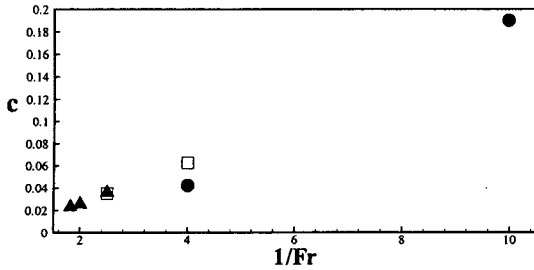


Fig. 12 Translation speed of Taylor vortices in the spanwise direction; \blacktriangle , $Ta=139$; \square , $Ta=167$; \bullet , $Ta=200$

상에서 유동장내의 와류의 개수 (N_v)를 보여준다. 세 경우의 Ta 에 대해서 Fr 가 커질수록 와류의 수가 적어지며 이는 와류의 횡방향 파장이 길어짐을 의미한다.

Fig. 11은 $Ta=139, 167, 200$ 에 대하여 $r-z$ 평면상에서 유동장과 밀도장의 횡방향 진동 주파수 (f)를 보여준다. 이는 실린더의 회전속도와 실린더 사이의 간격의 비로 무차원화 되었다. 성층효과($1/Fr$)가 증가할수록 진동 주파수 역시 증가하게 된다.

Fig. 12는 $Ta=139, 167, 200$ 에 대하여 $r-z$ 평면상에서 유동장과 밀도장의 축방향 이동속도 (c)를 구한 것이다. 이는 축방향으로 유동장과 밀도장의 위상이 진행되는 속도를 의미하며 실린더의 회전속도로 무차원화 되었다. 성층효과가 커질수록 축방향으로 이동하는 속도가 비교적 일관성 있게 증가한다.

5. 결론

본 연구에서는 축방향으로 안정적으로 성층화된 Taylor-Couette 유동에 대한 전산해석을 수행하였다. 우선 작성된 코드의 검증과 정량적인 데이터의 확보를 위하여 Boubnov 등의 실험결과와 Hua 등의 전산해석 결과와 비교하였으며 매우 일관성 있는 일치를 보였다. 성장률을 정의하여 분석한 결과 TS 와류형태인 경우에서 성장률의 최소값이 형성되었다. 여러 경우의 Ta 와 Fr 에서 계산결과를 보면 와류의 거동형태는 성층효과가 증가함에 따라 vibration에서 transition을 거쳐 translation의 거동을 보이게 된다. 또한 각 양상으로 분기되는 임계 Fr 은 Ta 와 반비례함이 확인되었으며 성층효과가 증가함에 따라 유동장의 시간에 따른 횡방향 주파수는 일관성 있게 증가하였다. 특히 translation

의 경우 횡방향으로의 와류의 이동속도는 모든 Ta 에 대하여 성층효과와 비례함이 확인되었다. 이는 본 연구에서 발견되어진 독창적인 사실들로서 관련분야에 공학적으로 널리 응용되어질 수 있을 것이다.

후 기

이 논문은 2005년도 정부재원(교육인적자원부 학술연구 조성사업비)으로 학술진흥재단의 지원을 받아 연구되었음(KRF-2005-003-D00047).

참고문헌

- (1) Taylor, G. I., 1923, "Stability of a Viscous Liquid Contained between Two Rotating Cylinders," *Philos., Trans. R. Soc., London Ser., A* 223, pp. 289~343.
- (2) Davey, A., 1962, "The Growth of Taylor Vortices in Flow Between Rotating Cylinders," *J. Fluid Mech.*, Vol. 14, pp. 336~368,
- (3) DiPrima, R. C., 1967, "Vector Eigenfunction Expansions for the Growth of Taylor Vortices in the Flow Between Rotating Cylinders," In: *Ames WF, editor. Nonlinear Partial Differential Equations. Academic*; pp. 19~42.
- (4) Davey, A., DiPrima, R. C. and Stuart, J. T., 1968, "On the Instability of Taylor Vortices," *J. Fluid Mech.*, Vol. 31, pp. 17~52.
- (5) Eagles, P. M., 1971, "On the Stability of Taylor Vortices by Fifth-Order Amplitude Expansions," *J. Fluid Mech.*, Vol. 49, pp. 529~550.
- (6) Stuart, J. T., 1958, "On the Non-linear Mechanics of Hydrodynamic Stability," *J. Fluid Mech.*, Vol. 4, pp. 1~21.
- (7) Brandstater, A. and Swinney, H. L., 1987, "Strange Attractors in Weakly Turbulent Couette-Taylor Flow," *Phys. Rev., A*, 35, pp. 2207~2220.
- (8) Marcus, P. S., 1984, "Simulation of Taylor-Couette Flow, Part 2, Numerical Results for Wavy-vortex Flow with One Traveling Wave," *J. Fluid Mech.*, Vol. 146, pp. 65~113.
- (9) Wereley, S. T. and Lueptow, R. M., 1998, "Spatio-temporal Character of Non-wavy and Wavy Taylor-Couette Flow," *J. Fluid Mech.*, Vol. 364, pp. 59~80.
- (10) Hwang, J. Y. and Yang, K. S., 2004, "Numerical Study of Taylor-Couette Flow with an Axial Flow," *Computers and Fluids*, Vol. 33, pp. 97~118.
- (11) Synder, H. A. and Karlsson, S.K.F., 1964, "Experiments on the Stability of Couette Motion with a Radial Thermal Gradient," *Physics of Fluids*, Vol. 7, No. 10, pp. 1696~1706.
- (12) Chen, J. C. and Kuo, J. Y., 1990, "The Linear

