

유한요소모델개선을 위한 하이브리드 최적화기법의 수치해석 검증

Numerical Verification of Hybrid Optimization Technique for Finite Element Model Updating

정대성¹⁾ · 김철영²⁾

Jung, Dae-Sung · Kim, Chul-Young

국문 요약 >> 기존의 유한요소모델개선기법들은 측정에 의한 모달 데이터와 해석적으로 계산된 시스템 행렬로 구성된 수학적 목적함수를 사용하거나 업데이트 변수에 관한 모달 특성의 미분함수를 사용해야만 한다. 따라서 교량구조물과 같은 복잡한 구조물에의 적용이 어렵고 역해석에 있어 해의 안정성 문제가 발생할 수 있다. 또한 개선된 모델이 물리적인 의미를 지니지 못할 수도 있다. 본 논문에서는 유전자알고리즘과 Nelder-Mead의 심플렉스기법을 사용한 하이브리드 최적화 유한요소모델개선기법을 제안하였다. 하이브리드 최적화 기법의 성능을 검증하기 위해 3개의 국부최소값과 1개의 전체최소값을 갖는 Goldstein-Price 함수를 사용하여 비선형문제에 대한 적용성을 검토하였다. 또한 최적화 목적함수의 영향을 검토하기 위해 10개의 자유도를 갖는 스프링-질량 모델을 사용하여 변수연구를 수행하였다. 최종적으로 수치해석을 통해서 질량과 강성을 동시에 개선하기 위한 최적화 목적함수를 제시하고, 제안된 하이브리드 최적화 기법이 유한요소모델개선을 위해 매우 효과적인 방법임을 입증하였다.

주요어 하이브리드 최적화기법, 유한요소모델개선, 유전자알고리즘, 심플렉스기법

ABSTRACT >> Most conventional model updating methods must use mathematical objective function with experimental modal matrices and analytical system matrices or must use information about the gradient or higher derivatives of modal properties with respect to each updating parameter. Therefore, most conventional methods are not appropriate for complex structural system such as bridge structures due to stability problem in inverse analysis with ill-conditions. Sometimes, moreover, the updated model may have no physical meaning. In this paper, a new FE model updating method based on a hybrid optimization technique using genetic algorithm (GA) and Nelder-Mead simplex method (NMS) is proposed. The performance of hybrid optimization technique on the nonlinear problem is demonstrated by the Goldstein-Price function with three local minima and one global minimum. The influence of the objective function is evaluated by the case study of a simulated 10-dof spring-mass model. Through simulated case studies, finally, the objective function is proposed to update mass as well as stiffness at the same time. And so, the proposed hybrid optimization technique is proved to be an efficient method for FE model updating.

Key words hybrid optimization technique, finite element model updating, genetic algorithm, simplex method

1. 서론

최근 들어 토목구조물이 대형화, 장대화되면서 구조물의 안전성 확보를 위한 구조건강도모니터링(SHM; Structural Health Monitoring), 시스템규명(SI; System Identification) 및 손상평가(Damage Assessment)에 대한 관심이 증대되고

있다. 이들 방법들은 정확한 해석모델을 기초로 측정자료를 이용하여 구조물의 강성 및 질량과 같은 시스템의 변화나 손상 등의 구조적 변화를 평가하는 것을 말한다. 이들 분야뿐만 아니라 많은 구조동역학분야에서 실제 구조물의 거동을 정확히 표현해 줄 수 있는 해석모델의 작성은 매우 중요하다. 실제 구조물의 경우, 시공오차와 장기간 사용에 따른 구조적인 손상 또는 노후화 등에 의해 설계도면에 근거하여 작성되는 초기 해석모델이 실제와 다를 수 밖에 없다. 따라서 정확한 해석모델을 작성하기 위해서는 초기 해석모델의 모델링 오차를 최소화하기 위해 측정자료를 활용한 유한요소모델개선이 필요하다.

