

직사각형 격자체계에서의 원호형 내부조파 Internal Generation of Waves on an Arc In A Rectangular Grid System

이창훈* · 최혁진** · 김덕구***

Changhoon Lee*, Hyuk Jin Choi** and Duk Gu Kim***

요지 : 본 논문에서 직사각형 격자 체계에서 원호형 내부조파에 의한 선 조파기법을 개발하였다. 총 다섯 가지 조파형식의 수치실험이 다음의 조건에 수행되었다. 즉, 일정수심에서의 파랑의 전파, 일정경사를 가지는 평면에서의 굴절과 천수, 반무한 방파제에서 회절 실험을 수행하였다. 수치실험 수행 시 기본방정식으로 Suh et al. (1997) 이 제안한 확장형 완경사방정식을 이용하였다. 두 개의 평행한 직선이 반원으로 연결된 제5형식 조파기법을 사용하면 가장 우수한 결과를 얻을 수 있었다. 특히, 격자간격이 작은 경우에 그 우수성이 확연히 드러났다.

핵심용어 : 내부조파, 원호형 조파, 수치실험, 파랑의 굴절, 천수, 회절

Abstract : This paper presents the techniques developed using the line source method to internally generate waves on an arc in a rectangular grid system. For five different types of wave generation layouts, quantitative experiments were conducted under the following conditions: the propagation of waves on a flat bottom, the refraction and shoaling of waves on a planar slope, and the diffraction of waves to a semi-infinite breakwater. Numerical experiments were conducted using the extended mild-slope equations of Suh et al. (1997). The fifth type of wave generation layout, consisting of two parallel lines connected to a semicircle, showed the best solutions, especially for a small grid size.

Keywords : internal generation of waves, wave generation arc, numerical experiment, wave refraction, shoaling, and diffraction

1. 서 론

시간의존 파랑변형모형이 관심영역 내에서 파랑의 거동을 잘 재현하기 위해서는 입사파랑이 조파경계에서 정확히 조파되어 실험 영역으로 잘 전파되어야 한다. 또한, 실험영역 내부에서 반사된 파랑은 수치적 왜곡 없이 조파경계를 통해 모두 빠져나가야 한다. 그렇지 않으면 파랑은 조파경계에서 재 반사되어 실험영역 내에 악 영향을 미치게 될 것이다. 이와 같은 파랑의 조파경계에서의 재반사 문제를 해결하기 위해 내부조파기법이 사용되고, 외해경계에 스폰지층이 도입되었다. 내부조파기법은 선 조파기법과 원천함수 조파기법으로 분류된다. 선 조파기법

은 임의의 수면변위 또는 속도포텐셜 값이 기본방정식으로 계산된 결과에 더해지며, 원천함수기법은 원천함수가 기본방정식에 추가된다.

선 조파기법은 Larsen and Dancy(1983)가 물입자 질량(water mass)이 위상속도(C)으로 전달된다고 가정하여 Perigrine(1967)의 Boussinesq 방정식에 처음 사용하였다. 이후, Lee and Suh(1998)과 Lee et al.(2001)은 위상속도(C) 대신에 소위 에너지속도(C_e)를 사용하여 Radder and Dingemans(1985)의 완경사방정식과 Nwogu(1993)의 확장형 Boussinesq 방정식에 선 조파기법을 각각 성공적으로 적용하였다. 에너지속도는 각 지배방정식에서 유도되는 군속도이다.

*세종대학교 토크환경공학과(Corresponding author: Department of Civil & Environmental Engineering, Sejong University, Seoul 143-747, Korea. clee@sejong.ac.kr)

**(주)대영엔지니어링 기술연구소(Daeyoung Engng. Co., Ltd., Seoul, Korea)

***(주)해인E & C 기술연구소(Hyein E&C Co., Ltd., Seoul, Korea)

Madsen and Larsen(1987)은 완경사방정식에 대해 두 격자에서의 원천함수 조파기법을 처음으로 적용하였다. 그 후에 Wei et al.(1999)은 비선형 천수방정식과 Peregrine의 Boussinesq 방정식, 그리고 Nwogu의 확장형 Boussinesq 방정식에 Gauss 모양의 원천함수를 사용하였다. 그는 조파파랑과 원천함수에 의한 파랑 사이의 명확한 관계를 얻기 위해, Green 함수법을 이용하여 원천함수를 포함한 선형화된 기본방정식을 유도하였다. 최근에는 Kim et al. (2004)^[9] Suh et al.(1997)과 Lee et al.(2003)^[10]의 확장형 완경사 방정식에 적용되는 원천함수를 구하였다.

지금까지 내부조파기법은 직선형 조파선에서만 조파되는 것으로 이해되었다. 만약 파랑이 2차원 평면에 임의 방향으로 조파된다면, 최소 2개의 조파선이 필요하게 된다. 즉, x 축과 y 축에 평행한 조파선이 된다. 하지만 조파되는 파랑에너지는 2개의 조파선이 직각으로 만나는 점에서 요구되는 파랑에너지와 일치할 수 없다. 이 문제는 직각으로 접해 있는 2개의 조파선을 큰 반경의 원호형으로 연결하면 해결될 수 있을 것이다. 본 연구는 원호형 내부조파에 대한 연구이며, 제2장에서 기본이론을 다루었다. 제3장은 일정수심의 파랑의 전파, 일정경사를 가지는 수심장에서의 파랑의 굴절과 천수, 반무한 방파제에서 회절에 대한 수치실험을 실시하였다. 마지막으로 제4장은 연구 내용을 요약하고 향후과제를 제안하였다.

2. 원호형 내부조파 이론

선조파기법은 수면변위 η^* 를 기본방정식으로 계산된 수면변위 η^{model} 에 더해주게 된다.

$$\eta^{n+1} = \eta^{model} + \eta^* \quad (1)$$

여기서, η 는 수면변위이고 위첨자 $n+1$ 은 예측할 시간단계를 의미한다. 조파선에서 매시간 더해지는 η^* 는 다음 식으로 주어진다(Lee and Suh, 1998).

$$\eta^* = 2\eta' \frac{C_e \Delta t}{\Delta x} \cos \theta \quad (2)$$

여기서, η' 는 입사파랑의 수면변위, C_e 는 에너지속도, Δx 는 x 축의 격자간격, Δt 는 계산시간간격, θ 는 x 축과 이루는 입사파향각이다. 조파선은 x 축과 평행하며, 두 배를 곱해준 것은 파랑이 조파선에서 양쪽으로 전파되기 때문이다. 조파선이 y 축과 평행할 경우에 더해지는 η^* 는 다음

과 같다.

$$\eta^* = 2\eta' \frac{C_e \Delta t}{\Delta y} \sin |\theta| \quad (3)$$

파랑이 직선이 아니라 곡선에서 조파될 때 η^* 는 직선조파에서 사용되는 식 (2), (3)과는 다른 식을 가지게 된다. x 축에 양의 방향으로 전파하는 경우는 모두 4가지 경우의 수가 존재하며, Fig. 1은 조파곡선상의 조파점 a, b, c, d 4가지 경우를 나타낸다.

Fig. 2(a)의 a 조파점의 경우, 조파선의 수직선은 y 축과 이룬 각이 45° 이하가 된다. 조파선의 수직선이 y 축과 이루는 각을 α 라고 하면, a 조파점에서 생성된 파랑에너지는 y 축 양쪽의 인접한 지점에 도달할 것이다. 조파선에 수직으로 파랑에너기가 전파하는 거리는 $\Delta y \cos \alpha$ 이다. 여기에는 5가지 조파의 경우의 수가 있다. ray 1($0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$)과 ray 2($-\alpha \leq \theta \leq 0^\circ$)와 ray 4($90^\circ \leq \theta \leq 180^\circ - \alpha$)의 경우, 입사파의 진폭 a' 는 파향선에 수직방향으로 $a' \sin(\alpha + \theta)$ 가 된다. 그러므로 수면변위에 더해지는 η^* 는 다음과 같다.

$$\eta^* = 2\eta' \frac{C_e \Delta t \sin(\alpha + \theta)}{\Delta y} \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha} \quad (4)$$

ray 3($\theta \leq -\alpha$)과 ray 5($\theta \geq 180^\circ - \alpha$)의 경우, 입사파랑은 곡선의 바깥으로 향하여 파랑은 생성되지 않는다.

