

불확실성을 갖는 비선형 시스템의 강인한 지능형 디지털 재설계

Robust Intelligent Digital Redesign of Nonlinear System with Parametric Uncertainties

성화창*, 주영훈**, 박진배*

Hwa Chang Sung*, Young Hoon Joo**, and Jin Bae Park*

* 연세대학교 전기전자공학과

** 군산대학교 전자정보공학부

요 약

본 논문은 불확실성을 포함한 비선형 시스템에 대한 제어를 위해 강인 지능형 디지털 재설계의 전역적 접근 방안에 대해 제안하고자 한다. 이산화를 통한 제어기 설계에 있어서 불확실성이 포함된 실시간 비선형 시스템에 대해 보다 효율적이고 안정적인 접근을 위해 T-S 퍼지 모델이 사용되었다. 그리고 전역적 접근을 위한 방안으로서 문제를 볼록 최적화 관점으로 변환 후, 오차가 가질 수 있는 놈의 영역을 최소화 하여 상태 집합을 이루고자 하였다. 또한 쌍선형과 역 쌍선형 기법을 사용함으로써 불확실성이 포함된 비선형 시스템을 보다 더 정확하게 분석하였다. 샘플링 기간이 충분히 작다면, 불확실 비선형 시스템의 실시간 시스템으로의 전환이 충분한 이유를 가지게 된다. 전역적 접근을 통한 디지털로 제어된 시스템은 선형 행렬 부등식 형태로 바꾸어 시스템의 안정성을 보장하고자 하였다. 마지막으로 T-S 퍼지 모델로 분석된 혼돈 Lorenz system에 적용함으로써 제안된 방법의 안정성과 효율성을 확인한다.

Abstract

This paper presents intelligent digital redesign method for hybrid state space fuzzy-model-based controllers. For effectiveness and stabilization of continuous-time uncertain nonlinear systems under discrete-time controller, Takagi-Sugeno(TS) fuzzy model is used to represent the complex system. And global approach design problems viewed as a convex optimization problem that we minimize the error of the norm bounds between nonlinearly interpolated linear operators to be matched. Also, by using the bilinear and inverse bilinear approximation method, we analyzed nonlinear system's uncertain parts more precisely. When a sampling period is sufficiently small, the conversion of a continuous-time structured uncertain nonlinear system to an equivalent discrete-time system have proper reason. Sufficiently conditions for the global state-matching of the digitally controlled system are formulated in terms of linear matrix inequalities (LMIs). Finally, a TS fuzzy model for the chaotic Lorenz system is used as an example to guarantee the stability and effectiveness of the proposed method.

Key words : 혼돈 Lorenz 시스템, 지능형 디지털 재설계, Takagi-Sugeno 퍼지 시스템, 선형 행렬 부등식, 쌍 선형과 역 쌍 선형 근사 방법.

1. 서 론

복잡성을 내포한 동적 시스템의 제어에 관한 문제에 있어서 일반적으로 사용되는 모델과 제어기는 대부분 연속 시간으로 표현되어 설계되어 왔다. 그러나 최근 컴퓨터의 발달로 인하여 디지털 도구의 활용도가 증대되었으며, 특히 구현의 용이성, 적용의 유연성 등의 장점을 기반으로 그 활용 범위가 점차 확대되고 있는 추세이다. 제어에 있어서 문제 접근의 경우, 제어기 설계 문제를 디지털로 변환하는 과정으로 대표된다.

연속 시간 제어기에 대응되는 디지털 제어기 설계 문제를 디지털 재설계라고 한다. 이와 같은 문제는 Kuo 에 의해

처음으로 제안되었으며[1], Shieh등을 통해 많은 발전을 이루었다[8,9]. 특히, Joo는 비선형 플랜트를 Takagi-Sugeno(T-S) 모델로 변환하고, 변환된 퍼지 모델에 디지털 재설계 기법을 적용시켜 지능형 디지털 재설계 기법(Intelligent Digital Redesign: IDR)을 개발하였다. 그리고, Lee는 기존의 IDR이 가지고 있던 지역적 상태 집합이라는 한계점을 전역적 접근 방법으로 풀어낸 새로운 IDR기법을 제안 하였다 [3]. 이 방법의 경우 정합되어야 할 두 개의 선형 작용소의 놈(norm)을 최소화하는 볼록 최적화 문제로 간주하여 디지털 제어기를 설계하게 된다.

