

# 공간적 전파전파 특성을 고려한 MIMO 안테나에 적용한 OFDM 전송 채널의 에르고딕 용량 분석

## Ergodic Capacity Analysis of OFDM Transmission Channel Applied to the MIMO Antennas Considering Spatial Propagation Property

김 창 중 · 이 호 경

Chang-Joong Kim · Ho-Kyoung Lee

### 요 약

본 논문에서는 공간적 전파전파 특성을 고려한 MIMO 안테나에 적용한 OFDM 전송 채널 모델을 사용하여, 채널의 에르고딕 용량을 계산하고 그 특성에 대해 논의한다. 특히 3GPP TR 25.966 V6.1.0에 정의되어 있는 case 1의 LOS off 채널의 에르고딕 용량을 구하고, 클러스터 각 퍼짐과 도착 각도(Angle Of Arrival: AOA)의 차이에 따른 채널 용량 변화를 고찰한다. 연구 결과 클러스터 각 퍼짐의 증가에 따라 채널 용량이 증가하며, 35도 이상에서는 큰 증가가 없는 것을 볼 수 있었다.

### Abstract

In this paper, we use the OFDM transmission channel model applied to the MIMO antennas considering spatial propagation property to evaluate and investigate the ergodic capacity of the channel. Specially, we have applied our results to 3GPP TR 25.99 V1.1.0 case 1 LOS off channel description and calculated ergodic capacity with parameters, cluster angle spread and angle of arrival(AOA). Our results show that as the cluster angle spread increase the channel capacity increase until 35 degree, but for more than 35 degree channel capacity does not improved.

Key words : MIMO, OFDM, Spatial Propagation Property, Channel Model, Ergodic Capacity

### I. 서 론

고속 대용량 멀티미디어 자료를 무선으로 전송하고자 하는 욕구가 급증하면서 광대역 무선 채널의 용량을 증대시킬 수 있는 전송 기법에 대한 관심이 고조되고 있다. 광대역 무선 채널에 존재하는 페이딩 현상은 채널 용량을 저하시키는 주된 요인이다. 특히 페이딩 성분 간의 시공간적인 상관도를 보상하기 위해서는 다중 송수신(Multiple Input Multiple Output: MIMO) 안테나 기법<sup>[1],[2]</sup>이 사용되며, 주파수 선택성을 보상하기 위해서는 직교 주파수 분할 방식(Orthogonal Frequency Division Multiplex-

ing: OFDM)<sup>[3]</sup>이 사용된다. 따라서 MIMO-OFDM 기법<sup>[4]</sup>은 초고속 무선 광대역 전송에 매우 적합하다.

본 논문에서는 참고문헌 [5]에 소개된 MIMO-OFDM 환경의 공간적 특성을 고려한 채널 모형과 채널 용량 분석 결과를 사용하여 3GPP TR 25.996 V6.1.0<sup>[6]</sup>에 정의되어 있는 case 1의 LOS off 채널의 에르고딕 용량을 구하고, 클러스터 각 퍼짐과 도착 각도(Angle Of Arrival: AOA)의 차이에 따른 채널 용량의 변화를 고찰한다.

### II. 기존 연구 결과

II 장에서는 참고문헌 [5]의 MIMO-OFDM 공간

「이 논문은 정보통신 연구진흥원의 IT 기초기술연구사업의 지원으로 이루어졌음.」

홍익대학교 전자전기공학부(School of Electronics and Electrical Engineering, Hongik University)

· 논문 번호 : 20051206-140

· 수정완료일자 : 2006년 3월 10일

채널 모형과 채널 용량 분석 결과를 요약한다.

### 2-1 광대역 MIMO 공간 채널 모형

무선 채널 모형에는 고전적인 채널 모형과 현대적인 채널 모형이 있으며, 이 둘 사이의 가장 큰 차이는 공간적 특성의 반영 여부이다. 고전적 채널 모형들은 신호 전력 수준 분포와 수신 신호의 도플러 확산에 대한 정보를 제공하는 반면, 공간적 특성은 포함하지 않는 경우가 많았다. 그러나 고속 대용량 무선 전송에서 채널의 공간적인 특성은 채널 용량에 큰 영향을 미친다. 따라서 이는 무선 전송 시스템의 설계에도 큰 영향을 미친다. 이러한 이유로 현대적인 공간 채널 모형들은 고전적인 채널 모형에 시간 지연 확산, 도착 각도(Angle-Of-Arrival: AOA), 적응형 배열 안테나 결합 구조(geometry)와 같은 부가적인 개념들을 더하여 만들어진다.