Fig. 2(b)의 b 조파점의 경우, 조파선의 수직선은 x 축과 이룬 각이 45° 이하가 된다. 조파선의 수직선이 x 축과 이

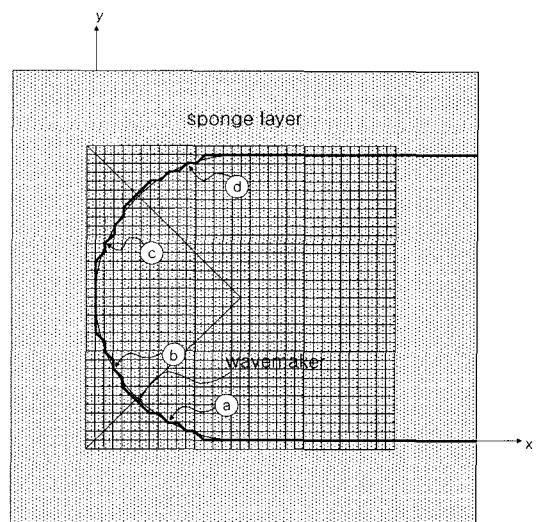


Fig. 1. Wave generation points on an arc.

루는 각을 α 라고 하면, b 조파점에서 생성된 파랑에너지 는 x 축 양쪽의 인접한 지점에 도달할 것이다. 조파선에 수직으로 파랑에너지가 전파하는 거리는 $\Delta x \cos \alpha$ 이다. ray 1 ($0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$), ray 2 ($\alpha - 90^\circ < \theta \leq 0^\circ$) 와 ray 4 ($90^\circ < \theta < 90^\circ + \alpha$)의 경우, 입사파의 진폭 a' 는 파향선에 수직 방향으로 $a' \cos(\alpha - \theta)$ 가 된다. 그러므로 수면변위에 더해지는 η^* 는 다음과 같다.

$$\eta^* = 2\eta \frac{C_e \Delta t \cos(\alpha - \theta)}{\Delta x} \cos \alpha \quad (5)$$

ray 3 ($\theta \leq \alpha - 90^\circ$) 과 ray 5 ($\theta \geq 90^\circ + \alpha$) 의 경우, 파랑은 생성되지 않는다.

Fig. 2(c)의 조파점 c의 경우, 조파선의 수직선은 x 축과

이룬 각이 45° 이하가 된다. 조파선의 수직선이 x 축과 이루는 각을 α 라고 하면, c 조파점에서 생성된 파랑에너지 는 x 축 양쪽의 인접한 지점에 도달할 것이다. 조파선에 수직으로 파랑에너지가 전파하는 거리는 $\Delta x \cos \alpha$ 이다. ray 1 ($-90^\circ \leq \theta \leq 0^\circ$), ray 2 ($-90^\circ - \alpha < \theta \leq -90^\circ$) 와 ray 4 ($0^\circ \leq \theta < 90^\circ - \alpha$) 의 경우, 입사파의 진폭 a' 는 파향선에 수직 방향으로 $a' \cos(\alpha + \theta)$ 가 된다. 그러므로 수면변위에 더해지는 η^* 는 다음과 같다.

$$\eta^* = 2\eta \frac{C_e \Delta t \cos(\alpha + \theta)}{\Delta x} \cos \alpha \quad (6)$$

ray 3 ($\theta \leq -90^\circ - \alpha$) 과 ray 5 ($\theta \geq 90^\circ - \alpha$) 의 경우, 파랑은 생성되지 않는다.

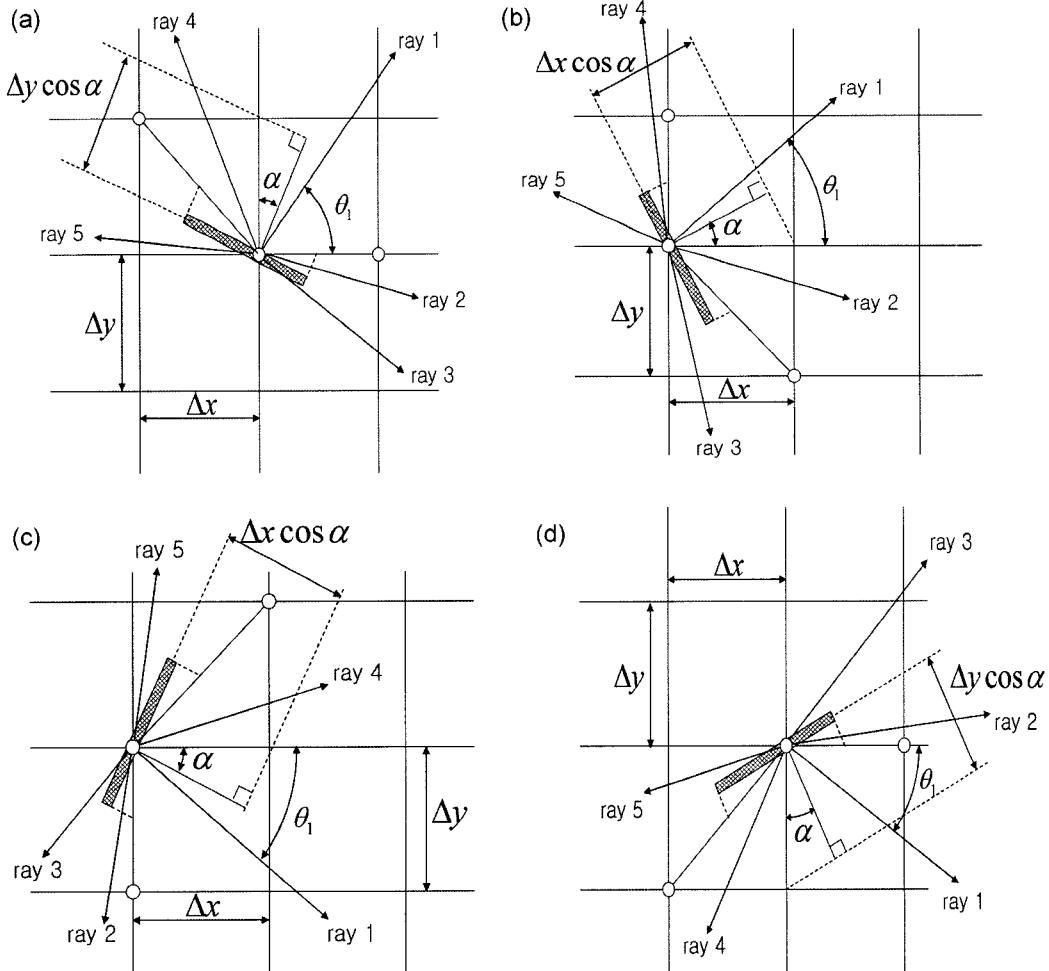


Fig. 2. Five different cases of incident wave rays at a point of the wave generation arc: (a) point a, (b) point b, (c) point c, (d) point d

Fig. 2(d)의 조파점 d의 경우, 조파선의 수직선은 y축과 이룬 각이 45° 이하가 된다. 조파선의 수직선이 y축과 이루는 각을 라고 하면, c 조파점에서 생성된 파랑에너지지는 y축 양쪽의 인접한 지점에 도달할 것이다. 조파선에 수직으로 파랑에너지가 전파하는 거리는 $\Delta y \cos \alpha$ 이다. ray 1 ($-90^\circ \leq \theta \leq 0^\circ$), ray 2 ($0^\circ \leq \theta < \alpha$) 와 ray 4 ($-180^\circ + \alpha < \theta \leq -90^\circ$)의 경우, 입사파의 진폭 a' 는 파향선에 수직 방향으로 $a' \sin(\alpha - \theta)$ 가 된다. 그러므로 수면변위에 더해지는 η^* 는 다음과 같다.

$$\eta^* = 2\eta' \frac{C_e \Delta t \sin(\alpha - \theta)}{\Delta y} \cos \alpha \quad (7)$$

ray 3 ($\theta \geq \alpha$) 과 ray 5 ($\theta \leq -180^\circ + \alpha$)의 경우, 파랑은 생성되지 않는다.

3. 수치실험

곡선형 내부조파를 검증하기 위해 일정수심에서 파랑의 전파, 일정경사를 가지는 평면에서의 파랑의 굴절과 천수, 반무한 방파제에서의 회절 실험을 수행하였다. 본 수치실험의 기본방정식으로 Suh et al.(1997)의 확장형 완경사방정식을 사용하였다.

3.1 유한차분기법

Suh et al.(1997)의 시간의존 확장형 완경사방정식은 급변 수심장에서 선형 불규칙파랑의 변형을 잘 재현할 수 있으며 지배방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \eta}{\partial t} = & -\nabla \cdot \left(\frac{\bar{C} \bar{C}_g}{g} \nabla \tilde{\phi} \right) + \frac{\bar{\omega}^2 - \bar{k}^2 \bar{C} \bar{C}_g}{g} \tilde{\phi} \\ & + \frac{\bar{\omega}^2}{g} \{ \bar{R}_1 (\nabla h)^2 + \bar{R}_2 \nabla^2 h \} \tilde{\phi} \end{aligned} \quad (8)$$

$$\frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial t} = -g \eta \quad (9)$$

여기서 η 는 수면변위, $\tilde{\phi}$ 는 정수면에서의 속도포텐셜, \bar{C} 와 \bar{C}_g 는 각각 위상속도와 균속도, g 는 중력가속도, ∇ 은 수평방향의 미분 연산자이다. 또한 변수 위의 “-” (bar)는 그 변수가 대표각주파수(carrier angular frequency) $\bar{\omega}$ 와 관련된 계수임을 나타낸다. 만약 $\bar{R}_1 = \bar{R}_2 = 0$ 이면, 식 (8)과 식 (9)는 Radder and Dingemans(1985)식과 같아진다.