지능형 강인 디지털 재설계 기법 연구도 이루어졌다. 대부분의 산업용 플랜트는 비선형 성 뿐만 아니라 불확실성 또한 내포하고 있으며, 이러한 불확실성은 센서 잡음, 파라미터의 변화 등을 원인으로 발생된다. Chang은 불확실성이 포함된 시스템 에서의 IDR 기법을 제안하였으나[11], 이 논문은 다

접수일자 : 2005년 12월 26일

완료일자 : 2006년 4월 13일

음의 두 가지 한계점을 내포하고 있다. 우선, 전 역적 접근이 아닌 지역적 상태 접합으로 인하여 한정된 샘플링 시간에서만 IDR 기법이 적용된다. 그리고 전체 시스템의 안정도 판별이 아닌 연속 시간에서의 안정도 판별만이 이루어졌다는 것이다. 전 역적 접근을 통한 시스템의 IDR의 경우 이산화 했을 시, 불확실성이 포함된 지수 항목 때문에 제어기 설계가 쉽지 않다.

이상기와 같은 문제를 해결하기 위해, 본 논문에서는 쌍선형과 역 쌍선형 기법의 도입을 통해 문제가 되는 식을 근사화시킴으로써 전 역적 접근의 IDR 방법을 이루어 냈다. 또한, 해당 문제를 풀기 위해 선형 행렬 부등식을 활용함으로써 전체 시스템의 안정성 조건을 쉽게 추가할 수 있다. 제안된 기법의 안정성과 효율성은 시뮬레이션을 통해 입증한다. 본 논문의 구성은 다음과 같다. 2절은 T-S 퍼지 시스템과 지능형 디지털 재설계 기법에 대해 간략하게 소개한다. 3절에서는 불확실성이 포함된 시스템에서의 지능형 디지털 재설계 기법을 제안한다. 4장의 예 적용함으로써 기법의 효율성을 증명하게 되며 5장에서 결론을 제시한다.

2. T-S 퍼지 모델 기반 이산화

불확실성이 포함된 비선형 시스템의 효율적인 표현을 위해 다음과 같은 T-S 퍼지 시스템을 고려하자 [11].

$$\dot{x}(t) = f(x(t)) + \Delta f(x(t)) + (g(x(t)) + \Delta g(x(t)))u(t) \quad (1)$$

여기서 $x(t) \in R^n$ 는 상태 벡터이며, $u(t) \in R^m$ 는 제어 입력이다. $f(x(t)) \in R^n$ 과 $g(x(t)) \in R^n$ 는 비선형 벡터이고, $\Delta f(x(t))$, $\Delta g(x(t))$ 는 불확실성을 나타내는 벡터이다. T-S 모델의 i 번째 규칙을 나타내는 시스템은 다음과 같이 표현된다.

IF - THEN Form :

$$R^i : \text{IF } x_1(t) \text{ is about } \Gamma_1^i \text{ and } \dots \text{ and } x_n(t) \text{ is about } \Gamma_n^i \\ \text{THEN } \dot{x}_c(t) = (A_i + \Delta A_i)x_c(t) + (B_i + \Delta B_i)u_c(t), \\ \text{where } i = 1, 2, \dots, q,$$

Defuzzified Form :

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^q \mu_i(x(t))((A_i + \Delta A_i)x(t) + (B_i + \Delta B_i)u(t)),$$

where

$$\omega_i(x(t)) = \prod_{j=1}^n \Gamma_j^i(x_j(t)), \quad \mu_i(x(t)) = \frac{\omega_i(x(t))}{\sum_{i=1}^q \omega_i(x(t))} \quad (2)$$

여기서 $\Gamma_j^i(x_j(t))$ 는 i 번째 규칙에서 j 번째 전 건부 변수의 퍼지 집합이다. 첨자 'c'는 아날로그 제어를 의미하며, 첨자 'd'는 디지털 제어를 의미한다. 그리고 전체 전역 동특성 (2) 를 나타내기 위하여 중심값-평균 비퍼지화, 곱셈 추론, 싱글톤 퍼지화를 사용하였다. 그리고 멤버십 함수와 퍼지 집합은 다음을 만족하게 된다.

$$\omega_i(x(t)) \geq 0, \quad \sum_{i=1}^q \omega_i(x(t)) > 0, \quad i = 1, 2, \dots, q. \quad (3)$$

$$\mu_i(x(t)) \geq 0, \quad \sum_{i=1}^q \mu_i(x(t)) = 1, \quad i = 1, 2, \dots, q. \quad (4)$$

