

손상역학에 근거한 파괴시편의 균열길이와 두께 영향 평가

장윤석*, 이태린*, 최재봉*, 석창성*, 김영진#

Evaluation of Crack Length and Thickness Effects of Fracture Specimen using Damage Mechanics

Yoon-Suk Chang*, Tae-Rin Lee*, Jae-Boong Choi*, Chang-Sung Seok* and Young-Jin Kim#

ABSTRACT

During the last two decades, many researchers investigated influences of stress triaxiality on ductile fracture for various specimens and structures. With respect to a transferability issue, the local approach reflecting micro-mechanical specifics is one of effective methods to predict constraint effects. In this paper, the applicability of the local approach was examined through a series of finite element analyses incorporating modified GTN (Gurson-Tvergaard-Needleman) and Rousselier models as well as fracture toughness tests. To achieve this goal, fracture resistance (J - R) curves of several types of compact tension (CT) specimens with various crack length, with various thickness and with/without 20% side-grooves were estimated. Then, the constraint effects were examined by comparing the numerically estimated J - R curves with experimentally determined ones. The assessment results showed that the damage models might be used as useful tool for fracture toughness estimation and both the crack length and thickness effects should be considered for realistic structural integrity evaluation.

Key Words: Crack Length Effect(균열길이 영향), Damage Model(손상모델), Ductile Fracture(연성파괴), Fracture Resistance Curve(파괴저항곡선), Local Approach(국부접근법), Side-grooves(측면홈), Thickness Effect(두께 영향)

1. 서론

기존의 전통적인 파괴역학에서 가정하였던 것과는 달리 대변형이 수반되는 연성파괴(ductile fracture)의 경우 하중 조건이나 시편 형상에 따라 파괴저항(fracture resistance, J - R) 특성이 변화될 수 있다. 이러한 현상은 구속효과(constraint effect)로 정의되며 정수압 응력의 차이와 밀접한 관련이 있

다.¹⁻³ 즉, 공극의 생성, 성장 및 합체는 일반적으로 정수압 응력이 높은 곳에서 발생하게 되는데, 예상보다 작은 하중에서도 쉽게 재료의 소성 변형을 유발할 뿐만 아니라 균열의 성장을 촉진하는 원인이 된다.⁴

최근 전산 기술의 급속한 발전과 더불어 연속체 손상역학(continuum damage mechanics; CDM)에 근거하여 마이크로 역학적 크기의 공극과 거시적

* 접수일: 2005년 9월 27일; 게재승인일: 2006년 2월 10일

* 성균관대학교 기계공학부

교신저자: 성균관대학교 기계공학부

E-mail: yjkim50@skku.edu, Tel: (031) 290-5274

파괴저항 특성 사이의 상관관계를 도출하기 위한 연구가 다시 주목을 받고 있다. 손상역학의 적용을 위해서는 재료 거동을 표현할 수 있는 수학적 모델의 선정이 필수적이다. 대표적 연성파괴 모델에서는 기본적으로 하중 증가에 따른 공극체적비율(void volume fraction)과 응력 및 변형률 등의 변화로부터 소성변형 시점을 결정한다. 이 때 유한요소 해석과의 연계를 위한 사용자 정의함수(user subroutine)가 필요하며, 재료의 마이크로 역학적 매개변수 결정이 적절한 파괴 모사의 관건이 된다.

본 논문의 목적은 손상역학에 근거하여 CT(compact tension) 시편의 형상 변화가 파괴저항 특성에 미치는 영향을 분석하기 위한 것이다. 이를 위해 먼저 원자력 재료인 SA515 Gr.60 탄소강을 대상으로 ASTM(American Society for Testing and Materials)에 준한 인장 및 파괴저항 시험을 수행한다. 또한 대표적 손상모델인 수정된 GTN(Gurson-Tvergaard-Needleman) 및 Rousselier 모델을 적용하고 3차원 탄소성 유한요소해석을 수행하여 파괴저항 특성을 예측한다. 끝으로 실험 및 예측으로 구한 *J-R* 곡선을 비교함으로써 CT 시편의 균열길이 및 두께 변화와 측면홈(side-grooves) 유무에 따른 영향을 확인하고자 한다.

