

## 수학영재교육 프로그램의 설계 및 교수-학습전략

### -함수중심으로-

이 중 권 (동국대학교)

이 재 현 (동국대학교 대학원)

함수는 학교수학의 전반에 걸쳐 많은 부분을 차지한다. 학교수학에서의 함수영역은 통합적 사고를 향상시키고 다양한 수학적 표현을 통해 학생들은 수학의 아름다움과 가치를 인식할 수 있는 중요한 단원이다. 함수에 대한 학습은 수학적 기호체계를 사용하여 복잡한 사회 현상을 논리적으로 이해하거나 서로 다른 현상을 이해시키기 위한 수학의 기초 단계의 학습이다. 또한, 실생활과 매우 밀접한 관련이 있고 다양한 학문 분야에 응용되고 있는 학교수학에서는 매우 중요한 영역이라고 볼 수 있다. 그러나 함수영역을 통한 영재교육 프로그램 설계와 교수-학습 전략이 부족한 실정이다. 이에 본 연구는 수학 영재 학생들의 특성을 고려하여 함수영역을 중심으로 교수-학습전략을 세워 영재교육원 학생들을 대상으로 도입하여 적절한 프로그램을 설계하였다. 수학영재 학습자들의 실생활에서의 문제해결력향상을 위하여 실생활과 관련이 많은 문제를 도입하였고 교수-학습 전략은 일방적인 강의식 수업보다는 자기주도적 학습이 가능하도록 모둠별 학습이나 토론, 발표 수업을 위주로 설계하였다.

본 연구의 목적은 함수영역에서 실생활을 중심으로 하는 영재프로그램을 설계하고 교수-학습전략을 세움으로써 수학영재학습자들에게 다양한 실생활의 문제들을 설계하고 해결함으로써 수학영재학습자들의 수학적 문제해결력을 향상 시키고자 한다.

## I. 서론

교육부는 2008학년도까지 영어·수학 교육에 있어서 수준별 수업을 전면적으로 확대할 방침이다. 이는 학습자 개개인의 능력과 적성, 소질에 맞게 ‘맞춤식 교육’을 하겠다는 것이다. 모든 학습자는 자신의 능력과 소질에 적합한 교육을 받아서 잠재능력을 최대한 계발하고, 이를 통해서 자아를 실현하고 행복한 생활을 영위할 권리가 있는 것이다.

이에 발맞추어 영재들도 자신의 능력과 소질에 알맞은 교육을 받아 그들의 잠재능력을 계발할 기회를 제공받아야 한다(김지원, 송상현, 2004).

1999년 12월 28일, 국회에서 영재교육진흥법이 통과되고, 2002년 영재교육진흥법이 시행된 이후에

\* ZDM 분류 : D43

\* MSC2000 분류 : 97D40

\* 주제어 : 수학영재교육, 교수-학습, 함수

정부로부터 행정적이고 재정적인 지원을 받고 있으며, 현재 실시중인 대학부설의 과학영재교육센터 및 시·도교육청의 지역공동영재반을 포함하여 영재 학교 및 영재 학급, 그리고 대학, 시도교육청, 과학기술부분 공익단체 등에서의 조직적인 영재교육을 위해서는 교육의 내용과 방법을 위시하여 영재교육 전반에 대한 많은 연구가 필요하다. (이강섭, 황동주, 2004).

지금까지의 수학 영재를 판별하는 할 때는 수학적성적이나 각종 수학경시대회의 수상 실적으로 해왔다. 이에 교육부는 경시대회의 과열을 막는다는 취지 하에 2004년부터 전국 수학·과학경시대회를 폐지 또는 축소하였다. 따라서 앞으로는 수학 영재성의 정의와 개념 정립, 수학영재 판별을 위한 도구 개발 연구가 더욱 필요할 것이다. 또한 수학영재 교육 프로그램이 꾸준히 개발되어야 한다. 현재 대학이나 한국교육개발원을 중심으로 프로그램을 개발하고 있으나 현장에서 직접적으로 수업에 투입하거나 각 기관에 소속된 영재들의 개인별 수준과 특성을 반영한 수업에는 부족한 점이 많은 실정이다.

이러한 상황에서 영재교육을 직접 담당하고 있는 현장 교사들에 의한 실제적이고 구체적인 수학영재 교육프로그램 개발의 필요성을 재인식하고, 프로그램 설계를 검토·수립할 필요가 있다(김창일, 전영주, 2005).

본 연구는 수학 영재 학생들의 특성을 고려하여 지적능력, 정의적인 능력과 지적 욕구에 초점을 두어 적절한 프로그램을 설계하고, 특히 수학영재 학습자들의 실생활 문제해결력 향상을 위해서 실생활과 관련이 많은 문제들을 도입하였다.