우선 아날로그 퍼지 모델 기반 제어기의 설계는

IF - THEN Form :

$$\text{IF } z_1(t) \text{ is } F_1^i \text{ and } \dots \text{ and } z_n(t) \text{ is } F_n^i \\ \text{THEN } u_c(t) = -K_{ci}x_c(t), \quad i = 1, 2, \dots, q$$

Defuzzified Form :

$$u_c(t) = -K_c(\mu)x_c(t) \quad (5)$$

과 같으며, K_{ci} 피드백 게인을 의미한다. 설계된 제어기를 통해 나타난 아날로그 시스템은 다음과 같다.

$$\dot{x}_c(t) = \sum_{i=1}^q \sum_{j=1}^q \mu_i(z(t))\mu_j(z(t))\{(A_i + \Delta A_i) + (B_i + \Delta B_i)K_{ci}\}x_c(t). \quad (6)$$

본 연구에서는 설계된 아날로그 퍼지 모델 기반 제어기를 통해 디지털 제어를 재설계하게 된다. 우선, 불확실성이 포함된 디지털 시스템을 고려해 보자.

$$\dot{x}_d(t) = \sum_{i=1}^q \mu_i(z(t))\{(A_i + \Delta A_i)x_d(t) + (B_i + \Delta B_i)u_d(t)\}. \quad (7)$$

여기서 제어 입력 $u_d(t) = u_d(kT)$ 은 다음과 같은 시간 구간, $[kT, kT + T)$, 에서 결정되어야 할 상수 값이며 $T > 0$ 는 샘플링 주기이다. 퍼지 모델 기반 디지털 제어기의 경우는 퍼지 규칙에 의해,

$$R^i : \text{IF } z_1(kT) \text{ is about } \Gamma_1^i \text{ and } \dots \text{ and } z_n(kT) \text{ is about } \Gamma_n^i \\ \text{THEN } u_d(t) = K_d^i x_d(kT) \quad (8)$$

과 같이 나타나며, 시간 구간 $t \in [kT, kT + T)$, 에서 유효하다. K_d^i 는 i 번째 규칙에서 결정되어야 할 디지털 제어 이득 행렬로, 비퍼지화 된 제어 입력은 다음과 같다.

$$u_d(t) = \sum_{i=1}^q \mu_i(z(kT))K_d^i x_d(kT) \quad (9)$$

IDR 문제는 디지털 제어기 (9)를 구성하기 위하여 매 샘플링 순간 $t \in [kT, kT + T)$ 마다 식 (6)과 (7)의 페루프 상태 접합이 필요하며, 이는 T-S 퍼지 시스템을 이산화 하여 다룸으로써 해결된다. 그러나 T-S 퍼지 시스템은 본질적으로 비선형성을 내포하고 있기 때문에 이산화 결과를 블록 조합의 형태로 해석한 뒤 IDR 기법을 적용하게 되며, 따라서 다음의 가정이 필요하다.

가정 1[3]: i 번째 발화도 $\mu_i(z(t))$ 는 시간구간 $t \in [kT, kT + T)$ 동안 $t = kT$ 에서의 값으로 근사화 될 수 있다고 가정하자.

$$\mu_i(z(t)) \approx \mu_i(z(kT))$$

즉, $\sum_{i=1}^q \mu_i(z(t))A_i$ 와 $\sum_{i=1}^q \mu_i(z(t))B_i$ 는 시간구간 $[kT, kT + T)$ 에서 상수 행렬로 근사화 될 수 있다. 그리고 충분히 작은 샘플링 시간이 선택된다면 가정 1은 충분히 만족 될 수 있다.

가정 1에 의하여 디지털 퍼지 기반 페루프 시스템에 대한 이산화를 수행하면 다음과 같다.

$$x_d(kT + T) = \sum_{i=1}^q \sum_{j=1}^q \mu_i(z(kT))\mu_j(z(kT))(\hat{G} + \hat{H}_i k_{d,j})x_d(kT) \quad (10)$$

여기서

$$\hat{G} = \exp(A_i + \Delta A)T,$$

$$\hat{H} = \int_0^T e^{(A + \Delta A)\tau} (B + \Delta B) d\tau = (\hat{G} - I_n)(A_0 + \Delta A)^{-1} (B + \Delta B) \text{ 이다.}$$

마찬가지로 연속시간 퍼지 모델 기반 시스템 (6)에 대한 이산화 결과는 다음과 같으며,

$$x_c(kT + T) = \sum_{i=1}^q \sum_{j=1}^q \mu_i(z(t))\mu_j(z(t))\Phi_{ij}x_c(kT) \quad (11)$$

여기서 $\Phi_{ij} = \exp\{((A_i + \Delta A) + (B_i + \Delta B)K_c^j)T\}$ 이다.