광대역 무선 채널 환경에서 단일 반송파 통신을 할 경우에는 심볼 시간이 지연 확산(delay spread)에 비해 상대적으로 작아지기 때문에 채널이 주파수 선택적인 페이딩을 겪게 된다. 이때 OFDM 기법을 사용하여 심볼 시간을 길게 하면, 주파수 선택적인 페이딩 채널을 여러 개의 주파수 비선택적인 부채널들로 변환하여 취급할 수 있게 된다. 그러므로 다중 반송파를 사용하는 OFDM의 채널 모형은 여러 개의 부반송파 채널 모형(단일 반송파 채널 모형)을 사용하여 표현될 수 있다. 마찬가지로 OFDM을 적용한 MIMO 안테나 공간 채널 모형은 단일 반송파를 사용하는 여러 개의 MIMO 안테나 공간 채널 모형을 사용하여 표현할 수 있다. 그러므로 본 절에서는 주로 단일 반송파 MIMO 안테나 공간 채널 모형을 다룬다.

공간적 특성을 포함하는 MIMO 안테나 공간 채널 모형은 다음과 같다. 이 채널 모형에서는 가입자 단말기(Subscriber Unit: SU)가 국지적 산란체(local scatterer)에 둘러싸여 있기 때문에 SU 안테나 사이에는 공간적으로 상관관계가 없다고 가정한다. 반면에 송수신 기지국(Base Transceiver Station: BTS)은 충분히 높은 자리에 위치하고 있으며, 국지적 산란체에 둘러싸여 있지 않다고 가정한다. 그러므로 BTS 안테나 사이에는 공간적 상관성이 존재하며,

이 상관 관계는 BTS 안테나 간격과 각 퍼짐(angle spread)에 의해 결정된다. 본 연구에서 사용된 모형은 채널의 전력 지연 프로파일을 포함하지만, 색도잉 효과는 무시한다. 이후의 내용들은 편의상 업링크의 경우에 제한하기로 한다. 이 결과들은 다운링크의 경우에도 비슷하게 적용될 수 있기 때문이다.

다음은  $M_T$ 개의 송신 안테나(SU 안테나)와  $M_R$ 개의 수신 안테나(BTS 안테나)를 사용하는 시스템을 가정했을 때의 채널 모형에 대한 설명이다. 주요 국지 산란체 클러스터(local scatterer cluster)들의 개수가  $L$ 개라고 하고, 국지 산란체 클러스터 내의 시간 지연이 동일하다고 가정할 때, MIMO 시스템의 수신 신호는 식 (1)과 같이 표현된다.

$$\mathbf{y}[n] = \sum_{l=0}^{L-1} \mathbf{H}_l \mathbf{x}[n-l] \quad (1)$$

여기서  $\mathbf{x}[n]$ 은  $n$ 번째  $M_T \times 1$ 의 이산 시간 송신 신호 벡터이고,  $\mathbf{y}[n]$ 은  $M_R \times 1$ 의 수신 신호 벡터이며,  $\mathbf{H}_l$ 은  $M_R \times M_T$ 의 복소 난수 행렬로  $l$ 번째 탭의 이산 시간 MIMO 페이딩 채널 임펄스 응답을 나타낸다. 그리고  $\mathbf{H}_l$ 의 원소들은 각각 평균이 0인 원형 대칭 복소 가우시안 확률 변수이다. 따라서 페이딩 진폭은 레일리 분포를 가지게 된다. 본 논문에서는 서로 다른 산란체 클러스터 간 상관 관계가 전혀 없는 상황을 고려하고 있다. 즉  $l$ 번째 경로와  $l'$ 번째 경로의 채널 임펄스 응답들이 서로 비상관적인 상황을 고려하고 있다. 이를 수식으로 표현하면

$$E[\text{vec}\{\mathbf{H}_l\}\text{vec}^H\{\mathbf{H}_{l'}\}] = \mathbf{0}_{M_R M_T} \text{ for } l \neq l' \quad (2)$$