## II. 함수교육 및 수학영재를 위한 함수교육의 선행연구 고찰

### (1) 함수교육

함수는 수학에서 가장 중요한 부분 중의 하나이다. 현실 세계의 물리적, 사회적, 정신적 현상 속에서의 변화를 인식하고, 변하는 대상들간의 관계를 예측하고 기술하고 해석해서 조직하는데 함수적 사고는 필요하다. 천체에 대한 연구나 물체의 운동과 관련해 발생한 함수 개념은 오늘날 수학이 응용되는 거의 모든 분야에서 필요로 하는 기본적이고 핵심적인 개념이다. 또한 경제학, 공학, 자연과학에서 기본 개념으로 인식되는 미적분 개념도 함수를 대상으로 함수의 변화율이나 변화양에 대해 연구하는 것이다. 함수 개념은 자연현상이나 일상생활에서도 쉽게 경험할 수 있다. 상품의 수요와 공급과 가격의 관계, 계절에 따른 기온의 변화, 자동차의 속도 변화, 시간에 따른 인구의 변화 등은 함수 개념을 잘 보여주는 사례이다.

따라서 함수 개념은 수학, 공학, 자연과학, 경제학을 공부하는 학생에게 필수적일 뿐 아니라 현실 상황에 대한 정확한 판단력을 갖추는 데에도 도움을 준다. 함수 개념은 실세계 관계에 대한 비형식적 지식과 더 형식적인 수학적 아이디어를 연결할 기회를 제공하여 세계에 대한 분석적 사고와 질적 사고를 개발하는데 필수적인 것이다. 또한 수학 주제에 대한 이해를 강화하는데 중요한 역할을 담당

하며 학교 수학을 통합하는 아이디어이다.

그러나 지금까지 함수 교육은 함수의 발생적 근원이 가진 가치를 무시한 채 형식적인 집합론에 초점을 맞추어 왔고, 함수에 대한 관심은 대수의 교육적 전개에서 늦게 나타나고 있다. 수학의 논리적 구조에서 벗어나 함수 개념의 역사적 전개를 강조해 현상에서 변화하는 양들 사이의 규칙과 패턴을 표현하는 유용성에 초점을 맞추면서 수학적 내용에 의미를 주는 교육으로 옮겨가야 한다. 또한 Yerushalmy와 Schwartz(1993)의 지적처럼 함수는 대수에서 기본적 대상으로서 대수 학습에서 다양한 표현으로 나타나야 한다. 그들에 의하면 학생들이 함수를 기호적, 그래프적으로 조작할 때 좀 더 깊고 풍부하게 수학을 이해하게 되며, 항등식, 방정식, 부등식 관계와 같은 다른 수학적 구성물도 함수의 비교로 보여질 수 있고 이해될 수 있다. 이러한 함수의 교육적 가치를 인식해 함수 개념 지도 방안으로 실제적인 변화 현상 가운데서 종속관계를 인식하고 그러한 동적인 종속관계를 구성해 보는 활동경험을 권장해야 하며, 이러한 활동경험을 내면화하고 대상화하여 규칙성을 발견하고 이를 언어적 표현, 대응표, 화살표 도해, 관계식, 그래프로 정리하고 표현하는 경험을 권장해야 한다. (신은주, 송정화, 1999) 또한, 수학적 개념의 학습은 상식적인 현실적 경험 수준에서 출발하여 현상의 정리 수단인 본질로서 일차적인 수학적 사고가 경험되고 그 본질이 다시 현상이 되어 새로운 차원의 본질로 정리되면서 보다 형식적인 수학적 사고가 경험되는 거듭된 수준의 비약으로 특징 지워지는 수학적 활동 경험이 되어야 한다. 따라서 함수의 본질을 이해시키고 함수적 사고를 육성하려면 관점을 전환하여 실제적인 물리적, 사회적인 변화 현상을 기술하고 해석하는 경험으로부터 출발하여 점진적인 수학적 과정을 재 발명하도록 지도해야 한다. (Freudenthal, 1983)

## (2) 수학영재를 위한 함수교육

수학영재를 위한 함수교육의 프로그램은 영재교육 담당 교원들이 지도할 학생들의 특성을 파악하고 그들의 심리적 특성과 적성, 능력 수준에 맞도록 개발하여 활용하는 것이 가장 적합한 것이지만, 현장에서는 많은 담당 교원들이 한국교육개발원에서 개발한 교수-학습 자료를 이용하고 있다. 한국교육개발원이 개발한 함수영역에 관한 교수-학습 자료를 보면, 주로 ‘[1단계] 탐색하기, [2단계] 개념 이해하기, [3단계] 수행하기’의 단계를 거치면서 여러 상황에 대해 실험을 하게 되고 보고서도 작성하게 된다. 그러나 이러한 3단계를 꼭 교사가 지킬 필요는 없으며 상황에 맞추어 교사가 조절 할 수 있다. 이처럼 한국교육개발원이 개발한 프로그램들의 전개방식은 대체로 단계별 형태를 띠고 있으며, 수업의 형태는 개인실험, 모둠활동, 전체토론, 조별발표, 조사활동처럼 학생들의 활동을 통한 문제해결이다. 여기서 교사가 직접 프로그램을 개발할 때 몇 가지 참고사항이 될 점이 있다. 첫째, 프로그램을 설계하면서 우선 고려해야 할 것이 교사지도와 학생 활동 간의 적합한 배합이다. 교사의 지도를 최소한으로 하고 학생들의 활동을 장려하여 학생들이 독립적이며 독창적인 문제 해결자가 되도록 지도하여야 한다. 둘째, 수학영재들에게 확장된 함수의 세계를 엿볼 수 있게 해 준다. 그들은 이미