기존의 모델개선기법은 크게 직접법(Direct Method)과 반

¹⁾ 비회원·영지대학교 토목환경공학과, BK21 연구원
(대표저자: dsjung@mju.ac.kr)

²⁾ 정회원·영지대학교 토목환경공학과 교수

본 논문에 대한 토의를 2007년 2월 28일까지 학회로 보내 주시면 그 결과를 게재하겠습니다.

복법(Iterative Method)으로 나눌 수 있다. 직접법은 Baruch와 Bar-Itzhack(1978)⁽¹⁾, Berman과 Nagy(1983)⁽²⁾ 등에 의해 제안된 방법으로, 측정에 의한 모달 데이터와 해석모델의 시스템행렬로 구성된 제약조건을 갖는 목적함수를 최적화함으로써 시스템행렬의 오차를 수학적 함수로 작성하여 한번의 계산만으로 오차를 보정하고자 하였다. 이러한 직접법은 수학적 함수로부터 직접적으로 강성과 질량의 변화를 보정하려고 하였기 때문에 정확한 모델개선이 어렵다. 시스템 행렬을 직접적으로 보정하기 때문에 개선된 행렬이 조밀하고 개선모델이 물리적인 의미를 지니지 못할 수도 있다. 또한 역해석에 있어서 측정오차와 측정점의 부족과 같은 악조건에 의해 해의 안정성 문제가 발생할 수 있다. 이러한 문제점을 개선하기 위한 방법이 Mottershead와 Friswell(1993)⁽³⁾, Maia와 Silva(1997)⁽⁴⁾, 그리고 Levin과 Lieven(1998)⁽⁵⁾ 등에 의해 제안된 반복법이다. 반복법은 주로 업데이트 변수에 대한 고유진동수와 모드형상과 같은 동적 특성의 민감도행렬을 이용하여 반복계산을 통해 모델을 개선한다. 업데이트 변수로는 주로 물리적인 매개변수를 사용하거나 강성과 질량의 요소행렬을 사용한다. 따라서 반복법은 업데이트 변수에 대한 동적 특성의 미분함수를 필요로 한다. Jaishi와 Ren(2005)⁽⁶⁾은 유한요소해석으로부터 업데이트 변수에 대한 전방차분법(forward difference method)을 이용해 민감도행렬을 작성하여 모델개선을 수행하기도 하였다. 하지만 실제 구조물의 거동이 물리적인 변수들에 대해 선형 거동을 하지 않을 뿐만 아니라 업데이트 변수의 변화로 모드형상의 차수가 바뀌기 때문에 목적함수가 매우 비선형적이고 불연속적일 수 밖에 없다.

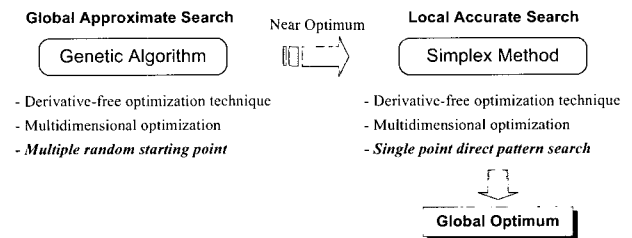
따라서 본 논문에서는 교량구조물에 대한 보다 유연한 모델개선을 위해 Global-Local 최적화 기법을 사용하여 강성과 질량을 동시에 개선할 수 있는 하이브리드 최적화 유한요소모델개선기법을 제안하였다. 또한 기 개발된 다양한 유한요소모델을 쉽게 활용하고 개선된 모델을 구조조건도 모니터링, 시스템규명 및 손상평가와 같은 다양한 연구분야에 이용할 수 있도록 상용 유한요소해석 툴을 사용하였다. 제안된 기법을 수치예제에 대한 변수연구를 통해 검증하였다.