2. 재료 특성 시험

2.1 기계적 특성 결정

SA515 Gr.60 강 of 기계적 특성 결정을 위해 25 톤 용량의 유압 시험기를 사용하여 발전소 운전 온도인 316°C에서 인장 시험을 수행하였다. ASTM E8⁵ 과 E21⁶ 의 절차에 따랐으며, 직경 12.7 mm 의 표준 환봉시편을 사용하였다. 3 번의 실험을 수행하여 구한 평균 항복강도 및 인장강도는 각각 152 MPa 과 455 MPa 이었고, 포아송 비(ν)는 0.3 으로 가정하였으며⁷, 실험식 (1)⁸ 에 따라 결정한 탄성계수(E)는 189.2 GPa 이었다.

$$E(Temp.) = 207200 - 57.1 \times Temp. (^{\circ}C, MPa) \quad (1)$$

한편 Fig. 1은 본 연구에서 사용한 SA515 Gr.60 탄소강의 진응력-변형률 곡선을 다음의 Ramberg-Osgood(R-O) 식에 따라 도시한 것이다.

$$\frac{\epsilon}{\epsilon_0} = \frac{\sigma}{\sigma_0} + \alpha \left(\frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^n \quad (2)$$

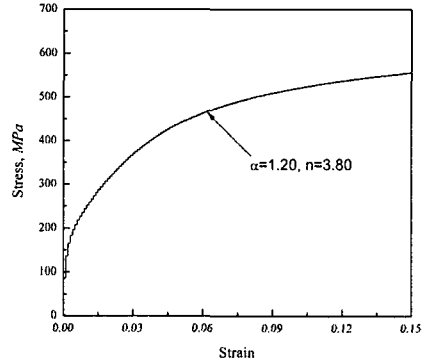


Fig. 1 Stress-strain curve of SA515 Gr.60 steel

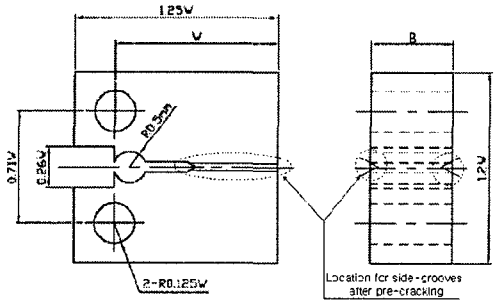


Fig. 2 Dimensions of CT specimen

Table 1 Test matrix of CT specimens with various crack length

a_0/W	$W(mm)$	$B(mm)$	Side-grooves
0.35	50.8	25.4	Yes
0.45			Yes
0.55			Yes
0.65			Yes
0.75			Yes

Table 2 Test matrix of CT specimens with various thicknesses

a_0/W	$W(mm)$	$B(mm)$	Side-grooves
0.55	101.6	12.7	Yes
		25.4	Yes
		38.1	Yes
		50.8	Yes

여기서, σ_0 는 기준 응력(reference stress)으로써 항복

강도를 사용하였고, ϵ_0 는 σ_0 에 상응하는 기준 변형률(reference strain)이며, $\alpha=1.2$ 와 $n=3.8$ 은 R-O 상수이다.

2.2 파괴저항 특성 측정

Fig. 2에 제시한 CT 시편의 형상 변화가 파괴저항 특성에 미치는 영향을 확인하기 위하여 3가지 형태의 실험을 수행하였다. 이를 위해 먼저 Table 1에 정리한 바와 같이 폭(W)과 두께(B)가 50.8 mm와 25.4 mm인 시편의 초기 무차원 균열길이(a_0/W)를 0.35에서 0.75까지 0.1씩 증가시켰다. 두번째로 Table 2에 나타난 것처럼 a_0/W 와 W 가 0.55 및 101.6 mm로 동일한 시편의 B 를 12.7 mm(0.5 in)에서 50.8 mm(2 in)로 12.7 mm씩 증가시켰다. Table 1과 2에 제시된 모든 시편의 경우 양 측면에 두께 대비 각 10%씩 총 20%의 측면홈을 가공하였다⁹. 세번째로 $W=50.8$ mm, $B=25.4$ mm이고 $a_0/W=0.45, 0.65$ 인 두가지 시편에 대하여 측면홈을 가공하지 않음으로써 측면홈 유무에 따른 영향을 확인하였다.

파괴저항 실험은 ASTM E813¹⁰과 E1152에 의거하여 316°C에서 수행하였다. 단일시편을 이용한 제하 컴플라이언스법(unloading compliance technique)으로 하중 감소량이 하중 감소 개시점 하중의 10%가 증가되도록 하여 실험을 수행하여 $J-R$ 곡선을 결정하였으며, 다음 식으로 곡선적합하여 매개변수 C_1 과 C_2 를 구하였다.