실험영역의 바깥에 스판지층을 두고 스패지층 내부에서 파랑에너지를 감소시켜 경계에서 파랑의 반사를 최소화하였다. 따라서, 식 (9)를 수정하면 다음과 같다.

$$\frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial t} = -g \eta - \bar{\omega} D_s \tilde{\phi} \quad (10)$$

감쇠계수 D_s 는 다음과 같다.

$$D_s = \begin{cases} 0, & \text{스폰지 층 외측} \\ \frac{\exp(d/S) - 1}{\exp(1) - 1}, & \text{스폰지 층 내측} \end{cases} \quad (11)$$

여기서 d 는 스패지 층 시작점으로부터 떨어진 거리이다. $S (=3L)$ 는 스패지층 두께이고 L 은 파장이다. Fig. 3에 스패지 층 두께의 변화에 따른 반사율의 변화를 도시하였다. 스패지 층의 두께가 $3L$ 인 경우에 반사율이 충분히 작아서 심해($kh=2\pi$), 중간수심해($kh=0.5\pi$), 천해($kh=0.05\pi$)에서 각각 2.5%, 0.9%, 0.4%로 나왔다.

Suh et al.의 수정된 식 (8)과 (10)의 시간 미분항을 4 차의 Adams-Moulton 예측자-수정자 기법(Kirby et al., 1992)을 사용하여 수치해석 하였다. 초기에 모든 변수 값은 “0”으로 정하였다. 파랑을 점진적으로 조파하기 위해, 식 (2)부터 식 (7)에 $\tanh(n\Delta t/T)$ 를 곱한다. 여기서 T 는 파장, Δt

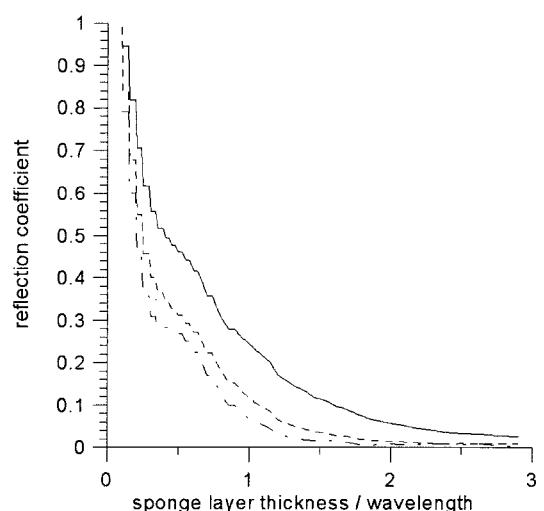


Fig. 3. Variation of reflection coefficient with the ratio of sponge layer thickness to wavelength. Line definitions: solid line: $kh=2\pi$, dashed line: $kh=0.5\pi$, dash-dotted line: $kh=0.05\pi$.

는 시간간격, n 은 시간단계이다. 외측 경계에 완전 반사조건을 적용하지만, 스폰지 층이 파랑에너지를 효과적으로 감소 시키므로, 실험 영역 내에 반사 효과는 무시될 수 있다.

3.2 일정수심 위를 전파하는 파랑

실험은 다섯 가지 직선 및 곡선의 조파형식에 대해 수행되었다. Fig. 4(a)~(c)는 오직 2개의 직교선을 가진 조

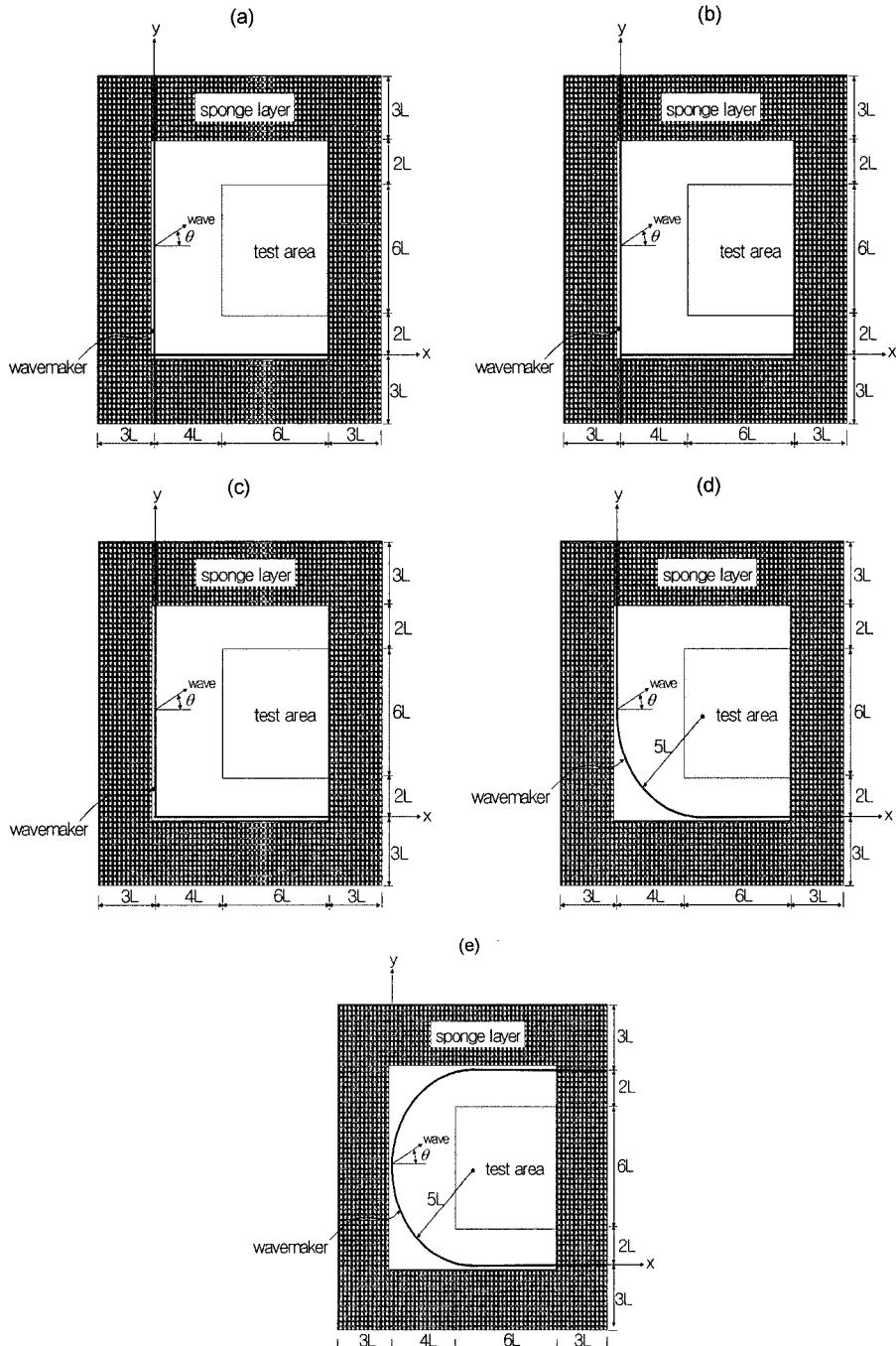


Fig. 4. Five types of internal wave generation layouts: (a) first type, (b) second type, (c) third type, (d) fourth type (radius of arc = $5L$), (e) fifth type (radius of arc = $5L$).

파형식으로 제1형식에서 제3형식까지 제시하였다. Fig. 4(d)는 2개의 직교선이 사분원으로 연결된 제4형식을 나타낸다. 2개의 평행선이 반원으로 연결된 제5형식은 Fig. 4(e)에 제시하였다. 제5형식은 2개의 평행선과 1개의 직교선이 2개의 사분원으로 연결된 형식으로도 이해될 수 있다.

실험에 사용된 계산영역은 $10L \times 10L$ 의 내부영역과 모든 방향의 바깥영역으로 $3L$ 의 두께를 가지는 스폰지 층으로 구성되어 있다. 바깥쪽 스폰지 층은 입사파의 거의 모든 에너지를 흡수한다. 조파선은 스폰지 층에서부터 Δx 또는 Δy 만큼 떨어진 거리에 놓여있다. 원호의 곡률반경을 $5L$ 로 두었다. 수면변위의 진폭을 Fig. 4(a)~(e)에 도시한 계산영역 가운데 test area라고 표시한 $6L \times 6L$ 의 영역에서 측정하였다. 파의 주기는 10초이다. 상대수심은 $kh = 0.1\pi$ 의 천해이며 격자간격은 $\Delta x = \Delta y = L/10$ 또는 $\Delta x = \Delta y = L/20$ 이다. Courant 수가 $C_r = C_e \Delta t / \Delta x = 0.16$ 으로 두어 안정한 해를 얻게 하였다.

