

## 수학과 특별보충과정 편성 및 운영에 관한 개선 방안

김부윤<sup>1)</sup> · 김익표<sup>2)</sup> · 김애숙<sup>3)</sup>

일선학교에서는 방과 후 또는 방학 중 교육으로써 학습부진학생들에 대하여 특별보충과정반이라는 이름으로 따로 학급을 편성하여 운영하고 있다. 그러나 이들 학급 편성에 대한 명확하면서 납득할 만한 기준이 없고, 학교의 여건, 교사 수급 문제, 학생의 정서 문제 등 여러 가지 이유에 의하여 활성화 되지 못하고 있는 것이 사실이다. 따라서 본 연구에서는 학습부진 학생들을 위한 효율적인 지도방안으로서, 특히 특별보충과정반의 편성·운영에 대하여 탐색한다.

주요용어 : 특별보충과정, 복식평가

### I. 서론

제 7차 수학과 교육과정의 특징 중 하나는 국민공통기본교육과정이 운영되는 10년 동안 모든 학생들이 자기가 속하는 학년에 관계없이 자기의 능력에 맞는 단계에서 학습할 수 있게 하는 이른바 단계형 수준별 교육과정을 적용하는 것이고, 기본 방향은 수학적 힘의 신장이다. 수학적 힘이란 단편적 지식보다는 관계성을 고려하고, 논리적 추론을 통해 가정에서 결론을 얻는 활동을 하며, 비정형 문제를 해결하기 위해 다양한 수학적 방법을 사용하는 것을 의미한다(NCTM, 1989). 이를 구현하기 위한 항목들로 개인의 능력수준과 진로의 고려, 수학적 기본지식의 습득, 학습자의 활동 중시, 수학적 흥미와 자신감의 고양, 계산기·컴퓨터 및 구체적 조작물의 적극적 활용, 다양한 교수·학습 방법과 평가의 활용을 제안하고 있다(교육부, 1997).

이와 같은 제 7차 교육과정 개정과 함께 2000년 1월 28일 영재교육진흥법이 제정 공포되면서 일선학교에서도 영재학급이 자율적으로 운영되는 등 영재교육이 체계적으로 활성화 되려는 움직임에 비해서, 학습부진 학생에 대한 교육과 관심은 다소 비켜서 있는 듯한 경향이 있다. 오래 전부터 일선학교에서는 방과 후 또는 방학 중 교육으로써 학습부진학생들에 대하여 부진아반과 특별보충과정반이라는 이름으로 따로 학급을 편성하여 운영해오고 있다.

그러나 이들 학급 편성에 대한 명확한 기준이 없고, 학교의 여건, 교사 수급문제, 학생의 정서문제 등 여러 가지 이유에 의하여 활성화 되지 못하고 있는 것이 사실이다.

---

1) 부산대학교 (kimby@pusan.ac.kr)  
2) 대구과학고등학교 (kimikpyo7@hotmail.com)  
3) 시지고등학교 (alahalah9@hotmail.com)

따라서 본 연구에서는 학습부진 학생들을 위한 효율적인 지도방안으로서, 특히 특별보충과정반의 편성·운영에 대하여 탐색해 보고자 한다.

## II. 이론적 배경

### 1. 특별보충과정 편성 및 운영

제 7차 교육과정의 운영에 있어서 교육부나 각 시·도교육청의 지침에 의하면 ‘재이수형’과 ‘진급형’의 두 가지 방안을 제시하면서 재이수형에 대한 여러 가지 문제점을 극복할 수 있는 대안으로 ‘특별보충과정’이라는 방안을 내 놓았다. 교육과정자료 199(교육인적자원부, 2003)에서 특별보충과정의 편성·운영에 대하여 고려할 사항으로서 다음 사실들을 언급하고 있다.

특별보충과정은 수준별 교육과정 적용 교과에서 학습목표에 도달하지 못한 학생들의 학습결손을 보충하기 위한 기회를 정규 수업 시간 이외의 시간에 추가적으로 제공하기 위한 것이다. 이것은 단계 이수에 어려움이 예상되는 학생들을 위한 특별보충과정을 설치, 운영하여 보충 학습의 기회를 충분히 제공함으로써 모든 학생들이 국민공통기본교육과정을 성공적으로 이수할 수 있도록 하는데 목적이 있다. 다만, 특별보충과정의 실시는 교사와 학생 모두에게 부담이 되므로 학생의 수준, 학부모의 요구 및 학교의 여건 등을 고려하여 적절한 시기 및 시수 등을 신중하게 결정하여야 할 것이다. 또한 대상 학생에게 적절한 학습 내용을 재구성하여 교수·학습 자료를 개발하는 일도 필요하다. 운영 시기는 해당 학기 중 정규 수업 시간 외, 해당 학기 평가 이후 방학 중, 다음 학기 중 정규 수업 시간 외이다. 대상자 선정 기준에 대한 언급에 앞서 특별보충과정 대상자를 최소화하기 위하여 정규 수업 시간 중에 충분한 보충 학습의 기회를 제공하는 것이 특별보충과정 운영에서 부딪히는 많은 문제를 해결할 수 있는 최선의 방안이 될 것이다. 마지막으로 대상자의 선정기준으로는 영역별, 단원별 학습결손, 단계 진급 기준 미달, 학부모의 동의 등을 들고 있다.

### 2. 수학 학습부진아의 개념

성열욱·신경순(2001)은 잠재적 능력 수준은 평균 또는 그 이상인데도 불구하고 어떤 원인에 의하여 현실적인 학업 성취도가 기대되는 성취수준에 미달되는 학생, 다시 말하면 현실적인 성취수준이 기대되는 성취수준에 크게 미치지 못하는 학생을 학습 부진아라고 규정했다. 선수학습의 결손에 따른 학습 부진 현상으로는 교과 내용의 선정이나 조직, 교사의 수업 방법, 학습할 때의 학생들의 낮은 동기나 성취욕을 들고 있다. 대체로 능률적인 학습 방법을 터득한 학생은 그렇지 않은 학생에 비하여 수업의 질에 영향을 적게 받지만, 보다 덜 성숙되고 덜 유능한 학습자, 즉 학습에 부진한 학생은 수업의 질에 크게 영향을 받는다는 것이다. 수업의 질은 학생들의 학습 성과를 좌우할 뿐만 아니라, 수업에 대한 학생들의 흥미나 동기유발 등의 정의적 발달에도 인과적으로 영향을 미친다고 주장하며 학습부진아의 특성을 다음과 같이 서술하고 있다.

- ① 지적 특성에 있어서 학습부진아들은 학습정상아들에 비해 일반적으로 약간 낮은 지능을 보이는데, 이것은 학습부진아들의 언어 능력이 낮은 데서 기인하는 것으로 연구 결과들은 말하고 있다.

- ② 정의적 측면에 있어서도 학습부진아들은 학습정상아에 비해 차이를 보인다. 즉 이들은 지적 호기심, 학습 동기, 흥미, 주의력, 자아개념 등에 있어서 결함을 보인다.
- ③ 학습부진아들은 학습 기능면에 있어서도 부진함을 보인다. 이들은 기초적인 학습 기능이라고 할 수 있는 언어 능력, 수리 능력이 약하기 때문에 독서 속도나 수리적인 학습에서 부진한 편이다. 또한 학습부진아는 학습속도가 느린 것이 중요한 특성 중의 하나라고 볼 수 있다.

지금까지 소개한 학습부진아의 특성상 이들 대부분이 특별보충과정 대상이라고 볼 수 있다. 학습부진아들의 수를 줄이고 이들에 대한 지도의 효율적인 방안을 생각하는 것이 성공적인 특별보충과정 운영의 열쇠가 될 것이다.