$$J = C_1(\Delta a)^{C_2} \quad (3)$$

Fig. 3은 SA515 Gr.60 강으로 제작한 표준 CT 시편의 균열길이 변화에 따른 $J-R$ 곡선 측정결과를 비교한 것이다. 균열 진전량(Δa) 1 mm까지는 큰 차이가 없었으나 Δa 가 증가함에 따라 a_0/W 가 작을수록 $J-R$ 곡선이 높게 나타남을 알 수 있다. 이는 균열길이가 작은 시편의 균열선단에서 상대적으로 작은 정수압 응력으로 인해 구속효과는 완화되고 균열 저항성은 증대되기 때문이다. Fig. 4는 동일 재료 시편의 두께 변화에 따른 $J-R$ 곡선 측정결과를 비교한 것이다. 균열길이 변화 실험과는 달리 일정한 파괴저항 특성 변화 경향을 확인할 수 없었을 뿐만 아니라, 구속효과가 가장 작을 것으로 예상된 얇은 시편($B=12.7$ mm)의 $J-R$ 곡선이 오히려 낮게 나타나는 현상을 확인할 수 있었다. 이에 대해서는 파괴저항 특성 예측결과와 연계하여 부연 설명하

고자 한다. Fig. 5는 측면홈 유무에 따른 $J-R$ 곡선 측정결과를 비교한 것으로써, $a_0/W=0.45, 0.65$ 인 두가지 경우 모두 측면홈을 가공한 시편의 $J-R$ 곡선이 상대적으로 더 낮음을 확인할 수 있었다. 이는 홈 주변에서의 국부적 응력집중으로 인해 구속효과가 증대되었기 때문인 것으로 생각된다.

3. 파괴저항 특성 예측

3.1 손상모델의 특징

마이크로 역학적인 관점에서 볼 때, 연성파괴는 재료물 주변에 공극의 생성, 성장, 합체를 거쳐 균열이 진전하게 된다¹¹. 이러한 현상을 모의하기 위해 임계 변형률이나 임계 공극체적비율과 같은 국부파손 기준을 포함하는 다수의 손상모델이 제시되어 왔으며, 대부분의 경우 매개변수의 결정을 위해 실험과 수치해석을 병행하는 방법이 사용된

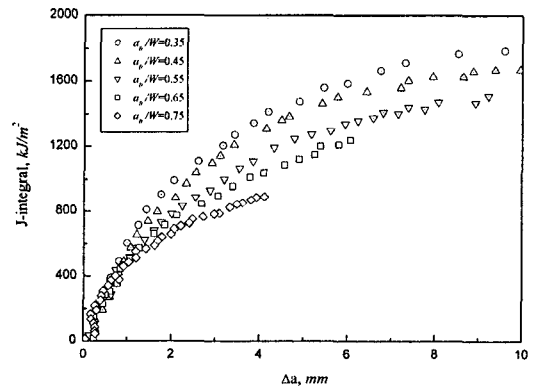


Fig. 3 Experimental $J-R$ curves of CT specimens with various crack length

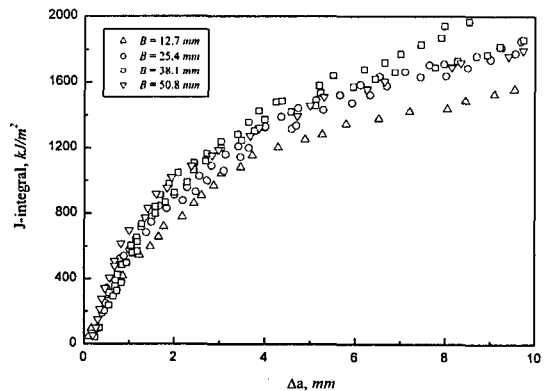


Fig. 4 Experimental $J-R$ curves of CT specimens with various thicknesses

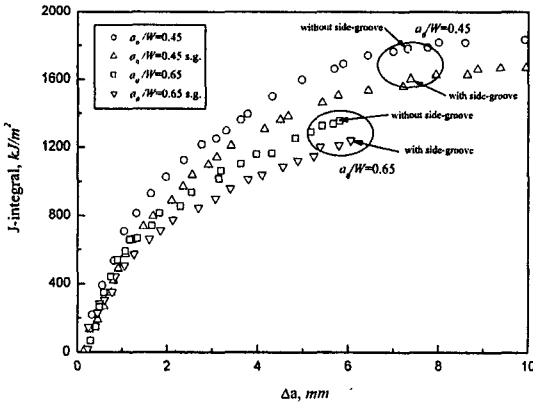


Fig. 5 Experimental J - R curves of CT specimens with/without side-grooves

다¹². 본 논문에서는 수정된 GTN 모델과 Rousselier 모델을 채택하여 파괴저항 특성을 예측하였으며, 손상모델에 대한 이해를 돕기 위해 각각의 특징을 다음과 같이 간략하게 요약하였다.

