

AMD를 이용한 건물의 능동 진동 제어를 위한 강인 포화 제어기의 유용성에 관한 실험적 검증

Experimental Verification on the Availability of Robust Saturation Controller for the Active Vibration Control of Building using AMD

임 채 옥* 문 석 준** 박 영 진***
Lim, Chae-Wook Moon, Seok-Jun Park, Youn-gjin

국문요약

건물의 능동 진동 제어에 있어서 제어기의 제어입력의 포화와 건물의 파라미터 불확실성을 동시에 고려하는 제어 방법이 필요하다. 저자들의 이전 논문에서는 제어 입력에 포화가 존재하는 불확실한 선형 시불변계에 대하여 강인 안정성과 제어 성능이 보장되는 강인 포화 제어기를 제안하였다. 본 논문에서는 능동 질량 감쇠기 (AMD)가 설치된 건물의 능동 진동 제어에 대한 제안된 강인 포화 제어기의 유용성을 실험적으로 검증한다. 실험은 유압식 AMD가 설치된 2층의 건물 모형에 대하여 수행된다.

주요어 : 능동 질량 감쇠기, 강인 포화 제어기, 제어입력 포화, 구조적 파라미터 불확실성

ABSTRACT

In active vibration control of building, controller design considering both control input saturation of controller and parameter uncertainties of building is needed. In our previous research, we proposed a robust saturation controller which guarantees robust stability and control performance of the uncertain linear time-invariant system in the presence of control input saturation. In this paper, the availability of the robust saturation controller for the building with an active mass damper (AMD) system is verified through experimental tests. Experimental tests are carried out using a two-story building model with a hydraulic-type AMD.

Key words : active mass damper, robust saturation controller, control input saturation, structured real parameter uncertainty

1. 서 론

건물은 대형화, 고층화, 경량화, 세장화 추세이다. 이로 인해 상응하는 능동 장치는 매우 큰 제어력이 요구되어서 제어력에 포화가 생기는 경우가 발생하게 되고^{(1),(2)}, 질량과 강성 등의 물리적인 파라미터 값들을 정확히 알기가 어려워져서 수학적인 모델과 실제 건물과의 모델링 오차가 생기게 된다^{(3),(4)}. 제어 대상 시스템에 비하여 상응하는 능동 장치의 제어입력이 크게 요구되는 경우 큰 외란 입력은 제어 구동 장치의 최대 제어입력 허용치를 넘는 포화를 일으킬 수 있다. 건물의 진동 제어를 위한 다양한 능동 제진장치들이 연구 및 실제 적용되고 있다^{(5),(6)}. 이 중에서 AMD는 건물의 능동 제어에 많이 사용되고 있고 유용한 능동 장치 중 하나로 알려지고 있다. AMD는 가동 질량과 구동기가 일체로 연결된 것으로, 가동 질량을 구동기를 이용하여 능동적으로 움직이게 한다. 이때 가동 질량의 거동으로 건물에 관성력이 전달되어 건물의 진동을 능동적으로 제어할 수 있게 된다. 그러나 제어 대상 건물의 질량이 매우 크기 때문에 실제로 사용할 수 있는

가동 질량은 구조물 질량의 최대 2% 정도이다. 또한 능동 시스템의 공간 제약이나 구동기의 용량 제약 등으로 인해 가동 질량의 스트로크를 무한정 크게 할 수 없다. 이로 인해 AMD는 주로 약진에 대하여 건물의 진동을 억제하기 위하여 주로 사용되며, 중진이나 강진인 경우에는 제어입력의 포화가 발생하게 된다. 그리고 제어기는 실제 구조물을 수학적으로 모델링하고 이를 바탕으로 설계된다. 그러나 물리법칙이나 공학적인 이론에 바탕을 둔 수학적 모델은 실제 구조물에 대한 정확한 표현이라고 할 수 없다. 건물의 대형화 및 고층화 추세뿐만 아니라 시공 과정에서의 오차로 인해 수학적 모델을 위해 필요한 질량과 강성 등의 물리적인 파라미터 값들을 정확히 알기가 어려워진다. 따라서 제어입력의 포화와 불확실성을 고려한 제어기의 설계는 실제적이며, 이들을 고려하지 않고 설계된 제어기를 제어입력의 포화나 불확실성이 있는 계에 적용할 때 안정성이 깨져 제어 대상 시스템을 불안정하게 할 수도 있다. 그러므로 건물의 능동 진동 제어에 있어서 제어기의 제어입력의 포화와 건물의 파라미터 불확실성을 동시에 고려하는 제어 방법이 필요하다.

제어입력의 포화를 고려한 제어 방법 중 가장 대표적인 방법이 잘 알려진 최적 뱅뱅 제어기(optimal bang-bang controller⁽⁷⁾⁻⁽⁹⁾)이다. 이 방법은 제어입력이 계의 상태 함수로 표현되지 않기 때문에 실제 적용하기에 어려운 단점

* KAIST 기계공학과 박사후 연구원 (대표저자, E-mail : chwlim@kaist.ac.kr)

** 정회원·한국기계연구원 선임연구원

*** KAIST 기계공학과 교수

본 논문에 대한 토의를 2006년 6월 30일까지 학회로 보내 주시면 그 결과를 게재하겠습니다.
(논문접수일 : 2006. 1. 17 / 심사종료일 : 2006. 3. 10)

이 있다. 이의 단점을 해결하기 위하여 준최적 뱅뱅 제어기(suboptimal bang-bang controller⁽¹⁰⁾)가 제안되었다. 이 방법은 제어력이 계의 상태 함수로 표현되어 실제 적용하기에 유용한 장점을 가진다. 더 나아가 사각파 형태의 제어력을 내는 뱅뱅 제어의 적용 시에 계의 상태 공간의 원점 근처에서 발생하는 제어 채터링 문제를 해결하기 위하여 사각파의 파형을 유연한 형태의 파형으로 수정하는 수정된 뱅뱅 제어기(modified bang-bang controller^{(10),(11)})가 제안되었다. 앞의 포화 제어 방법들은 단지 공칭계에 대하여 안정성이 보장되고, 계의 파라미터 불확실성에 대한 강인성에 대하여 해석적으로 어떠한 설명도 할 수 없다.