### 3. 복식평가를 이용한 수학 학습부진아 판별

수학 학습부진아 지도를 위하여 가장 먼저 선행되어야 하는 것은 올바른 판별이다. 대부분의 학교에서 특별보충과정반의 구성은 5지 선다형 또는 주관식 단답형의 중간고사 또는 학기말 고사의 점수를 이용한다. 이와 같은 평가를 통해서도 수학 학습부진아에 대한 객관적인 판별에 문제가 있을 뿐만 아니라, 개개인에 대한 학습부진의 정도를 파악하기에는 역부족이므로 선발 후 수업에 대한 효과를 기대하기는 더욱 더 어려울 것이다. 따라서 설문지를 통한 학생들의 수학교과에 대한 인식을 분석함과 동시에 효율적인 평가의 방법으로 복식평가(조병연, 1999)를 도입하여 수학 학습부진아의 선발 및 지도에 활용하고자 한다.

조병연(1999)은 단계형 수준별 교육과정의 적용을 받는 교실에서는 같은 학년에 서로 다른 단계의 학생들에 대한 평가에 동일한 평가 문항을 사용하게 되면 하위 단계에 있는 학생들이 엄청난 불이익을 받게 되고, 각기 학습한 내용을 기준으로 하여 서로 다른 평가 문항을 사용하면 반대로 재이수 과정에 있는 학생들이 상당한 이익을 본다는 것이다. 이와 같은 문제점의 해결방안으로서 하나의 평가요소에 대하여 여러 단계의 문항을 동시에 제시하고, 학생들은 이 중에서 자신의 단계에 맞는 문제를 선택하여 풀게 하는 복식평가 방법을 제시했다.

본 연구에서는 이 복식평가를 특별보충과정 편성에 활용할 뿐만 아니라, 이 평가의 결과를 근거로 하여 특별보충과정에 편성된 학생들의 지도에 이용하고자 한다. 복식평가가 적절한 효과를 거두기 위해서는 학습을 통해서 도달해야 할 최소한의 목표를 설정하고, 이 목표 달성을 위한 단계별 선수 학습내용의 적절한 선정이 있어야 한다.

### 4. 특별보충과정 대상 학생의 지도

수학 학습부진아를 지도하는 방법으로는 이들만으로 구성된 특수학급을 만들어 특수한 자료와 방법을 사용하여 지도하는 방법과 일반 학생들과 같은 교실에서 지도하는 방법이 있다(강옥기, 2000).

본 연구에서는 학습 과정에서 발생한 수학 학습부진의 원인을 복식평가를 통하여 분석하고, 이 원인에 대한 해결방안으로서 특별보충과정에서 이들을 위한 효율적인 지도기법을 개발하는데 주안점을 두고자 한다.

먼저, 강옥기(2000)는 학습과정에서 발생한 학습부진의 원인으로서 다음 몇 가지를 제시했다.

- ① 과밀학급에서 개인의 능력을 무시한 획일적 수업
- ② 선수학습의 누적 결손으로 인한 기초학력의 부족
- ③ 학습의욕, 성취의욕(학습동기)과 흥미 부족
- ④ 부정적 자아개념
- ⑤ 과외나 학원 수강으로 인한 학습량의 과다 및 공부 시간의 부족

수학 학습부진아들에 대한 선행연구로는 4단계 팀(team)학습을 통한 수학과 학습 부진 학생의 학력신장에 대한 연구(김중훈, 2002), 소집단 학습을 통한 수학과 학습부진아 지도방안 연구(2001, 성열욱·신경순), 수학과 학습부진아의 수업 방법의 탐색(이은휘, 2001) 등이 있다. 이와 같이 지금까지의 연구는 수학 학습부진아들에 대한 수업 방법의 개선에 대한 것들이 주류를 이루고 있다. 학교현장에서도 학습부진의 가장 큰 원인을 기초학력 부족으로 보고, 이것에 대한 지도를 하는 것이 부진아 지도의 대부분이었다.

그러나 수학을 통해 배우는 것이 수학의 내용뿐만 아니라, 수학의 과정, 즉 추상화 과정, 일반화 과정, 증명과정과 같은 정신과정도 있다(신현성, 2002: p.53). 학습부진아들은 수학내용에 대한 학습도 중요하지만, 수학의 과정에 대한 경험을 토대로 혼자서 공부할 수 있고, 사고할 수 있는 수학적 힘을 길러주는 것이 더 중요한 일일 것이다. 그것은 수학적 힘이 개개인을 학습부진에서 벗어나게 할 수 있고 나아가 이 학생들이 보통 학급으로 돌아가서 능동적으로 공부할 수 있게 하는 원동력으로 생각되기 때문이다.

### III. 연구의 설계 및 방법

#### 1. 연구대상 및 선정 방법

본 연구는 대구광역시 소재 Y고등학교 1학년 학생 중 학기말고사의 수학 성적이 하위 3% 이내인 학생 14명을 대상으로 하였다. 수업은 특별보충과정반(이하 보충반이라 칭함)이라는 이름으로 2003학년도 여름방학과 겨울방학 중에 각각 20시간씩 실시하였고, 연구 대상 교과과는 수학 10-가(여름방학), 10-나(겨울방학)를 선택하였다.

1학년 전체 학생들에 대하여 복식평가의 방식으로 제작된 문제들로 구성된 시험을 실시하여 보충반 대상 학생들을 선발할 계획이었으나, 여러 가지 학교 사정에 의하여 이 계획은 취소되었다. 일단 학기말고사 수학성적으로 보충반 학생들을 선발하고, 선발된 학생들을 대상으로 하여 복식평가 방식의 시험<부록 1>을 실시하여 선수학습의 결손 정도를 진단한 후, 학습부진의 단계를 1단계에서 3단계로 나누었다. 1단계는 중학교 1학년 수준, 2단계는 중학교 2학년, 3단계는 중학교 3학년 수준에서 고등학교 학습내용에 대한 지도가 각각 필요한 학생이다. 각 단원의 학습목표와 시험 문항은 제 7차 교육과정 고등학교 1학년 수학심화·보충 학습자료(대구광역시교육청, 2001)를 참고하였다.

#### 2. 연구내용 및 방법

수업을 시작하기 전에 학습부진 학생들의 수학 교과에 대한 인식을 알아보기 위하여 <부록 2>에 있는 설문지 문항 중 일부를 발췌하여 재구성한 설문지를 사용하였다. 이 자료는 수업 중 교사가 학생들을 지도하는데 참고로 하고, 인식변화를 위한 수업의 효과를 알아

보기 위한 목적이 있다. 일반적으로 보충반에서는 선수학습의 결손을 보충하는 것부터 시작하는 경우가 많다. 그러나 보충반으로 편성된 학생들의 대부분은 이미 여러 가지 복합적인 요인들에 의하여 교과 학습에 대한 흥미를 상실한 경우가 많다. 여기에 또 다시 교과학습을 곧 바로 시작한다면 흥미 상실의 정도가 더욱 더 심화될 것이다. 따라서 보충반 수업의 효과를 극대화하기 위해서는 수학 학습부진 학생들의 수학교과에 대한 인식변화가 선행되어야 한다는 것이다. 이의 해결방안으로서 수학적 게임 또는 퍼즐을 도입했다.

본 연구에서 수학적 게임 또는 퍼즐의 도입은 처음에는 단순한 흥미 위주의 문제에서 점차로 교과와 연관성이 있고 수학적인 사고력의 신장에 도움을 줄 수 있는 것으로 했다. 소집단 협력학습을 통하여 10시간의 수학적 게임 또는 퍼즐수업 후에 앞에서 사용한 <부록 2>의 설문지를 이용하여 학생들의 인식변화를 조사했다. 이 수업은 학생들의 흥미 유발뿐만 아니라 수학적인 사고력의 신장에도 목적이 있다. 나머지 10시간은, 앞에서 실시한 복식평가의 결과를 근거로 하여 각 학생에 해당하는 단계별 선수 학습내용에 대한 지도를 하였다.

선수학습의 지도에 대한 구체적인 연구의 방법은 다음과 같다.

먼저 교실 뒤쪽 책꽂이에 학생들이 참고할 수 있도록 중학교 1, 2, 3학년 수학 교과서와 문제집을 준비해 둔다.