학교에서 가르치는 내용들을 습득하였거나 적은 시간 내에 학습을 마칠 수 있기 때문이다. 셋째, 학습 내용에 따른 적절한 지도방법을 구안해야 한다. 학습내용과 지도방법, 이 두 가지를 하나의 틀로 이해해서 학생들이 기하학습을 유용하게 할 수 있도록 전략을 수립해야 한다.(김창일, 전영주 2005)

### Ⅲ. 프로그램 설계 및 교수·학습전략

규칙성의 관찰은 과학, 역사, 경제, 사회과학과 같이 많은 학문에서 이해하고 지식을 획득하는 핵심방법이 되고 있다. 수학자들은 규칙성을 관찰하는 과정에서 규칙성의 현저한 특징을 발견하고 개념과 관계에 대한 이해들을 구성하고, 규칙성에서 양들 사이의 관계가 연구될 때, 중요한 수학적인 관계와 함수에 관한 지식이 구현된다.(서경혜, 유솔아, 정진영, 2003)

이에 따라 본 연구자는 함수에 관한 프로그램 설계를 한국교육개발원에서 제시한 3단계 형식이 아닌 5단계 형식으로 프로그램을 설계하였다. 먼저 중요한 수학적 개념과 관계들에 대한 이해를 하는 단계, 변수(양)들 사이의 관계 조사 단계, 단어 또는 변수들을 사용하여 규칙성을 일반화 하는 단계, 규칙성을 확장하여 연결하는 단계, 함수에 대한 이해를 구성하는 단계 순으로 설계하였다.

#### (1) 중요한 수학적 개념과 관계들에 대한 이해 단계

문제1) 「재개발, 재건축 소문만 듣고 투자해선 곤란」

최근 강남 재건축 아파트 값이 상승함에 따라 재개발, 재건축에 대한 기대심리가 올라가고 있다. 이를 이용하여 몇몇 지역의 부동산들은 재개발, 재건축 소문을 퍼뜨려 투자자들을 모이게 하여 집값 상승을 부추기고 있으며, 대부분 이들 지역은 재건축 조합조차 없는 지역이 대부분이어서 주의가 요망된다.

날짜	소문을 들은 투자자	집값
처음	100명	1억
1주일후	200명	3억
2주일후	400명	3억5천
3주일후	800명	4억
4주일후	1600명	4억
5주일후	3200명	3억

학생들은 위의 자료를 통해 그 지역의 집값이 갑자기 상승한 이유를 통해서 소문을 들은 투자자와 집값의 두 변수에 대한 개념과 관계를 이해하며 함수관계에 대한 직관을 키울 수 있다. 또한 5주일후의 자료에서 왜 집값이 다시 내려갔는지 조사하여 분석할 수도 있으며, 여기에서 지난 날짜와

소문을 들은 투자자수의 관계를 통해서 '지수함수'라는 용어를 사용하지 않아도 '지수함수'에 대한 경험을 해 볼 수 있다. 이와 같은 규칙성을 통해 여러 가지 함수관계에 대한 경험을 제공하는 것에 그 의미를 둘 수 있다.

## (2) 변수(양)들 사이의 관계 조사단계

문제2)다음 제시문 1을 읽고, 제시문 2를 분석하여 비평하여 보자.

[제시문 1]

- A: 시민 1인당 경찰의 수가 많은 도시일수록 범죄율이 높다.  
 B: 그럼 범죄율을 줄이기 위해서는 경찰의 수를 줄여야겠네.  
 C: 아니야. 혹시 범죄율이 높으니까 경찰을 많이 둔 건 아닐까?

[제시문 2]

임대료가 높은 음식점일수록 음식값이 비싸므로, 임대료 상한을 두면 음식값이 내릴 것이다.

학생우수작

세상에는 엄청난 양의 변수가 존재한다. 이 변수를 이용해서 이론을 도출해내기 위해 경제학자는 어떤 변수가 관련이 있고 없는지 판명해야 하는데, 이때 사용되는 것이 상관관계와 인과관계의 개념이다.

두 변수 사이에 한쪽이 변화하면 다른 쪽도 변화하는 경향이 있으면 이들이 상관관계에 있다고 한다. 또 한 변수의 변화가 다른 변수의 변화의 원인이 된다면 이들은 인과관계에 있다고 한다. 언뜻 보면 비슷한 개념 같지만 상관관계와 인과관계의 차이는 중요하다.

인과관계에 있는 한 변수의 변화는 반드시 다른 변수의 변화를 가져오지만, 변수들 간의 관계가 단순히 상관관계라면 꼭 그렇지만은 않을 것이기 때문이다. 그러나 많은 연구 논문들에서 상관관계와 인과관계를 혼동하는 경우가 있다. [제시문 1]에서 인물들 간의 의견이 다른 것도 이 때문이다.