저자들의 이전 논문에서는 제어입력의 포화와 구조적 파라미터 불확실성(structured real parameter uncertainty)이 동시에 존재하는 선형 시불변계에 대하여 강인 안정성이 보장되는 강인 포화 제어기(robust saturation controller)를 제안하였다⁽¹²⁾⁻⁽¹⁴⁾. 이론적인 접근 방법은 Lyapunov 안정성 조건을 이용하여 설계된 공칭 선형 시불변계에서의 준최적 뱅뱅 제어기 설계 방법의 원리를 파라미터 불확실성이 존재하는 불확실한 선형계로 확장한 것으로, 유사 이차 안정성(affine quadratic stability)의 정의와 멀티 볼록성(multi-convexity)의 개념⁽¹⁵⁾을 이용하여 제어기의 해가 존재하기 위한 LMI(linear matrix inequality) 형태의 충분조건들이 제시되었다. 본 논문에서는 능동 질량 감쇠기(AMD; Active Mass Damper)가 설치된 건물에 대한 제안된 강인 포화 제어기의 유용성을 실제 실험을 통하여 확인한다. 실험은 유압식 AMD가 설치된 2층의 건물 모형에 대하여 수행하였다.

2. 공칭계에 대한 포화 제어기

2.1 준최적 뱅뱅 제어기

먼저 식 (1)의 공칭 선형 시불변계에 대하여 Lyapunov 안정성 조건을 이용하여 설계되는 준최적 뱅뱅 제어기를 살펴보자.

$$\dot{x}(t) = A_0 x(t) + B u(t), \quad x(0) = x_0 \quad (1)$$

여기서 A_0 는 $n \times n$ 크기의 공칭 시스템 행렬, B 는 $n \times 1$ 크기의 제어입력 벡터, $x = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n]^T$ 는 $n \times 1$ 크기를 가지는 상태 벡터이고, 제어입력 $u(t)$ 의 최대값은 u_{\max} 로 식 (2)의 제한조건에 의해서 구속된다.

$$|u(t)| \leq u_{\max} \quad (2)$$

계의 상태에 대한 2차 함수의 형태인 Lyapunov 함수를 고정한 하나의 값을 가지도록 식 (3)과 같이 정의한다.

$$V(x(t)) = x^T(t) P_n x(t) \quad (3)$$

여기서 P_n 는 양정대칭행렬이다.

식 (4)의 준최적 뱅뱅 제어기는 제어입력 제한조건 하에서 모든 초기치 x_0 에 대하여 $V(x(t)) > 0$ 이고 $dV(x(t))/dt < 0$ 를 만족한다.

$$u(t) = -\text{sign}[B^T P_n x(t)] \quad (4)$$

여기에서 행렬 P_n 은 양정대칭인 가중행렬 Q 를 도입하여 식 (5)의 Lyapunov 행렬 등식으로부터 쉽게 구할 수 있다.

$$A_0^T P_n + P_n A_0 + Q = 0 \quad (5)$$

2.2 수정된 뱅뱅 제어기

식 (4)의 준최적 뱅뱅 제어기는 제어입력의 파형이 사각파이므로 상태 공간의 원점 근처에서 제어 채터링 문제가 발생한다. 이 문제점을 극복하기 위하여 식 (4)의 부호 함수 대신에 식 (6)의 포화 함수를 사용하는 제어기가 사용된다.

$$u(t) = -\text{sat}[\delta B^T P_n x(t)], \quad \delta > 0 \quad (6)$$

여기서 δ 는 이론적으로 무한한 값을 가질 수 있으나, 실제 사용 시에는 제어 채터링이 생기지 않는 유한한 값을 사용한다. 부호 함수의 제어입력에서 발생하는 제어 채터링을 극복하기 위하여 이를 포화 함수로 대체하는 방법은 가장 전형적인 방법으로, 이 방법 외에도 제어입력의 파형을 다항식으로 근사화하는 방법⁽¹⁰⁾과 쌍곡탄젠트 함수 형태로 근사화하는 방법⁽¹¹⁾ 등이 있다.

3. 불확실한 계에 강인 포화 제어기

3.1 강인 포화 제어기

다음으로 불확실한 선형 시불변계에 대하여 여러 Lyapunov 강인 안정성 중 유사 이차 안정성(affine quadratic stability)의 정의와 멀티 볼록성(multi-convexity)의 개념을 이용하여 설계되어진 강인 포화 제어기를 살펴보자. 여기에서는 불확실한 선형 시불변계를 식 (7)과 같이 시불변 불확실성 파라미터들에 대하여 의존하는 형태로 표현한다.

$$\dot{x}(t) = A(\theta)x(t) + B u(t), \quad x(0) = x_0 \quad (7)$$

여기서 $\theta = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k) \in R^k$ 는 시불변 불확실성 파라미터들의 벡터로 각각의 파라미터들 $\theta_i \in [\underline{\theta}_i, \bar{\theta}_i]$ 는 각각의 끝점값들 사이에 있고, $A(\theta)$ 는 $n \times n$ 크기의 불확실한 시불변 시스템 행렬, B 는 $n \times 1$ 크기의 제어입력 벡터, 제어입력 $u(t)$ 의 최대값은 u_{\max} 로 식 (2)의 제한조건에 의해서 구속된다.

불확실한 시스템 행렬 $A(\theta)$ 는 식 (8)과 같이 불확실한

파라미터들에 대하여 의존하는 형태로 표현된 구조적 파라미터 불확실성을 갖는 시스템이다.

$$A(\theta) = A_0 + \theta_1 A_1 + \theta_2 A_2 + \dots + \theta_k A_k \quad (8)$$

여기서 $A_0, A_1, A_2, \dots, A_k$ 는 고정된 값으로 이미 알고 있는 행렬들이다.