- ① 앞에서 실시한 복식평가에서 학생들의 답안지 결과를 참고로 하여 각 문항과 관련된 선수학습의 내용을 단계별로 학생들 각자가 마인드맵으로 작성하도록 한다. 교사는 학생들이 작성한 마인드맵을 답안지와 비교하면서 보충 및 수정을 해 준다. 이렇게 함으로써 현재 자신의 위치와 도달해야 할 목표를 인식하면서 목표달성에 대한 동기 유발을 유도할 수 있다.
- ② 마인드맵에서 각 학생이 속한 단계의 선수학습내용에 대한 개념들을 교실 뒤쪽에 있는 중학교 교과서를 참고하여 기록하거나 그 내용에 해당되는 문제 찾기를 함으로써 학생 참여를 이끌어낸다.
- ③ 각 단계의 선수학습내용에 대한 개념 익히기를 도와주고 단계별로 각자가 선택한 문제를 풀게 한다. 교사는 문제풀이를 확인해주고 각 단계의 목표를 달성한 학생에 대해서는 다음 단계에서 ①에서 ③의 과정을 수행하게 한다.
- ④ 틀린 문항과 관련된 선수학습이 어느 정도 되었다고 판단되면 그 학습내용에 대한 개념을 익히게 한 다음 비슷한 문항을 교사가 학생에게 제시하여 문제 풀이를 시킨다.
- ⑤ 한 개의 틀린 문항에 대하여 ①에서 ④까지 모두 수행한 학생에 대해서는 또 다른 틀린 문항에 대하여 ①에서 ④까지의 과정을 반복해서 수행하게 한다.

### 3. 연구 과정에서의 제한점

학습부진의 원인이 복합적이고 수년간 누적되어온 결과라고 볼 때, 방학 기간 중 20시간씩의 특별보충과정의 운영만으로 학생들의 학습부진을 해결한다는 것은 어려울 뿐만 아니라 현재까지 나타난 선수학습의 보충도 어려운 상황이다. 따라서 본 연구에서는 학생들의 수학교과에 대한 인식변화와 흥미유발에 주안점을 두고 수업을 진행하였으며 문제해결을 위한 수학적인 아이디어를 경험하고 스스로 문제해결을 위해 수학적인 아이디어를 내도록 격려하고, 하면 된다는 자신감을 심어주기 위해 노력했다.

## IV. 연구결과 및 분석

### 1. 학생들의 인식변화를 위한 수학적 게임 또는 퍼즐

<부록 1>의 복식평가의 결과를 근거로 학생들을 1단계, 2단계, 3단계로 나누어서 각 소집단에 되도록 1, 2, 3단계의 학생들이 모두 들어갈 수 있도록 구성했다. <부록 3>의 수학적 게임 또는 퍼즐을 통해 학생들의 수학교과에 대한 인식을 변화시키는 것이 가장 큰 목적이므로 문제해결에 대한 조그마한 진전을 보인 그룹에 대해서는 칭찬을 아끼지 않음과 동시에 완벽한 답으로 갈 수 있도록 격려와 적절한 힌트를 주기 위해 노력했다. 그리고 발표내용이 틀렸더라도 그 의견을 무시하지 않고 모든 그룹에 대하여 왜 틀렸는지, 어떤 논리적인 오류가 있는지, 올바른 방향으로 나아갈 수 있는 방법이 있는지에 대하여 생각하도록 했다. 또 노력에 대한 적절한 보상이 뒤따라야한다는 생각에 1점에서 5점까지 기록된 점수표를 준비하고 다음의 기준에 의하여 각 조별 또는 각 학생에게 점수표를 나누어 주고 보충반 수업이 끝난 후에 각 학생들이 받은 점수의 합계에 따라 1등부터 10등까지 보상이 주어짐을 학생들에게 이야기 하고 실제로 보충반 수업이 끝난 후 보상을 했다.

1점 : 완벽한 답은 아니지만 문제풀이에 약간의 진전을 시킨 경우

2점 : 1점의 상태에서 수학적 아이디어가 들어간 경우

3점 : 완벽한 답은 아니지만 문제풀이에 결정적인 실마리를 제공한 경우

4점 : 다른 조에서 발표한 내용에 대한 오류를 정확하게 지적한 경우

5점 : 문제에 대한 완벽한 답을 제시한 경우, 또는 다른 조에서 발표한 내용에 대하여 오류를 정확하게 지적하고 그 오류를 수정한 경우

학생들의 심리적인 부담감을 줄이기 위하여 제시되는 문제 수를 최대한 줄이고, 주어진 문제에 대하여 생각할 수 있는 충분한 시간을 주고, 가능한 모든 아이디어들을 생각하게 했으며, 발전적인 문제에 대해서도 만들도록 했다. 수업을 진행하는 동안 처음 학생들의 반응은 다소 소극적이었다. 그래서 수업 초반부에는 부담 없는 놀이 형식의 문제를 주로 다루면서 전체적인 호응을 유도했다. 예를 들면 <부록 3>의 1번 문항에서 학생들에게 교사와 한 학생과의 게임을 관찰하면서 답을 찾도록 했다.

문항 1에 대한 실제 수업 상황은 다음과 같다.

교사가 문항 1을 설명한 후 16개의 동전을 가지고 희망하는 학생과 게임을 했다. 교탁에 16개의 동전을 놓고 게임을 하는 동안 다른 모든 학생들이 교탁 주위를 둘러싸서 게임을 관찰하는 열의를 보였다. 게임을 여러 번 진행하는 동안 학생들은 점차로 게임의 마지막 부분에 주목을 하기 시작했다. 그 다음 두 번 내지 네 번의 게임을 더 하는 동안 학생들은 게임에서 이기기 위한 규칙을 알아냈다. 여기에서 교사는 이 문항은 문제해결 전략 중 거꾸로 풀기의 한 예시임을 이야기 해 주었고, 모든 학생들은 다음 문제에 관심을 보였다. 문제에 대한 답을 발표한 학생에 대해서는 격려와 함께 칭찬을 아끼지 않았으며, 오류의 부분에 대해서는 틀렸다는 사실보다는 왜 그런 생각을 했는지 같이 고민하면서 오류의 수정을 유도했다. 이와 같은 수업을 진행하는 동안 눈에 띄게 학생들의 반응이 적극적인 자세로 변했다. 그리고 재미있는 문제에 대해서는 기대 이상의 끈질긴 집착력도 보이고, 다른 학생의 발표에 대한 오류를 찾기 위해서 발표하는 학생의 의견을 경청하는 자세 및 빈번한 질문으로 활기찬 수업을 이끌 수 있었다. 개념 익히기 후 문제풀기 위주의 수업을 받아온 학생들이 수

학적 게임 또는 퍼즐을 통한 사고력 위주의 수업을 하는 동안 기발한 수학적 아이디어를 경험하고, 관심과 흥미를 보였다.

따라서 학습부진 학생들에게도 적절한 흥미 및 동기를 유발시킨다면 얼마든지 학습부진에서 벗어날 수 있음은 물론이고, 수학적 사고력의 신장으로 보통의 학급에서도 주도적으로 수업을 받는 것에 대한 가능성을 확인할 수 있었다. 또한 이와 같은 수업은 학생뿐만 아니라 교사에게도 학습 부진아 지도에 관한 효과적인 수업의 방향을 제시하였다.