Fig. 5(a)는 Fig. 4(a)~(e)의 test area에서 측정된 입사파향별 절대오차의 평균값을 보여준다. 수면변위의 진폭은 실제 계산영역 중에 $6L \times 6L$ 의 영역에서 측정된다. 절대오차 E_a 는 다음과 같이 정의된다.

$$E_a = \frac{|A_m - A_t|}{A_t} \quad (12)$$

여기서 A_m 과 A_t 는 각각 파 진폭의 관측값과 목표값이다. 격자크기는 $\Delta x = \Delta y = L/10$ 로 하였다. 제1형식과 제2형식 조파의 경우 평균절대오차는 파향각이 $\theta = 0^\circ$ 일 때 $E_a = 0.062$ 로 최소이며, 여기서 θ 는 축과 이루는 파향각이다. 절대오차의 평균값은 파향각이 증가함에 따라 증가하고 $\theta = 36^\circ$ 일 때 최대값이 되었다. 반면, 파향각이 더 클 때 오차가 감소하였다. 제3형식 조파에서는 절대오차의 평균값이 $\theta = 0^\circ$ 일 때 최대가 되었다. 절대오차의 평균값은 파향각이 증가함에 따라 감소하다가 $\theta = 45^\circ$ 일 때 $E_a = 0.042$ 의 최소값으로 나왔다. 제1, 2형식 조파의 경우 절대오차의 평균값이 $\theta = 36^\circ$ 까지 파향각이 증가할수록 오차가 증가하나 제3형식 조파의 경우 오차가 감소하였다. 이는 제1, 2형식의 경우 두 조파선이 만나는 점 바깥의 조파점에서 생성된 에너지가 계산영역의 안으로 전파되어 결국 test area에 도달한 에너지가 목표치 이상으로 과다하여 발생한 것으로 판단된다. 다른 형식의 경우에 비해 제1형식 조파의 경우 절대오차의 평균값이 $\theta = 0^\circ$ 일 때 오차가 특히 크게 나왔다. 이는 제1형식 조파의 경우 조파선이 스폰지

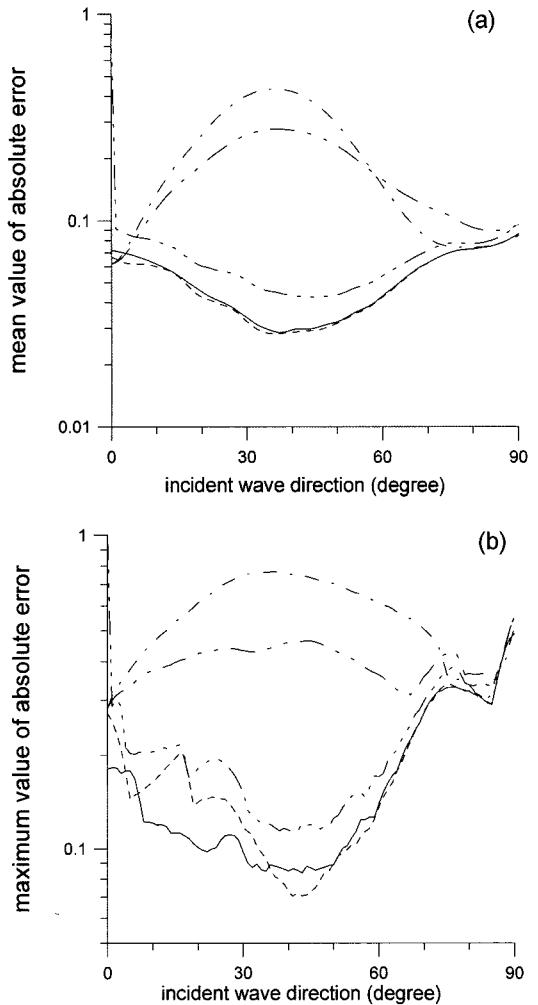


Fig. 5. Absolute error versus incident wave direction for five types of wave generation layouts ($L/\Delta x=10$): (a) mean value of absolute error, (b) maximum value of absolute error. Line definitions: dash-dotted line: first type, dash-dot-dotted line: second type, dash-dot-dot-dotted line: third type, dashed line: fourth type ($R=5L$), solid line: fifth type ($R=5L$).

층까지 빠져 있지 않아 파량이 전파하면서 스폰지 층에서 에너지가 흡수되면서 회절이 크게 발생하여 test area에 이르러서는 에너지가 많이 감소하여 발생한 것으로 판단된다. 제4형식과 제5형식에서는 $\theta = 0^\circ$ 에서 절대오차의 평균값이 각각 $E_a = 0.09$ 와 $E_a = 0.072$ 로 나타났다. 절대오차의 평균값은 파향각이 증가함에 따라 감소하다가 제4, 5형식에서 각각 파향각이 $\theta = 36^\circ$ 와 $\theta = 37^\circ$ 일 때 $E_a = 0.028$ 과 $E_a = 0.029$ 의 최소값으로 나타났다. 5가지 조파형식에

대한 평균오차들을 비교한 결과 곡선조파를 사용한 제4, 5형식의 경우 특히, $\theta=36^\circ$ 부근에서 가장 작은 오차가 나왔다. Fig. 4(a)~(e)의 test area에서 측정된 입사파향 별 절대오차의 최대값을 Fig. 5(b)에서 도시하였다. 절대오차의 최대값은 Fig. 4(a)에 제시된 절대오차의 평균값과 유사한 경향을 나타내었다.

Fig. 6(a)은 $L/\Delta x=10$ 와 $L/\Delta x=20$ 의 경우 제4, 5형식 사이에 절대오차의 평균값을 비교한 그림이다. $L/\Delta x=20$ 의 격자크기가 작은 경우 제5형식을 사용하면 대부분의 입사파향에서 제4형식보다 오차가 작게 나왔다. 제5형식의 경우 파향각이 $\theta=35^\circ$ 일 때 $E_a=0.011$ 로 절대오차의 평균값이 최소가 되었다. 절대오차의 평균값은 다방향파를 생성하는데 충분히 넓은 $\theta=3^\circ$ 에서 $\theta=54^\circ$ 까지의 범위에서 $E_a=0.02$ 이 하로 나타났다. Fig. 6(b)는 $L/\Delta x=10$ 과 $L/\Delta x=20$ 의 경우 제4, 5형식 사이에 절대오차의 최대값을 비교한 그림이다. $L/\Delta x=20$ 인 경우 제5형식을 사용하면 입사파가 어느 방향에서도 제4형식보다 오차가 작게 나왔다. 제5형식의 경우 파향각이 $\theta=18^\circ$ 일 때 $E_a=0.046$ 으로 절대오차의 최대값이 최소가 되었다. 절대오차의 최대값이 다방향파를 생성하는데 충분히 넓은 $\theta=6^\circ$ 에서 $\theta=50^\circ$ 까지의 범위에서 $E_a=0.07$ 로 나타났다. 그러므로, 제5형식의 곡선조파기법을 쓰고, 격자크기가 작은 경우에 가장 작은 오차가 발생한다고 결론지을 수 있다.

일방향의 규칙파 또는 불규칙파의 경우 최선의 조파기법은 좌우 경계를 잇는 일직선 조파선을 사용하고 조파선 뒤에 스폰지 층을 쓰는 방법일 것이다. 그러나, 다방향파의 경우 이 방법으로는 좋은 결과를 얻지 못할 것이다. 경사진 입사파의 전파는 마치 반무한방파제의 회절 현상과 같아서 경사각이 클수록 오차가 크게 나온다. 현재 용역사에서 쓰는 방법은 입사각에 따라 매번 $\theta=0^\circ$ 가 되게끔 계산영역을 재배치하여 수치해석 하는 것으로 알고 있다. 이러한 방법은 다방향 불규칙파를 재현하는데 문제가 있는 방법이라고 판단된다. 그런데, 본 연구에서 개발된 제5형식 조파기법을 쓰면 입사파향에 상관없이 계산영역을 하나로 고정하고 입사각의 주 방향을 $\theta=37^\circ$ 로 하면 파행각이 $\theta=37^\circ \pm 17^\circ$ (즉, $20^\circ \leq \theta \leq 54^\circ$) 구간에서 평균오차가 2% 이하이고 최대오차도 7% 이하가 된다.