Lyapunov 함수를 정의함에 있어서도 불확실한 시스템 행렬 $A(\theta)$ 와 같이 불확실한 파라미터들에 대하여 의존하는 형태로 표현한다.

$$V(x(t), \theta) = x^T(t)P(\theta)x(t) \quad (9)$$

$$P(\theta) = P_0 + \theta_1 P_1 + \theta_2 P_2 + \dots + \theta_k P_k \quad (10)$$

식 (7)의 시불변 불확실성을 가지는 선형계가 식 (2)의 제어입력 제한조건 하에서 모든 가능한 불확실한 파라미터들의 상하한 내에서와 모든 초기치 x_0 에 대하여 $V(x(t), \theta) > 0$ 이고 $dV(x(t), \theta)/dt < 0$ 를 만족하는 식 (9)로 정의되는 Lyapunov 함수와 제어입력 $u(t)$ 가 존재하면 계의 강인 안정성은 보장되는데, Theorem 1은 강인 안정성을 만족하는 제어기를 제시하고 있다.

Theorem 1^{(12),(13)} : 식 (7)의 불확실한 시불변 선형계에 대하여, 만약 식 (11)~(13)을 모두 만족하는 $k+1$ 개의 대칭행렬 $P_0, P_1, P_2, \dots, P_k$ 와 양정대칭행렬 M_a 가 존재하고, 이에서 구해진 $P_0, P_1, P_2, \dots, P_k$ 와 M_a 에 대하여 식 (14)를 만족하는 양의 값 δ 가 존재한다면, 이 불확실한 시불변 선형계는 식 (15)의 포화 제어기에 의해서 강인 안정성이 보장된다.

$$A(\omega)^T P(\omega) + P(\omega)A(\omega) + M_a < 0 \quad \text{for all } \omega \in \Theta \quad (11)$$

$$P(\omega) > 0 \quad \text{for all } \omega \in \Theta \quad (12)$$

$$A_i^T P_i + P_i A_i \geq 0 \quad \text{for } i = 1, 2, \dots, k \quad (13)$$

$$M_a + \delta \left\{ 2P_0 B B^T P_0 + \sum_{i=1}^k \theta_i (P_0 B B^T P_i + P_i B B^T P_0) \right\} > 0 \quad (14)$$

for all $\omega \in \Theta$

$$u(t) = -\text{sat}[\delta B^T P_0 x(t)], \quad \delta \leq \delta_{\max} \quad (15)$$

Theorem 1에서 M_a 는 제어기 설계 파라미터이고, Θ 는 다음의 식 (16)의 불확실성 파라미터 상자의 2^k 개의 정점들의 집합이다.

$$\Theta := \{(\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_k) : \omega_i \in \{\underline{\theta}_i, \bar{\theta}_i\}\} \quad (16)$$

Remark 1 : 식 (11)에서 행렬 M_a 를 포함하여 총 $k+2$ 개의 변수를 가지는 LMI를 풀게 된다. 이 행렬 M_a 는 의미상 제어기 설계 파라미터이다. 그러므로 행렬 M_a

를 임의의 값으로 두면 변수의 수가 $k+1$ 개로 줄어서 수치적 계산의 부담을 줄일 수 있다. 또한 식 (14)에서 LMI 조건들의 수는 $k+1$ 개이고 δ 의 최대치(δ_{\max})는 유한한 값이므로, δ_{\max} 의 값은 식 (14)에서 δ 을 조금씩 증가시켜서 k 개의 LMI 조건을 만족하는 지를 확인하면 쉽게 구할 수 있다.

3.2 LMI 최적화 문제

Theorem 1은 단지 강인 안정성만을 보장하고 제어 성능 면에서 해석적인 어떠한 설명도 할 수 없다. 그러므로 Theorem 1의 식 (11)~(13)의 LMI 충분조건들을 만족하는 해는 무수히 많이 존재하여 이 LMI 충분조건들을 만족하는 해는 구해졌지만, 그 해를 이용하여 설계한 강인 포화 제어기 (15)의 제어 성능이 좋지 않아 사용하기에 유용치 못한 경우가 생길 수도 있다. 다행히도 LMI를 푸는 문제는 최적화 문제의 형태로 풀 수 있으므로⁽¹⁶⁾, 해를 구할 때 최적화 조건을 줄 수만 있다면 이 문제를 해결할 수 있다. 그러므로 식 (15)의 강인 포화 제어기의 해를 구할 때 식 (17)의 LMI 최적화 문제를 이용하여 식 (11)~(13)의 LMI 충분조건들을 만족하는 $k+1$ 개의 대칭행렬 $P_0, P_1, P_2, \dots, P_k$ 를 구하게 되면 제어 성능을 보장 및 향상시킬 수 있다. 식 (17)에서 최소화하고자 하는 목적 함수 $\text{tr}(P_0 x_c x_c^T)$ 는 공칭계에서의 제어 성능을 최대화하기 위함이다. 행렬 $M_a = Q$ 로 두었을 때 행렬 P_0 가 행렬 P_n 에 가까이 접근할수록 강인 포화 제어기의 공칭계에서의 제어 성능은 좋아진다. 왜냐하면 행렬 P_n 은 공칭계에서의 최적해이기 때문이다. 식 (17)의 LMI 최적화 문제를 이용하여 해를 구하게 되면 불확실성의 상하한이 커질수록 행렬 P_0 는 행렬 P_n 과 점점 멀어지게 되지만, 고려된 불확실성 내에서는 행렬 P_n 에 가장 가까운 행렬 P_0 를 구하기 때문에 공칭계에서의 제어 성능을 최대한 보장해 준다. 식 (17)에서 x_c 는 물리적으로 계의 초기조건을 의미하는 것으로 설계자가 임의로 지정해 주어야 하는 또 다른 제어기 설계 파라미터이다. 왜냐하면 목적 함수 $\text{tr}(P_0 x_c x_c^T)$ 의 최소치를 수치적으로 구하기 위해서는 x_c 의 값을 미리 지정해야 LMI 최적화 문제를 풀 수 있기 때문이다. 그리고 본 논문에서 행렬 P_0 가 공칭 선형계에 대한 준최적 뱅뱅 제어기의 Lyapunov 행렬 등식 (5)의 해인 행렬 P_n 과 어느 정도 가까운 값을 수치적인 값으로 나타내기 위하여 식 (18)의 정규 2-놈 지수(normalized 2-norm index) NI 를 정의한다.

