

무인자전거 시스템의 정역학 및 역정역학

Kinematics and Inverse Kinematics in Unmanned Bicycle System

함 운 철[†]

Woonchul Ham[†]

Abstract Bicycle is one of convenient transportation system. In this paper, we derive a more precise kinematics of bicycle system compared with other ones which were suggested by other researchers. In the derivation of kinematics we adopted a physical concept called virtual wheel. We also propose an algorithm for deriving inverse kinematics of a bicycle system. In this paper, the meaning of inverse kinematics is to find the time functions of steering angle and driving wheel speed for a given desired path trajectory. From the computer simulation, we show the validity of our proposed algorithm for inverse kinematics of bicycle system.

Keywords: kinematics, virtual wheel, inverse kinematics, bicycle

1. 서 론

최근 이동로봇의 구동부에 대한 연구는 바퀴형태에 대한 연구로부터, 동물이나 곤충의 다리형태에 대한 연구로 발전되어 가는 추세이다. 이동로봇이 작업하게 될 주변 환경에 대하여 좀 더 견실한 제어능력을 갖춘 구동구조로는 살아 움직이는 동물이 사용하고 있는 이동구조를 도입하는 것이 매우 바람직하다고 사료된다. 그럼에도 불구하고 인간은 고대로부터 이동구조로 바퀴를 사용하여 왔는데, 아마도 그 이유는 제작의 편리성에 기인하였을 것이다. 자전거 시스템은 3개 또는 4개의 바퀴를 갖고 있는 이동로봇과 동역학 및 정역학에서 많은 부분 유사한 표현식을 갖고 있으나, 이들과는 다른 독특한 불안정한 특성을 갖고 있다. 다시 말하면 무인자전거 시스템은 스스로 쓰러지려는 불안정한 특성을 갖고 있으며, 따라서 바로 이 점이 제어 대상으로서의 무인자전거 시스템이 갖고 있는 큰 장점으로 볼 수 있다.

본 논문에서는 이동로봇 연구의 한 부류로 볼 수 있는 무인자전거 시스템에 대한 정역학 및 역정역학에 대하여 살펴보기로 한다. 먼저 자전거 시스템에 대한 기존의 연구를 간략히 살펴보기로 한다. 1988년 I.J.Cox 는 "Blanche" 라 불리는 삼륜구동을 갖는 이동로봇을 제

작하고, 이에 대한 정역학을 소개하였다^[1]. 1989년에는 R.E.Klein 자전거 시스템을 표현할 수 있는 정역학 및 동역학을 연구하여, 이를 교육에 활용하기도 하였다^[2]. 최근에는 Lyapunov 안정도 이론에 근거한 비선형 제어 알고리즘을 모색하려는 시도도 있었다^[3]. N.Getz 는 자전거 시스템이 갖고 있는 비최소 위상특성을 찾아내어, 이를 고려한 안정된 제어알고리즘을 제안하기도 하였다^[4]. 본인도 자전거의 정역학 및 동역학을 새롭게 유도하고, 이를 토대로 가변구조제어이론, 비선형 보상기를 활용한 Lyapunov 안정도 이론, 등에 근거한 여러 가지 제어 알고리즘을 제안한 바 있다^{[5][8]}.

본 논문에서는 무인자전거 시스템의 정역학을 소개하고, 이를 토대로 역정역학 문제를 해결할 수 있는 방안을 고찰하여본다. 특별히 기존에 소개되었던 정역학과는 다른 새로운 유도 방식을 소개한다. 물론 결과 식은 같더라도 그 유도과정에서 다소 차이가 있으며, 좀 더 상세한 정역학을 위하여서는 본 논문에서 새롭게 소개되는 유도 방식이 보다 유용하게 활용될 수 있으리라 사료된다. 또한 정역학 표현에 있어서도, 기존의 방식보다는 좀 더 정밀한 표현식을 소개하기로 한다. 다시말하면, 정역학 표현식은 정역학을 통하여 나타내고자 하는 자전거시스템의 위치, 즉, 앞바퀴의 중앙점, 뒷바퀴의 중앙점 또는 앞바퀴와 뒷바퀴사이의 중간점 등에 따라 그 표현식에서 다소 차이가 있으며, 본 논문에서는 이러

[†] 교신저자 : 전북대학교 전자정보공학부 교수

한 상이한 표현법에 대하여 다루어 본다. 여기서는 앞바퀴의 중앙점, 뒷바퀴의 중앙점의 표현식에 국한하여 다루어 보기로 한다. 또한 구하여진 정역학에 대한 역정역학을 해결할 수 있는 알고리즘에 대하여서도 새롭게 다루어 본다.