문제는 $\Delta A_i, \Delta B_i$ 로 나타내어지는 불확실성을 포함한 식이며, 이는 제어기 설계에 있어서 많은 어려움을 가져다준다. 보다 효율적인 분석을 위해, 본 논문에서는 가정 2를 도입하게 된다.

가정 2 [11]: 불확실성을 나타내는 두 식, ΔA_i 과 ΔB_i 은 놈(norm) 바운드 되어 있으며 다음의 구조로 이루어져 있다.

$$[\Delta A_i \quad \Delta B_i] = D_i F_i(t) [E_{i1} \quad E_{i2}]$$

여기서 D_i, E_{i1} , 와 E_{i2} 는 불확실성을 나타내는, 충분한 공간을 가진 결정된 행렬이며, $F_i(t) \in R^{n \times j}$ 는 불확실성을 내포한 Lebesgue-measurable 값으로 다음을 만족하게 된다.

$$F_i^T(t)F_i(t) \leq I.$$

3. 지능형 디지털 재설계

본 장에서는 이산화 된 아날로그 제어기와 디지털 제어기 간의 전역적 접근으로의 상태 정합을 통해 IDR을 완성하게 된다. 그리고 선형 행렬 부등식을 이용한 효율적인 수치 접근법을 통해 해를 구하게 된다. 즉, 디지털 제어 시스템의 안정성 및 독립 설계 조건이 그 목적이며, 그와 동시에 시스템 전체의 안정도 역시 보장되어야 한다. 본 논문에서는 전역적 상태 접합과 안정도 보장을 위한 효율적 접근을 위해 각각의 문제를 설정하였고, 그 첫 번째는 다음과 같다.

문제 1-1 (안정도 조건)[3]: 만약 양 한정 대칭 행렬 Q , 반 양한정 대칭 행렬 O , 상수 행렬 F_i , 가 존재 한다면 다음 두 식은 만족 될 수 있다.

$$\begin{bmatrix} -Q + (q-1)O & * \\ \hat{G}_i Q + \hat{H}_i U_i & -Q \end{bmatrix} < 0, \quad i, j = 1, 2, \dots, q. \quad (12)$$

$$\begin{bmatrix} -Q - O & * \\ \frac{\hat{G}_i Q + \hat{H}_i U_j + \hat{G}_j Q + \hat{H}_j U_i}{2} & -Q \end{bmatrix} < 0, \quad i=1, \dots, q-1, j=i+1, \dots, q \quad (13)$$

여기서 $\hat{G} = \exp(A + \Delta A)T$,

$$\hat{H} = \int_0^T e^{(A + \Delta A)\tau} (B + \Delta B) d\tau = (\hat{G} - I_n)(A_0 + \Delta A)^{-1} (B_0 + \Delta B)$$

다음 두 번째 문제에서는 전역적 접근을 통한 상태 접합 문제로써, 앞에서 T-S 퍼지 기반으로 설계되어 이산화 되어진 두 페루프 시스템, (10)과 (11) 사이의 아날로그 이득과 디지털 이득사이의 정합이 이루어진다.

문제 1-2 [3] : 이산화 되어진 디지털 페루프 시스템 (11)의 안정화를 위하여, 주어진 아날로그 이득 K_{ci} 와 찾고자 하는 디지털 이득 K_{di} 사이의 상태 접합 문제는 다음과 같은 선형 작용소의 놈을 최소화 하는 볼록 최적화 문제로 구성된다.

Minimize γ subject to $\|\Phi_{ij} - G_i - H_i K_{di}\| < \gamma$,
 $i, j = 1, 2, \dots, q$,

$$\begin{bmatrix} -\gamma Q & * \\ \Phi_{ij} Q - \hat{G}_i Q - \hat{H}_i U_j & -\gamma I \end{bmatrix} < 0 \quad (14)$$

여기서 $\Phi_{ij} = \exp\{((A_i + \Delta A) + (B_i + \Delta B)K_c^j)T\}$ 이다.

증명: 참고문헌 [3]를 참고하라.

문제는 앞에서 언급되었던 불확실성을 내포한 G_i, H_i , 과 Φ_{ij} 이며, 이는 exponential 항으로 묶여 있기 때문에 쉽게 근사화 할 수 없다. 보다 효율적인 분석을 위하여 쌍선형과 역 쌍선형의 근사법을 이용하여 전체 식을 보다 쉽게 표현하게 된다.