가 된다. 여기서  $\text{vec}\{\mathbf{H}_l\} = [\mathbf{h}_{l,0}^T \ \mathbf{h}_{l,1}^T \ \dots \ \mathbf{h}_{l,M_T-1}^T]^T$ 이며,  $\mathbf{h}_{l,k} = [h_{l,k}^{(0)} \ h_{l,k}^{(1)} \ \dots \ h_{l,k}^{(M_R-1)}]^T$ 로 써  $\mathbf{H}_l$ 의  $k$ 번째 열이고,  $\mathbf{0}_{M_R M_T}$ 는 크기가  $M_R M_T \times M_R M_T$ 인 0 행렬이다. 또한 본 논문에서는 페이딩의 통계적 특성이 모든 송신 안테나에 대해 동일하다고 가정하였다. 즉  $\mathbf{h}_{l,k}$ 의 상관 행렬  $\mathbf{R}_{l,k} = E[\mathbf{h}_{l,k} \mathbf{h}_{l,k}^H]$ 은  $k$ 에 독립적이라고 가정하였다. 그러므로 이후의 논의에서는  $\mathbf{R}_{l,k}$ 를  $\mathbf{R}_l$ 로 표기할 것이며,  $\mathbf{H}_l$ 은 식 (3)과 같이 표현된다.

$$\mathbf{H}_l = \mathbf{R}^{1/2} \mathbf{H}_{w,l}, \quad l=0,1,\dots,L-1 \quad (3)$$

여기서  $\mathbf{H}_{w,l}$ 은 평균이 0이고 분산이 1인 i.i.d. 복소 가우시안 확률 변수를 원소로 가지는 비상관적인  $M_R \times M_T$  행렬이다. 일반적으로  $\mathbf{R}_l$ 은  $l$ 번째 산란체 클러스터에서 BTS로 향하는 평균 AOA  $\bar{\theta}_l$ , 각 퍼짐  $\delta_l$ , 상대적 안테나 간격  $\Delta$ 와 같은 채널의 공간적 특성과 경로 이득  $\sigma_l^2$ (채널의 전력 지연 프로파일로부터 얻어짐)에 의해서 결정된다<sup>[5]</sup>. 특히, BTS와 SU 양단에서 안테나들이 균등 선형 배열되어 있다고 가정하고, 각 퍼짐  $\delta_l$ 이 작다고 가정하면,  $\mathbf{R}_l$ 은 식 (4)와 같아진다<sup>[5]</sup>.

$$[\mathbf{R}_l]_{m,n} = \sigma_l^2 e^{-j2\pi(m-n)\Delta \cos(\bar{\theta}_l)} e^{-(1/2)(2\pi(m-n)\Delta \sin(\bar{\theta}_l)\sigma_{\theta})^2} \quad (4)$$

여기서 상대적 안테나 간격  $\Delta$ 는  $d/\lambda$ 이며,  $d$ 는 안테나간 절대 간격을 나타내고,  $\lambda = c/f_c$ 는 중심 주파수가  $f_c$ 인 협대역 신호의 파장을 나타낸다.

### 2-2 MIMO-OFDM 채널의 용량 분석

본 절에서는 MIMO 안테나를 이용한 OFDM 방식의 채널 용량 분석 결과를 기술한다. OFDM의 부반송파 개수가  $N$ 이고, 순회 접두어(cyclic prefix)의 길이  $N'$ 이 채널의 탭 개수  $L$ 보다 크다고 하면,  $k$ 번째 부채널은 마치 임펄스 응답이  $\mathbf{H}(k) = \sum_{l=0}^{L-1} \mathbf{H}_l e^{-j2\pi k l / N}$ 인 주파수 비선택적 페이딩을 겪고 있는 것처럼 취급될 수 있다. 따라서 MIMO-OFDM 채널의  $k$ 번째 부채널 수신 신호 벡터는 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\widehat{\mathbf{c}}_k = \mathbf{H}(k) \mathbf{c}_k + \mathbf{n}_k \quad k=0,1,\dots,N-1 \quad (5)$$