2. 정역학 방정식 개요

이륜, 삼륜, 또는 사륜 구동 갖는 이동 로봇에 대한 기존의 정역학을 소개하여 본다. 그림 1 과 2는 자전거 시스템에 대한 그림이다. 그리고 그림 3은 자전거의 위치 및 방향을 나타내고 있다. 표 1은 정역학 및 동역학을 나타내는 데 필요한 매개변수들을 보여주고 있다.

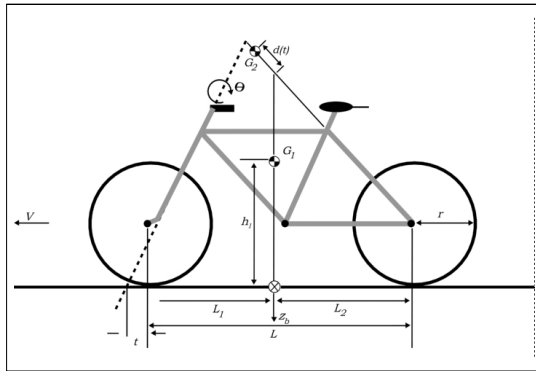


그림 1. 자전거 시스템

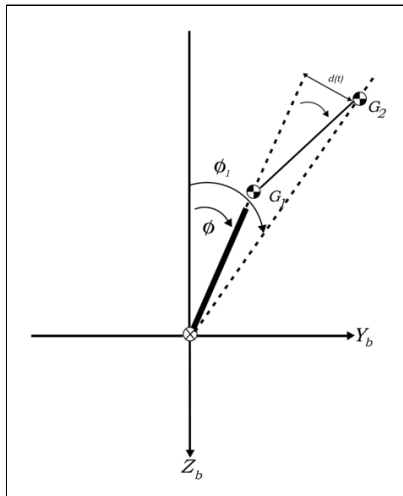


그림 2. 뒤부분에서 본 그림

2.1. 기존방식

그림 3에 나타난 매개변수들을 토대로 기존에 연구된 정역학 방정식을 소개 하면 다음과 같다.

$$\begin{cases} \dot{y} = \frac{L_1}{L} y_f + \frac{L_2}{L} y_r \\ \dot{x} = \frac{L_1}{L} x_f + \frac{L_2}{L} x_r \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} y = \frac{L_1}{L} y_f + \frac{L_2}{L} y_r \\ x = \frac{L_1}{L} x_f + \frac{L_2}{L} x_r \end{cases} \quad (2)$$

여기서 \dot{x}, \dot{y} 는 자전거 중심점의 속도 v 를 나타내며, (x_f, y_f) 와 (x_r, y_r) 는 각각 앞바퀴와 뒷바퀴의 위치를 나타낸다. 이들의 각 축에 대한 속도성분은 다음과 같이 자전거의 방향 θ , 조향각도 α 을 사용하여 표현될 수 있다.

$$\begin{cases} \dot{y}_f = v \sin(\theta + \alpha) \\ \dot{y}_r = v \sin \theta \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{cases} \dot{x}_f = v \cos(\theta + \alpha) \\ \dot{x}_r = v \cos \theta \end{cases} \quad (4)$$

그리고 θ, α, v 사이에 다음과 같은 관계식이 성립한다.

$$\dot{\theta} = \frac{v}{L} \sin \alpha \quad (5)$$

이상에서 보듯이, 자전거의 위치 및 방향을 나타내는 매개변수벡터 (x, y, θ) 는 제어입력변수 벡터 (v, α) 에 대하여 위와 같은 비선형 미분방정식을 만족함을 알 수 있다.

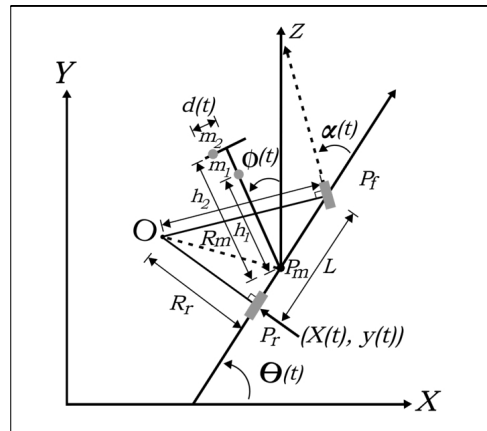


그림 3. 자전거의 위치 및 방향

그러나 좀 더 정확한 표현을 위하여서는 위에서 사용되고 있는 자전거의 속도변수 v 에 대한 정확한 정의가 필요하다. 즉, 실제 자전거 시스템의 경우, 자전거의 속도 v 는 구동바퀴의 각속도 ω 와 연관성을 갖고 있으나, 기존 연구에서는 이 연관성에 대한 정확한 표현식이