2. 하이브리드 최적화 유한요소모델개선기법

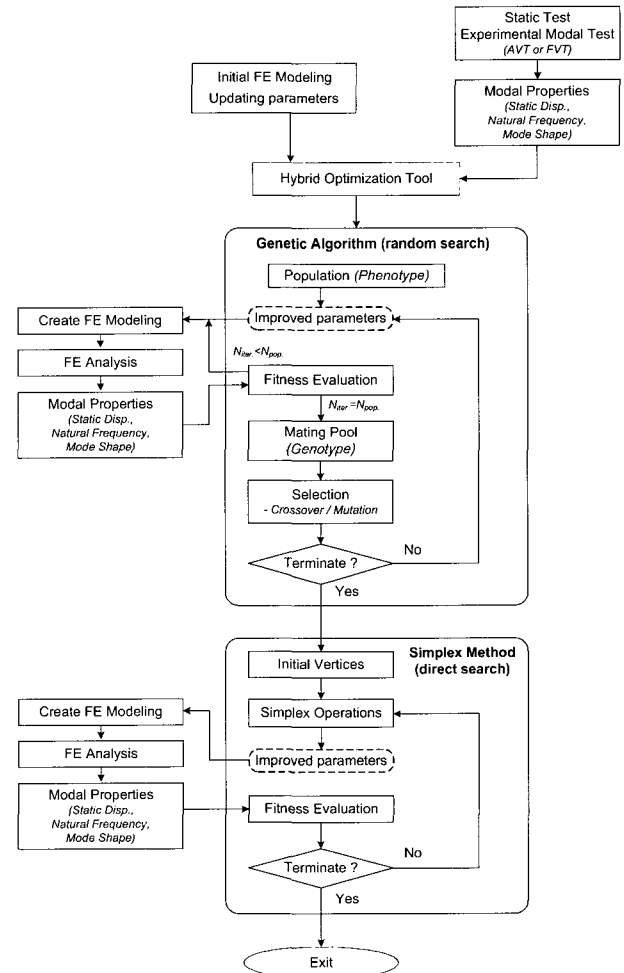
2.1 GA-NMS 하이브리드 최적화 기법

본 연구에서는 John Holland(1975)⁽⁷⁾에 의해 개발된 유전자 알고리즘(GA; Genetic Algorithm)과 Nelder-Mead(1965)⁽⁸⁾에 의해 제안된 심플렉스기법(NMS; Nelder-Mead's Simplex Method)을 연속적으로 사용한 하이브리드 최적화 유한요소

모델개선기법을 제안하였다. 그림 1과 같이 Global 최적화 기법인 유전자알고리즘은 주어진 전체영역에서 랜덤하게 해를 탐색하는 추계론적 탐색방법이고, Local 최적화기법인 심플렉스기법은 초기 주어진 시작점으로부터 근접한 위치에서의 목적함수를 비교하여 직접 해를 탐색하는 결정론적 탐색방법이다. 두 방법은 서로 전개 패턴이 다르지만 미분함수를 사용하지 않으며 다중 변수에 대한 최적화가 가능하다. 본 논문에서 제안된 하이브리드 최적화 유한요소모델개선기법은 그림 2와 같이 최적화 알고리즘은 MatLAB⁽⁹⁾의 gads toolbox를 사용하였고 유한요소해석프로그램은 상용 유한요소해석 툴인 ABAQUS⁽¹⁰⁾를 사용하였다.