$$\min_{P_0, P_1, P_2, \dots, P_k} \text{tr}[P_0 x_c x_c^T] \quad (17)$$

subject to (11), (12), and (13)

$$NI = \|P_0 - P_n\|_2 / \|P_n\|_2 \quad (18)$$

식 (18)에서 NI의 값이 작을수록 행렬 P_0 가 행렬 P_n 에 가까워짐을 의미한다.

4. 실험적 검증

4.1 실험 시스템 구성

시험 구조물은 2층의 구조물로서, 각 층은 후판 구조물(가로 X 세로 X 높이=1.2m X 0.8m X 0.05m, 중량 376.8kg)로 4기둥으로 지지되어 있고, 각 기둥의 높이는 0.6m이다. 시험 구조물의 하판은 한국기계연구원의 대형 6자유도 진동대에 취부할 수 있도록 제작하였다. 기둥의 강성은 고유 진동수 측정 실험을 통하여 구했는데, 계산된 값과 거의 일치하였다. 그리고 자유 진동 시의 진동 신호로부터 각 층의 감쇠를 구했다.

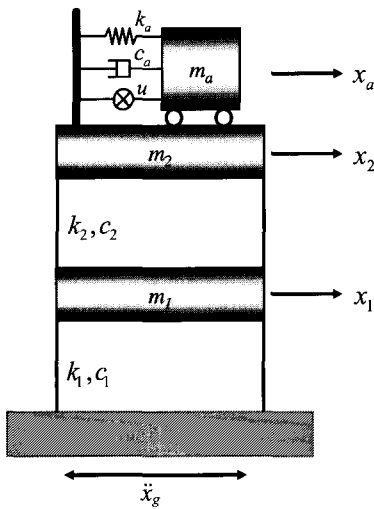


그림 1 Two story test structure with an AMD

그림 1과 같이 2층의 시험 구조물의 최상층에 유압식 AMD를 설치하여 AMD의 설치로 인한 시험 구조물의 진동 제어 효과를 확인하였다. 실험에서 사용된 AMD의 강성 및 감쇠는 동특성 실험을 통하여 구했다. 공칭계에서의 시험 구조물과 AMD의 각 파라미터들의 값은 다음과 같다. 시험 구조물의 질량 $m_1=376.8\text{kg}$, $m_2=440.8\text{kg}$, 강성 $k_1=1906.3\text{kN/m}$, $k_2=1906.3\text{kN/m}$, 감쇠 $c_1=600\text{Ns/m}$, $c_2=10\text{Ns/m}$, AMD의 질량 $m_a=10\text{kg}$, 강성 $k_a=511.64\text{kN/m}$, 감쇠 $c_a=800\text{Ns/m}$ 이다. 2층의 질량 m_2 는 실제 AMD의 설치 시에 AMD의 취부로 인한 64kg의 질량 증가 효과를 고려한 것이다. 시험 구조물의 총 질량은 817.6kg이고, 가동 질량이 10kg이므로 시험 구조물의 총 질량에 대한 가동 질량의 질량비는 약 1.2%에 해당한다. 계의 불확실성은 시험 구조물의 각 층의 강성에 불확실성이 있는 경우를 고려하였다. 불확실성을 가지는 강성을 각각 $k_1(1+\theta_1)$, $k_2(1+\theta_2)$ 로 두면, 계의 운동 방정식은 식 (19)와 같다.

$$\dot{x}(t) = A(\theta)x(t) + BV_{in}(t) + E\ddot{x}_g \quad (19)$$

여기서 $x = [x_1 \ x_2 \ x_a \ \dot{x}_1 \ \dot{x}_2 \ \dot{x}_a]^T$ 로 $x_i (i=1,2)$ 는 지

반에 대한 각층의 상대변위, x_n 는 지반에 대한 가동 질량의 상대변위이다. V_{in} 은 제어입력 전압, E 는 가진입력 벡터, \ddot{x}_g 는 지반 가속도, 그리고 $A(\theta) = A_0 + \theta_1 A_1 + \theta_2 A_2$ 로

$$A_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{k_1+k_2}{m_1} & \frac{k_2}{m_1} & 0 & -\frac{c_1+c_2}{m_1} & \frac{c_2}{m_1} & 0 \\ \frac{k_2}{m_2} & -\frac{k_2+k_a}{m_2} & \frac{k_a}{m_2} & \frac{c_2}{m_2} & -\frac{c_2+c_a}{m_2} & \frac{c_a}{m_2} \\ 0 & \frac{k_a}{m_a} & -\frac{k_a}{m_a} & 0 & \frac{c_a}{m_a} & -\frac{c_a}{m_a} \end{bmatrix},$$

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{k_1}{m_1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{k_2}{m_1} & \frac{k_2}{m_1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{k_2}{m_2} & -\frac{k_2}{m_2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{이다.}$$