부족하다. 물론 위에서 소개한 기존의 방식에서는 $v = r\omega$ 임을 가정하여 유도하고 있는 것이다. 그러나 일반적으로 자전거의 뒷바퀴 부분과 앞바퀴 부분의 속도는 엄밀히 말하면 같지 않으며, 따라서 다음절에서는 이러한 점을 반영한 정역학 방정식을 소개하기로 한다.

도표 1. 동역학 정역학 매개변수

정 의	매개변수
자전거 질량	m_1
부하질량	m_2
앞뒤 바퀴 간격	L
앞바퀴와 자전거 무게중심사이의 거리	L_1
뒷바퀴와 자전거 무게중심사이의 거리	L_2
자전거 무게중심의 높이	h_1
부하질량의 높이	h_2
쓰러짐 각도	ϕ
조향각도	α
방향각도	θ
자전거 속력	v
앞바퀴 반경=뒷바퀴반경	r
구동바퀴 각속도	ω
앞바퀴의 회전반경	R_f
뒷바퀴의 회전반경	R_r
무게중심의 회전반경	R

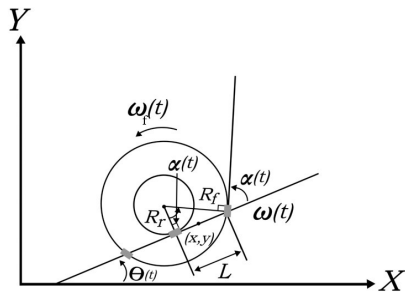


그림 4. 가상바퀴를 이용한 궤적

2.2. 새로운 방식

먼저 정역학 방정식을 구하기 위하여 현재 조향각도 α 를 일정하게 유지한 상태에서 자전거의 궤적을 살펴 본다. 그림 4에서와 같이 자전거의 궤적을 가상바퀴 개념을 도입하여 설명한다. 가상바퀴 개념은 뒷바퀴를 가상바퀴로 대체하여 자전거의 궤적을 설명하는 방식으로, 뒷바퀴 방향으로 뒷바퀴에서 앞바퀴까지 떨어진 거리에 앞바퀴의 조향각도와 반대되는 각도를 갖는 가상바퀴와 앞바퀴로 구동되는 이륜시스템에 대한 궤적을 다루는

것이다. 자전거의 정역학은 크게 구동바퀴가 앞바퀴이냐, 뒷바퀴이냐에 따라 구분되며, 또한 앞바퀴의 위치를 논하느냐, 뒷바퀴의 위치를 논하느냐에 따라서 다소 차이를 갖게 된다. 따라서 여기서는 이 4가지의 경우에 대한 정역학 방정식을 다루어 본다.

그림 5는 자전거의 방향각 θ 에 대한 정역학 방정식을 구하기 위하여 나타낸 그림으로 그림에서 선분 $\overline{P_1P_3}$, $\overline{P_2P_4}$ 는 $t = t_0$ 와 $t = t_0 + \Delta t$ 상에서의 가상바퀴와 앞바퀴사이를 잇는 선을 나타내고 있다. 그림 5에 있는 원의 반경은 조향각 α 가 일정한 상태에서 자전거가 앞으로 진행될 때의, 앞바퀴의 회전반경이며, 원과 삼각형의 성질을 이용하여 Δt 동안의 방향각의 변화분 $\Delta\theta$ 는 $\angle P_1OP_2 = \angle P_3OP_4$ 와 같음을 알 수 있다. 이 같은 사실은 삼각형 $\triangle P_1OQ$ 와 삼각형 $\triangle P_2OQ$ 의 내각의 합이 180° 로 같다는 사실에서 쉽게 증명될 수 있다.