〈그림 1〉 GA-NMS 하이브리드 최적화기법의 개념도



〈그림 2〉 하이브리드 최적화 유한요소모델개선기법의 흐름도

2.2 최적화 목적함수

유한요소모델개선에 있어서 최적화 목적함수는 실제 구조물과 해석모델간의 상관관계를 정확히 표현할 수 있으며 구조물의 거동 특성을 정확히 나타낼 수 있는 측정 가능한 물리량의 함수로 구성되어야 한다. 본 논문에서는 제안된 하이브리드 최적화 유한요소모델개선기법에 상용 유한요소해석 툴을 적용할 수 있도록 실험자료와 해석모델의 결과만을 사용한 output-level의 목적함수를 제시하였다. 제안된 최적화 목적함수는 시스템 행렬이나 업데이트 변수에 대한 미분함수를 사용하지 않는다. 하이브리드 최적화 유한요소모델개선기법을 위한 목적함수는 식 (1a)~(1c)에 제시한 고유진동수, 모드형상, 그리고 정적처짐에 대한 적합함수(fitness function)의 선형 조합 형태를 사용하였다. 특히 모드형상에 대한 적합함수는 Waters(1995)⁽¹¹⁾에 의해 제안된 NMD(Normalized Modal Difference)값을 사용하였다. 강성과 질량을 동시에 개선할 수 있는 목적함수의 형태는 스프링-질량 모델에 대한 수치예제를 통해서 최종적으로 제시하였다.

$$fitness_1(f) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \alpha_i \cdot \left| \frac{f_{i_EXP} - f_{i_FEM}}{f_{i_EXP}} \right|, \quad i = 1, \dots, m \text{ (모드수)} \quad (1a)$$

$$fitness_2(\phi) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \beta_i \cdot NMD_i, \quad i = 1, \dots, m \text{ (모드수)} \quad (1b)$$

$$fitness_3(u) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \gamma_i \cdot \left| \frac{u_{i_EXP} - u_{i_FEM}}{u_{i_EXP}} \right|, \quad i = 1, \dots, n \text{ (측정점의 개수)} \quad (1c)$$

여기서 $fitness_1(f)$, $fitness_2(\phi)$, $fitness_3(u)$ 는 각각 고유진동수, 모드형상 및 정적처짐에 관한 적합함수이다. 점차 EXP와 FEM은 각각 실험결과와 업데이트 모델의 해석결과를 나타낸다.

3. 비선형 함수에 대한 수치예제 검증

교량구조물과 같이 복잡한 구조물의 모델개선을 위한 최적화 목적함수는 많은 업데이트 변수들에 의해 비선형함수 형태를 갖게 되며 수많은 국부최소값이 존재할 수 있다. 따라서 주어진 공간에서 전체최소값과 3개의 국부최소값을 갖는 Goldstein-Price 함수를 사용하여 비선형 목적함수와 다중의 국부최소값이 존재하는 문제에 대한 하이브리드 최적화 유한요소모델개선기법의 적용성을 검토하였다.

3.1 Goldstein-Price 함수

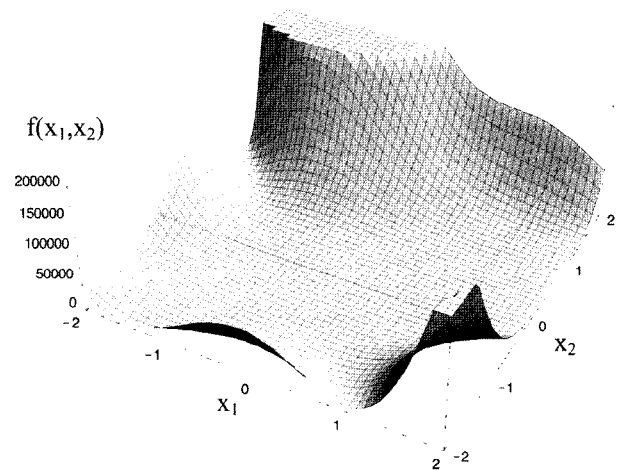
Goldstein-Price 함수(Mockus, 1989)^(12,13)에 대한 최적화 문제는 식 (2)와 같다.