## 2. 학습부진학생들의 인식 변화

<부록 2>의 설문지를 통하여 학생들의 수학 교과에 대한 인식을 조사해 본 결과 다음 <표 1>에 나타난 결과에서 알 수 있는 것처럼 학습부진학생들은 수학 교과에 대하여 ‘어렵다, 필요성을 느끼지 못 한다’ 등과 같이 대체로 수학 교과에 대한 흥미 부족 내지는 좋지 못한 느낌을 가지고 있었으며, 그에 따라 학습방법의 문제, 즉 연습과 복습을 하지 않고, 문제를 풀이할 때 깊이 생각하지 않으며, 그 결과 절대적인 공부시간의 부족으로 인하여 선수 학습이 누적되어 온 것으로 생각되었다. 그러나 본 설문지 문항 11번에서 16번까지에서 나타난 것처럼 대부분의 학생들이 수학을 잘 하고 싶은 마음은 가지고 있으며, 기본적인 공식에 대하여는 어느 정도 잘 기억하고 있는 것으로 나타나 적절한 동기 및 흥미를 유발시키면서 문제해결을 위한 수학적 사고력의 개발과 함께 학습방법에 대한 지도를 한다면, 학생들이 수학 교과에 흥미와 자신감을 갖는데 도움을 줄 수 있을 것이라는 결론을 내렸다.

문항 번호	질 문	시기	매우 동의 한다	대체로 동의 한다	보통이다	별로 동의 하지 않는다	전혀 동의 하지 않는다
1	나는 수학에 대해 좋은 느낌을 가지고 있다.	사전	·	·	1	11	2
		사후	·	·	3	10	1
2	나는 수학문제를 풀 때 깊이 생각한다.	사전	·	·	2	5	7
		사후	·	·	3	5	6
3	나는 집에서 수학 과목에 대하여 연습을 한다.	사전	·	·	·	4	10
		사후	·	·	·	4	10
4	나는 수학시간이 기다려진다.	사전	·	·	3	6	5
		사후	·	·	5	6	3
5	나는 수학 과목에 대하여 복습을 한다.	사전	·	·	2	9	3
		사후	·	·	2	10	2
6	나는 내 자신의 수학 공부에 대해 만족 한다.	사전	·	·	·	7	7
		사후	·	·	·	7	7
7	나는 수학 과목이 다른 과목에 비해 어렵다.	사전	5	8	1	·	·
		사후	5	8	1	·	·
8	나는 누구나 수학은 배워야 한다고 생각 한다.	사전	·	·	1	6	7
		사후	·	·	3	5	6
9	나는 참고서나 문제집의 문제를 종종 풀어본다.	사전	·	·	2	7	5
		사후	·	·	2	7	5

10	나는 신문, 잡지 등에 실린 수학 기사를 자주 읽는다.	사전	·	·	1	5	8
		사후	·	·	1	5	8
11	나는 수학 공부를 잘 하고 싶다.	사전	2	9	2	1	·
		사후	2	9	3	·	·
12	나는 수학 공부를 잘하는 친구가 부럽다.	사전	1	6	4	2	1
		사후	1	5	5	2	1
13	나는 수학을 잘 하는 아이는 뭔가 특별하다고 생각 한다.	사전	1	5	5	3	·
		사후	·	6	5	3	·
14	국어 교과 보다는 수학 교과가 좋다.	사전	2	6	3	2	1
		사후	2	7	2	3	
15	성적과 상관없다면 난 그래도 수학을 좋아한다.	사전	2	6	4	1	1
		사후	2	6	4	2	·
16	나는 수학 공식은 잘 기억하는 편이다.	사전	1	4	4	4	1
		사후	1	5	3	4	1

<표 1> 학생들의 인식 변화 조사표(N=14)

따라서 앞에서 언급했던 것처럼 학생들에게 수학은 재미있고 실생활에서 많은 응용성을 가지고 있음을 경험하도록 하는 수업에 주안점을 두고 이를 위한 방법으로 수학적 게임 또는 퍼즐을 도입하였다. 그리고 주어진 문제에 대하여 기본적인 지식을 가지고 그 문제를 풀기 위해 사고하는 노력을 기울인다면 해결의 실마리를 찾을 수 있다는 자신감을 가질 수 있도록 지도의 역점을 두었다.

<표 1>의 수업 후 인식 조사 결과에서는 수학 교과에 대한 흥미와 연습, 복습에 대한 학습자의 인식 변화는 미미하였다. 그러나 수업 중 학생들의 참여도나 태도에서는 앞으로의 지속적인 수업의 변화가 긍정적인 방향으로의 인식 변화를 이끌어내리라 기대 되었다.

일련 번호	반	번호	이름	점수 (17-51)	단계	조
1	1	●	손원☂	15	3	1
2	3	●	박상☂	18	3	2
3		●	박정☂	14	3	3
4	5	●	류지☂	12	2	2
5		●	박재☂	14	2	1
6		●	이호☂	14	2	3
7	7	●	전재☂	10	2	2
8	9	●	김수☂	10	1	3
9		●	박진☂	13	2	3
10		●	안미☂	10	1	2
11		●	이주☂	9	1	1
12		●	최혜☂	9	1	2
13	11	●	김지☂	11	2	1
14	14	●	박혜☂	8	1	1

<표 2> 복식평가 결과



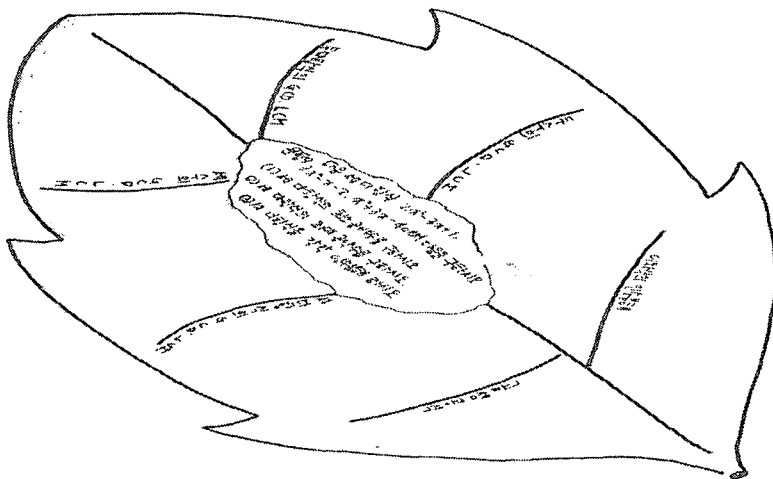
### 3. 복식평가를 이용한 학생들의 수준 파악

수학 학습부진아 지도에서 중요한 것 중 하나가 학생들의 현재 수준을 파악하는 것이다. 이를 위해 각 단원별 학습목표를 토대로 한 주관식 단답형의 복식평가 방식의 문항들을 사용하였다. <표 2>는 <부록 1>의 10-가에 대한 복식평가 실시 결과이다. 이 평가결과에서 나타나는 것처럼 대부분의 학생들이 고등학교 교육과정의 내용은 물론이고, 중학교 수준의 교과내용에 대한 구체적인 지식이 부족한 것으로 나타났다. 따라서 이들의 지도를 위해서는 중학교 1, 2, 3학년 과정보터 시작해야 하지만, 현실 여건상 앞에서 실시한 복식평가의 문항에 대한 선수학습 내용을 익히고, 그 다음 교사에 의하여 제시된 복식평가의 문항과 비슷한 문항을 풀면 학습목표를 달성한 것으로 간주하였다.

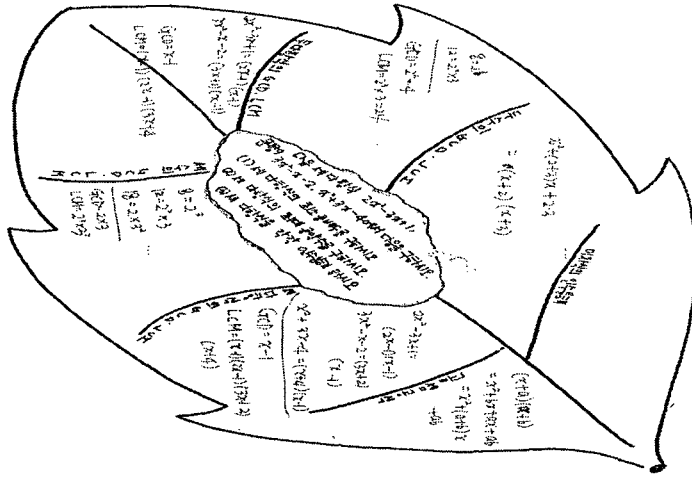
### 4. 선수학습의 보충을 위한 수업

지도 내용을 새롭게 구성한다는 것은 주어진 현실 여건상 다소 어려움이 따른다. 따라서 앞에서 실시한 복식평가의 결과를 바탕으로 개인별 학습내용을 다음의 방법으로 구성하였다.