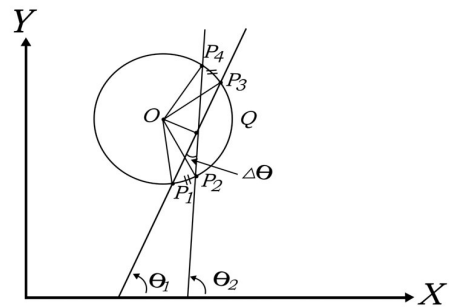


그림 5. 자전거의 궤적과 방향

그림 5의 원상을 따라 Δt 동안 움직인 앞바퀴의 이동거리 l 은 다음과 같이 표현된다.

$$l = R_f \Delta\theta \tag{6}$$

그리고 이 값은, 앞바퀴의 구동각속도를 $\omega(t)$ 라 할 경우, 다음과 같이 표현될 수도 있다.

$$l = r \omega \Delta t \tag{7}$$

또한 그림 4에서 보듯이 조향각 α 와 앞바퀴의 회전반경 R_f , 자전거의 앞바퀴와 뒷바퀴사이의 길이 L 사이에 다음과 같은 관계식이 성립됨을 알 수 있다

$$R_f \sin \alpha = L \tag{8}$$

따라서 위 세 식을 종합하면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\dot{\theta} = r\omega \sin\alpha/L \quad (9)$$

그리고 이 식은 기존방식에 의하여 얻은 식과 유사함을 알 수 있다. 다음 장에서는 구동바퀴에 따른 정역학 방정식을 살펴보기로 한다.

3. 정역학 방정식 유도

이 장에서는 구동바퀴에 따른 정역학방정식을 유도하기로 한다.

3.1. 구동바퀴가 앞바퀴인 경우

3.1.1. 앞바퀴의 정역학

앞바퀴의 반경을 r , 구동각속도를 ω 라 하고, 앞바퀴의 위치 및 방향을 벡터 $(x(t), y(t), \theta(t))$ 로 하여 이들 벡터에 대한 정역학을 유도하여 본다. 이 경우 앞바퀴의 순간적인 진행방향 각도는 조향각도 α 와 자전거의 방향 θ 와의 합 $\alpha + \theta$ 방향으로 속력 $r\omega$ 으로 진행함을 알 수 있으며, 따라서 다음과 같은 정역학 방정식을 얻는다.

$$\begin{cases} \dot{x} = r\omega \cos(\alpha(t) + \theta(t)) \\ \dot{y} = r\omega \sin(\alpha(t) + \theta(t)) \\ \dot{\theta} = r\omega \sin\alpha(t)/L \end{cases} \quad (10)$$

3.1.2. 뒷바퀴의 정역학

뒷바퀴의 위치 및 방향을 벡터 $(x(t), y(t), \theta(t))$ 로 하여 이들 벡터에 대한 정역학을 유도하여 본다. 그림 4에서 알 수 있듯이, 뒷바퀴의 회전 반경 R_f 와 앞바퀴의 회전반경 R_r 사이에는 다음과 같은 관계식이 만족된다.

$$R_f \cos\alpha(t) = R_r \quad (11)$$

그림 4에서 보듯이, 뒷바퀴의 순간적인 진행방향 각도는 자전거의 방향 θ 으로 나아감을 알 수 있으며, 이때의 속력은 앞바퀴의 속력 $r\omega$ 과 다소 차이가 나며, 이는 앞바퀴의 회전반경과 뒷바퀴의 회전반경이 같지 않기 때문이다. 다만 앞바퀴의 회전반경에 대한 회전각도는 뒷바퀴의 회전반경에 대한 회전각도와 같음을 알 수 있으며, 따라서 앞바퀴의 회전속력 v_f 와 뒷바퀴의 회전속력 v_r 사이에는 다음과 같은 식이 만족된다.

$$v_f/v_r = R_f/R_r = 1/\cos\alpha(t) \quad (12)$$

따라서 다음과 같은 다음과 같은 정역학 방정식을 얻는다.

$$\begin{cases} \dot{x} = r\omega \cos\alpha(t) \cos\theta(t) \\ \dot{y} = r\omega \cos\alpha(t) \sin\theta(t) \\ \dot{\theta} = r\omega \sin\alpha(t)/L \end{cases} \quad (13)$$

3.2. 구동바퀴가 뒷바퀴인 경우

3.2.1. 앞바퀴의 정역학

뒷바퀴의 반경을 r , 구동각속도를 ω 라 하고, 앞바퀴의 위치 및 방향을 벡터 $(x(t), y(t), \theta(t))$ 로 하여 이들 벡터에 대한 정역학을 유도하여 본다. 그림 5의 원상을 따라 Δt 동안 움직인 뒷바퀴의 이동거리 l 은 다음과 같이 표현된다.

$$l = R_r \Delta\theta \quad (14)$$

그리고 이 값은, 뒷바퀴의 구동각속도를 $\omega(t)$ 라 할 경우, 다음과 같이 표현될 수도 있다.