Minimize:

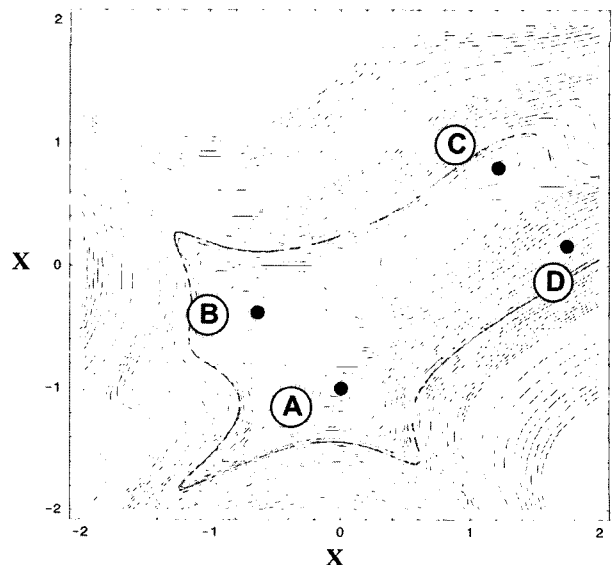
$$f(x_1, x_2) = \{1 + (x_1 + x_2 + 1)^2 \times (19 - 14x_1 + 3x_1^2 - 14x_2 + 6x_1x_2 + 3x_2^2)\} \times \{30 + (2x_1 - 3x_2)^2 \times (18 - 32x_1 + 12x_1^2 + 48x_2 - 36x_1x_2 + 27x_2^2)\} \quad (2)$$

Subject to: $-2 \leq x_1 \leq 2, -2 \leq x_2 \leq 2$

Goldstein-Price 함수는 그림 3 및 그림 4와 같이 두 개의 변수 x_1, x_2 에 대해 주어진 범위 $[-2, 2]$ 에서 전체최소점(global optimum point)을 포함하여 총 4개의 국부최소점



〈그림 3〉 Goldstein-Price 함수



〈그림 4〉 Goldstein-Price 함수의 국부최소점

〈표 1〉 Goldstein-Price 함수의 국부최소점

구분	Updating variables	Function value	Optimum point
A	$x_1=0.0, x_2=-1.0$	3.0	Global
B	$x_1=-0.6, x_2=-0.4$	30.0	Local
C	$x_1=1.2, x_2=0.8$	840.0	Local
D	$x_1=1.8, x_2=0.2$	84.0	Local

(local optimum point)을 갖는 비선형함수이다. 표 1에 국부최소점을 나타내었고 전체최소점은 업데이트링 변수 $x_1^* = 0.0, x_2^* = -1.0$ 에서 함수값 $f^* = 3.0$ 을 갖는다.

3.2 해석 결과

하이브리드 최적화기법에 의한 수치해석 결과를 표 2에 정리하였다. Local 최적화기법인 Quasi-Newton법, 유전자알고리즘 및 심플렉스기법을 개별적으로 사용한 결과를 함께 비교하였다.

표 2에서 Quasi-Newton법과 심플렉스기법은 시작점에 따라 국부최소값에 수렴하는 결과를 보였다. 유전자알고리즘은 다른 방법에 비해 해석시간이 오래 걸리는 단점이 있으나 모든 경우에 근사적으로 전체최소점 A에 수렴한 결과를 보였다. 하이브리드 최적화기법의 경우에는 유전자알고리즘만을 사용한 경우의 반복횟수(10,000회)보다 매우 적은

횟수(1,000회)로 유전자알고리즘을 수행하고 그 결과를 심플렉스기법의 시작점으로 사용하여 최적화를 수행하였다. 그 결과, 유전자알고리즘만을 사용한 경우보다 수렴속도가 매우 빠르며 모든 경우에 대해 전체최소점에 정확히 수렴되는 결과를 보였다. 따라서 하이브리드 최적화기법은 다중최소점을 갖는 비선형함수에 충분히 적용 가능하며 효과적으로 전체최소값을 찾을 수 있는 방법이라 판단된다.