다음에는 제4형식의 곡선조파을 쓸 경우 충분히 작은 오차를 얻기 위해서는 곡률반경을 어느 정도로 크게 해야 하는지 찾는 실험을 수행하였다. 계산영역의 실험대상 영역을 Fig. 7에 도시하였다. 곡선의 반경은 0에서 5L까-

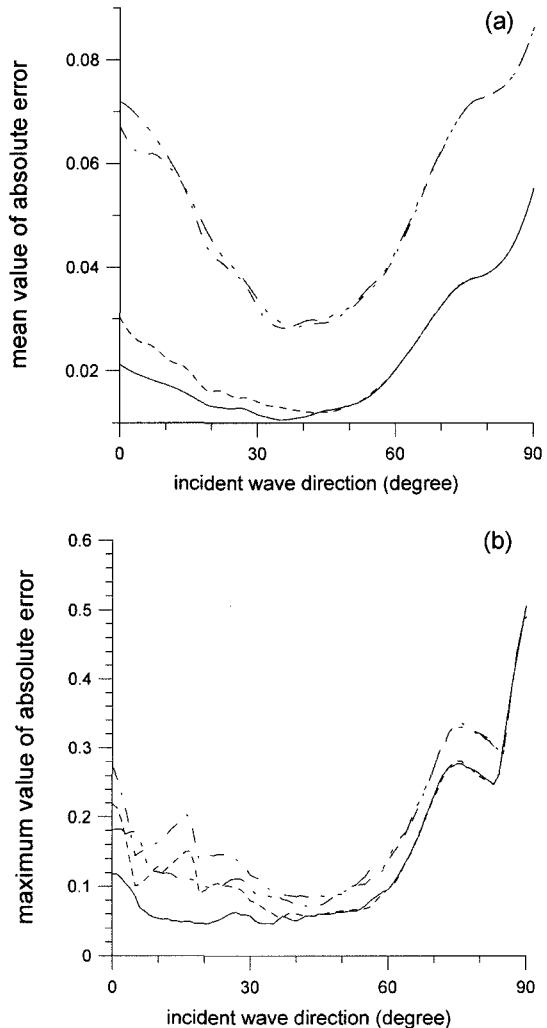


Fig. 6. Absolute error versus incident wave direction for the fourth and fifth types of wave generation layouts: (a) mean value of absolute error, (b) maximum value of absolute error. Line definitions: dashed line: the fourth type ($L/\Delta x=20$), solid line: the fifth type ($L/\Delta x=20$), dash-dotted line: the fourth type ($L/\Delta x=10$), dash-dot-dotted line: the fifth type ($L/\Delta x=10$).

지 변하도록 하였다. 입사파의 방향은 $0^\circ, 10^\circ, 20^\circ, 30^\circ, 40^\circ, 45^\circ, 50^\circ, 60^\circ, 70^\circ, 80^\circ, 90^\circ$ 가 되도록 바꾸었다. Fig. 8(a),(b)에 각각 R/L 에 대한 절대오차의 평균값과 최대값을 도시하였다. 그림을 살펴보면 곡률반경이 $R=5L$ 일 때 절대오차가 입사파의 방향에 상관없이 충분히 작은 걸 알 수 있다.

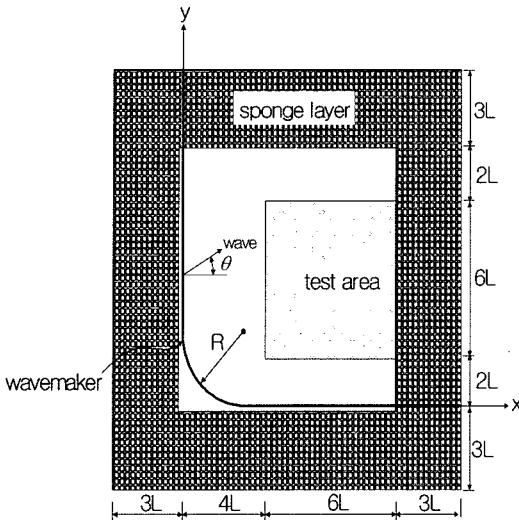


Fig. 7. Computational domain for determining optimum values of the radius of the wave generation arc.

3.3 일정 경사의 수심에서 파랑의 굴절과 천수

수심이 변하는 해역에서 파랑의 조파가 제대로 되는지 확인하기 위해서, 일정 경사의 수심을 가지는 평면에서 비스듬히 진행하는 파랑에 대해서 실험을 수행하였다. 이러한 파랑은 천수뿐 아니라 굴절변형을 일으킬 것이다. 이러한 현상은 굴절과 천수계수를 사용하여 정확하게 예측될 수 있다.

다섯 가지 조파형식 중 제3, 4, 5형식을 사용하였다. 예를 들면, Fig. 9는 제5형식을 사용한 계산영역을 보여준다. 파의 주기는 10초이다. 심해와 해안선의 경계에서의 수심은 각각 156m와 2m이다. 심해에서의 입사 파향각은 $\theta=30^\circ$ 이다. 조파선과 곡선위에서 파향 θ 와 진폭 a' 는 다음 식에 의해 결정된다.

$$C \sin \theta = C_0 \sin 30^\circ \quad (13)$$

$$a' = a_0 K_s K_r \quad (14)$$

여기서 아래첨자 0은 심해를 의미하고 K_s 와 K_r 은 각각 선형의 천수계수와 굴절계수를 의미한다. 격자크기는 $\Delta x = \Delta y = 5\text{ m}$ 이고, 이 크기는 $L_{\min}/\Delta x = L_{\min}/\Delta y = 9$ 로 수치해의 공간적 해상도를 확보하였다. 시간간격은 Courant 수의 최소값이 $C_r = C_e \Delta t / \Delta x = 0.1$ 로 하여 안정한 수치 해를 얻을 수 있게 하였다. 6개의 횡단면에서 파랑의 진폭을 관측하였다. 1번 단면부터 3번 단면까지 표

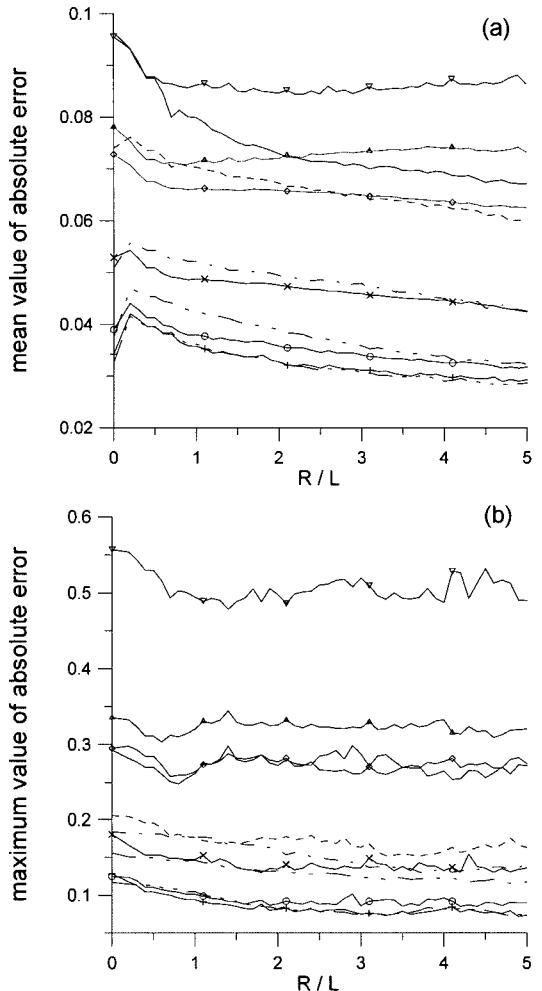


Fig. 8. Absolute error versus using the fourth type of wave generation layout: (a) mean value of absolute error, (b) maximum value of absolute error. Line definitions: solid line: $\theta=0^\circ$, dashed line: $\theta=10^\circ$, dash-dotted line: $\theta=20^\circ$, dash-dot-dotted line: $\theta=30^\circ$, dash-dot-dot-dotted line: $\theta=40^\circ$, solid line with +: $\theta=45^\circ$, solid line with O: $\theta=50^\circ$, solid line with x: $\theta=60^\circ$, solid line with ◇: $\theta=70^\circ$, solid line with △: $\theta=80^\circ$, solid line with ▽: $\theta=90^\circ$.

시된 단면은 해안선에 직각 방향으로 두었고 4번 단면부터 6번 단면까지 표시된 단면은 해안선에 평행한 방향으로 두었다.