$$l = r\omega \Delta t \quad (15)$$

또한 그림 4에서 보듯이 조향각 α 와 뒷바퀴의 회전 반경 R_r , 자전거의 앞바퀴와 뒷바퀴사이의 길이 L 사이에 다음과 같은 관계식이 성립됨을 알 수 있다

$$R_r \tan\alpha = L \quad (16)$$

따라서 위 세 식을 종합하면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\dot{\theta} = r\omega \tan\alpha/L \quad (17)$$

또한 현재 앞바퀴의 순간적인 진행방향 각도는 조향각도 α 와 자전거의 방향 θ 와의 합 $\alpha + \theta$ 방향으로 나아간다. 반면 앞에서 분석한 바와 같이, 앞바퀴의 회전속력 v_f 와 뒷바퀴의 회전속력 v_r 사이에는 다음과 같은 식이 만족이 되므로

$$v_f/v_r = R_f/R_r = 1/\cos\alpha(t) \quad (18)$$

이를 종합하면 다음과 같은 정역학 방정식을 얻는다.

$$\begin{cases} \dot{x} = r\omega \cos(\alpha(t) + \theta(t))/\cos\alpha(t) \\ \dot{y} = r\omega \sin(\alpha(t) + \theta(t))/\cos\alpha(t) \\ \dot{\theta} = r\omega \tan\alpha(t)/L \end{cases} \quad (19)$$

3.2.2. 뒷바퀴의 정역학

뒷바퀴의 반경을 r , 구동각속도를 ω 라 하고, 뒷바퀴의 위치 및 방향을 벡터 $(x(t), y(t), \theta(t))$ 로 하여 이들 벡터에 대한 정역학을 유도하여 본다. 앞에서 분석한 바와 같이 조향각 α 와 뒷바퀴의 회전반경 R_r , 자전거의 앞바퀴와 뒷바퀴사이의 길이 L 사이에는 앞바퀴의 정역학에서 분석한 내용을 그대로 적용할 수 있으며, 따라서 식 (16) 과 식 (17)이 성립됨을 알 수 있다. 또한 현재 뒷바퀴의 순간적인 진행방향 각도는 자전거의 방향 θ 방향으로 나아간다. 반면 앞에서 분석한 바와 같이, 뒷바퀴의 회전속력 v_r 은 $r\omega$ 이므로, 이를 종합하면 다음과 같은 정역학 방정식을 얻는다.

$$\begin{cases} \dot{x} = r\omega \cos\theta(t) \\ \dot{y} = r\omega \sin\theta(t) \\ \dot{\theta} = r\omega \tan\alpha(t)/L \end{cases} \quad (20)$$

이상에서 살펴본 바와 같이, 자전거의 위치 및 방향의 기준점 및 구동장치의 위치에 따라 정역학 방정식의 표현이 다소 다르게 표현이 되고 있다. 결론적으로 기존 연구에서 유도된 정역학 방정식은 위에서 유도한 4가지 경우 가운데 마지막 번째, 즉, 구동바퀴가 뒷바퀴인 상태에서 뒷바퀴의 위치 및 방향을 다룬 정역학에 초점을 맞춘 내용이 대부분이다. 따라서 이렇게 유도된 정역학에 의거하여 시뮬레이션 할 경우, 다소 오차가 발생하게 되는 것이다.

4. 역정역학

여기서는 주어진 자전거의 경로에 대하여, 이 경로를 추적할 수 있는 조향각과 구동각속도를 찾는 역정역학에 대하여 고찰을 한다. 기존의 이동로봇의 연구에 있어서, 이러한 역정역학에 대한 연구는 미진한 상태인데, 이 이유는 정역학이 갖고 있는 비선형 미분방정식의 복잡성에 기인하고 있다. 여기서는 앞에서 다룬 3.2.2의 경우의 정역학에 국한하여 다루어 보기로 하며 나머지의 경우도 이와 비슷한 방법으로 해결될 수 있다. 본 절에서는 xy 평면상에 함수 $f(x)$ 로 표현 가능한 경로에 대하여 국한하여 설명하기로 하며, 일반매개변수를 사용하여 경로를 표현할 경우, 이 개념이 확대 적용되리라 기대한다. 먼저 자전거의 위치 및 방향에 대한 초기 벡터값 (x_0, y_0, θ_0) 과 최종 벡터값 (x_f, y_f, θ_f) 이 주어진 경우, 이를 만족하는 경로를 찾아본다. 실제로 경로상의 아무런 제약 조건이 없는 경우, 위의 초기 및 최종

조건을 만족시키는 경로는 무수히 많으며, 따라서 여기서는 다음과 같이 유일한 해를 얻기 위하여, $y(x)$ 가 x 의 3차 다항식을 만족하는 경우만을 다루어 본다.