3.1.1 수정된 GTN 모델

초기의 Gurson 모델¹³은 von Mises의 소성 이론을 확장하여 금속 내 공극의 생성과 성장을 설명하였으며, 항복 포텐셜(yield potential, Φ)은 타 연구자들에 의해 다음과 같은 형태로 일부 수정되었다.

$$\Phi = \frac{3}{2} \frac{S_{ij} S_{ij}}{\sigma_{YS}^2} + 2f \cosh\left(\frac{3}{2} \frac{\sigma_m}{\sigma_{YS}}\right) - (1 + f^2) = 0 \quad (4)$$

여기서, f 는 공극체적비율이고, S_{ij} 는 편차응력으로써 $S_{ij} = \sigma_{ij} - \sigma_m \delta_{ij}$ ($i, j = 1, 2, 3$)로 표현된다.

한편 Tvergaard^{14,15}는 손상모델의 효율성 향상을 위해 조정 매개변수 q_1 과 q_2 를 추가한 식 (5)를 제시하였다.

$$\Phi = \frac{3}{2} \frac{S_{ij} S_{ij}}{\sigma_{YS}^2} + 2q_1 f \cosh\left(\frac{3}{2} \frac{q_2 \sigma_m}{\sigma_{YS}}\right) - [1 + (q_1 f)^2] = 0 \quad (5)$$

그러나 위 식 또한 공극 합체시의 하중 지지능력과 공극 확대에 따른 균열성장을 실제와 유사하게 묘사하지 못한다는 것이 단점으로 지적되었다. 이와 같은 이유로 Tvergaard와 Needleman¹⁶은 공극의 합체 및 파단 과정을 모의할 수 있도록 f 대신 유효

공극체적비율(effective void volume fraction, f^*)의 사용을 제안하였다.

$$f^* = \begin{cases} f & \text{for } f \leq f_c \\ f_c - \frac{f_u - f_c}{f_F - f_c} (f - f_c) & \text{for } f > f_c \end{cases} \quad (6)$$

여기서, f_c 는 공극의 합체가 일어나는 임계 공극체적비율이고, f_u^* ($=1/q_1$)는 공극에 의해서 더 이상 하중을 지지하지 못하는 순간의 공극체적비율이며, f_F 는 균열이 전진하는 순간의 f 값을 의미한다. 식 (6)에서 우변의 $[(f_u^* - f_c)/(f_F - f_c)]$ 항은 공극이 성장할 때의 기울기를 나타내며, $f^* = 0$ 일 때 항복 조건은 von Mises의 소성 이론과 같아지게 된다. 또한 f_0 와 f_c 는 서로 종속적인 인자로서, 이러한 매개변수들의 조합과 관련된 세부사항은 참고문헌¹⁷에 제시되어 있다.

3.1.2 Rousselier 모델

Rousselier 모델¹⁸은 열동역학(thermo-dynamical mechanics)에 기초하고 있으며, 구성방정식에 포함된 손상 매개변수가 임계값에 도달할 때 파손이 발생하는 것으로 가정한다. 이 모델에서의 항복기준은 다음과 같이 정수압 응력의 함수로 정의된다.

$$\Phi = \frac{\sigma_{eq}}{\rho} + D \cdot \sigma_1 \cdot f \cdot \exp\left(\frac{\sigma_m}{\rho \sigma_1}\right) - R(\epsilon_{eq}^p) = 0 \quad (7)$$

여기서, σ_1 과 D 는 마이크로 역학적 매개변수, σ_{eq} 는 등가 von Mises 응력, σ_m 은 정수압 응력, ρ 는 재료의 밀도를 의미한다. 또한 f 는 f_0 와 더불어 손상 매개변수의 함수이며, $R(\epsilon_{eq}^p)$ 는 재료의 가공경화(work-hardening)를 나타낸다. 식 (7)에서 $f=0$ 이면 수정된 GTN 모델과 마찬가지로 von Mises 소성 이론을 만족하게 된다. 공극의 성장과 합체는 우변 두 번째 항으로 표현되며, 하중 지지능력이 상실되는 손상 영역의 크기는 균열 전진량으로 간주된다.

Rousselier 모델을 적용하기 위해서는 매개변수 σ_1 , D , f_0 의 값이 먼저 결정되어야 한다. 각 매개변수가 J - R 곡선에 미치는 영향은 차이가 있으며, 이 중 가장 지배적인 인자는 σ_1 으로 알려져 있다. Rousselier의 연구에 의하면 일반적으로 σ_1 은 항복 강도(σ_{YS})의 2/3에 해당하는 값을 가지며, D 의 범위

는 1.5~2.0 정도라고 한다. 그러나 다른 연구자들은 σ_1 이 재료에 따라 훨씬 다양한 값을 가질 수 있는 것으로 보고하고 있다^{19,20}. 아울러 초기 공극체적비율을 결정하는 경우, Franklin²¹은 연성 파괴를 일으키는 금속재료의 화학성분 가운데 황(S)과 망간(Mn)의 화학성분으로부터 입자의 공극체적비율(f_v)을 계산하는 공식을 제안한 바 있다. 또한 Li 등²²은 개재물의 형상이 구형일 때 f_v 를 이용하여 다음과 같이 f_0 를 가정하였다. 이를 종합하여 정리하면 다음과 같다.