여기서  $\mathbf{c}_k$ 는  $M_T \times 1$ 의 송신 신호 벡터이고,  $\widehat{\mathbf{c}}_k$ 는  $M_R \times 1$ 의 수신 신호 벡터이며,  $\mathbf{n}_k$ 는  $M_R \times 1$ 의 잡음 벡터이다. 그러므로  $k$ 번째 부채널의 상호 정보량은 아래와 같다<sup>[2]</sup>.

$$I_k = \log [\det(\mathbf{I}_{M_R} + \rho \mathbf{H}(k) \mathbf{H}^H(k))] \quad (6)$$

여기서 식 (3)을 이용하면,  $E[\mathbf{H}(k)] = 0$ 이고,  $E[\mathbf{H}(k)\mathbf{H}^H(k)] = \sum_{l=0}^{L-1} \mathbf{R}_l$ 임을 알 수 있다. 따라서  $\mathbf{H}(k)$ 는 확률적으로  $\mathbf{R}^{1/2} \mathbf{H}_w$ 와 같은 분포를 가진

다. 여기서  $\mathbf{H}_w$ 는 평균이 0이고 분산이 1인 복소 가우시안 확률 변수를 원소로 가지는  $M_R \times M_T$  난수 행렬이다. 그러므로  $I_k$ 는 확률적으로 식 (7)과 같은 분포를 가진다.

$$I_k \sim \log [\det(\mathbf{I}_{M_R} + \rho \mathbf{R} \mathbf{H}_w \mathbf{H}_w^H)] \quad (7)$$

주목할 점은  $I_k$ 의 분포가  $k$ 와 무관하다는 것이다. 따라서 채널의 에르고딕 용량은 식 (8)과 같이 부반송파 채널의 평균 상호 정보량이 된다.

$$C = E\left[\frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} I_k\right] = E[\log [\det(\mathbf{I}_{M_R} + \rho \mathbf{R} \mathbf{H}_w \mathbf{H}_w^H)]] \quad (8)$$

여기서  $\mathbf{R}$ 은 trace가 1이 되도록 정규화한다. 식 (8)을 살펴보면, 채널의 에르고딕 용량  $C$ 가 상관 행렬  $\mathbf{R}$ 의 고유치에 큰 영향을 받는다는 사실을 알 수 있다.

### III. MIMO-OFDM 채널의 에르고딕 용량 계산

여기서는 II장에서 정리된 내용을 이용하여 참고문헌 [6]에 정의되어 있는 case I의 LOS off 채널의 에르고딕 용량을 구하였다. Case I은 수정된 보행자 모형이며, 표 1과 같이 정의된다.

$M_T = M_R = 4$ 일 때, 표 1의 채널 파라미터를 적용하여 채널의 에르고딕 용량을 구하면 그림 1과 같은 결과를 얻을 수 있다. 여기서 주목할 점은 모든 경로들의 AOA와 클러스터 각 퍼짐이 동일하다는 점이다. 따라서  $\mathbf{R} = const. \times \mathbf{R}_l$ 이 된다. 다시

표 1. 3GPP TR 25.996 V6.1.0의 공간적 채널 모형 링크 레벨 파라미터

Table 1. 3GPP TR 25.996 V6.1.0 spatial channel model link level parameters.

	Power(dB)	Delay(ns)
Power delay profile	0.0	0
	-9.7	110
	-19.2	190
	-22.8	410
Topology	0.5 $\lambda$	
Cluster angle spread	35 degree	
AOA	65 degree	

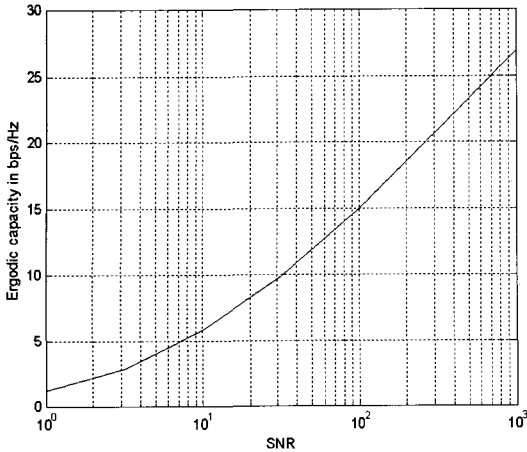


그림 1. Ergodic capacity plotted versus SNR(3GPP TR 25.996 V6.1.0의 공간 채널 모형 case I, LOS off인 경우)

Fig. 1. Ergodic capacity plotted versus SNR(3GPP TR 25.996 V6.1.0 spatial channel model case I with LOS off).