먼저 A는 '경찰의 수가 많은 도시일수록 범죄율이 높다'라며 '경찰의 수'와 '범죄율'이라는 두 변수의 상관관계를 제시하고 있다. 그런데 B는 이를 '경찰의 수가 많으면 범죄율이 높아진다'라는 인과관계로 확대 해석하는 오류를 범하여, '범죄율을 줄이기 위해서는 경찰의 수를 줄여야 한다'라는 엉뚱한 결론을 낸다.

그에 반하여 C는 '범죄율이 높으니까 경찰의 수가 늘어난다'라는 인과관계를 추측해낸다. 이처럼 두 변수는 여러 가지 상관관계를 맺을 수 있다. X가 Y의 원인일 수도, Y가 X의 원인일 수도 있으며, 제3의 요인이 X와 Y 둘 다의 원인일 수도 있는 것이다.

이런 관점에서 보자면 [제시문 2]는 너무 성급한 결론이다. '임대료가 높은 음식점일수록 음식값이

비싸다'라는 사실을 통해 두 변수 사이에 어떠한 상관관계가 있다는 것은 추정할 수 있다.

하지만 이것이 곧 '음식점의 임대료가 높으면 음식값이 비싸다'라는 인과관계를 의미하는 것은 아닙니다. 따라서 '임대료 상한을 두면 음식값이 내릴 것이다'라는 것은 두 변수의 확실하지도 않은 인과관계를 전제로 하고 있기 때문에 잘못된 결론이라고 할 수 있다.

(류연미·부산국제고 2년) - (조선일보 [경제] 2006.02.03)

위 문제에서 제시한 변수뿐만 아니라 우리 사회에서 다양하게 일어나는 현상들을 변수(양)사이의 관계를 분석하면서 설명할 수 있으며, 교사는 좀 더 다양하고 실생활에 밀접하게 관계되는 변수들을 제시해주면서 학생들에게 사회현상을 비판적으로 바라볼 수 있게 하는 안목을 키워줄 뿐만 아니라 그래프나 함수 그래프를 이용함으로써 좀 더 과학적으로 사회 현상을 분석하게 할 수 있다.

### (3) 단어 또는 변수들을 사용하여 규칙성을 일반화 하는 단계

학교수학에서 변수에 의한 일반화를 다루는 내용은 초등학교에서 중등학교까지의 교과서 전반에 걸쳐 나타난다. 예를들면 초등 수준에서 공통의 규칙을 발견하여 비형식적으로나마 그 규칙을 표현하는 것이나 연산규칙을 기호 □, △, ○, ☆를 사용하여  $\frac{\text{승}}{\text{승}} = \frac{\text{승}}{\text{승}} \times \frac{\text{승}}{\text{승}}$ 으로 일반화하는 것 또는 중등 수준에서 변수인 문자를 사용하여 수에 대한 교환, 분배, 결합법칙을 나타내거나, 여러 가지 공식을 일반적으로 표현하는 것 등 그 예는 수 없이 많이 찾아볼 수 있다.

수학의 특성인 일반화는 변수로 사용되는 문자에 의해 형식화되기 때문에 일반화에 대한 학습은 변수 개념의 정적 측면 즉, 다가이름이라는 변수 본질에 대한 이해에 밀바탕을 이루게 된다. 그러나 그 동안 학교수학에서는 학생들에게 일반화된 식에서 변수에 값을 대입시키는 과정(즉, 특수화)을 주로 경험시켰을 뿐 구체적인 상황을 변수로 구성하여 일반화된 식을 구성해내는 과정(즉, 일반화)을 경험시키는 것에는 상당히 소홀했던 것으로 보인다. 변수로 표현된 일반화된 식이나 명제는 주로 연역적으로 제시되고 있을 뿐이다. 위에서 언급한 초보적인 일반화의 예  $\frac{\text{승}}{\text{승}} = \frac{\text{승}}{\text{승}} \times \frac{\text{승}}{\text{승}}$ 는 구체적인 상황에서의 충분한 예가 주어지지 않은 채 학생들의 즉각적인 이해를 바라면서 곧바로 도입되어 지도 되고 있는 듯 하다<sup>1)</sup>.