$$y(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0 \quad (21)$$

따라서 매개변수 (a_3, a_2, a_1, a_0) 는 다음과 같은 조건을 만족하여야 한다.

$$\begin{aligned} y(x_0) = y_0, y(x_f) = y_f \\ dy/dx|_{x=x_0} = \tan\theta_0, dy/dx|_{x=x_f} = \tan\theta_f \end{aligned} \quad (22)$$

따라서 현재 미지수가 4개, 식이 4개 이므로 특별한 경우를 제외하고는 유일한 해를 얻게 된다. 여기서는 위와 같이 3차 다항식으로 주어진 경로에 대한 역정역학을 해결할 수 있는 알고리즘을 제안한다.

알고리즘 1

단계 1: 초기위치에서 최종위치까지 제어 할 시간 T 를 설정한다.

단계 2: 다음 조건을 만족하는 임의의 속력함수 $v_s(t)$ 를 선택한다. 그림 6의 속력 함수에서 다음 조건을 만족하는 V, T_1 을 찾는다.

$$\int_{t_0}^{t_0+T} v_s(t)dt = \int_{x_0}^{x_f} \sqrt{1+(dy/dx)^2}dx \quad (23)$$

단계 3: 단계 2에서 구한 $v_s(t)$ 와 $v_s(t) = r\omega(t)$ 를 이용하여 구동각속도 $\omega(t)$ 를 구한다.

단계 4: 임의의 시각 t 에서의 자전거 위치함수 $(x(t), y(t))$ 를 다음 조건 식을 이용하여 찾는다.

$$\int_{t_0}^t v_s(t)dt = \int_{x_0}^{x(t)} \sqrt{1+(dy/dx)^2}dx \quad (24)$$

$$y(t) = a_3x(t)^3 + a_2x(t)^2 + a_1x(t) + a_0 \quad (25)$$

단계 5: 단계 4에서 찾은 $x(t), y(t)$ 의 정보를 이용하여, $\dot{x}(t), \dot{y}(t)$ 를 추정하여 찾는다.

단계 6: 단계 5에서 찾은 $\dot{x}(t), \dot{y}(t)$ 정보와 정역학 식 (20)를 이용하여 $\theta(t)$ 를 구하며, 이를 이용하여 $\dot{\theta}(t)$ 를 추정하여 찾는다.

단계 7: 단계 6에서 찾은 $\dot{\theta}(t)$ 와 정역학 식(20)를 이용하여 조향각 함수 $\alpha(t)$ 를 구한다.

이상에서 알고리즘을 통하여, 역정역학을 구하는 방법을 제안하였다.

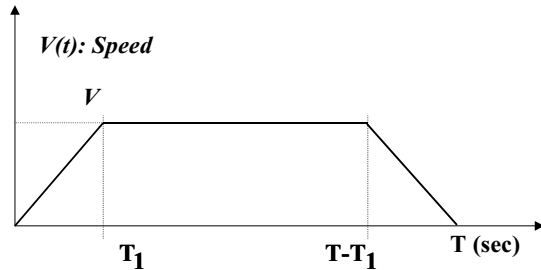


그림 6 일반적인 속도 함수

위의 알고리즘의 단계 2에서 선택하고 있는 속력함수는 보통의 경우 그림 6과 같은 함수 형태를 취하며, 여기서 식 (23)로 표현된 조건을 만족하는 V, T_1 을 선택하면 된다. 즉, 초기 가속구간, 중간 등속구간, 그리고 후기 감속구간을 갖는 것이, 이 경로의 특성이다.

5. 시뮬레이션

앞 절에서 제안한 역정역학 알고리즘의 타당성을 위하여 Matlab을 이용하여 컴퓨터 시뮬레이션을 수행하여 보았다. 다음은 컴퓨터 시뮬레이션 수행시의 매개변수 수치에 대한 도표이며, 뒷바퀴의 반경 r 은 $0.4m$ 인 경우에 대하여 다루었다. 그림 7은 뒷바퀴가 추종하고자 하는 궤적을 나타내고 있다.