4. 스프링-질량 모델을 이용한 변수연구

하이브리드 최적화 유한요소모델개선기법과 함께 유전자알고리즘과 심플렉스기법을 별도로 적용하여 10개의 자유도를 갖는 스프링-질량 모델에 대한 변수연구를 수행하였다. 변수연구를 통해 강성과 질량을 동시에 개선하고 전체최소값에 수렴하기 위한 목적함수의 형태를 제시하였다. 또한 업데이트링 변수의 개수에 따른 수렴 성능과 수렴 횟수를 평가하였다. 최종 개선된 모델에 대해 최적화 목적함수, 업데이트링 변수의 평균제곱근오차, 그리고 모드상관성 평가를 통해 하이브리드 최적화 유한요소모델개선기법의 성능을 정량적으로 평가하였다. 또한 대상 수치해석 모델에 대해 하이브리드 기법의 적용을 위한 유전자알고리즘의 최소한의 필요 해석 횟수를 제시하였다.

〈표 2〉 Goldstein-Price 함수에 대한 최적화 결과

Case	Parameters		Updating Results			
			Quasi-Newton	Genetic Algorithm	Simplex Method	Hybrid (This study)
1	Initial value	(0.5,-0.5)	(0.00,-1.00)	(-0.02,-0.99)	(0.00,-1.00)	(0.00,-1.00)
	Iteration		45	10000	141	1145
	Function value		3.0	3.198	3.0	3.0
	Optimum point		Global A	Near A	Global A	Global A
2	Initial value	(-1.0,-1.0)	(1.80,0.20)	(0.05,-1.01)	(0.00,-1.00)	(0.00,-1.00)
	Iteration		33	10000	136	1139
	Function value		84.0	3.675	3.0	3.0
	Optimum point		Local D	Near A	Global A	Global A
3	Initial value	(1.0,1.0)	(0.00,-1.00)	(0.01,-0.96)	(-0.60,-0.40)	(0.00,-1.00)
	Iteration		48	10000	244	1161
	Function value		3.0	3.499	30.0	3.00
	Optimum point		Global A	Near A	Local B	Global A
4	Initial value	(0.0,0.0)	(-0.60,-0.40)	(-0.01,-1.04)	(-0.60,-0.40)	(0.00,-1.00)
	Iteration		32	10000	187	1180
	Function value		30.0	3.62	30.0	3.00
	Optimum point		Local B	Near A	Local B	Global A
5	Initial value	(0.0,1.0)	(0.00,-1.00)	(0.01,-0.97)	(0.00,-1.00)	(0.00,-1.00)
	Iteration		49	10000	153	1232
	Function value		3.00	3.442	3.00	3.00
	Optimum point		Global A	Near A	Global A	Global A

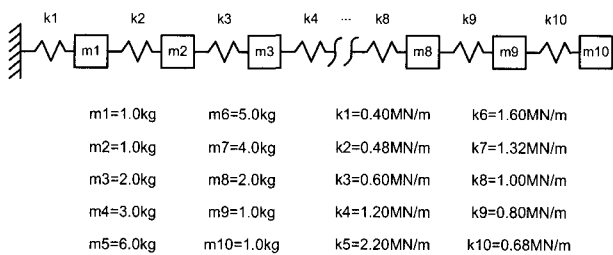
〈표 3〉 정규화된 업데이트 변수

질량	Normalized value		스프링강성	Normalized value	
	기준모델(Exp.)	초기모델(FEM)		기준모델(Exp.)	초기모델(FEM)
m1	0.9	1.0	k1	1.0	1.0
m2	1.0	1.0	k2	1.0	1.0
m3	1.0	1.0	k3	1.1	1.0
m4	0.75	1.0	k4	1.0	1.0
m5	1.0	1.0	k5	1.3	1.0
m6	1.0	1.0	k6	1.0	1.0
m7	1.15	1.0	k7	1.0	1.0
m8	1.0	1.0	k8	1.0	1.0
m9	1.0	1.0	k9	1.1	1.0
m10	1.0	1.0	k10	1.0	1.0

4.1 스프링-질량 모델

10개의 집중질량을 갖는 선형스프링-질량 모델(Rad, 1997)⁽¹⁴⁾은 그림 5와 같다.