$$f_0 = f_v = 0.054 \left(S\% - \frac{0.001}{Mn\%} \right) \quad (8)$$

3.2 손상모델을 이용한 해석

3.2.1 마이크로 역학적 매개변수의 결정

앞서 기술한 바와 같이 두가지 손상모델을 구성하는 마이크로 역학적 매개변수의 결정은 매우 중요하다. 본 연구에서는 매개변수 결정 과정에서 상대적으로 영향이 적은 것으로 알려진 q_1 과 q_2 값은 기존 연구결과²³를 인용함으로써 소요되는 노력을 경감시키고자 하였다. 이와는 달리 각 재료의 항복조건 결정에 중요한 인자인 σ_1 및 D 와 공극의 성장 또는 합체에 관여하는 f_0, f_c, f_f 의 경우 25.4mm 두께의 표준 CT 시편을 대상으로 유한요소해석으로 구한 하중-하중선변위($P-\delta$) 선도 및 $J-R$ 곡선과 상응하는 실험결과들을 비교하여 결정하였다. 마이크로 역학적 매개변수 결정과 관련된 보다 구체적인 사항은 선행연구²⁴에서 확인할 수 있으며, Table 3은 반복해석을 통해 최종적으로 결정된 SA515 Gr.60 탄소강의 재료 상수를 정리한 것이다.

3.2.2 파괴저항 특성 예측절차

Fig. 6은 수치해석에 사용된 CT 시편의 대표적 3차원 유한요소 모델을 도시한 것이다. 대칭성을 고려하여 전체 형상의 1/4만 모델링 하였으며, 균열선단의 요소망은 특이요소(singular element) 대신 균열면 수직방향으로 250 μ m 길이의 조밀한 사각형 요소로 구성하였다. Fig. 7과 8은 각각 균열길이 및 두께 변화에 따른 유한요소 모델을 비교한 것이며, 수정된 GTN 및 Rousselier 모델과 3.2.1 절에서 결정된 재료 상수를 적용하여 해석을 수행하였다.

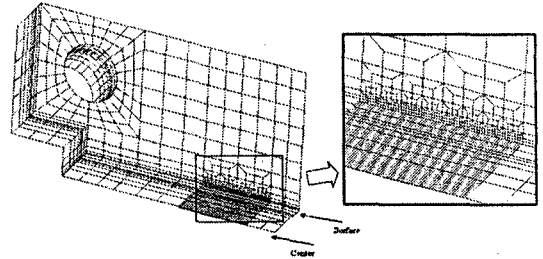


Fig. 6 Typical three-dimensional mesh of CT specimen

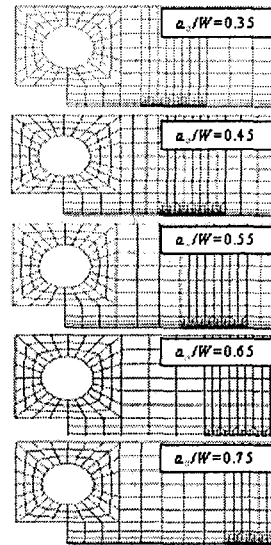


Fig. 7 Three-dimensional mesh of CT specimens with various crack length

Table 3 Material specific constants of SA515 Gr.60 steel

Void volume parameter	Modified GTN model				Rousselier model	
	f_0	f_f	f_c	$q_1^{(23)}$	$q_2^{(23)}$	D
0.0031	0.2	0.019	1.96	0.781	2.0	430

J -적분은 경로적분(path integral) 또는 $P-\delta$ 선도의 아래 면적을 이용하여 구할 수 있다. 본 논문에서는 전자의 방법을 채택하여 하중 증가에 따른 J -적분값을 계산하였으며, 공극의 성장으로 인해 응력이 0으로 떨어지는 요소들을 기준으로 균열 진전량을 결정하였다. 아울러 손상모델이 균열둔화(crack blunting) 영역을 명확히 모의하지 못하는 점을 감안하여, ASTM E-813에 따라 둔화선(blunting line)을 작도하고 계산된 J -적분과 균열 진전량 데이터를 연결하여 $J-R$ 곡선을 완성하였다.