실험적 검증을 위하여 그림 2처럼 진동대에 제작된 시험 구조물의 하판을 고정하고, 진동대에 묘사된 지반 가속도 신호를 입력하여 시험 구조물을 가진하였다. 제어기의 샘플링 주파수는 1kHz로 설정하였다. 제어 알고리즘을 적용하기 위해서는 시스템의 상태 벡터(변위 및 속도)를 모두 측정해야 한다. 시험 구조물 1,2층과 AMD의 변위는 각 변위센서를 사용하여 측정하였고, 시험 구조물 1,2층과 AMD의 속도는 가속계를 사용하여 가속도의 신호를 적분하여 사용하였다. 시험 구조물의 강성의 불확실성의 상하한은 $\pm 20\%$ 인 경우를 고려하였다. 실험에서 시험 구조물의 강성의 변화를 위하여 기둥의 높이를 변화시켰다. 공칭계의 기둥의 높이는 600mm이다. 기둥의 높이를 565mm로 바꾸면 강성의 불확실성을 약 +20%(실험에서 +19.8%임을 확인함)가 되고, 기둥의 높이를 645mm로 바꾸면 강성의 불확실성을 약 -20%(실험에서 -19.4%임을 확인함)가 된다. 또한 최대 제어입력의 한계는 $|V_{in}| \leq 6\text{V}$ 로 두었는데, 이는 AMD의 동특성 실험을 통하여 확인된 것으로 40Hz이하에서 사용할 수 있는 사용 한계치이다.

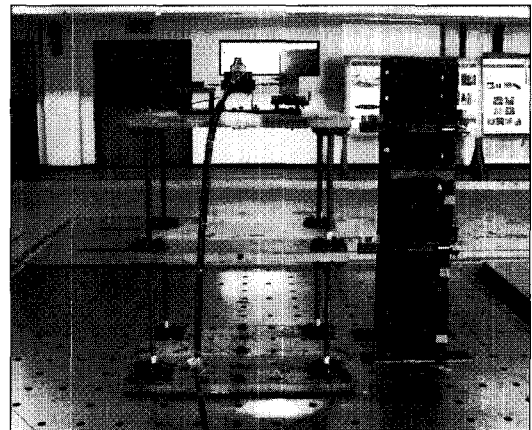


그림 2 Experimental set-up

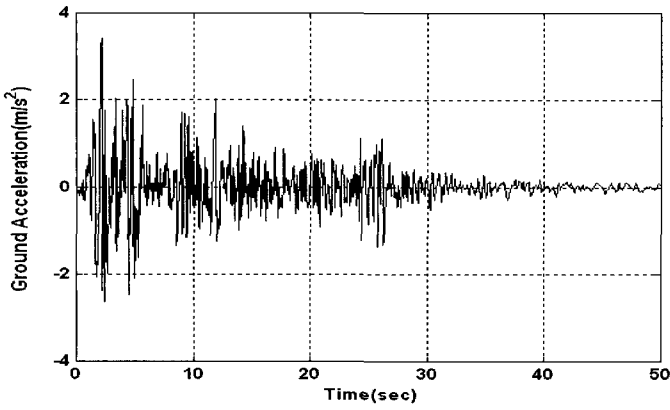


그림 3 Input ground acceleration I

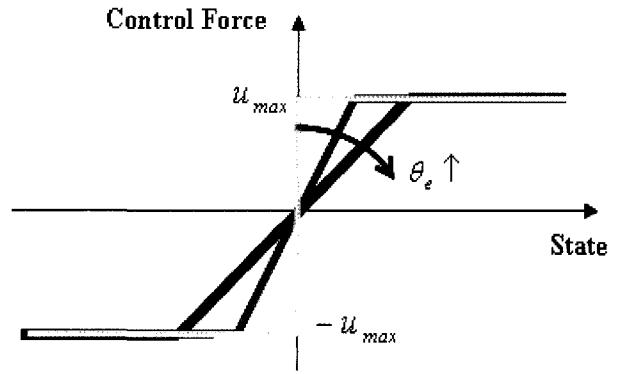


그림 4 The slopes of saturation function of the proposed robust saturation controller according to given bounds of parameter uncertainties

4.2 강인 포화 제어기의 설계

제어기의 설계는 상용 프로그램인 MATLAB®에서 제공하는 LMI control toolbox⁽¹⁷⁾를 사용하였다. 강성의 불확실성의 상하한은 $|\theta_i| \leq \theta_e (i=1,2)$ 로 주어진 경우를 고려하였다. 제어기의 설계 시에 다음의 사실을 알 수 있었다. 건물-AMD 시스템의 경우 식 (17)의 LMI 최적화 문제를 사용하지 않고 Theorem 1을 적용한 경우 해는 구해졌으나 구해진 해로 설계된 제어기의 제어 성능은 공칭계에서조차도 매우 좋지 않았다. 그러나 식 (17)의 LMI 최적화 문제를 적용하여 구해진 제어기는 공칭계에서의 제어 성능을 향상시키는 결과를 얻을 수 있었다. 식 (20)의 계의 강성행렬 K_t 와 계의 질량행렬 M_t 를 이용하여 제어기 설계 파라미터 $M_a = \text{diag}(K_t/2, M_t/2)$ 로 두었고, 식 (17)의 LMI 최적화 문제를 적용할 때 $x_c = [0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0]^T$ 로 두었다.

$$K_t = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & 0 \\ -k_2 & k_2 + k_a & -k_a \\ 0 & -k_a & k_a \end{bmatrix}, M_t = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_a \end{bmatrix} \quad (20)$$

본 실험에서는 시험 구조물의 강성의 불확실성의 상하한을 $\pm 20\%$ 로 고려하였으므로, 불확실성의 상하한 $\theta_e = 0.2$ 로 주어진 경우에 대하여 강인 포화 제어기를 설계하였다. 이때 계산되어진 $\delta_{\max} = 6.72e5$ 이었는데, 식 (15)의 제어기에서 $\delta = \delta_{\max}$ 로 두었다.