- ① 먼저 각 학생에게 복식평가 답안지를 나누어주고, 틀린 문제에 대하여 그 문제를 풀기 위해 알아야 할 선수학습 내용을 마인드맵으로 작성하게 했다. 그 다음 학생이 작성한 마인드맵을 검토한 후 부족한 부분이 있으면, 교사가 보충해 줌으로써 각 문항의 개인별 선수학습에 대한 마인드맵을 완성했다<그림 1>.
- ② 마인드맵의 각 단계별 선수학습 내용에 대한 문제를 학생 스스로 교실 뒤쪽에 비치된 교과서와 문제집을 참고로 하여 찾고, 교사는 적절한 선택이 이루어졌는지 확인했다.
- ③ 선택한 문제에 대하여 개념 익히기와 문제풀이를 학생 개인별로 지도하였다.



<그림 1> 문항 9의 개인별 선수학습에 대한 마인드맵 초안



<그림 2> 문항 9의 개인별 선수학습에 대해 완성된 마인드맵

- ④ 위의 ①, ②, ③의 과정을 마인드맵에 기록된 선수학습 내용을 전부 학습할 때까지 반복하게 했다<그림 2>.
- ⑤ ④번의 과정을 완성한 학생에 대해서는 교사가 틀린 문항과 유사한 문항을 제시해 주고 풀게 한 다음<그림 3>, 그 결과에 따라서 부족한 선수학습의 내용을 보충하거나, 틀린 문항에 대한 ①, ②, ③, ④의 과정을 수행하도록 했다.

문항 9의 유사문제를 풀기 위하여  $x^2 - 2x - 15$ ,  $x^2 - 6x - 5$ ,  $x^2 - 3x - 10$ 에 대하여 풀이한다.

(1) 각 식의 판독을 위해 인수분해하시오.(1점)  
 (2) 세 다항식의 G.C.D(최대공약수)를 구하시오.(2점)  
 (3) 세 다항식의 L.C.M(최소공배수)를 구하시오.(3점)

---


$$x^2 - 2x - 15 = (x+3)(x-5)$$

$$x^2 - 6x - 5 = (x-5)(x-1)$$

$$x^2 - 3x - 10 = (x+2)(x-5)$$

∴ 최대공약수:  $x-5$   
 최소공배수:  $(x-5)(x-1)(x+3)(x+2)$

<그림 3> 유사문제의 풀이

## V. 결론 및 제언

본 연구는 수학 학습부진 학생들에 대한 보충반 수업의 효과를 극대화하기 위한 방안으로서 수학적 게임 또는 퍼즐을 도입하여 학생들의 수학교과에 대한 흥미유발을 유도하였다. 그리고 수학 10-가와 수학 10-나의 학습목표에 따라 복식평가 방식의 시험을 실시하여 각 문항에 대한 부족한 선수학습내용을 보충함으로써 학생들이 스스로 수학학습 부진에서 벗어날 수 있도록 하고, 결국에는 수학적 힘의 신장이라는 목표에 도달하는 수업방법을 모색하였다. 이 연구를 통하여 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

첫째, 선수학습의 누적적 결손에 대한 보충 위주의 수업에서 탈피하여 학생들의 수학과 과에 대한 흥미유발 및 인식변화를 목적으로 한다는 취지에서 수업을 한 결과 수학과 과 학습에 있어서 학생들의 자발적 참여를 유도할 수 있었다.

둘째, 수업을 시작하기 전 복식평가 형식의 시험을 통하여 학생 개인에 대한 선수학습의 부족을 명확하게 파악함으로써 교사의 효과적인 지도가 가능했다.

본 연구를 수행하는 과정에서 보완되어야 할 부분에 대하여 제언하면 다음과 같다.

첫째, 수학적 게임 또는 퍼즐에 대한 문제 해결력 신장에 도움이 되면서 교과와도 직접적으로 연관이 있는 내용으로 구성될 수 있도록 보다 체계적인 연구가 필요하다.

둘째, 좀 더 체계적인 수업방법의 연구가 필요하며, 보충반 수업 후 학습부진학생들에 대한 지속적인 사후관리가 필요하다.

셋째, 수업시간의 확보가 어려운 관계로 알찬 수업이 이루어지기 힘든 실정이고 현재까지는 학교의 사정상 한 명의 교사가 수업을 진행하는데, 여건만 허락된다면 여러 명의 교사가 팀 티칭으로 수업을 진행할 수 있다면 더 큰 효과를 기대할 수 있을 것이다.

## 참고문헌

- 강옥기 (2000). 수학과 학습지도와 평가론. 서울: 경문사.
- 교육인적자원부 (2002)(<http://www.moe.go.kr/>). 제7차교육과정.
- 교육인적자원부 (2003). 교실수업 개선을 위한 고등학교 수학과 교육과정 운영자료, 교육과정자료 199.
- 김중훈 (2002). 4단계 team학습을 통한 수학과 학습 부진학생의 학력 신장에 대한 연구, 한국학교수학회 논문집, 제5권 1호, 21-32.
- 대구광역시교육청 (2001). 제 7차 교육과정 고등학교 수학 심화·보충 학습자료, 대구광역시교육청 장학자료 중등 150.
- 대구광역시교육청 (2002). 창의성교육 길라잡이, 대구광역시교육청 장학자료 초 117.
- 마틴가드너, 이충호 역 (1999). 아하! 바로 그거야. 서울: 사계절출판사.
- 성열욱·신경순 (2001). 소집단 학습을 통한 수학과 학습부진아 지도방안 연구, 한국학교수학회 논문집, 제4권 2호, 125-134.
- 신현성 (2002). 수학교육론, 서울: 경문사.
- 오춘영 (2004). 상업계 고등학교 수학교과서의 재구성이 학습자에게 미치는 영향, 한국수학교육학회 시리즈 A(수학교육), 제 43권, 제 1호, 13-33.

- 이은휘 (2001). 수학과 학습부진아의 수업 방법의 탐색, 한국학교수학회 논문집, 제4권 2호, 33-48.
- 조병연 (2001). 단계형 수준별 교육과정에서 수학과 평가 방법 개선 방안, Math Festival 프로시딩.
- Buzan, T. (1981). *Make the most of Your Mind*, Cambridge: Colt Books.
- NCTM (1989). *Curriculum and Evaluation Standards For School Mathematics*, Reston, VA: Author.

## An Improvement Program on Specially Supplementary Course in Mathematics for the Test and Teaching

Kim, Boo Yoon<sup>4)</sup> · Kim, Ik-Pyo<sup>5)</sup> · Kim, Ae-Suk<sup>6)</sup>

### ABSTRACT

In general, teachers have opened a specially supplementary course for the underachivers in mathematics. But because of a lot of problems, the class has not been activated. So in this paper, for the purpose of maximizing the effect of the class, we introduce mathematical games and puzzles in the class for causing the students' interest in mathematics and adopt multi-step test, which is a test with multi level problems in a problem, for both selecting the underachivers in mathematics and supplementing learning deficiency. As a result of the process, the atmosphere of learning is positive and learning activities are voluntary and the altitude to the mathematics is improved.

Key Words : Specially supplementary course , Multi-step test

---

4) Dept. of Math. Edu. of Pusan National Univ. (kimby@pusan.ac.kr)

5) Daegu Science High School (kimikpyo7@hotmail.com)

6) Siji High School (alahalah9@hotmail.com)

<부록 1> 복식평가

I. 수와 연산

단원 학습목표

- 집합의 포함관계와 연산법칙을 알고, 이를 활용할 수 있다.
- 명제의 참 거짓을 판별 할 수 있고, 명제의 역, 이, 대우, 필요조건과 충분조건을 이해 하고, 구할 수 있다.
- 수를 복소수까지 확장하는 과정과 그 필요성을 이해하고, 실수체계에서의 연산법칙을 이해한다.