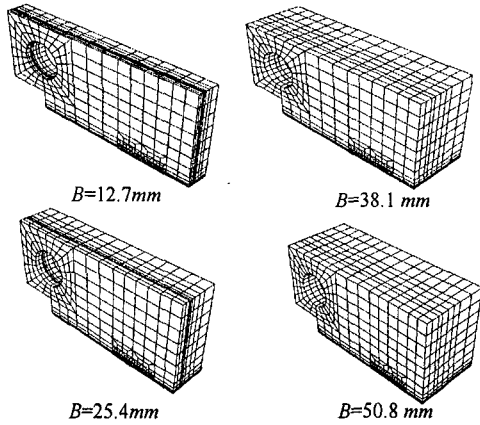
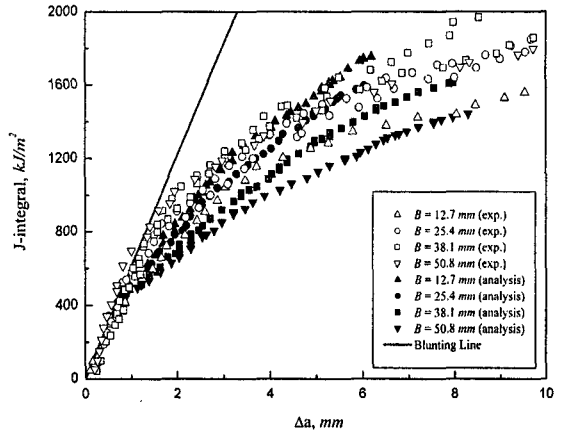
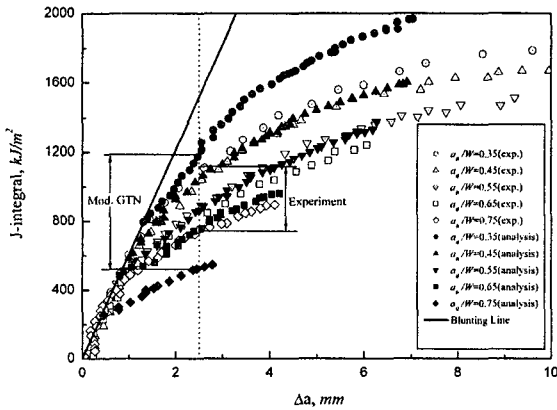


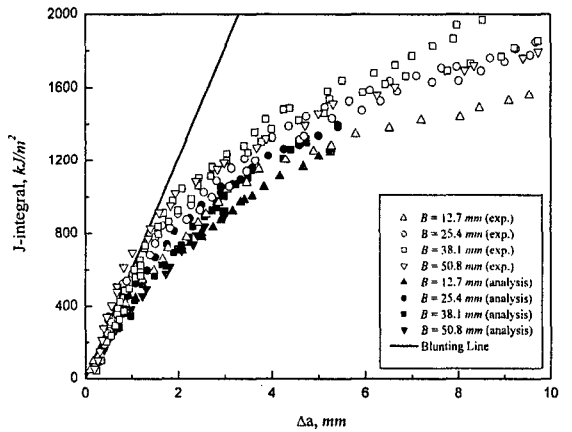
Fig. 8 Three-dimensional mesh of CT specimens with various thicknesses



(a) Modified GTN model

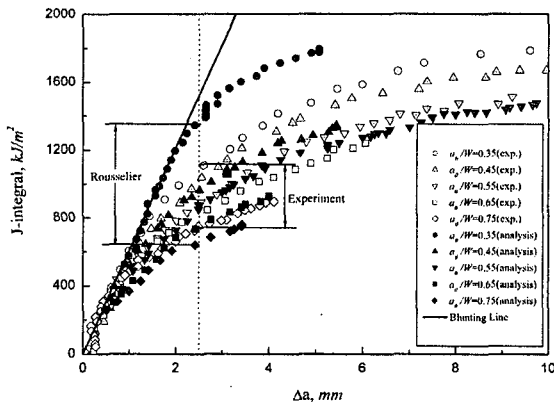


(a) Modified GTN model



(b) Rousselier model

Fig. 10 Estimated J - R curves of CT specimens with various thicknesses



(b) Rousselier model

Fig. 9 Estimated J - R curves of CT specimens with various crack length

4. 구속효과 분석

4.1 균열길이에 따른 파괴저항 특성 비교

Fig. 9는 표준 CT 시편의 균열길이 변화를 고려하여 예측한 J - R 곡선을 실험결과와 비교한 것이다. $a_0/W=0.45\sim 0.65$ 인 구간에서의 J - R 곡선은 실험결과와 상당히 잘 일치하나, 예측결과에서 보다 뚜렷한 구속효과를 확인할 수 있었다. $\Delta a=2.5\text{mm}$ 인 경우를 기준으로 할 때 J -적분값의 변화범위는 수정된 GTN 모델의 경우 실험결과와의 약 1.8배, Rousselier 모델의 경우 약 1.9배 정도이며, 이는 특히 얇은 균열($a_0/W=0.35$)에서의 차이에 기인한다