말해서 이 경우에는 전력 지연 프로파일이  $R$ 의 고유치에 전혀 영향을 미치지 못하게 된다.  $R$ 의 고유치는 AOA와 클러스터 각 퍼짐의 영향을 받는다. 표 1의 파라미터들을 그대로 적용하였을 때,  $R$ 의 고유치는 {0.17, 0.22, 0.28, 0.33}으로써 0.25를 중심으로  $\pm 0.08$  정도의 작은 편차를 가진다. 그런데 식 (8)의 채널 용량 공식은 일종의 오목함수의 평균이기 때문에 Jensen의 부등식에 의해  $R$ 의 고유치가 같을 때 채널의 용량이 최대가 된다는 사실을 알 수 있다. 따라서 표 1의 파라미터들을 그대로 적용했을 때의 채널 용량은 최대에 가까울 것이라는 점을 예상할 수 있다.

다음으로는 표 1의 파라미터 중, 클러스터 각 퍼짐에 대한 제약을 완화하여, 클러스터 각 퍼짐의 변화에 따른 채널의 에르고딕 용량  $C$ 의 변화를 살펴 보았다. 그림 2는 클러스터 각 퍼짐에 따른 채널의 에르고딕 용량을 그래프로 나타낸 것이다. 그림 2의 결과를 보면, 클러스터 각 퍼짐이 표 1에서 정의된 35도일 때까지, 채널의 에르고딕 용량이 급격히 증가하다가 그 이후에서는 거의 증가가 멈추는 것을 볼 수 있다.

한편 클러스터 각 퍼짐을 35도로 고정시키고, AOA를 변경시켰을 때에는 그림 3과 같은 결과를

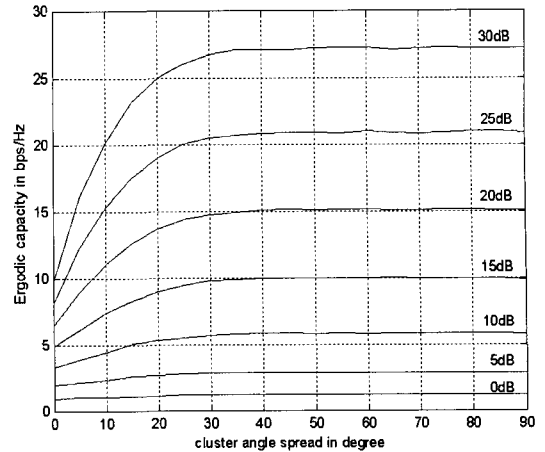


그림 2. Ergodic capacity plotted versus cluster angle spread(3GPP TR 25.996 V6.1.0의 공간 채널 모형 case I, LOS off인 경우)

Fig. 2. Ergodic capacity plotted versus cluster angle spread(3GPP TR 25.996 V6.1.0 spatial channel model case I with LOS off).

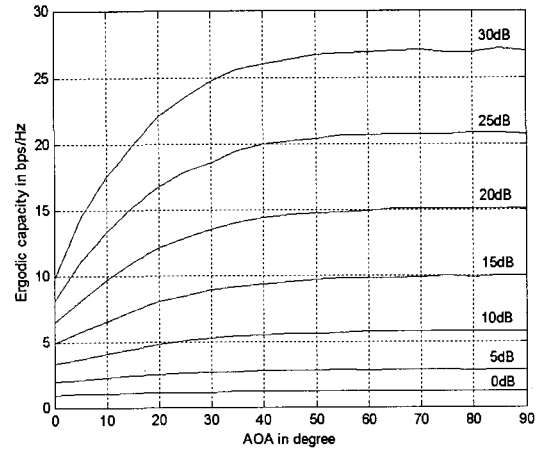


그림 3. Ergodic capacity plotted versus AOA(3GPP TR 25.996 V6.1.0의 공간 채널 모형 case I, LOS off인 경우)

Fig. 3. Ergodic capacity plotted versus AOA(3GPP TR 25.996 V6.1.0 spatial channel model case I with LOS off).