도표 2. 시뮬레이션 매개변수

매개변수	수 치
x_0	0[m]
y_0	0[m]
θ_0	0[degree]
x_f	10[m]
y_f	10[m]
θ_f	45[degree]
V	0.8
T	20[sec]
T_1	2[sec]

그림 8에는 3장에서 유도한 정역학 방정식 가운데 뒷바퀴의 정역학에 대하여, 4장에서 제안한 역정역학 알고리즘을 이용하여 얻은 조향각과 구동바퀴의 각속도

과형을 나타낸 것이다. 이렇게 구하여진 조향각과 구동바퀴의 각속도를 정역학 방정식에 적용하여 얻은 궤적이 그림 9에 나타나 있다. 그림 9에서 직선으로 표현된 궤적은 뒷바퀴의 궤적을 나타낸 것이고, 점선으로 표현된 궤적은 앞바퀴의 궤적이다. 그림에서 보듯이 뒷바퀴의 궤적은 그림 7의 원하는 궤적을 잘 추종함을 알 수 있다. 시뮬레이션에서 앞바퀴와 뒷바퀴사이의 거리 $L=1.0m$ 인 관계로 그림에서는 앞바퀴의 궤적과 뒷바퀴의 궤적에 큰 차이가 없는 듯이 보이나, 자세히 살펴보면 다소 차이가 남을 볼 수 있으며, 특별히 출발 직후나, 종착 직전에서는 앞바퀴가 뒷바퀴에 비하여 $1.0m$ 앞서 위치함을 살펴볼 수 있다. 다만 최종위치부근에서의 방향각에 대한 미분치 $\dot{\theta}$ 에 대한 계산오차가 다소 크고, 이 부근에서의 구동각속도는 작기 때문에 조향각의 큰 변화가 나타나고 있음을 그림 8에서 볼 수 있으나, 궤적에서의 큰 차이는 나타나고 있지 않다. 따