문항 1. 집합  $U=\{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 다음 물음에 답하시오.

- (1)  $U$ 의 부분집합 중 원소의 개수가 2개인 집합을 아는 대로 쓰시오.(1점)
- (2)  $U$ 의 부분집합의 개수를 구하시오.(2점)
- (3)  $U$ 의 부분집합 중 1, 2를 포함하는 것의 개수를 구하시오.(3점)
- (4)  $U$ 의 부분집합 중 1, 2는 반드시 포함하고, 3은 포함하지 않는 것의 개수를 구하시 오.(4점)

문항 2. 두 집합  $A=\{1, a^2-4a+5\}$ ,  $B=\{2, 2a-3, a^2-2a+2\}$ 에 대하여  $A \cap B = \{2\}$ 일 때, 다 음을 구하시오.

- (1) 집합  $A$ 의 원소의 합을 구하시오.(1점)
- (2) 집합  $B$ 의 원소의 합을 구하시오.(2점)
- (3)  $A \cup B$ 의 모든 원소의 합을 구하시오.(3점)

문항 3. 명제 ' $x=1$ 이면  $x^2-3x+2=0$ 이다'에서 다음을 구하시오.

- (1) 주어진 명제의 역, 이, 대우를 말하시오.(1점)
- (2) 주어진 명제의 참 거짓을 판별하시오.(2점)
- (3) 주어진 명제의 역, 이, 대우의 참, 거짓을 판별하시오.(3점)

문항 4. 실수 전체의 집합에서의 두 조건  $p: -1 < x \leq 2$ ,  $q: -2 \leq x \leq k$ 에 대하여 다음 물 음에 답하시오.

- (1)  $p$ 가  $q$ 이기 위한 충분조건일 때,  $k$ 의 값을 구하시오.(1점)
- (2)  $p$ 가  $q$ 이기 위한 충분조건일 때,  $k$ 의 최소값을 구하시오.(2점)

문항 5. 두 실수  $a, b$ 에 대하여 연산  $\star$ 를  $a \star b = a + b - 3$ 으로 정의할 때 다음을 구하시오.

- (1)  $2 \star 3$ 의 값을 구하시오.(1점)
- (2) 연산  $\star$ 에 대한 항등원을 구하시오.(2점)
- (3) 연산  $\star$ 에 대한  $-2$ 의 역원을 구하시오.(3점)

## II. 문자와 식

### 단원 학습목표

- 다항식의 사칙연산을 할 수 있다.
- 항등식과 나머지 정리를 이해하고, 이를 문제 해결에 활용할 수 있다.
- 인수분해를 익숙하게 할 수 있고, 식의 약수와 배수의 뜻을 알고, 최대공약수와 최소공배수를 구할 수 있다.
- 유리식과 무리식의 뜻을 알고, 그 계산을 할 수 있다.

문항 6.  $a+b+c=4$ ,  $bc+ca+ab=3$ ,  $abc=2$ 일 때, 다음을 구하시오.

- (1)  $(a+b+c)^2$ 의 값을 구하시오.(1점)
- (2)  $a^2+b^2+c^2$ 의 값을 구하시오.(2점)
- (3)  $a^3+b^3+c^3$ 의 값을 구하시오.(3점)

문항 7. 등식  $x^2+3x-3=(x-1)^2+a(x-1)+b$ 이  $x$ 에 관한 항등식일 때, 다음 물음에 답하시오.

- (1)  $b$ 의 값을 구하시오.(1점)
- (2)  $a$ 의 값을 구하시오.(2점)

문항 8.  $f(x)=2x^3-5x^2+4x-1$ 에 대하여 다음을 구하시오.

- (1)  $f(x)$ 를  $x-2$ 로 나누었을 때의 몫과 나머지를 구하시오.(1점)
- (2)  $f(x)$ 를  $2x-4$ 로 나누었을 때의 몫과 나머지를 구하시오.(2점)

문항 9. 다음 세 다항식  $2x^2-3x+1$ ,  $3x^2-x-2$ ,  $x^2+3x-4$ 에서 다음을 구하시오.

- (1) 세 다항식을 각각 인수분해 하시오.(1점)
- (2) 세 다항식의 최대공약수를 구하시오.(2점)
- (3) 세 다항식의 최소공배수를 구하시오.(3점)

문항 10.  $x=\sqrt{3+\sqrt{5}}$ ,  $y=\sqrt{3-\sqrt{5}}$ 일 때, 다음 물음에 답하시오.

- (1)  $x$ 와  $y$ 의 이중근호를 풀어라.(1점)
- (2)  $x+y$ 의 값을 구하시오.(2점)
- (3)  $x^3+y^3$ 의 값을 구하시오.(3점)

## III. 방정식과 부등식

### 단원 학습목표

- 이차방정식의 실근과 허근의 뜻을 알고, 이차방정식에서 판별식, 근과 계수와의 관계를 이해 할 수 있다.
- 간단한 삼차방정식, 사차방정식을 풀 수 있다.
- 미지수가 세 개인 연립일차방정식과 미지수가 두 개인 연립이차방정식을 풀 수 있다.

- 부등식의 성질을 이해하고, 절대값을 포함한 일차부등식을 풀 수 있다.
- 이차부등식과 연립이차부등식을 풀 수 있다.
- 간단한 절대부등식을 증명할 수 있다.
- 방정식과 부등식을 활용하여 실생활 문제를 해결할 수 있다.

문항 11. 이차방정식  $x^2-3x+5=0$ 에 대하여 다음을 구하시오.

- (1) 1이 주어진 이차방정식의 근 인지 아닌지를 결정하고 이유를 말하시오.(1점)
- (2) 주어진 이차방정식의 근을 구하시오.(2점)
- (3) 두 근을  $\alpha, \beta$ 라 할 때,  $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$ 의 값을 구하시오.(3점)

문항 12. 이차방정식  $(2-k)x^2+2kx+1=0$ 에 대하여 다음을 구하시오.

- (1) 주어진 이차방정식의 근이 1일 때,  $k$ 의 값을 구하시오.(1점)
- (2) 주어진 이차방정식이 서로 다른 두 실근을 가지도록 실수  $k$ 값의 범위를 구하시오.(2점)
- (3) 주어진 이차방정식이 서로 다른 부호의 실근을 가지도록 실수  $k$ 값의 범위를 구하시오.(3점)

문항 13. 방정식  $x^3=1$ 의 허근의 하나를  $\omega$ 라 할 때, 다음을 구하시오.

- (1)  $\omega^3$ 의 값을 구하시오.(1점)
- (2)  $\omega^3$ 을  $\omega$ 의 식으로 나타내시오.(2점)
- (3)  $\omega^{101} + \omega^{100} + 1$ 의 값을 구하시오.(3점)

문항 14. 다음을 물음에 답하시오.

- (1)  $3(x-2) \leq 2(x-3) + 5x$ 를 푸시오.(1점)
- (2)  $|x-1| < 3$ 을 푸시오.(2점)
- (3)  $|x-1| + |x-2| < 3$ 을 푸시오.(3점)
- (4)  $x$ 에 대한 부등식  $2x+a > ax+b$ 의 해집합이  $\emptyset$ 일 때,  $a+b$ 의 최소값을 구하시오.(4점)

문항 15. 다음 물음에 답하시오.