얻을 수 있다. 그림 3의 결과를 보면, AOA가 표 1에서 정의된 67.5도일 때까지, 채널의 에르고딕 용량이 크게 증가하다가 그 이후에서는 거의 증가하지 않는 것을 볼 수 있다.

따라서 그림 2, 그림 3을 통하여 표 1의 채널 모

형이 AOA의 spread가 0이고, 결과적으로 전달 지연 확산이 완전히 무시됨에도 불구하고, 거의 최대의 용량을 가지는 것을 확인할 수 있다. 이는 클러스터 각 퍼짐과 AOA가 충분히 큰 값을 가지기 때문이다.

#### IV. 결 론

본 논문에서는 공간적 전파전파 특성을 고려한 MIMO 안테나에 적용한 OFDM 전송 채널의 에르고딕 용량을 계산하고, 그 특성을 살펴보았다. 특히 3GPP TR 25.996 V6.1.0<sup>[6]</sup>에 정의되어 있는 case 1의 LOS off 채널의 에르고딕 용량을 구하고, 클러스터 각 퍼짐과 AOA의 차이에 따른 채널 용량의 변화를 고찰하였다.

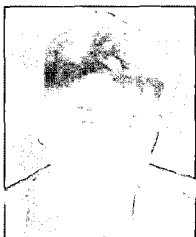
그 결과 클러스터 각 퍼짐과 AOA가 커질수록 채널의 에르고딕 용량이 증가하는 것을 알 수 있었으며, 3GPP TR 25.996 V6.1.0<sup>[6]</sup>에 정의되어 있는 case 1의 LOS off 채널의 경우, 상관 행렬  $R$ 의 고유치가 거의 일정한 값을 가지기 때문에 최대에 가까운 에르고딕 용량을 가지는 것을 알 수 있었다.

따라서 이 경우에는 고속 대용량 자료 전송을 위하여 안테나의 배치를 변경시켜 채널 용량을 증대시키는 것은 사실상 무의미하며, 주어진 채널 용량에 근접하는 전송 기법을 설계하는 것이 더욱 효과적이다.

#### 참 고 문 헌

- [1] E. Telatar, "Capacity of multi-antenna Gaussian channels", *European Transactions on Telecommunications*, vol. 10, no. 6, pp. 585-595, Nov.-Dec. 1999.
- [2] G. J. Foschini, M. J. Gans, "On limits of wireless communications in a fading environment when using multiple antennas", *Wireless Personal Communications*, vol. 6, pp. 311-335, 1998.
- [3] L. J. Climni, Jr., "Analysis and simulation of a digital mobile channel using orthogonal frequency division multiplexing", *IEEE Trans. on Commun.*, vol. COM-33, no. 7, Jul. 1985.
- [4] D. Agrawal, V. Tarokh, A. Naguib, and N. Seshadri, "Space-time coded OFDM for high data rate wireless communication over wide-band channels", in *Proc. IEEE VTC '98*, Ottawa, Canada, pp. 2232-2236, May 1998.
- [5] H. Bolcskei, D. Gesbert, and A. J. Paulraj, "On the capacity of OFDM-based spatial multiplexing systems", *IEEE Trans. Commun.*, vol. 50, no. 2, pp. 225-234, Feb. 2002.
- [6] 3GPP TR 25.996 V6. 1.0, Sep.

#### 김 창 중



2000년 2월: 홍익대학교 전자전기 공학부 (공학사)  
 2002년 2월: 홍익대학교 전파공학과 (공학석사)  
 2002년 3월~현재: 홍익대학교 전자통신공학과 박사과정  
 [주 관심분야] 전자공학, 통신공학, 부호화 변조 기법

#### 이 호 경



1981년 2월: 서울대학교 전자공학과 (공학사)  
 1987년 2월: Northrop Univ. 전자공학과 (공학석사)  
 1994년 6월: USC 전기공학과 (공학박사)  
 1994년 8월~현재: 홍익대학교 전자전기공학부 부교수

[주 관심분야] 채널 코딩, TCM, Turbo TCM, 이동통신, 위성통신