4.3 강인 포화 제어기의 특성 및 제어 성능 확인

여기에서는 그림 3의 지반 가속도 입력을 고려하여 제안된 강인 포화 제어기(RSC)의 공칭계에서의 특성과 제어 성능을 살펴보고자 한다. 제어 성능으로 시험 구조물의 각 질량의 상대 변위($d_1 = x_1, d_2 = x_2 - x_1$)의 최대치를 비교한다.

우선 강성의 불확실성의 상하한과 식 (17)의 NI의 값과 식 (14)의 제어기에서 δ 의 최대치(δ_{\max})의 관계를 살펴보자. 표 1은 불확실성의 상하한 θ_e 에 따른 NI와 δ_{\max}

의 값을 보여 주고 있다. θ_e 가 커질수록 δ_{\max} 은 작아지고, NI의 값은 커짐을 확인할 수 있다. 이는 불확실성의 상하한이 커질수록 제어기의 게인이 작아질 뿐만 아니라, 행렬 P_0 가 행렬 P_n 에서 멀어짐을 의미한다. 이로 인해 불확실성의 상하한이 커질수록 그림 4에서와 같이 제어기의 포화 함수의 기울기는 작아져서 공칭계에서의 제어 성능은 떨어진다. 이와 같은 제어기의 특성은 그림 5와 표 2로부터 확인된다. $\theta_e = 0.0, \theta_e = 0.1, \theta_e = 0.2$ 인 세 가지 경우에 대하여, 그림 5는 공칭계에서 제어입력 전압의 파형을 비교하여 보여주고 있고, 표 2는 공칭계에서의 시험 구조물 각 질량의 상대 변위의 최대치를 비교하여 보여주고 있는데, 이는 수치 실험 결과와 거의 일치한다.

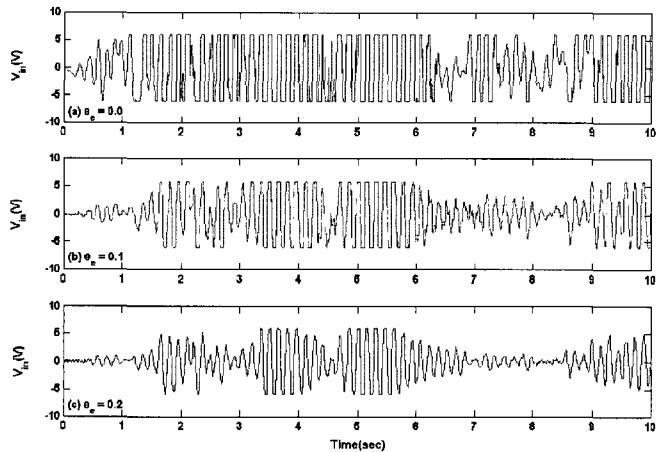


그림 5 Comparison of control input voltages of robust saturation controller for nominal system according to given bounds of parameter uncertainties : Experimental results

$\theta_e = 0$ 인 경우는 공칭계에 대한 수정된 뱁뱁 제어기(MBBC)와 같은 결과를 얻는다. 불확실성의 상하한이 커질수록 공칭계에서의 제어 성능은 조금씩 나빠짐을 확인할 수 있는데, 이는 제어기의 게인이 작아져서 제어입력 전압의 파형이 사각파에서 멀어지기 때문이다. 그러나 제안된 강인 포화 제어는 제어입력 제한 조건 하에서 최적

선형 제어기 LQR⁽¹⁸⁾ 보다는 제어 성능이 조금 더 좋을 수 있다(표 2). LQR은 최대 제어입력 전압이 6V가 넘지 않도록 설계했다. 참고로 그림 6은 불확실성의 상하한 $\theta_e = 0.2$ 인 경우에 대하여 공칭계에서의 질량 m_1 의 변위(x_1)와 제어입력 전압의 시간이력을 보여주고 있다.

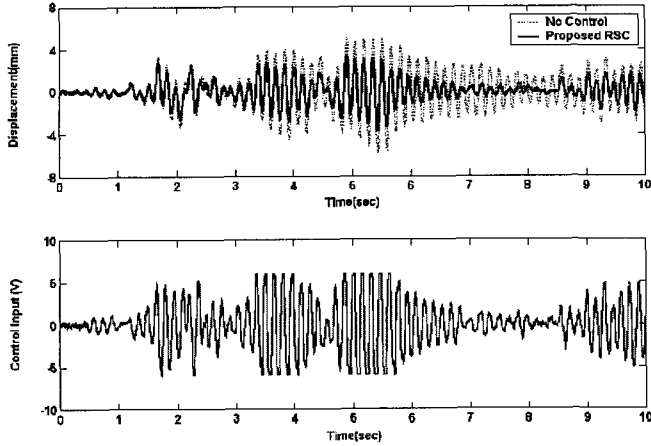


그림 6 Displacement of mass m_1 and control input voltage for nominal system applying robust saturation controller given bounds of parameter uncertainties ($\theta_e = 0.2$) : Experimental results

표 1 Values of N and δ_{max} according to θ_e

θ_e	N	δ_{max}
0.01	6.6250e-2	2.01e9
0.10	2.6407	5.64e6
0.20	3.7624	6.72e5
0.30	5.3202	1.05e5
0.40	8.0034	1.99e4

표 2 Maximum relative displacements of test structure for nominal system

		No Control	MBBC ($\theta_e = 0$)	RSC ($\theta_e = 0.1$)	RSC ($\theta_e = 0.2$)	LQR
Experiment	d_1 (mm)	6.15	3.54	3.85	4.27	4.43
	d_2 (mm)	4.03	2.12	2.50	2.62	2.81
Simulation	d_1 (mm)	6.16	3.56	3.81	4.17	4.38
	d_2 (mm)	4.13	2.14	2.63	2.85	2.96

4.4 강인 포화 제어기의 강인 안정성 확인

다음으로 제안된 강인 포화 제어기의 안정성을 확인하기 위하여 그림 7의 지반 가속도 입력을 고려하였다. 이는 계의 초기 조건을 만들기 위한 것으로 약 0.33초 동안 계의 1차와 2차 모드를 동시에 가진하도록 하기 위함이다.