- (1) 연립이차부등식  $x^2-x-6 \geq 6, x^2-7x+10 < 0$ 의 범위를 구하시오.(1점)
- (2) 부등식  $x^2-3x-4 < 0, 2x^2-14x+12 < 0$ 을 동시에 만족하는 모든 정수의 합을 구하시오.(2점)
- (3) 연립부등식  $\begin{cases} x^2-5x+4 \leq 0 \\ (x+a)(x-3) > 0 \end{cases}$ 의 해가  $3 < x \leq 4$ 가 되도록  $a$ 의 값의 범위를 구하시오.(3점)
- (4) 두 집합  $A = \{x \mid x^2+x+6 \geq 12\}$ ,  $B = \{x \mid x^2-a^2 < 0\}$ 이 있다.  $A \cap B = \emptyset$ 이 되는  $a$ 의 범위를 구하시오.(4점)



IV. 통계

단원 학습목표

- 산포도와 표준편차의 개념을 이해하고 주어진 자료에 대한 표준편차를 구할 수 있다.
- 도수분포표에서 표준편차를 구할 수 있다.

문항 16. 다음 표는 어느 학급의 A, B 두 분단 학생들의 수학성적이다. 물음에 답하시오.

A분단	5	6	3	5	10	8	5	5	5	8
B분단	7	5	6	6	5	7	6	5	7	6

- (1) 각 분단의 평균을 구하시오.(1점)
- (2) 각 분단의 분산을 구하시오.(2점)
- (3) 어느 분단의 성적이 더 고른지를 결정하고 이유를 말하시오.(3점)

문항17. 다음 표는 A, B, C, D, E 5명의 수학성적의 평균이 75점 일 때의 편차를 나타낸 것이다. 다음을 구하시오

학생	A	B	C	D	E
편차	-1	$x$	3	-2	5

- (1)  $x$ 의 값을 구하시오.(1점)
- (2) A의 성적을 구하시오.(2점)
- (3) 표준편차를 구하시오.(3점)

<부록 2> 수학교과에 대한 인식조사표

이 질문지는 여러분이 수학교과에 대하여 어떻게 생각하고 있는지 알아보기 위한 것이므로 성의껏 대답해 주시기 바랍니다. 이 검사의 결과는 연구에만 이용할 것이며, 그 이외의 다른 목적에는 사용하지 않습니다.

※ 자신의 생각과 일치 하는 곳에 V표 하시오.

문항 번호	질문	매우 동의 한다	대체로 동의 한다	보통 이다	별로 동의 하지 않는다	전혀동 의하지 않는다
1	나는 수학에 대해 좋은 느낌을 가지고 있다.	⑤	④	③	②	①
2	나는 수학문제를 풀 때 깊이 생각한다.	⑤	④	③	②	①
3	나는 집에서 수학 과목에 대하여 예습을 한다.	⑤	④	③	②	①
4	나는 수학시간이 기다려진다.	⑤	④	③	②	①
5	나는 수학 과목에 대하여 복습을 한다.	⑤	④	③	②	①
6	나는 내 자신의 수학공부에 대해 만족한다.	⑤	④	③	②	①
7	나는 수학과목이 다른 과목에 비해 어렵다.	⑤	④	③	②	①
8	나는 누구나 수학은 배워야 한다고 생각한다	⑤	④	③	②	①
9	나는 참고서나 문제집의 문제를 종종 풀어본다	⑤	④	③	②	①
10	나는 신문, 잡지 등에 실린 수학 기사를 자주 읽는다.	⑤	④	③	②	①
11	나는 수학공부를 잘 하고 싶다.	⑤	④	③	②	①
12	나는 수학공부를 잘하는 친구가 부럽다.	⑤	④	③	②	①
13	나는 수학을 잘 하는 아이는 뭔가 특별하다고 생각한다.	⑤	④	③	②	①
14	국어교과 보다는 수학교과가 좋다.	⑤	④	③	②	①
15	성적과 상관없다면 난 그래도 수학을 좋아한다.	⑤	④	③	②	①
16	나는 수학공식은 잘 기억하는 편이다.	⑤	④	③	②	①

<부록 3> 수학적 게임 또는 퍼즐

1. 16개의 동전이 탁자 위에 놓여 있고 갑과 을이 게임을 하는데, 갑부터 시작해서 차례로 한 번에 4개 이하의 동전을 가지고 갈 수 있다. 맨 마지막 동전을 갖고 가는 사람이 이긴다고 했을 때, 갑이 이기기 위한 전략이 있는가?

2. 각 더미에  $n_1, n_2, \dots, n_k$ 개의 동전이 있는  $k$ 개 동전 더미를 가지고 갑과 을이 게임을 한다. 갑부터 시작해서 한 더미에 한 개 이상의 동전을 가지고 갈 수 있으며, 맨 마지막 동전을 갖고 가는 사람이 승리한다고 할 때, 갑 또는 을이 반드시 이기는 전략이 있겠는가? 단  $k \geq 2$ 이다.

3-1. 어느 약국에서 일어난 일이다. 어느 날 이 약국 약사는 주문한 10개의 약 병을 받았다. 각 병에는 한 알약의 무게가 100mg인 1000개의 알약이 들어 있다. 그런데 약사가 이 약병들을 진열하려고 할 때, 급한 전보가 날아 왔다. 전보 내용은 다음과 같다.

“모든 병을 점검 해보기 전에는 어떤 알약도 팔지 말 것. 실수로 그 중의 한 병에 들어간 알약들은 10mg씩 함량이 초과됐음. 그 잘못된 약병을 빨리 발견하여 반환해주시 바람.”  
저울을 한번만 쓰고도 잘못된 약병을 가려내는 방법이 있는가?

3-2. 그로부터 6개월 후 이 약국에서는 똑 같은 약병 10개를 다시 받았다. 그런데 다시 더 심각한 문제가 발생했다는 긴급 전보가 다시 날아들었다. 이번에는 10개의 병 가운데 함량이 10mg씩 초과된 알약이 담긴 병이 몇 개인지 알 수 없다는 것이다. 이 경우도 저울을 한번만 쓰고도 잘못된 약병들을 전부 가려낼 수 있겠는가?

4. A, B 두 사람이 레코드 가게 앞을 지날 때였다. B가 말했다.

B : A야, 너 아직도 컨트리뮤직 레코드판들을 가지고 있니?

A : 아니? 난 그것들 중 반과 레코드 반 장을 갑에게 주었어. 그리고 남은 레코드들 중에서 반과 또 레코드 반 장은 을에게 주었어. 그래서 지금 나한테 레코드 한 장밖에 안 남았어. 자, 이제 내가 맨 처음에 가지고 있었던 레코드가 모두 몇 장이었는지 알아맞히면 한 장 남은 거 너한테 줄게.

A가 맨 처음 가지고 있었던 레코드는 모두 몇 장이었는가?

5. A와 B가 공원을 산책하고 있을 때에 그들은 C고교의 밴드가 행진 연습하는 모습을 우연히 보게 되었다. 그 밴드는 4열로 열 맞추어 행진했는데, 맨 뒤에는 가없게도 갑 혼자만이 따라가고 있었다. 밴드 지휘자는 화가 났다. 불쌍사납게 맨 뒤에 홀로 처진 이 소년을 집어 넣기 위해 지휘자는 밴드를 3열로 열 지어 행진하라고 명령하였다. 그러나 여전히 갑은 맨 뒤에 혼자 뒤 처졌다. 밴드를 2열로 열 지어 행진하게 했을 때에도 여전히 마찬가지였다. 자 신과는 전혀 상관없는 문제였음에도 불구하고 B는 지휘자에게 다가가서 말했다.

B : 제가 좀 도와드릴까요?

지휘자 : 아냐 필요 없어. 신경 쓰지 마!

B : 어쨌든 말씀이나 드려볼게요. 밴드를 5열로 행진시켜보세요.

지휘자 : 안 그래도 막 그러려던 참이야! 밴드를 5열로 행진시켰을 때 모든 줄은 5사람씩  
짜 찼으며, 갑은 외롭게 뒤쳐지지 않게 되었다. 자, 그렇다면 이 밴드는 몇 명으로  
구성되었을까?