정리 1 [4] : 식 (12), (13), (14)에서 포함하고 있는 불확실성을 내포한 exponential term은 다음과 같이 근사화 될 수 있다.

$$\exp(XT) \cong (1_n - \frac{1}{2} XT)^{-1} (1_n + \frac{1}{2} XT) \quad (15)$$

$$(1_n - \frac{1}{2} XT)^{-1} \cong (\exp(XT) - 1_n)(XT)^{-1} \quad (16)$$

$$(1_n + \frac{1}{2} XT)^{-1} \cong (1_n - \frac{1}{2} XT) \exp(XT) \quad (17)$$

여기서, 샘플링 시간은 $T < 2 / \|X\|$ 를 만족해야 한다.

따름정리 1: 정리 1을 통해 G_i, H_i 는 다음과 같이 근사화 된다.

$$\widehat{G}_i \cong G_i + \frac{T}{2}(I_n - \frac{1}{2}A_i T)^{-1} \Delta A_i (G_i + I_n) \quad (18)$$

$$\widehat{H}_i \cong (G_i - I_n)A_i^{-1}B_i + (G_i - I_n)A_i^{-1}\Delta B_i + \frac{1}{2}(G_i - I_n)A_i^{-1}\Delta A_i(G_i - I_n)A_i^{-1}B_i \quad (19)$$

위의 주어진 쌍선형 과 역쌍 선형의 근사법의 이용을 exponential 식이 행렬들의 묶음으로 전개 되었으며, 남아 있는 ΔA_i 와 ΔB_i 의 분석을 위하여 다음의 두 가정을 도입하게 된다.

가정 3 [2] : 주어진 충분한 공간을 가지는 상수 행렬 N, O , 과 L 는 다음의 두 식을 만족하게 된다.

$$(a) \quad O > 0, \quad N + L^T O L < 0,$$

$$(b) \quad \begin{bmatrix} N & L^T \\ L & -O^{-1} \end{bmatrix} < 0 \quad \text{or} \quad \begin{bmatrix} -O^{-1} & L \\ L^T & O \end{bmatrix} < 0.$$

가정 4 [2] : 주어진 충분한 공간을 가지는 상수 행렬 D 과 E , 그리고 대칭 상수 행렬 S 은 다음과 같은 식으로 표현될 수 있다.

$$S + DFE + E^T F^T D^T < 0,$$

여기서 F 는 $F^T F \leq I$, 라는 조건을 만족하게 되면 $\varepsilon > 0$, 에 대하여 필요 충분 조건으로 다음 부등식을 만족하게 된다.

$$S + [\varepsilon^{-1}E^T \quad \varepsilon D] \begin{bmatrix} \varepsilon^{-1}E \\ \varepsilon D^T \end{bmatrix} < 0.$$

가정 3은 주어진 비선형 식을 LMI 형태로 변환시키는 대표적인 방법으로 알려져 있다. 그리고 가정 4의 도입으로 비선형성 뿐 만 아니라 불확실성을 가지고 있는 식 (18)과 (19)에 대하여 좀 더 효율적인 접근이 가능해진다. 정리 1, 가정 3 과 가정 4를 통하여 앞에서 구성된 문제는 다음의 새로운 LMI 꼴로 변환되어 정리된다.

정리 2(전역적 접근을 통한 IDR): 만약 양 한정 대칭 행렬 Q , 반 양한정 대칭 행렬 O , 상수 행렬 F_i , 가 존재 한다면 다음 세 부등식은 만족 될 수 있다. (부록1 참조)

4. 혼돈 Lorentz 시스템의 디지털 제어

이장에서는 혼돈 Lorentz 시스템의 T-S 퍼지 기반 모델에서의 IDR을 통해 제안된 기법의 효용성과 안정성을 보장 받고자 한다. 구체적인 Lorentz 시스템의 동적 시스템의 구조는 다음과 같이 표현 될 수 있다.

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\alpha x + \alpha y \\ \gamma x - y - xz \\ xy - bz \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (20)$$

여기서 $\sigma, \gamma, b > 0$ 라는 조건을 만족해야 한다. (σ 는 Prandtl 수, γ 는 Rayleigh 수이며 b 는 증폭 상수이다).

불확실성을 나타내는 σ, γ 그리고 b 는 $\sigma = \sigma_0 + \Delta\sigma$, $\gamma = \gamma_0 + \Delta\gamma$, $b = b_0 + \Delta b$ 과 같은 표현으로 정리되며 주어진 초기 조건은 다음과 같다. $(\sigma_0, \gamma_0, b_0) = (10, 28, (8/3))$, 여기서 모든 값들은 일반 값에 비해 30% 바운드 되어 있으며, 이는 불확실성의 범위를 나타낸다.