Fig. 10에 $t=50T$ 시각에서의 수위변위 이미지를 도시하였다. 여기서 T 는 파의 주기이다. 초기에 깊은 쪽에서 파향각이 30° 였던 파향선은 굴절의 영향으로 천해로 진행하

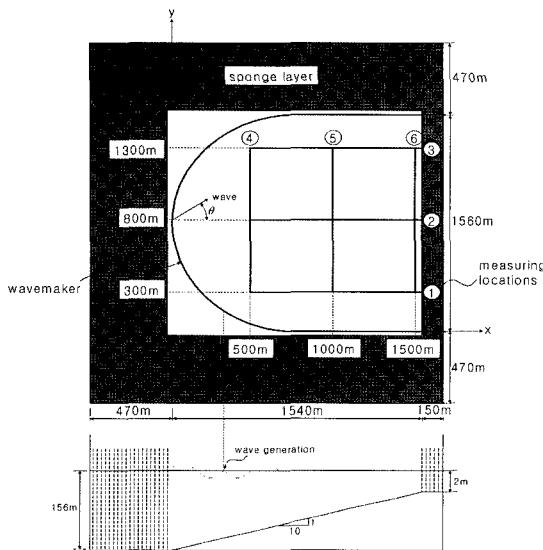


Fig. 9. Computational domain for testing waves propagating obliquely on a planar slope using the fifth type of wave generation layout.

면서 각도가 작아지는 것을 볼 수 있다. Fig. 11에 6개의 단면에서 파고의 관측값을 염밀해와 비교하였다. 수치해가 아래·위로 요동치듯이 바뀌는 것은 서로 인접한 조파점에서 생성된 파랑에너지가 완전하게 연속적이지 못한 것이 주요한 원인이고, 또한 스폰지 층에서의 에너지 흡수가 완벽하지 못한 것도 그 원인인 것으로 판

단된다. 제5형식 조파기법을 쓰면 모든 단면에서 가장 정확한 해가 나온 반면, 제3형식 조파기법을 쓰면 오차가 가장 크게 나왔다.

3.4 반무한 방파제에서 파랑의 회절

다음 실험은 평평한 바닥위의 반무한 방파제에 진행하는 파랑에 대해 수행하였다. 방파제를 향해 진행하는 입사파의 일부는 구조물에 의해 반사되며, 나머지는 방파제 옆을 통과한다. 파의 회절은 방파제의 배후지역에서 기하학적으로 밝은 영역과 어두운 영역사이에서 보인다. 또한, 회절은 방파제 전면해역에서 통과영역과 반사영역 사이에서 나타난다.

제3.2절과 제3.3절에서의 수치실험 결과 제5형식의 조파기법이 최선의 결과를 준다는 것을 알 수 있었다. 본 실험에서는 제5형식 조파선을 사용하여 수치실험을 수행하였다. 원호형 조파선의 곡률반경을 파장의 5배인 605 m로 하였다. Fig. 12에 계산영역을 도시하였다. 파의 주기는 10초이고, 수심은 20 m이다. 따라서, 상대수심은 $kh=0.33\pi$ 로 중간수심이다. 입사파향은 x 축으로부터 $\theta=-45^\circ$ 와 $\theta=-0^\circ$ 이다. 격자간격은 $\Delta x=\Delta y=5$ m이고 시간간격은 Courant number가 $C_r=C_e \Delta t / \Delta x = 0.120$ 되게 결정하였다. 방파제의 전면 해역과 배후 지역에 위치한 1번 단면과 2, 3번 단면에서 파의 진폭은 측정하였다. 계산된 파의 진폭을, Sommerfeld(1896)의 해를 사용하여 Helmholtz식을 끈 Penney and Price(1952)의 염밀해와 비교하였다. Fig. 13는 반무한 방파제에 $\theta=-45^\circ$ 로 진행하는 수면변위의 염밀

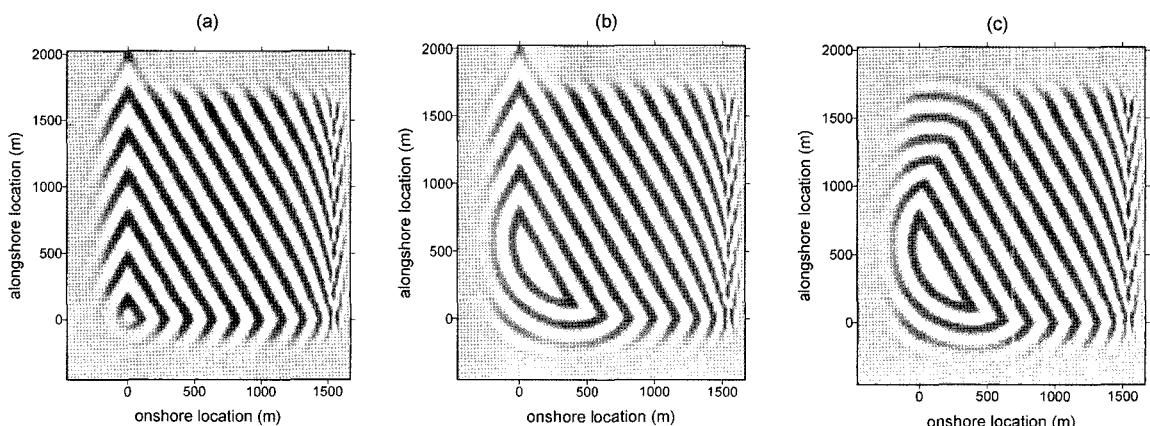


Fig. 10. Image of computed water surface elevations of waves propagating initially at an angle of $\theta=30^\circ$ on a planar slope: (a) third layout type, (b) fourth layout type, (c) fifth layout type.

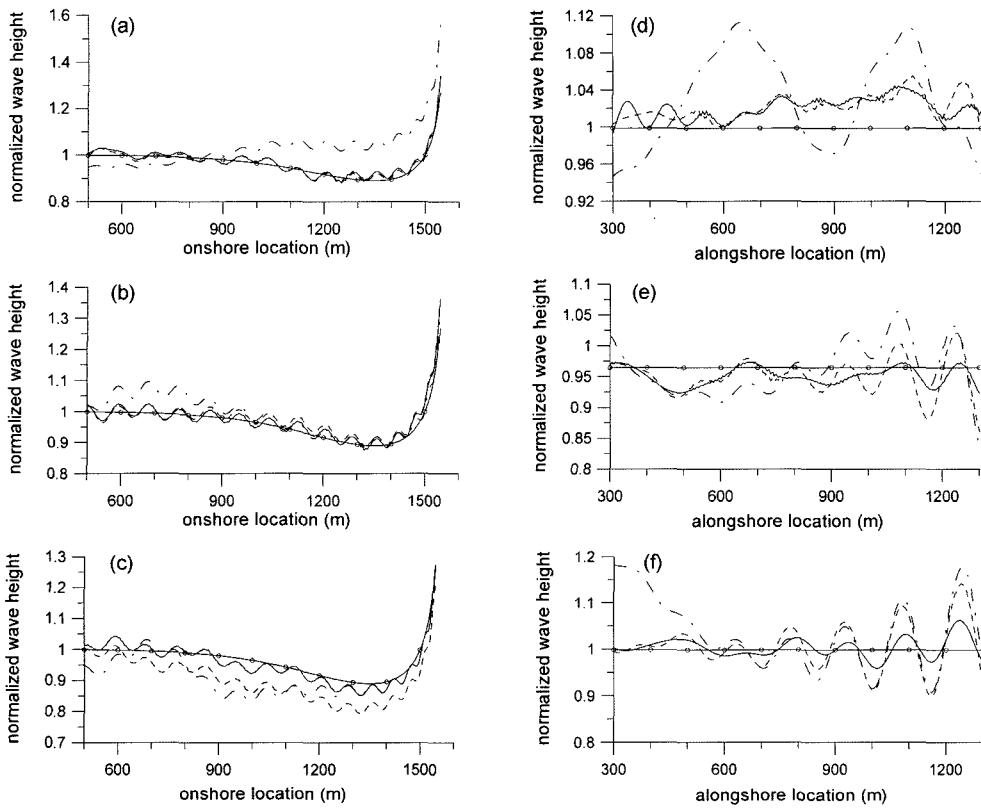


Fig. 11. Comparison of normalized wave heights on the transects: (a) section 1, (b) section 2, (c) section 3, (d) section 4, (e) section 5, (f) section 6. Line definitions: dash-dotted line: third layout type, dashed line: fourth layout type, solid line: fifth layout type, solid line with O: exact solution.

해와 수치해의 이미지를 보여주며, 수치해는 엄밀해와 잘 일치하였다. 파랑에너지는 회절 때문에 방파제의 기하학적 차폐영역으로 퍼져나갔다. 또한, 방파제에 의해 반사되는 파랑에너지는 방파제의 전면으로 퍼져갔다. $\theta=-45^\circ$ 에서 파의 엄밀해에 대한 3개의 단면에서 무차원 파고의 수치해와 비교하여 Fig. 14(a)에 제시하였다. 방파제의 배후면에서 회절파의 경우 Fig. 14(b)~(c)에서 제시된 수치해와 엄밀해가 일치하였다. 방파제 전면에서, Fig. 14(a)에 제시된 수치해와 엄밀해는 약간 차이를 보인다. 방파제 전면에 반사파가 있는 경우 위상이 중요한 인자이다. 여기에 제시된 실험에서 파장과 격자크기의 비율이 $L/\Delta x=24$ 로 해상도가 충분하다. 그러나, 방파제 앞에서는 더 정확한 해를 위해 해상도가 더 필요한 것으로 판단된다.