- Stability of Steady Circular Couette Flow with a Small Radial Temperature Gradient," *Physics of Fluids*, Vol. 2, No. 9, pp. 1585~1591.
- (13) Bahloul, A., Mutabazi, I. and Ambari, A., 2000, "Codimension 2 Points in the Flow Inside a Cylindrical Annulus with a Radial Temperature Gradient," *The European Physical J., Applied Physics*, Vol. 9, pp. 253~264.
- (14) Bot, P. and Mutabazi, I., 2000, "Dynamics of Spatio-Temporal Defects in the Taylor-Dean System," *The European Physical J. B*, Vol. 13, pp. 141~155.
- (15) Goharzadeh, A. and Mutabazi, I., 2001, "Experimental Characterization of Intermittency Regimes in the Couette-Taylor System," *The European Physical J. B*, Vol. 19, pp. 157~162.
- (16) Kuo, D. C. and Ball K. S., 1997, "Taylor-Couette Flow with Buoyancy: Onset of Spiral Flow," *Physics of Fluids*, Vol. 9, No. 10, pp. 2872~2884.
- (17) Kedia, R., Hunt, M. L. and Colonius, T., 1998, "Numerical Simulations of Heat Transfer in Taylor-Couette Flow," *J. Heat Transfer*, Vol. 120, pp. 65~71.
- (18) Boubnov, B. M., Gledzer, E. B. and Hopfinger, E. J., 1995, "Stratified Circular Couette Flow: Instability and Flow Regimes," *J. Fluid Mech.*, Vol. 292, pp. 333~358.
- (19) Hua, B. L., Gentil, S. L. and Orlandi, P., 1997, "First Transitions in Circular Couette Flow with Axial Stratification," *Phys. Fluids*, 9(2), pp. 365~375.
- (20) Rosenfeld, M., Kwak, D. and Vinokur, M., 1994, "A Fractional Step Solution Method for the Unsteady Incompressible Navier-Stokes Equations in Generalized Coordinate Systems," *Journal of Computational Physics*, Vol. 94, pp. 102~137.

부 록

Fig. A.1 과 Fig. A.2 는 Hua 등의 전산해석 결과를 나타낸 그림이다.

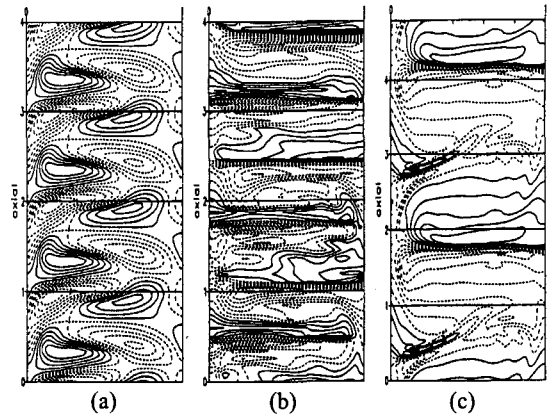


Fig. A.1 Fields of buoyancy fluctuations ρ' in a (r,z) plane by Hua's DNS results; (a) $\Omega = 0.51$, $N = 1.04$, S-regime, (b) $\Omega = 1.00$, $N = 1.04$, T-regime, (c) $\Omega = 1.7$, $N = 1.04$, CT-regime

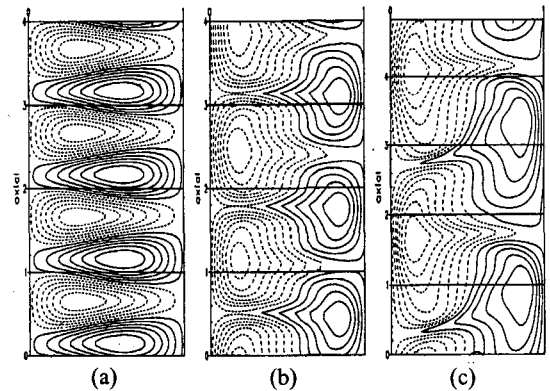


Fig. A.2 Fields of azimuthal velocity deviations from purely azimuthal Couette flow u' in a (r,z) plane by Hua's DNS results; (a) $\Omega = 0.51$, $N = 1.04$, S-regime, (b) $\Omega = 1.00$, $N = 1.04$, T-regime, (c) $\Omega = 1.7$, $N = 1.04$, CT-regime