4.2 두께 변화에 따른 파괴저항 특성 비교

Fig. 10은 평면크기(in-plane size)가 동일한 CT 시편의 두께 변화를 고려하여 예측한 $J-R$ 곡선을 실험결과와 비교한 것이다. 먼저 Rousselier 모델을 이용하여 파괴저항 특성을 예측한 경우, 앞서 실험 결과에서 언급하였던 것과 마찬가지로 두께 변화에 따른 일정한 경향은 나타나지 않았으며 $J-R$ 곡선의 변화 정도는 더욱 감소하였다. 반면 수정된 GTN 모델을 이용하여 예측한 결과에서는 두께가 증가함에 따라 $J-R$ 곡선이 낮아지는 경향을 뚜렷하게 확인할 수 있었다. 다만, 본 연구에서는 각 조건별로 하나씩의 실험만을 수행하였기 때문에 두 가지 손상모델의 유효성 여부는 향후 별도의 연구를 통해 보다 명확히 규명되어야 할 것이다.

4.3 측면홈 유무에 따른 파괴저항 특성 비교

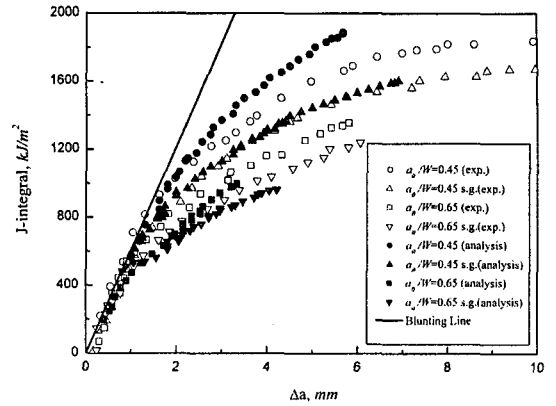
Fig. 11은 $a_0/W=0.45, 0.65$ 인 CT 시편의 측면홈 유무에 따른 $J-R$ 곡선 예측결과를 실험결과와 함께 나타낸 것이다. 두가지 손상모델은 모두 측면홈을 가공한 시편의 $J-R$ 곡선이 상대적으로 낮게 나타남 바 있는 실험결과를 유사하게 예측하였다.

5. 결론

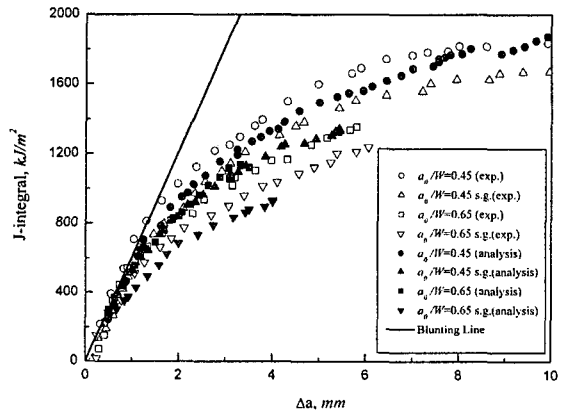
본 연구에서는 원자력 재료인 SA515 Gr.60 탄소강으로 제작된 다양한 CT 시편을 대상으로 실험과 손상역학에 근거한 유한요소해석을 수행하였으며, 주요 결과는 다음과 같다.

(1) 표준시편의 균열길이를 변화시켰을 때, a_0/W 가 작을수록 $J-R$ 곡선이 높게 나타났으며, 이는 균열 선단에서 상대적으로 작은 정수압 응력으로 인해 구속효과는 완화되고 저항성은 증대되기 때문이다. 특히 $a_0/W=0.45\sim 0.65$ 인 구간에서 예측 및 실험으로 구한 $J-R$ 곡선이 잘 일치하였으며, 예측결과에서 보다 뚜렷한 구속효과를 확인할 수 있었다.

(2) 평면크기가 동일한 시편의 두께를 증가시켰을 때, 예측결과와 실험결과에서는 일정한 파괴저항 특성 변화 경향을 확인하기 어려웠다. 수정된 GTN 모델의 경우 두께가 증가할수록 $J-R$ 곡선이 낮아지는 것으로 예측하였다. 반면 Rousselier 모델을 이용하였을 경우 두께 변화에 따른 $J-R$ 곡선의 영향을 확인할 수 없었다.



(a) Modified GTN model



(b) Rousselier model

Fig. 11 Estimated $J-R$ curves of CT specimens with/without side-grooves

(3) 측면홈이 있는 시편의 $J-R$ 곡선은 없는 경우에 비해 낮게 나타났다. 이는 홈 주변에서의 국부적 응력집중으로 인해 구속효과가 증대되기 때문이며, 두 가지 손상모델은 이를 유사하게 예측하였다.