Fig. 15는 반무한 방파제에 $\theta=0^\circ$ 로 진행하는 파의 수면변위에 대한 엄밀해와 수치해의 이미지를 도시한 그림이다. 수치해가 특히 방파제 앞면에서 엄밀해와 잘 일치

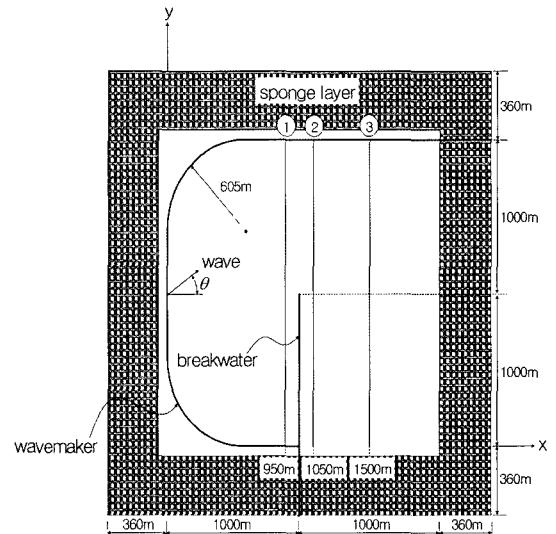


Fig. 12. Computational domain for testing diffraction of waves to a semi-infinite breakwater.

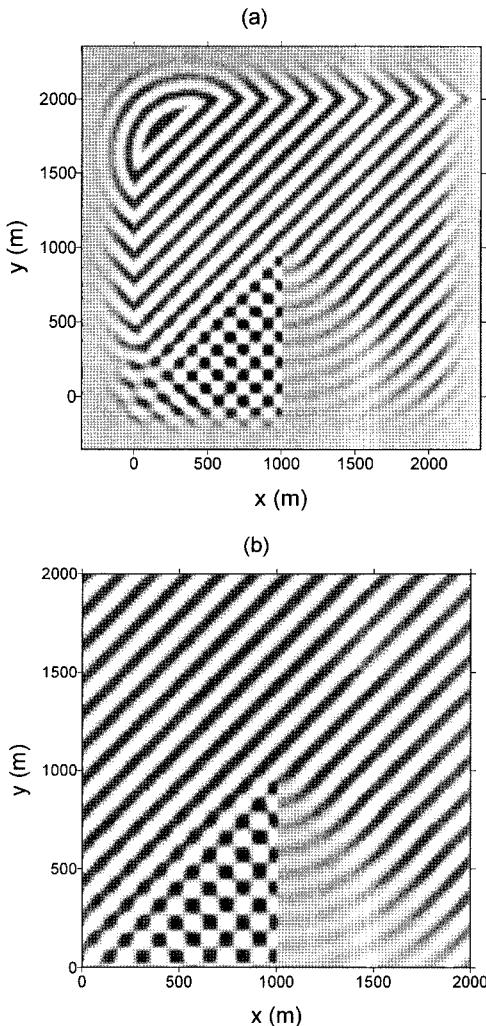


Fig. 13. Image of water surface elevations of waves propagating at $\theta = -45^\circ$ to a semi-infinite breakwater: (a) numerical solution, (b) exact solution.

하지 않았다. 따라서, 계산영역을 반시계방향으로 45° 돌리고, 파는 회전영역에서의 x 축인 x' 축에서 $\theta' = 45^\circ$ 로 진행하도록 생성하였다. Fig. 16(a)에 계산영역을 도시하였다. Fig. 16(b)에서 수면변위의 수치해는 Fig. 15(a)에서 보여진 수치해보다 Fig. 15(b)에서 보여 진 엄밀해에 더 가깝게 나왔다.

Fig. 17은 $\theta = 0^\circ$ 에서 3개의 단면에서 무차원 파고의 수치해와 엄밀해를 비교한 그림이다. 실험영역을 45° 회전할 때의 수치해는 (특히, 단면의 가장자리에 가까운 곳에서) 회전하지 않을 때 구한 해보다 더 정확한 결과를 산출하였다. 이는 회전한 경우 곡선의 조파선이 단면의 가장자

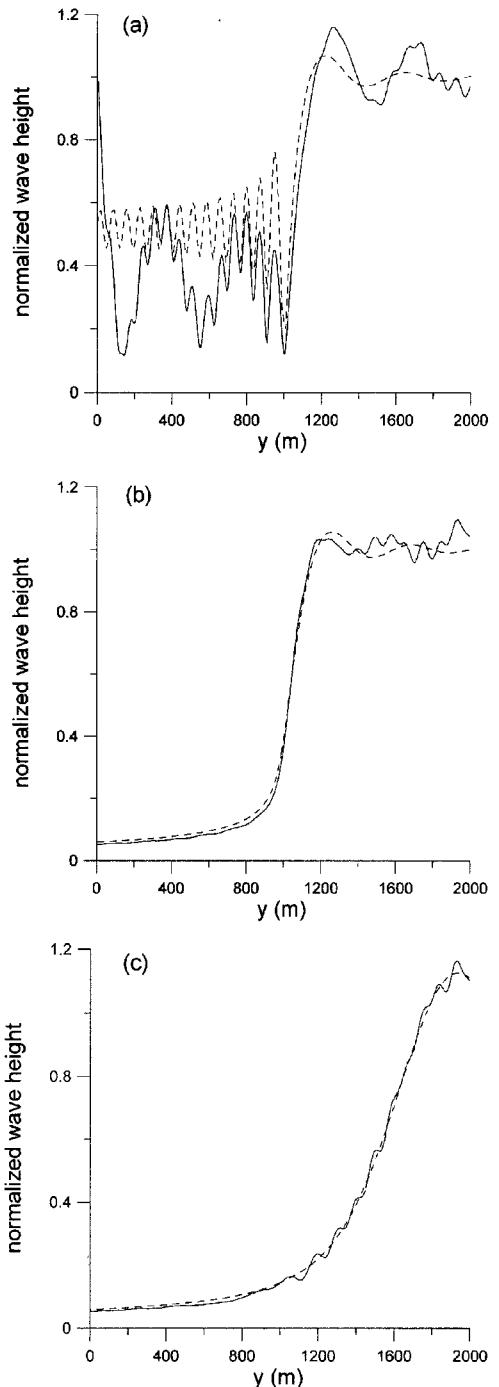


Fig. 14. Comparison of the numerical solution to the exact solution of normalized wave height for waves propagating at $\theta = -45^\circ$ to a semi-infinite breakwater: (a) section 1, (b) section 2, (c) section 3. Line definitions: solid line: numerical solution, dashed line: exact solution.

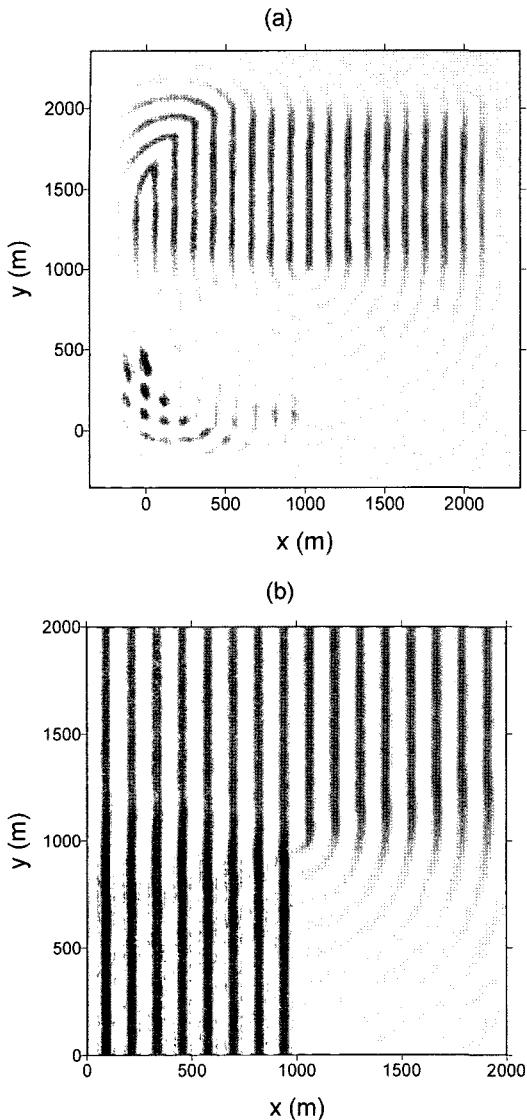


Fig. 15. Images of water surface elevations of waves propagating at $\theta=0^\circ$ to a semi-infinite breakwater: (a) numerical solution, (b) exact solution.