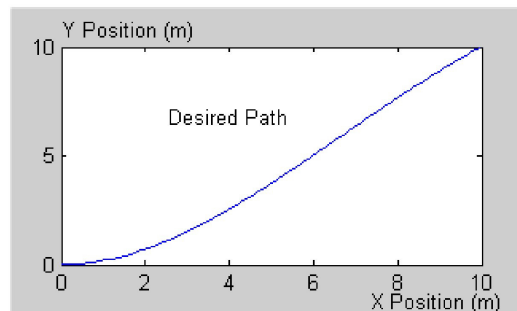


그림 7. 원하는 궤적

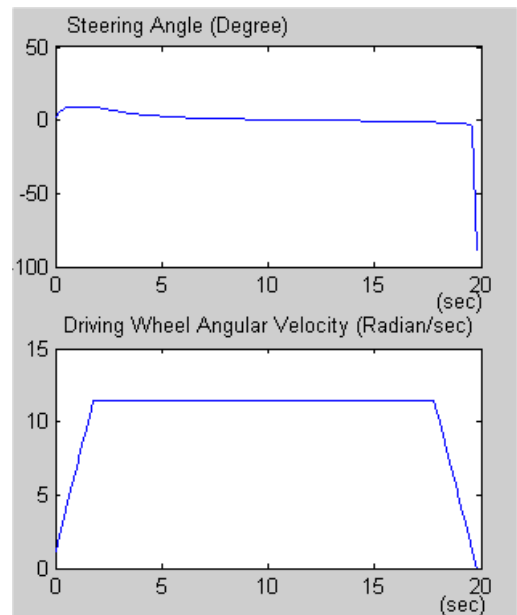


그림 8. 조향각과 구동 바퀴의 각속도

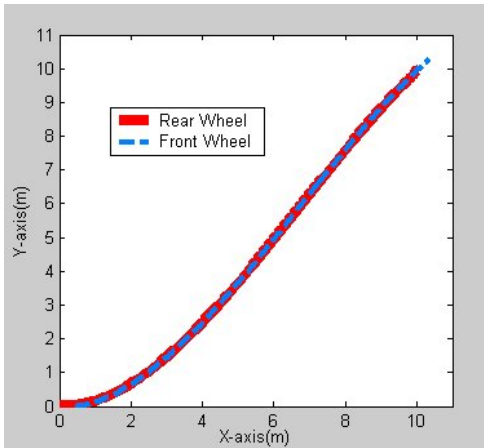


그림 9. 앞, 뒷바퀴의 궤적

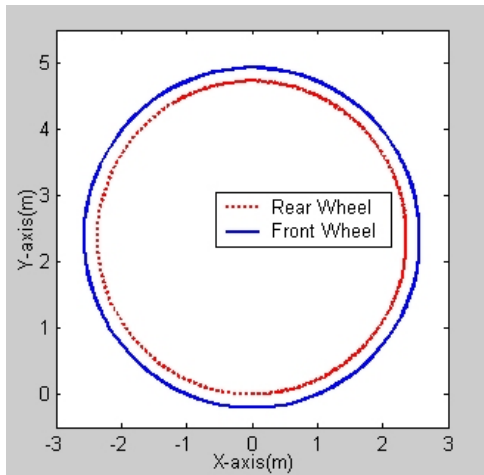


그림 10. 앞, 뒷바퀴의 궤적

라서 4장에서 제안한 역정역학 알고리즘이 잘 적용됨을 알 수 있다. 또한 그림 10은 조향각 $\alpha(t)=0.2(\text{rad})$ 으로 고정시키고, 25 초 동안 $\omega(t) = 2(\text{rad}/\text{sec})$ 로 고정시켰을 때, 3장에서 유도한 정역학 방정식 가운데 뒷바퀴가 구동바퀴일 경우에 대한 정역학에 대하여, 앞바퀴의 궤적과 뒷바퀴의 궤적을 나타낸 그림이다. 그림에서 보듯이 앞, 뒷바퀴 모두 원 궤적을 나타내고 있으며, 앞바퀴의 궤적 반경이 뒷바퀴의 궤적반경에 비해 다소 큰 사실을 알 수 있다. 이상 시뮬레이션 결과를 종합 분석할 때, 앞에서 제안한 정역학 및 역정역학이 실제 경우와 정확히 일치함을 알 수 있다.

6. 결 론

본 논문에서는 이륜구동을 갖고 있는 무인자전거 시스템의 정역학에 대하여 살펴보았다. 정확한 정역학 방

정식은 구동바퀴의 위치 및 논하고자 하는 자전거 상의 위치에 따라 수식 상의 다소 차이가 있음을 알 수 있다. 또한 주어진 경로를 따라 무인자전거 시스템을 주행할 때, 반드시 해결하여야 할 역정역학 문제의 해법을 제안하였다. 물론 수식적으로 완벽한 표현식을 얻지는 못하였지만, 수치해석에 의거한 알고리즘을 통하여 하나의 해결안을 제안하였으며, 제안된 역정역학 알고리즘이 유용하다는 사실을 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 입증하였다. 본 논문에서 제안한 역정역학 개념은 이륜구동장치를 갖는 이동로봇은 물론 4륜구동을 갖는 이동로봇의 역정역학을 구하는 연구에도 크게 활용될 수 있으리라 기대된다. 현재 본 연구실에는 2축 가속센서를 사용한 무인자전거 시스템이 구축되어, 약 10분 정도 쓰러지지 않고 자율로 움직이는 데까지는 성공한 연구 결과를 갖고 있으며, 추후에 그림 1에서 보인 로드 질량의 제어를 통하여 좀 더 견실한 자율 주행 제어 알고리즘을 찾을 계획이다. 본 연구는 전북대 메카트로닉스 연구센터의 지원으로 이루어 졌음을 밝힌다.

참 고 문 헌

- [1] W.L.Nelson and I.J.Cox, "Local path control for an autonomous vehicle," Proc. IEEE International Conf. on Robotics and Automation, vol.3, pp.1504-1510, 1988.
- [2] R. E.~Klein," Using bicycles to teach system dynamics", IEEE Control Systems Magazine, vol.1, pp.4-8, 1989.
- [3] Giovanni Indiveri, "Kinematic time-invariant control of a 2d nonholonomic vehicle," Proc. IEEE international Conf. on Decision and Control, vol.4, pp.2112-2117, 1999.
- [4] N.Getz, "Control of Balance for Nonlinear non-holonomic non-minimum phase model of a bicycle," Proc. American Control Conference, vol.1, pp.148- 151, 1994.
- [5] W.Ham, " Sliding Patch and Stuck Phenomena of the 2-nd Order Nonlinear Control System," Proc. Asia- Pacific Conf. Contr., Measure. vol.1 pp168-171, 2000.
- [6] Ingyu Park, Sangchul Han, and Woonchul Ham, "Control Algorithm for Stabilization of Attitude of Unmanned Electric Bicycle," Proc. of 2001

INCOM, Wien, Austria, 2001.

- [7] Sangduck Lee and Woonchul Ham, "Self Stabilizing Strategy in Tracking Control of Unmanned Electric Bicycle with Mass Balance," Proc. of 2002 IROS, vol.1, 2002.
- [8] Seonghoon Kim and Woonchul Ham, "Autonomous Tracking Control of Unmanned Electric Bicycle," Proc. of Intelligent Autonomous Systems 8, vol.1, pp.626-633, 2004.



함운철

1979.2 서울대학교 공학사
1982.2 서울대학교 공학석사
1988.8 서울대학교 공학박사
1982.10~현재 전북대학교
전자정보공학부
교수