참고문헌

1. ASTM STP 1244, "Constraint effects in fracture theory and applications," American Society for Testing and Materials, 1995.
2. Kim, J.S., Cho, S.M., Kim, Y.J. and Kim, Y.J., "Specimen thickness and crack depth effects on J testing and crack tip constraint for non-standard specimen," Journal of Korean Society of Mechanical Engineers, Vol. 27, No. 9, pp. 1531-

- 1538, 2003.
3. Lee, J.Y., Kim, Y.J., Kim, Y.H. and Kim, J.H., "Evaluation of fracture toughness by J-A₂ method considering size effect," *Journal of Korean Society of Precision Engineering*, Vol. 17, No. 1, pp. 153-163, 2000.
4. Garrison, W.M. and Moody, N.R., "Ductile fracture," *Journal of the Physics and Chemistry of Solids*, Vol. 48, No. 11, pp. 1035-1074, 1987.
5. ASTM E8-87a, "Standard test methods of tension testing of metallic materials," *Annual book of ASTM standards*, 1987.
6. ASTM E21-87, "Standard test methods for elevated temperature tension tests of metallic materials," *Annual book of ASTM standards*, 1987.
7. Choi, Y.S., "Research & Development on Korean Next Generation Reactor (Phase II)," *Ministry of Science and Technology*, 1998.
8. Oldfield, W., "Fracture toughness prediction for pressure vessel steels," *ASME MPC-24*, pp. 9-26, 1984.
9. ASTM E1152-95, "Standard test method for determining fracture resistance curves," *Annual book of ASTM standards*, 1995.
10. ASTM E813-89, "Standard test method for J_{IC}, a measure of fracture toughness," *Annual book of ASTM standards*, 1995.
11. Wilsdorf, H.G.F., "The ductile fracture of metals: a microstructural viewpoint," *Materials Science and Engineering*, Vol. 59, pp. 1-19, 1983.
12. Needleman, A. and Tvergaard, V., "An analysis of ductile rupture in notched bars," *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 32, No. 6, pp. 461-490, 1984.
13. Gurson, A.L., "Continuum theory of ductile rupture by void nucleation and growth: Part I - Yield criteria and flow rules for porous ductile media," *Journal of Engineering Material and Technology*, Vol. 99, pp. 2-15, 1977.
14. Tvergaard, V., "Influence of voids on shear band instabilities under plane strain conditions," *International Journal of Fracture*, Vol. 17, pp. 389-407, 1981.
15. Tvergaard, V., "On localization in ductile materials containing spherical voids," *International Journal of Fracture*, Vol. 18, No. 4, pp. 237-251, 1982.
16. Tvergaard, V. and Needleman, A., "Analysis of the cup-cone fracture in a round tensile bar," *Acta Metallurgica*, Vol. 32, No. 1, pp. 157-169, 1984.
17. Zhang, Z., "A sensitivity analysis of material parameters for the Gurson constitutive model," *Fatigue and Fracture Engineering Materials and Structures*, Vol. 19, pp. 561-570, 1996.
18. Rousselier, G., Devaux, J.C., Mottet, G. and Devesa, G., "A methodology for ductile fracture analysis based on damage mechanics: An illustration of local approach of fracture," *Third International Symposium on Non-linear Fracture Mechanics*, 1986.
19. Devaux, J.C., Motter, G., Balladon, P. and Tanon, A.P., "Calibration of the parameters of ductile fracture damage model on an austenitic-ferritic duplex welded joint," *Nuclear Engineering and Design*, Vol. 105, pp. 131-138, 1987.
20. Eripret, C. and Rousselier, G., "First spinning cylinder test analysis using a local approach to fracture," *Nuclear Engineering and Design*, Vol. 152, pp. 11-18, 1994.
21. Franklin, A.G., "Comparison between a quantitative microscope and chemical methods for assessment of non-metallic inclusions," *Journal of Iron and Steel Institute*, Vol. 207, pp. 181-186, 1969.
22. Li, Z.H., Bilby, B.A. and Howard, I.C., "A study of the internal parameters of ductile damage theory," *Fatigue and Fracture Engineering Materials and Structures*, Vol. 17, pp. 1075-1087, 1994.
23. Gao, X., Faleskog, J., Shih, C.F. and Dodds Jr, R. H., "Ductile tearing in part-through cracks: Experiments and cell-model predictions," *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 59, No. 6, pp. 761-777, 1998.
24. Chang, Y.S., Lee, T.R., Choi, J.B. and Kim, Y.J., "Assessment of Geometry Independent Fracture Resistance Characteristics Based on Local Approach," *Key Engineering Materials*, Vol. 297-300, pp. 2403-2409, 2004.