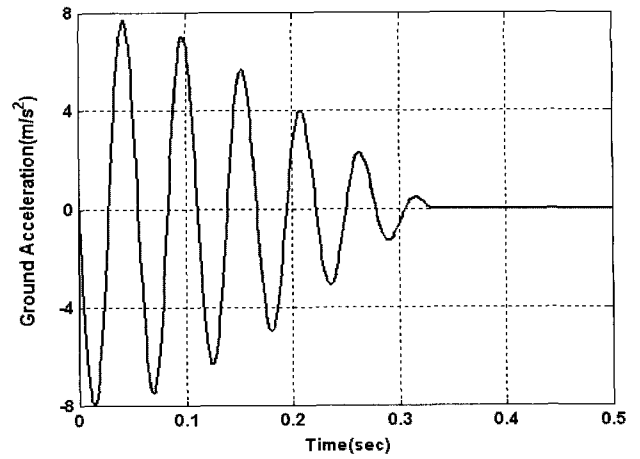


그림 7 Input ground acceleration II

먼저 공칭계에서는 제어입력의 포화를 고려하였으나, 파라미터의 불확실성을 고려하지 않은 수정된 뱁뱁 제어기(MBBC)를 살펴보았다. 수정된 뱁뱁 제어기는 불확실성이 있는 계에서는 이론적으로 안정성을 보장할 수 없다. 예를 들어 Lyapunov 행렬 등식에서 가중행렬 $Q = \text{diag}(1e-3, 1e-3, 1e-3, 1e+3, 1e-3, 1e-3)$ 으로 두어 이 제어기를 설계한 경우를 살펴보자. 포화 함수의 기울기는 좋은 제어 성능을 얻기 위하여 제어 채터링이 발생하지 않는 범위 내에서 큰 값을 사용하였다($\delta = 3.3e7$). 그리고 불확실성을 가지는 강성이 각각 $k_1(1-\theta_s)$, $k_2(1+\theta_s)$ 인 경우에 이 제어기를 적용해 보면 불확실성이 있는 계에서는 불안정한 극점이 존재하게 됨을 알 수 있었다. 이는 제어입력에 포화가 생기지 않을 때의 페루프계의 극점들을 확인하면 된다. 공칭계($\theta_s = 0$)에서는 페루프계의 극점들은 $-4.5591e+1 \pm 2.2359e+1i$, $-1.0831 \pm 4.5930e+1i$, $-1.3627e+3$, -7.4742 로 모두 안정하다. 이는 제어입력에 포화가 생기는 경우에도 항상 안정성이 보장된다. 그러나 불확실성이 있는 계에서는 θ_s 가 대략 0.2보다 커지면 불안정한 극점들이 존재하게 됨을 확인할 수 있는데, $\theta_s = 0.2$ 인 경우의 페루프계의 극점들은 $+8.8369e-2 \pm 4.1592e1i$, $-4.3717e1 \pm 2.4393e2i$, $-1.3689e2$, -7.3893 이다. 그림 8은 $\theta_s = 0.2$ 인 경우의 질량 m_2 의 변위(x_2)와 제어입력 전압의 시간이력을 보여 주고 있는데, 불확실성이 존재할 때 바람직하지 못한 불안정 모드의 영향으로 제어입력이 오히려 계를 불안정 모드로 가진하여 계를 불안정하게 하는 현상(여기에서는 질량 m_2 의 변위가 약 $\pm 0.8mm$ 로 무한정 진동함)을 보이고 있다.

다음으로 제어입력의 포화와 파라미터의 불확실성을 모두 고려한 제안된 강인 포화 제어기(RSC)를 살펴보았다. 그림 9는 $\theta_s = 0.2$ 인 경우의 질량 m_2 의 변위(x_2)와 제어입력 전압의 시간이력을 보여 주고 있는데, 수정된 뱁뱁 제어기와는 달리 제어기의 설계 시에 고려된 파라미터 불확실성 내에서는 항상 강인 안정성이 보장됨을 확인할 수 있다.

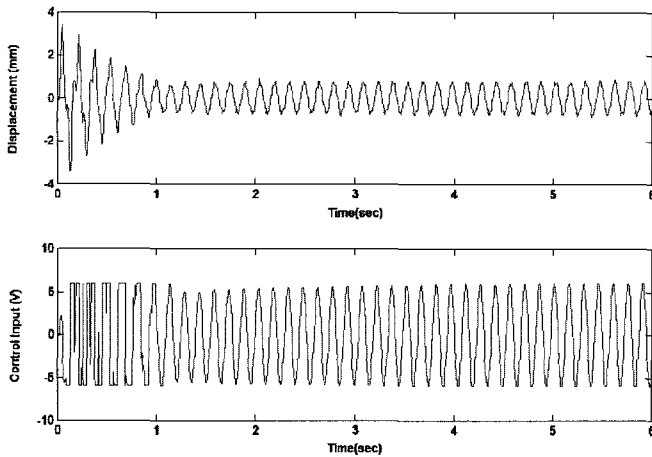


그림 8 Displacement of mass m_2 and control input voltage for uncertain system($\theta_s = 0.2$) applying the modified bang-bang controller : Experimental results

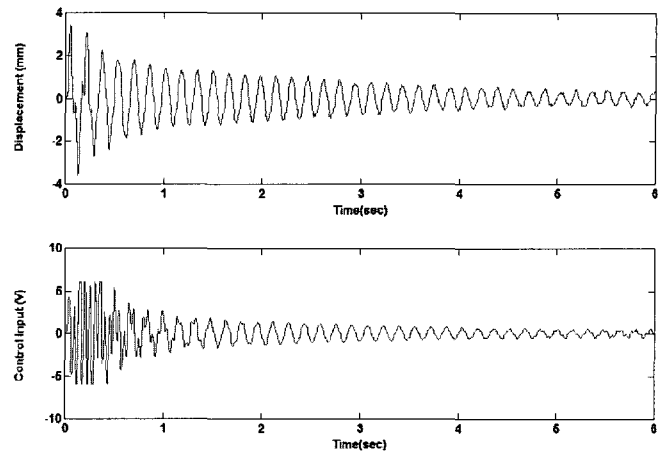


그림 9 Displacement of mass m_2 and control input voltage for uncertain system($\theta_s = 0.2$) applying the proposed robust saturation control : Experimental results