몇 가지 구체적인 사례를 제시하면서 일반화된 식을 유도하고 있는 경우에도 그것은 학생들의 활동이 아닌 교과서나 교사의 단순한 제시형식에 의해서이다. 이에 따라 학생들은 주로 변수를 값을

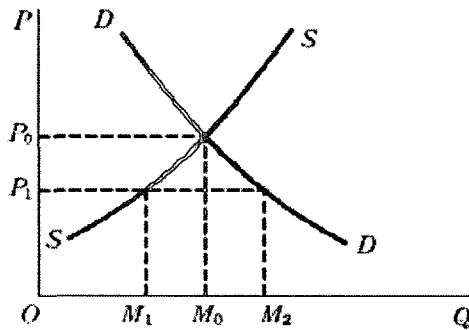
1) 위와 같은 표현을 제시할 때 중요한 것은 □, △, ○, ☆과 같은 기호는 구체적인 수를 나타내기 위해 사용하였다는 것과 각 기호에는 우리가 원하는 수를 마음대로 넣어볼 수 있다는 사실을 분명히 하는 것이다. 그리고 일반화된 표현을 제시한 후에는 실제로 각 기호에 임의로 수를 넣어보는 과정을 취해 보아야만이 학생들은 □, △, ○, ☆를 왜 사용하고 그것을 어떻게 이용하여야 하는지에 대한 감각을 얻을 수가 있다. 이러한 감각을 갖지 못한 상태에서 중학교 시기에 이르러  $a+b=b+a$ 와 같이 문자에 의한 일반식이 본격적으로 도입되면 학생들은 일반화의 의미와 일반화된 식이 수학에서 발휘하는 강력한 힘을 깨닫기 어렵게 된다.

대입하는 과정 속에서만 의미를 갖는 것으로 학습하고 있는 듯하다. 주로 특수화에 대한 지도가 주를 이루는 현재의 학습 상황은 학생들로 하여금 변수의 본질인 다가이름을 일반화의 맥락에서 의미 있게 이해하는 것을 어렵게 한다. 학교수학에서 일반화/특수화에 대한 직접경험의 과정은 어느 한 쪽에 치우침 없이 동일한 정도로 다루어져야 할 뿐 만 아니라 그러한 과정은 다양한 문제 상황에서 주어져야만 할 것이다(김남희, 1997, p.145)<sup>2)</sup>. 다양한 문제 상황에서 특수에서 일반으로 일반에서 특수로의 두 가지 과정에 대한 풍부한 경험을 거친 학생들만이 다가이름으로서의 변수의 본질을 완전하게 이해할 수 있으며 일반화를 위해 변수를 사용하는 방식, 일반화된 식에서의 변수의 역할, 변수가 나타내는 대상에 대한 인식을 올바르게 할 수 있는 것이다. 대수적 사고가 보다 상위의 수준으로 발달할 수 있는 시점은 바로 일반화가 형식화되는 수준이므로 구체적인 상황을 변수로 구성해 가는 과정 즉, 특수에서 일반으로 이르는 과정을 소홀히 한다는 것은 대수적 사고의 신장을 저해하여 결국 계속적인 대수 학습에 의한 지식이 성장은 기대하기 어려워지게 될 것이다. 학교수학은 학생들로 하여금 특수한 구체적인 사례의 경험을 통해 일반화된 표현을 구성해 나가면서 다가이름이라는 변수의 본질을 스스로 깨달을 수 있도록 하는 풍부한 경험을 제공해야 할 것이다.(김남희, 1997)

**(4) 규칙성을 확장하여 연결하는 단계**

문제3) 담배는 건강에 해로우므로 수요를 줄여야한다. 담배의 소비량을 줄이기 위한 방안을 수요 공급 곡선을 이용하여 말해라.

참고) 수요-공급법칙과 곡선



2) 위와 같은 경험이 수의 계산 규칙을 일반화하거나 일반화된 계산 규칙에 수를 대입해 보는 상황 즉, 수를 대상으로 한 문제 상황에서만 이루어져서는 안된다. 일반화/특수화의 과정은 도형의 성질을 일반적으로 표현하거나 기하에서의 일반적인 명제를 종이 위에 그려진 특수한 도형의 경우에 적용하는 경우, 논리에서 다루어지는 명제의 공통 구조를  $p \rightarrow q$ 로 일반화하여 표현하거나 그러한 표현을 특수한 경우에 적용하여 변수에 명제의 일부가 되는 조건을 넣어보는 경우 등 거의 모든 수학적 상황에서 일어날 수 있다. 이러한 점이 반영된 변수 지도는 Usiskin(1988)의 연구에서 드러나 바 있듯이 변수인 문자가 대신하는 대상은 '수'일 뿐이라는 학생들의 오개념을 바로 잡아줄 수도 있다.

D : 수요, S : 공급, P: 가격, Q: 거래량

수요, 공급의 법칙

- ◆ 수요의 법칙 : 어떤 재화의 가격이 오르면 그 수요량이 줄고, 재화의 가격이 내리면 그 수요량이 늘어나는 것
- ◆ 공급의 법칙 : 어떤 재화의 가격이 오르면 그 공급량이 늘고, 재화의 가격이 내리면 그 공급량이 줄어드는 것
- ◆ 균형 가격의 결정 : 재화에 대한 수요량과 공급량이 일치하는 점  $P_0$ 에서 균형가격(시장가격)이 결정된다.

위 문제에서는 학생들은 변수들의 관계에서 규칙성을 일반화한 후 확장하여 다양하고 다른 문제들에 대해서 예측할 수 있다. 또한 다른 변수와 연결하여 조사한 후에 일반화할 수 있다.