주어진 모델의 T-S 퍼지 기법을 통한 표현은 다음과 같다. [5]:

IF x is F_1^i ,

$$\text{THEN } \dot{x}_c(t) = (A_{0i} + \Delta A_i) x_c(t) + B u_c(t), \quad i = 1, 2 \quad (21)$$

where $x_c = [x \ y \ z]^T$

$$A_{01} = \begin{bmatrix} -\sigma_0 & \sigma_0 & 0 \\ \gamma_0 & -1 & -M_1 \\ 0 & M_1 & -b_0 \end{bmatrix}, \quad A_{02} = \begin{bmatrix} -\sigma_0 & \sigma_0 & 0 \\ \gamma_0 & -1 & -M_2 \\ 0 & M_2 & -b_0 \end{bmatrix}$$

그리고 $\Delta A_i = D_i F_i E_{1i}$ 는 다음과 같이 주어진다.

$$D_1 = D_2 = \begin{bmatrix} -0.3 & 0 & 0 \\ 0 & 0.3 & 0 \\ 0 & 0 & 0.3 \end{bmatrix}$$

$$E_{11} = E_{21} = \begin{bmatrix} \sigma_0 & -\sigma_0 & 0 \\ \gamma_0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b_0 \end{bmatrix}$$

혹은

$$\Delta A_i \in \Delta A_i^I = \begin{bmatrix} \pm 0.3 & \pm 0.3 & 0 \\ \pm 8.4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \pm 0.8 \end{bmatrix}, \quad i = 1, 2.$$

그리고 소속 함수는 다음과 같이 표현되며

$$F_1^1 = \frac{-x + M_2}{M_2 - M_1}, \quad F_1^2 = \frac{x - M_1}{M_2 - M_1} \quad (22)$$

각 값은 $(M_1, M_2) = (-20, 30)$ 이다.

주어진 파라미터 값들과 정리 2에서 나온 LMI 형태를 접목시키면 제안된 퍼지모델 기반 지능형 제어 시스템이 완성된다. 우선 재설계된 아날로그 퍼지 모델 기반 제어기의 이득 행렬을 구해 보면 다음과 같다.

$$K_c^1 = [-86.2892 \quad -47.3637 \quad -7.5237]$$

$$K_c^2 = [-86.4095 \quad -47.0816 \quad 11.1490]$$

그리고 샘플링 시간을 T=0.01초로 선정하고 정리 2를 이용하여 다음의 재설계된 디지털 제어기 이득을 구하였다. 이 값은 위의 아날로그 제어기를 통해 구해진 이득 행렬과 전역적 접근에 의해 접합된 값이다.

$$K_d^1 = [-120.6573 \quad -48.9923 \quad -8.5947]$$

$$K_d^1 = [-89.9836 \quad -39.6006 \quad 10.3913]$$

IDR의 경우 재설계된 디지털 제어를 통한 시스템 궤적이 원래의 아날로그 제어기에서의 궤적과 얼마나 유사한가를 통해 시스템의 효율성을 증명 받게 된다. 아래 그림 1에서 볼 수 있듯이, 두 제어기를 통해 나온 신호의 궤적이 유사함을 알 수 있다.

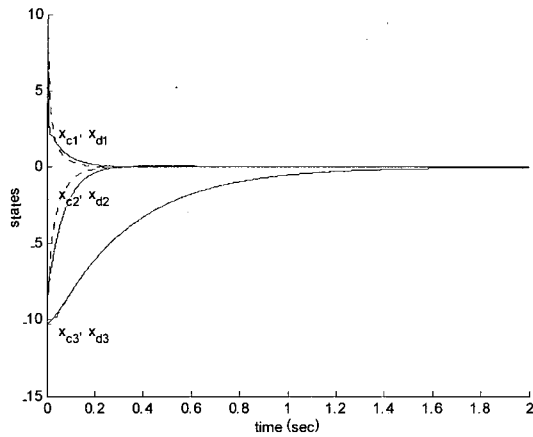


그림 1. T=0.01 일 때, 제어된 Lorenz system 상태
Fig. 1. States of the controlled Lorenz system with T=0.01(Dotted line: continuous-time system, Solid line: digital system)