5. 결 론

본 논문에서는 제어입력의 포화와 구조적 파라미터 불확실성을 동시에 고려하여 설계되어진 강인 포화 제어기를 AMD를 이용한 건물의 능동 진동 제어에 적용하여 이 제어기의 유용성을 실험적으로 검증하였다. 건물-AMD 시스템의 경우 식 (17)의 LMI 최적화 문제를 이용할 때 공칭계에서의 제어 성능을 좋게 하는 제어기가 설계되었다. 실험은 유압식 AMD가 설치된 2층의 건물 모형에 대하여 수행하였다. 각 층의 강성에 $\pm 20\%$ 의 불확실성을 가정하여 제어기의 해를 구하고 실험을 수행하였다. 강인 포화 제어기는 파라미터의 불확실성을 고려하지 않고 제어입력의 포화만을 고려하는 수정된 뱅뱅 제어기에 비해 파라미터 불확실성의 상하한이 커질수록 공칭계에서의 제어 성능은 조금씩 나빠지지만, 최적 선형 제어기 LQR보다는 제어 성능이 조금 더 좋음을 실험적으로 확인할 수 있었다. 그리고 불확실성이 존재하는 경우 수정된 뱅뱅 제어기의 불안정성과 강인 포화 제어기의 안정성을 실험적으로 확인하였다. 본 논문의 실험을 통하여 AMD가 설치된 건물의 능동 진동 제어에 강인 포화 제어기가 유용하게 사용될 수 있음을 알 수 있었다.

AMD를 이용한 건물의 능동 진동 제어에 있어서 건물의 변위와 속도를 측정하기 보다는 가속도를 측정하는 것이 실제적이다. 그러므로 향후 본 논문에서 검증된 강인 포화 제어기의 실제 적용을 위해서는 가속도 신호를 이용하여 건물의 변위와 속도를 구하는 관측기 설계에 대한 연구가 진행되어야 할 것이다.

감사의 글

본 연구는 “중소형 선박용 MD-ARS 설계 기술 개발” 과제, 국가지정연구사업(NRL: M10500000112-05J0000-1121) 및 두뇌한국 사업(Brain Korea 21)의 지원으로 수행되었다.

참고 문헌

1. Indrawan, B., Kobori, T., Sakamoto, M., Koshika, N. and Ohru, S., "Experimental verification of bounded-force control method", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol.25, No.2, 1996, pp.179-193.
2. Mongkol, J., Bhartia, B. and Fujino, Y., "On Linear-Saturation(LS) control of buildings", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol.25, 1996, pp.1353-1371.
3. Housner, G. W. et al., "Structural control : Past, present, and future", *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, Vol.123, No.9, 1997, pp.922-923.
4. Zhou, K. and Doyle, J.C., *Essentials of robust control*, Prentice-Hall, Inc., 1998.
5. Spencer, B.F. Jr., and Sain, M.K., "Controlling buildings : A new frontier in feedback", *IEEE Control Systems Magazine on Emerging Technology*, Vol.17, No.6, 1997, pp.19-35.
6. Soong, T.T., *Active structural control : Theory and Practice*, Longman Scientific & Technical, 1990.
7. Wonham, W.M. and Johnson, C.D., "Optimal bang-bang control with quadratic performance index", *Transactions on ASME, Ser. D*, Vol.86, 1964, pp.107-115.
8. Friendland, B., "Limiting forms of optimum stochastic linear regulators", *Journal of Dynamic Systems Measurement Control, Transactions on ASME, Ser. G*, Vol.93, No.3, 1971, pp.135-141.
9. Meirovitch, L., *Dynamics and control of structures*, Wiley, New York, 1990.

10. Wu, Z. and Soong, T.T., "Modified bang-bang control law for structural control implementation", *Journal of Engineering Mechanics, ASCE*, Vol.122, 1996, pp.771-777.
11. Cai, G.P., Huang, J.Z., Sun, F. and Wang, C., "Modified sliding-mode bang-bang control for seismically excited linear structures", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol.29, 2000, pp.1647-1657.
12. Lim, C.W., Park, Y.J. and Moon, S.J., "Robust saturation controller for linear time-invariant system with structured real parameter uncertainties", *Journal of Sound and Vibration*, (accepted on 15 October 2005).
13. Lim, C.W., Moon, S.J., Park, Y.J. and Park, Y.S., "A robust saturation controller design method considering structured real parameter uncertainties", *2nd ANCRiSST Workshop*, 2005, pp.367-378.
14. 임채욱, 문석준, 박영진, 박윤식, "강인 포화 제어기의 안정성에 관한 실험적 연구", 한국소음진동공학회 논문집 제16권 제2호, 2006, pp.207-213.
15. Gahinet, P., Apkarian, P. and Chilali, M., "Affine parameter-dependent Lyapunov functions and real parameter uncertainty", *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol.41, No.3, 1996, pp.436-442.
16. Boyd, S., Ghaoui, L.E., Feron, E. and Balakrishnan, V., *Linear matrix inequalities in system and control theory*, SIAM, Philadelphia, 1994.
17. Gahinet, P. and Nemirovski, A., *The LMI control toolbox*, The MathWorks Inc., 1995.
18. Dorato, P., Abdallah, C. and Cerone, V., *Linear Quadratic Control : an introduction*, Prentice Hall, Inc., 1995.