#### (5) 함수에 대한 이해를 구성하는 단계

문제4)서울, 대전, 부산, 대구, 전주, 광주를 철도로 연결하려고 한다. 경제적인 측면을 고려하여 순환선은 생기지 않게 하기로 한다. 아래 표는 두 도시 사이에 철로를 건설하는 비용을 나타낸 것이다. 가장 경제적인 철도 노선도를 간단히 그려라.

	서울	원주	대전	전주	대구	광주	부산
서울	0	18	25	41	65	62	74
원주	18	0	21	40	24	53	46
대전	25	21	0	12	25	26	42
전주	41	40	12	0	23	17	39
대구	65	24	25	23	0	30	32
광주	62	53	26	17	30	0	32
부산	74	46	42	39	32	32	0

(단위 : 10억원)

함수에 대한 이해가 두 집합 사이의 대응관계로 정의되면 꾸준히 변화하는 변수에 대해 이해하기 어렵다. 학교수학에서의 변수는 일반화 된 규칙성에 대입 되어지는 하나의 원소로만 이해되고 있어서, 함수에서 다루어질 수 있는 실세계의 변하는 대상이라는 변수에 대한 동적인 근원은 학교수학에서는 보여주지 못하고 있는 실정이다.

사실상 실세계의 변하는 대상이라는 것은 대부분 시간에 종속하여 연속적으로 변하는 속성<sup>3)</sup>을 가지고 있기 때문에 변화의 양상을 파악하는 단계에서 불가피한 측정 행위로 인해 불연속적인 측정치

3) 속도, 온도, 거리, 나이 등은 모두 시간에 따라 연속적으로 변하는 변수인 것이다.



(측정 시간에 대응되는 측정 값)를 다루게 되는 상황은 어쩌면 변하는 대상으로서의 변수의 본질에 접근해 가는 것이 교수학적으로 상당히 어려운 것임을 내포하고 있는지도 모른다. 그러나 이러한 어려움에도 불구하고 학교수학은 함수가 두 집합 사이의 대응관계로 정의됨에 따라 변수의 의미가 제한되어 다루어질 수 있음을 인식하고, 변하는 대상을 다루는 풍부한 경험과 변하는 실제적인 현상간의 관계를 변수로 나타내어 처리하는 학습에 대한 지도에 보다 강조점을 두어야 할 것이다.(김남희, 1997)

따라서, 함수에 대한 이해를 구성하는 단계에서는 계산위주의 정적인 변수계산위주의 수업이 아니라 계속적으로 변화하는 변수의 규칙성 일반화를 통하여 학습자가 함수를 이해하는 것이 필요하다.

전개단계	활동명	주요 수업활동	수업형태
I 단계 중요한 수학적 개념과 관계들에 대한 이해 단계	세계 여러 나라의 기후는 어떻게 변하고 있을까요?	<ul style="list-style-type: none"> <li>■단원소개</li> <li>■세계 여러 나라의 기후 정보 검색, 수집</li> <li>■기후의 개념, 기후변화 요인 설명</li> </ul>	교사강의 모둠활동 개인활동
II 변수(양)들 사이의 관계 조사단계		<ul style="list-style-type: none"> <li>■기후변화 조사</li> <li>■기후정보 분석하기</li> </ul>	모둠활동 개인활동
III 단어 또는 변수들을 사용하여 규칙성을 일반화 하는 단계		<ul style="list-style-type: none"> <li>■일별, 월별, 년도별 기후 변화 조사하여 규칙성 발견</li> </ul>	모둠활동 개인활동
IV 규칙성을 확장하여 연결하는 단계		<ul style="list-style-type: none"> <li>■규칙성을 이용하여 기후 변화를 예측</li> </ul>	개인활동
V 함수에 대한 이해를 구성하는 단계		<ul style="list-style-type: none"> <li>■기후정보 정리</li> <li>■기후정보를 그래프로 정리하기</li> <li>■보고서 작성하여 발표하기</li> <li>■모둠별 발표, 토론</li> </ul>	모둠활동 조별발표 전체토론

위의 5단계로 설계한 교수-학습 지도계획에 대한 예시는 아래 표와 같다. 아래의 예시 지도계획은 실생활과 밀접한 기후에 관련된 내용을 함수와 접목시켜 전개하였으며, 수업형태는 학습자의 활동과 학습자간의 토론수업 위주로 하였다. 구체적인 교수-학습 자료는 부록에서 소개하도록 한다.

## IV. 결론 및 제언

본 연구는 함수영역에서 실생활을 중심으로 하는 영재프로그램을 설계하고 교수·학습전략을 세움으로써 수학영재학습자들에게 다양한 실생활의 문제들을 설계하고 분석함으로써 수학영재학습자들의 수학적 문제해결력을 향상시키고자 하였다.

학습자에게 함수를 통하여 문제를 해결하려면 규칙성과 변수에 대한 개념이 확고해야만 하며, 규칙성과 변수들 간의 관계를 탐구하는 것을 주로 하되, 학습자들은 다양한 방법으로 문제를 표현하며 문제를 해결·분석할 수 있다. 특히 교사들은 구체적인 대상이나 차트, 표, 그래프를 제시해야 하며, 이를 통해 학습자들이 분석, 추측, 일반화를 하며 확장하고 평가, 반영할 수 있다.