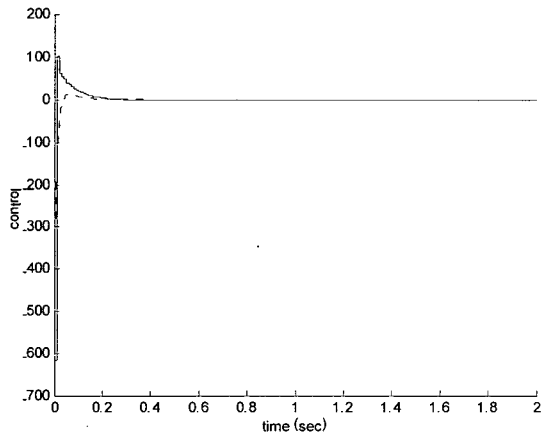


그림 2. T=0.01 일 때, 제어 입력
Fig. 2. Control input with T=0.01

샘플링 시간이 T=0.02초 일 때의 재설계된 디지털 제어기 이득을 구하면 다음과 같다.

$$K_d^1 = [-62.2082 \quad -27.7745 \quad -9.2137]$$

$$K_d^1 = [-56.6384 \quad -26.1922 \quad 10.8863]$$

이때 두신호의 궤적을 살펴보면 아래 그림과 같다.

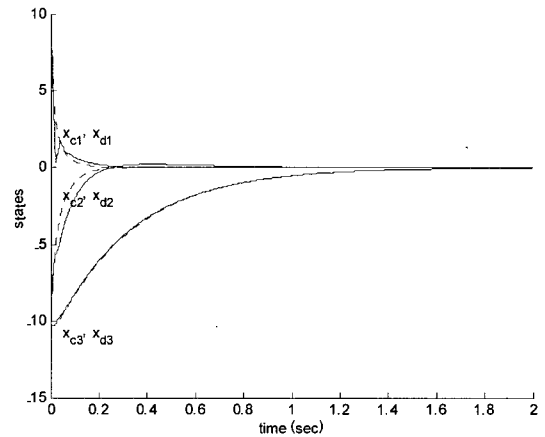


그림 3. T=0.02 일 때, 제어된 Lorenz system 상태
Fig. 3. States of the controlled Lorenz system with T=0.02

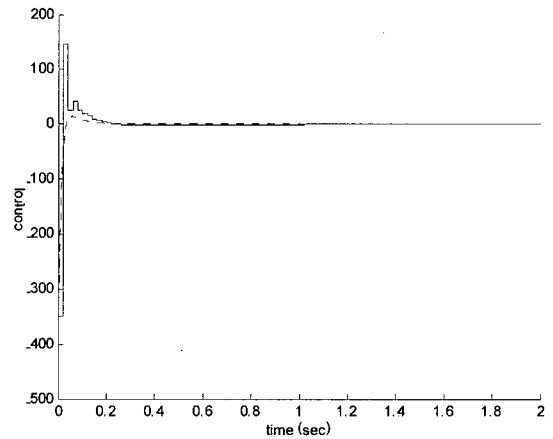


그림 4. T=0.02 일 때, 제어 입력
Fig. 4. Control input with T=0.02

5. Conclusion

본 논문에서는 불확실성이 포함된 비선형 시스템의 지능형 디지털 재설계 기법에 대해 논의하였다. 지능형 디지털 재설계 문제를 제약 조건이 있는 볼록 최적화 문제의 형태로 구성함으로써 전역적 접근을 가능케 하였다. 그리고 선형행렬 부등식의 장점을 활용하여 디지털 제어 시스템의 안정성을 증명하였으며, 쌍 선형과 역 쌍 선형 기법의 도입으로 불확실성이 내포되어 있는 식을 보다 효율적으로 풀어 낼 수 있었다. 제안된 기법의 효율성을 수치적 예제를 통하여 증명함으로써 본 논문을 마무리 지었다.

Reference

- [1] B. C. Kuo, "Digital control systems", Saunders College publishing, 1992, 2nd edn.
- [2] L. Xie, "Output feedback H ∞ control of systems with parameter uncertainties," Int. J. Contr., Vol.

63, No.4, pp. 741-750, 1996.

[3] H. J. Lee, H. B. Kim, J. B. Park, Y. H. Joo, "A New Intelligent Digital Redesign for T-S fuzzy systems: Global Approach", IEEE Trans. Vol. 12, No.2, April 2004.

[4] L. S. Shieh, J. Gu, and J. W. Sunke, "Model conversions of uncertain linear systems using the bi-linear and inverse-bilinear approximation method", Proc. 36th Midwest Symposium, vol. 1, pp. 514-517, Aug. 1993.