6. 성 패트릭 기념일(3월 17일. 아일랜드의 수호성인 St. Patrick의 축제일)에 뉴욕 시에는  
아일랜드 인들이 시가행진을 하기위해 많이 모였다. 경찰서장은 이들을 10, 9, 8, 7, 6, 5, 4,  
3, 2의 열로 각각 열 지어 보았지만, 그 때마다 항상 맨 뒷줄에는 한 사람이 모자랐다. 사람  
들은 이 빈 자리는 몇 달 전에 죽은 케이시라는 유령이 자리하고 있다고 생각했다. 결국 기  
진맥진한 경찰서장은 일렬로 행진 하도록 명령하였다. 사람의 수가 5000을 넘어서지 않았다고  
한다면, 모인 군중의 수는 얼마일까?

7. 한 여자가 계란이 가득 담긴 바구니를 들고 걸어가고 있었다. 그런데 뒤에서 질주해오는  
말발굽 소리에 놀란 나머지 그 여자는 바구니를 떨어뜨렸고, 계란은 모두 깨어지고 말았다.  
그 바구니 속에 계란이 몇 개나 들었는지 물었을 때 그 여자는 대답하기를 자기는 셈에는  
매우 서툴지만 그 계란들을 둘 씩, 셋씩, 넷씩, 다섯씩 세었을 때, 각각 하나, 둘, 셋, 넷씩의  
계란이 남았다고 하였다. 그렇다면 바구니 속에 있던 계란의 수는 몇 개이겠는가?

8. 삼촌이 사는 통나무 별장에 도착하기 직전에 A는 B에게 문제를 하나 냈다.

A : 돼지 저금통 2개가 있는데, 한쪽은 500원짜리 금화로, 다른 쪽은 1000원짜리 금  
화로 가득 차 있어. 그럴 경우 어느 쪽이 더 가치가 있겠니? B는 잠깐 동안 헛  
갈렸지만, 곧 정답을 찾았다. 이번에는 B가 A에게 문제를 내었다.

B : 어떤 중국 사람은 호주머니가 10개 달린 옷을 입고 있어. 그런데 그는 100원짜리  
동전 44개를 가지고 있었어. 그 중국인이 각 호주머니마다 서로 다른 수의 동전  
을 넣으려고 한다면 동전을 어떻게 나누어 넣어야 할까?

9. 8개의 꼭 같은 모양의 동전 중 꼭 1개는 다른 동전보다 가벼운 위조 동전이라고 한다. 양  
팔 저울을 사용하여 위조 동전을 찾으려면 최소한 몇 번 달아야 하겠는가?

10. 삼촌의 통나무집에 도달할 때쯤에야 A는 B가 낸 문제에 대답할 수 있었다. 삼촌이 혼자  
서 지은 통나무집에는 전기도 전화도 TV도 라디오도 없었다. 삼촌은 이들이 통나무집에 들  
어서자 맨 먼저 이렇게 물었다.

삼촌 : 지금 몇 시냐?

A : 오다가 시계를 잃어버렸어요. 그렇지만 저기 괘종시계가 있잖아요?

삼촌 : 물론 그렇지만 어젯밤에 시계태엽을 감아주는 일을 잊었던단다. 너희들 잠시 여기  
있거라. 내가 마을에 내려가서 시간도 알아보고, 먹을 것도 좀 사올 테니까.

삼촌은 읍내로 가서 가게에서 약 반 시간동안 지체했다. 그리고 집에 돌아왔을 때 그가 제

일 먼저 한 일은 시계를 맞춰놓는 일이었다.

A : 그게 정확한 시간이 틀림이 없어요? 삼촌이 얼마만한 거리를 걸었는지 모른다면 어떻게 시간을 정확하게 맞출 수 있어요?

삼촌 : 아니, 난 내가 걷는 속도라든지 거리 같은 건 전혀 몰라. 그렇지만 내가 똑같은 길을 따라 마을로 갔다 오고, 같은 속도로 걷는다면 시간을 정확하게 맞출 수 있는 방법을 알아!

삼촌이 통나무집을 떠나기 전에 시계태엽을 감았고, 가게의 시계가 정확하다고 한다면, 집에 돌아왔을 때 그는 어떻게 정확한 시간을 알 수 있을까?

11. 삼촌 별장을 방문한 A군과 B양은 결혼하기로 결정했다고 삼촌에게 말했다.

삼촌 : 뭐라고? 내 그럴 줄 알았다. 이거 축하주라도 한잔 해야겠는데?

삼촌은 특별한 일을 위해 아껴 놓았던 포도주 5병을 즉시 꺼내왔다. 그런데 어느 병을 딸 것인지에 대해서 서로 의견의 일치가 이루어지지 않았다.

삼촌 : 좋아! 내게 좋은 방법이 있어. 병들을 일렬로 죽 늘어세워 봐. 그리고 내가 고안 해낸 행운의 셈법으로 수를 세는 거야. 자 보렴. 이렇게 하는 거란다. 하나, 둘, 셋, 넷, 다섯...

삼촌 : 여섯, 일곱, 여덟, 아홉...

삼촌 : 열, 열하나, 열둘, 열셋... 알겠지?

B : 알겠어요. 그런데 도대체 몇까지 세실 건가요?

삼촌 : 올해가 2004년 아니냐? 그러니까 2004까지 세자꾸나.

A : 그렇지만 그것을 세려면 머리가 다 세겠네요. 가만... 그것을 일일이 셀 필요가 없을 것 같은데요? 난 어디서 마지막 수가 끝나는지 알 수 있어요.

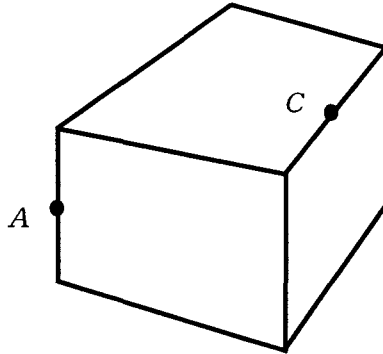
A : 그건 오른쪽에서 두 번째 병에서 끝 날거예요. 내 정확한 계산에 따르면요. 그렇지만 삼촌은 아리송의 말을 믿지 못하여 2004의 수를 끝까지 다 세어보았다. 그런데 그것을 끝냈을 때 정말로 마지막 수는 A가 말한 그 병위에서 끝났다.

삼촌 : 아니 이럴 수가! A야, 도대체 어떻게 그걸 알 수 있었지?

자, 당신은 그 수가 아무리 크더라도 마지막 수가 어느 병 위에서 끝나는지 알 수 있는 방법을 생각해낼 수 있는가?

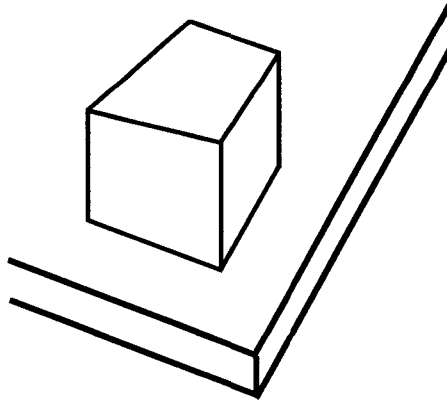
12. 12개의 꼭 같은 모양의 동전 중 한 개는 다른 것보다 가볍거나 무겁다고 한다. 양팔저울로 달아서 가볍거나 무거운 동전을 찾아내려면 최소한 몇 번을 달아야 하겠는가?

13. 파리 한 마리가 아래 <그림 4>의 정육면체의 표면 위를 기어서 점  $A$ 에서 점  $C$ 로 간다고 하자. 이 때, 파리가  $A$ 에서  $C$ 로 갈 수 있는 최단경로의 길이를 구하라. 여기에서 정육면체 한 모서리의 길이는 4이고 점  $A$ 와 점  $C$ 는 각 모서리의 중점이다.



<그림 4>

14. 아래 <그림 5>와 같이 직사각형 모양의 테이블 위에 정육면체가 올려져 있다. 이 정육면체의 대각선의 길이를 충분히 긴 자를 이용하여 재는 간단한 방법을 구하라.



<그림 5>