이에 교사들이 주의해야 할 것이 있다. 첫째, 여러 가지 다양한 자료와 이야기를 제시할 때, 개별적으로 제공할 것이 아니라 통합적으로 제시하여야 할 것이다. 그리하여 학습자가 규칙 하나하나를 알고 일반화 하는 수준을 넘어서 보다 통합적인 사고방식과 문제해결력을 기를 수 있도록 해야 한다.

둘째, 변수(양)의 일반화 단계에서 하나의 규칙을 다양한 표현방식을 이용하여 표현하고, 그러한 표현방식들 중에서 적절한 표현방식을 선택하여 능숙하게 이용할 수 있도록 학습자들 간의 토의와 토론을 유도해야 하며, 교사가 이 과정에서 임의의 적절한 표현방식으로 표현할 수 있도록 지도하거나 유도해서는 안되며, 학습자 스스로가 적절히 선택할 수 있도록 자유로운 분위기를 유지해야 한다.

셋째, 함수를 연산위주로 접근 할 것이 아니라 변수들간의 관계와 규칙성에 대해서 접근해야 할 것이다. 현행 교육과정에서는 값구하기에 치중하다 보니 함수에 대한 기본적인 사고를 기르는데 어려울 뿐만 아니라, 실생활 문제에 적용하는데 상당히 곤란하다. 따라서 교사는 실생활에서 대응 변화하는 관계를 탐구할 수 있도록 수업을 전개해야 할 것이다.

함수는 학교수학에서 뿐만 아니라 거의 전 학문 영역에서 응용되며, 사회문제의 해결 방안을 찾기 위한 도구로 유용하게 사용되고 있는 영역이다. 그러나 현 교육과정에서는 변수들 간의 관계와 규칙성 발견, 일반화 등에 대한 함수의 기본적인 사고보다는,  $x$ ,  $y$ 로 대표되는 일률적인 표현방식, 값구하기, 획일화된 표현방식을 강조해 왔다. 영재교육에서도 마찬가지로여서, 학습자들이 빠르게 변화하는 사회현상에 대해 함수로 표현하는데 다소 어려움을 느꼈으며, 제대로 표현하지 못하는 학습자까지도 있었다.

이에 실생활과 관련된 문제와 자료를 통해 다양한 표현을 지도하고, 학습자들의 여러 표현을 인정하여 학습자들이 사회현상을 수학적인 사고방식으로 인식하는 안목을 길러 주어야 할 것이다.

## 참 고 문 헌

김남희 (1997). 변수개념의 교수학적 분석 및 학습-지도 방향 탐색, 교육학 박사 학위 논문, 서울대학교 대학원.

- 김지원 · 송상현 (2004). 한 수학영재아의 수학적 사고 특성에 관한 사례연구, 대한수학교육학회지 수학교육학연구소 14(1).
- 김창일 · 전영주 (2005). 수학영재교육 프로그램의 설계 및 교수전략: 기하학을 중심으로. 한국수학교육학회지 시리즈 E <수학교육 논문집> 19(2), pp.453-469.
- 서경혜 · 유슬아 · 정진영 (2003). 창의성 관점에서 본 제 7차 초등 수학과 교육과정: 규칙성과 함수를 중심으로. 한국수학교육학회지 시리즈 C <초등수학교육> 7(1), pp.15-29.
- 송정화 · 신은주 (1999). 활동중심의 함수교육 지도 방안. 제3회 MATH FESTIVAL 자료집, 수학사랑.
- 이강섭 · 황동주 (2004). 수학 영재교육의 최근 동향에 대한 분석. 한국수학교육학회지 시리즈 E <수학교육 논문집> 18(3), pp.199-208.
- Freudenthal, H. (1983). *Didactical phenomenology of mathematics structures*. Reidel, Dordrecht.

## Design of education program for mathematical-gifted student and Teaching-learning strategy

### - Focusing on functions -

**Lee, Joong-Kwoen**

Dongguk university, joonglee@dongguk.edu

**Lee, Jea-Hyun**

Dongguk university, truemath@dongguk.edu

Studying functions is the fundamental that makes people understand complicate social events by using mathematical symbol system. But there are not enough program design and Teaching-learning strategy for mathematical-gifted student. So this research aim to design education program and teaching-learning strategy in functions area for mathematical-gifted student. I use real life-related problems to make students develop their problem-solving skill. And in this research I encourage students to study functions by grouping, discussion and presentation for self-directed learning.

---

\* ZDM Classification : D43

\* MSC2000 Classification : 97D40

\* Key Word : mathematical-gifted student, Teaching-learning strategy, functions

**[부록]**

**활동1**

**세계 여러 나라의 기후는 어떻게 변하고 있을까?**

세계 여러 나라의 기후는 어떻게 변하고 있을까요?