리와 많이 떨어져 있는 반면, 회전하지 않은 경우에는 곡선 조파선은 가장자리 가까운 곳에 위치하기 때문이다.

4. 결 론

선 조파기법을 사용하여 직교좌표계의 곡선위에서 내부조파하는 방법을 개발하였다. Suh et al.(1997)의 확장형 완경사 방정식을 사용하여 수치실험을 수행하였다. 실

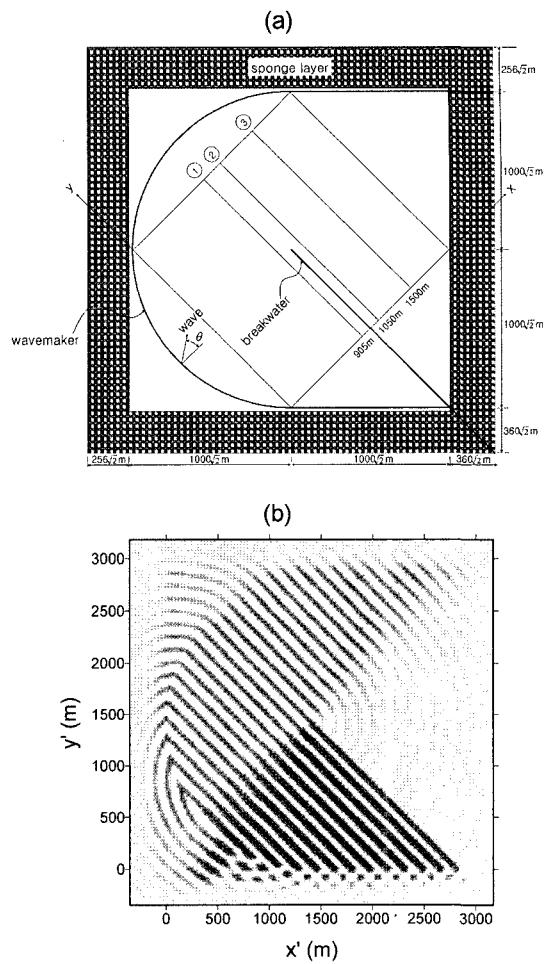


Fig. 16. (a) Computational domain rotated 45° counterclockwise, (b) image of numerical solution of water surface elevations.

험은 수평 2차원 평면 공간에서 5개의 다른 조파형식에 대해 수행되었다. 제1형식부터 제3형식까지는 직선 조파선을 사용한 방법으로써 2개의 직교선으로 구성된다. 제4형식은 사분원에 연결된 2개의 직교선으로 구성된다. 제5형식은 반원에 연결된 2개의 평행한 선으로 구성된다. 수치실험을 일정수심에서의 파랑의 전파, 일정경사를 가지는 평면에서의 굴절과 천수, 반무한 방파제에서의 회절의 경우에 수행하였다. 제5형식 조파기법을 사용하면 특히, 작은 격자크기에서 가장 좋은 해를 얻을 수 있었다. 선 조파기법에서의 원호형 조파기법은 원천함수기법에도 응용할 수 있으며, 임의의 격자체계를 사용하는 유한요소법으로 확장할 수 있을 것이다.

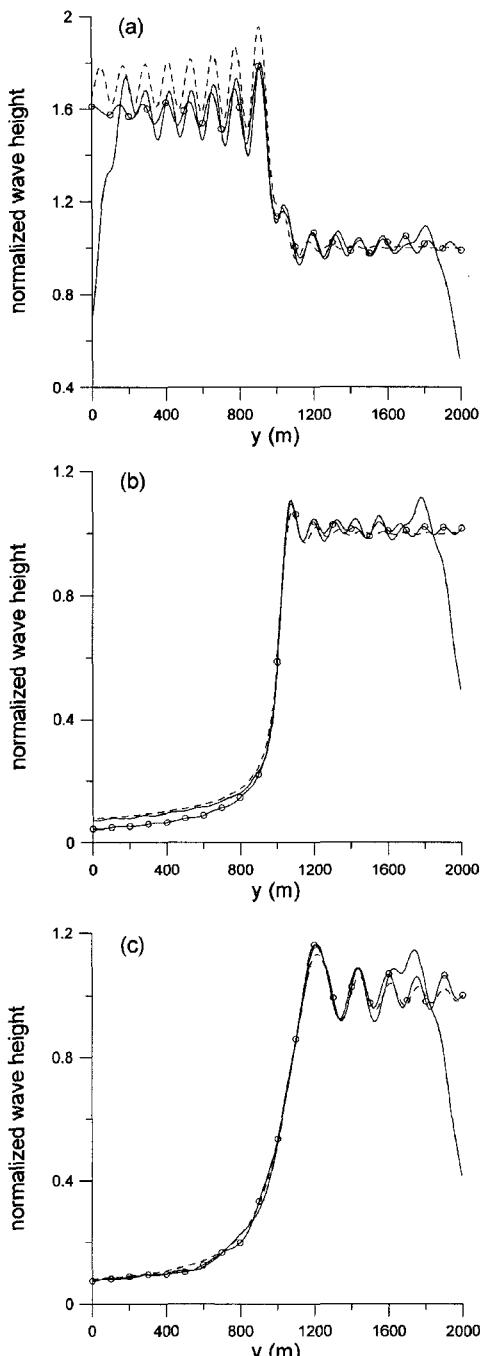


Fig. 17. Comparison of the numerical solution to the exact solution of normalized wave height for waves propagating at $\theta=0^\circ$ to a semi-infinite breakwater: (a) section 1, (b) section 2, (c) section 3. Line definitions: solid line with O: numerical solution with rotation, solid line: numerical solution without rotation, dashed line: exact solution.

감사의 글

본 연구는 (주)대영엔지니어링과 같이 수행한 산학연 공동기술개발 컨소시엄 과제인 “항만 설계파 제원 및 항내 정온도 산정기술 개발”과 (주)해인E&C와 같이 수행한 민간기업 연구용역 과제인 “항만정온도 평가를 위한 비선형 불규칙파랑 수치모형 개발 연구용역”의 지원을 받아 수행하였습니다. 두 업체의 지원에 감사드립니다.

참고문헌

- Kim, G., Lee, C. and Suh, K.D. (2004). Generation of incident random waves in numerical mild-slope equation models using a source function method. Proceedings of 2nd Int. Conf. on Asian and Pacific Coasts, Makuhari.
- Kirby, J.T., Lee, C. and Rasmussen, C. (1992). Time-dependent solutions of the mild-slope wave equation. Proceedings of 23rd Int. Conf. on Coastal Eng., Venice, 391-404.
- Larsen, J. and Dancy, H. (1983). Open boundaries in short wave simulations - a new approach. Coastal Eng., 7, 285-297.
- Lee, C., Cho, Y.-S. and Yum, K. (2001). Internal generation of waves for extended Boussinesq equations. Coastal Eng., 42, 155-162.
- Lee, C., Kim, G. and Suh, K.D. (2003). Extended mild-slope equation for random waves. Coastal Eng., 48, 277-287.
- Lee, C. and Suh, K.D. (1998). Internal generation of waves for time-dependent mild-slope equations. Coastal Eng., 34, 35-57.
- Madsen, P.A. and Larsen, J. (1987). An efficient finite-difference approach to the mild-slope equation. Coastal Eng., 11, 329-351.
- Nwogu, O. (1993). Alternative form of Boussinesq equations for nearshore wave propagation. J. of Waterway, Port, Coastal and Ocean Eng., 119, 618-638.
- Penney, W.G. and Price, A.T. (1952). The diffraction theory of sea waves by breakwaters and the shelter afforded by breakwaters. Phil. Trans. of Royal Society of London, Series A, 244, 236-253.
- Peregrine, D.H. (1967). Long waves on a beach. J. Fluid Mech., 27, 815-827.
- Radder, A.C. and Dingemans, M.W. (1985). Canonical equations for almost periodic, weakly nonlinear gravity waves. Wave Motion, 7, 473-485.
- Sommerfeld, A. (1896). Mathematische theorie der diffraction.

- Mathematische Annalen, 47, 317-374.
- Suh, K.D., Lee, C. and Park, W.S. (1997). Time-dependent equations for wave propagation on rapidly varying topography. Coastal Eng., 32, 91-117.
- Wei, G., Kirby, J.T. and Sinha, A. (1999). Generation of waves

in Boussinesq models using a source function method
Coastal Eng., 36, 271-299.

Received July 1, 2005

Accepted November 23, 2005