[5] T. Chen and B. Francis, "Optimal sampled-data control systems", Springer, 1995.

[6] W. Chang, J.B. Park, H.J. Lee and Y.H. Joo, "LMI approach to digital redesign of linear time-invariant systems", IEE Proc-Control Theory, Appl., Vol. 149, No. 4, July 2002.

[7] L. S. Shieh, X. M. Zhao, and J. W. Sunkel, "Hybrid state-space self-tuning control using dual-rate sampling". IEE Proc, Control Theory Appl, 1991, 138, (1), pp. 50-58.

[8] L. S. Shieh, B.B. Decrocq, and J.L. Zhang, "Optimal digital redesign of cascaded analog controllers", Compute, Math, Appl, 1991, 22, (1), pp. 25-35.

[9] D. A. Lawrence, "Analysis and design of gain scheduled sampled-data control systems," Automatica, vol. 37, pp. 1041-1048, 2001.

[10] Y. H. Joo, G. Chenm and L. S. Shieh, "Hybrid state-space fuzzy model-based controller with dual-rate sampling for digital control of chaotic systems", IEEE Trans. Fuzzy sets., vol. 7, pp. 394-408, Aug. 1999.

[11] W. Chang, J.B. Park, H.J. Lee and Y.H. Joo, "Design of Sampled-Data Fuzzy-Model-Based Control Systems by Using Intelligent Digital Redesign", IEEE Trans On Circuits And Systems-I : Fundamental Theory And Applications. Vol. 49, No. 4, April 2004.

부 록

Minimize

Q, O, F, γ subject to

$$\begin{bmatrix} -Q & * & * & * \\ G_1 Q + \eta_1 B_1 \Gamma_d^i & * & * & * \\ \xi_1 Q + 2E_{21} \Gamma_d^i + E_{11} \eta_1 B_1 \Gamma_d^i & 0 & -\varepsilon_{ii} I & * \\ 0 & (\frac{1}{2} \eta_1 D_1)^T & 0 & -\varepsilon_{ii} I \end{bmatrix} < 0.$$

$$\begin{bmatrix} -4Q & * & * & * & * & * \\ G_1 Q + G_2 Q + \eta_2 B_1 \Gamma_d^j + \eta_2 B_2 \Gamma_d^i - Q & * & * & * & * & * \\ \xi_1 Q + 2E_{21} \Gamma_d^i + E_{11} \eta_1 B_1 \Gamma_d^i & 0 & -\varepsilon_{ii} I & * & * & * \\ \xi_2 Q + 2E_{22} \Gamma_d^j + E_{12} \eta_2 B_2 \Gamma_d^j & 0 & 0 & -\varepsilon_{ii} I & * & * \\ 0 & (\frac{1}{2} \eta_1 D_1)^T & 0 & 0 & -\varepsilon_{ii}^{-1} I & * \\ 0 & (\frac{1}{2} \eta_2 D_2)^T & 0 & 0 & 0 & -\varepsilon_{ii}^{-1} I \end{bmatrix} < 0.$$

$$\begin{bmatrix} -\gamma Q & * & * & * & * & * \\ \lambda_y Q - G_1 Q - \eta_1 B_1 \Gamma_d^i & -\gamma I & * & * & * & * \\ E_{21} (\lambda_y - I_n) Q + E_{21} K_i^j (\lambda_y + I_n) Q & 0 & -\varepsilon_{ii} I & * & * & * \\ \xi_2 Q + 2E_{22} \Gamma_d^j + E_{12} \eta_2 B_2 \Gamma_d^j & 0 & 0 & -\varepsilon_{ii} I & * & * \\ 0 & (\frac{1}{2} (\lambda_y - I_n) (A_1 + B_1 K_i^j)^{-1})^T & 0 & 0 & -\varepsilon_{ii}^{-1} I & * \\ 0 & (-\frac{1}{2} \eta_2 D_2)^T & 0 & 0 & 0 & -\varepsilon_{ii}^{-1} I \end{bmatrix} < 0.$$

저 자 소 개



성화창(Hwa Chang Sung)

2005: 연세대학교 전기전자공학과 졸업.
2005 ~ 현재 : 연세대학교 대학원 전기전
자공학과 석사과정

Phone : 02-2123-2773

Fax : 02-362-4539

E-mail : casfirspear@control.yonsei.ac.kr



주영훈(Young Hoon Joo)

제 16권 1호(2006년 2월호) 참조



박진배(Jin Bae Park)

제 16권 1호(2006년 2월호) 참조