기후변화를 조사하는 일이 함수를 공부하는 것과 어떤 관련이 있을까요?

혹시 세월에 따른 기후변화를 느끼고 있나요?

한국에 사는 우리들은 사계절이 바뀌는 것을 느끼고 삽니다. 그러면 한국이 아닌 다른 나라 학생들도 사계절을 느끼며 살고 있을까요? 아니라면 어떤 국가가 사계절이 없는지 어떠한 요인 때문에 기후의 변화가 우리와는 다른지 알 수 있을까요? 복잡한 문제라서 선뜻 결론을 내리기가 쉽지 않지요.

여러분! 조별로 세계 여러 나라 중 하나의 국가를 정해서 세월의 흐름에 따라서 기온이 어떻게 변화하는지 조사합시다.

그리고 기후요소도 조사해봅시다.

<b>학습목표</b>	■모듬은 세계 여러 나라 중 하나의 국가를 선택하여 그 국가의 기후변화를 알 수 있는 자료를 구할 수 있다. ■학생은 기후변화 자료를 어떻게 표현할지 결정할 수 있다.	
<b>준비물</b>	교사	■ 정보검색에 필요한 도구들
	학생	■ 필기도구, 활동지, 기후변화와 관련된 각종 자료

**교수-학습 활동**

학습 단계	교수-학습 활동	유의점
도입	■전체 주제에 대한 소개 및 동기를 유발 시킨다. ■활동안내와 학습목표를 이해시킨다.	■프로젝트 전체 과정에 대해서 설명하고, 이를 이해하도록 한다. ■이용할 수 있는 정보수집방법을 정한다.
본 활동	■기후에 대한 개념을 강의한다. ■모듬별로 정보수집방법을 정한다. ■수집한 정보를 보고 연구주제를 계획한다. ■모듬별로 생각한 연구주제와 방법을 발표한다. ■연구주제와 방법에 따라 모듬을 만들어서 할 것인지 개인이 할 것인지 결정한다. ■모듬별로 세부적인 연구주제와 방법을 완성한다.	■학생들의 활동이 문제의 본질에서 벗어나지 않도록 유의한다. ■모듬별로 연구하고자 하는 주제와 방법들이 다양해지도록 유도한다.
정리	■모듬별 또는 개인별로 다음 시간에 하려고 정한 세부적인 연구계획을 발표한다.	■학생들이 다양한 의견을 제시하고 적극적으로 참여할 수 있도록 유도한다.

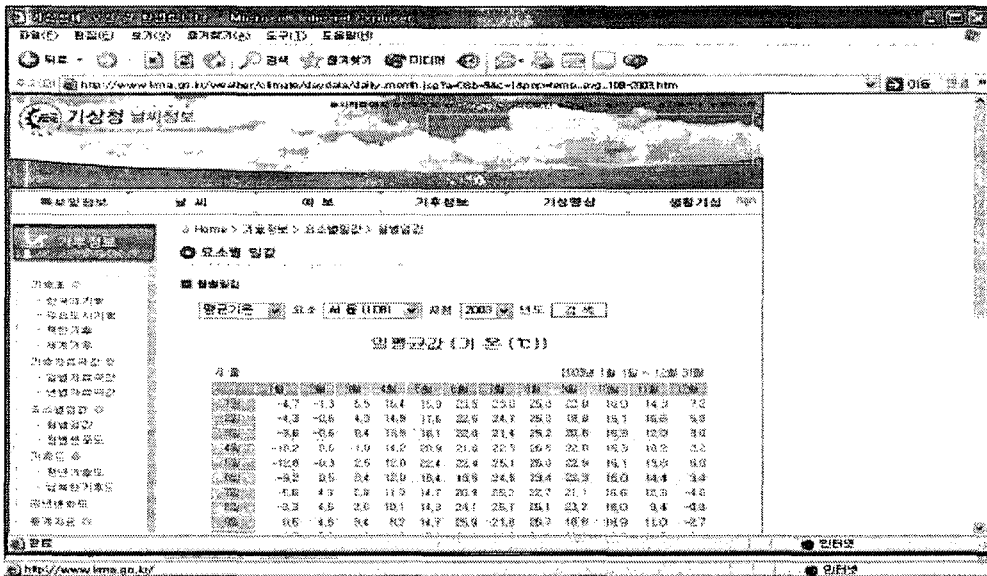
**주요질문내용**

1. 그 나라의 세월에 따른 기온변화는 어떠한가요?
2. 우리나라의 기후변화와 차이점은 무엇인가요?
3. 그 나라의 기후변화 요인은 무엇인가요?
4. 기후변화와 함수는 어떤 관련이 있다고 생각하나요?

**활동지1**

**학습목표 :** 세계 여러 나라 중 하나의 나라를 선택하여 그 국가의 기후 정보를 수집하자. 정보수집을 방법에는 아래의 방법 외에도 여러 가지가 있습니다.

1. 웹사이트를 통한 기후정보 수집



기상청 웹사이트

2. 참고서적을 이용한 정보수집