기준모델(original model)은 질량 m_1 과 m_4 를 각각 10%와 25% 감소시키고, 질량 m_7 , 강성 k_3 , k_5 그리고 k_9 를 각각 15%, 10%, 30% 그리고 10%를 증가시킨 것으로 가정하였다. 정적처짐은 m_{10} 에 $10kN$ 의 하중을 작용시켜 계산하였다. 기준모델에 의해 계산된 정적처짐과 고유진동수 및 모드형상 결과를 실험에 의한 것으로 가정하고, 그림 5에 주어진 각 변수값을 초기값으로 유한요소모델개선을 수행하였다. 해석모델에 대한 업데이트 변수는 표 3과 같이 정규화된 값을 사용하였다.



〈그림 5〉 10자유도 스프링-질량 모델

4.2 해석조건

하이브리드기법을 적용한 유한요소모델개선시 유전자알고리즘의 모집단의 수는 업데이트 변수의 20배로 정하고 세대는 100회로 제한하여 해석하였다. 기타 해석조건은 표 4와 같다.

심플렉스기법은 초기 주어진 값으로부터 탐색 방향이 결정되기 때문에 초기 시작점에 따라 수렴결과가 달라질 수 있다. 따라서 표 5와 같이 초기 시작값에 따른 영향을 검토

〈표 4〉 유전자알고리즘의 해석조건

Options	Function	Value
Population Size	-	변수개수×20
Generation	-	100
Elite Count	-	2
Initial Population Range	-	[0.5, 1.5]
Selection Method	Roulette	-
Crossover Fraction	Scattered	0.75
Mutation	Uniform	0.008

〈표 5〉 심플렉스기법의 해석조건

구분	Case 1	Case 2	Case 3
초기값	0.9	1.0	1.1

하였다. 각 업데이트 변수의 미소변량은 초기값의 5%를 사용하였다. 하이브리드기법의 경우에는 유전자알고리즘에 의해 개선된 값을 초기값으로 사용하였다.

4.3 업데이트 변수와 최적화 목적함수

업데이트 변수의 개수에 따른 수렴 정도와 수렴 횟수를 표 6과 같이 검토하였다. 최적화 목적함수는 식 (1)에 제시된 고유진동수, 모드형상 및 정적처짐에 대한 적합함수의 조합으로 식 (3a)~(3d)에 대해서 검토하고 질량과 강성을 동시에 개선할 수 있는 목적함수의 형태를 제시하였다. 식 (1)의 각 적합함수에 대한 가중치 계수 α , β , γ 는 1.0을 사용하였다.

본 연구에서 검토한 목적함수의 형태는 식 (3)과 같다.

$$f_{1,\min} = fitness_1(f) + fitness_2(\phi) + fitness_3(u) \quad (3a)$$

$$f_{2,\min} = fitness_1(f) + fitness_3(u) \quad (3b)$$

$$f_{3,\min} = fitness_1(f) + fitness_2(\phi) \tag{3c}$$

$$f_{4,\min} = fitness_2(\phi) + fitness_3(u) \tag{3d}$$

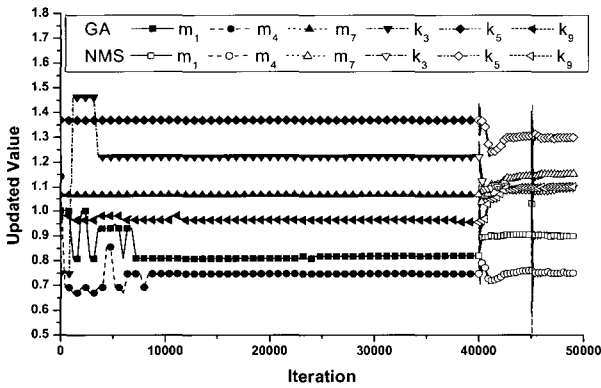
〈표 6〉 업데이트 변수의 개수와 종류

변수 개수	고려된 변수
1	k_3
3	k_3, k_5, k_9
6	$m_1, m_4, m_7, k_3, k_5, k_9$
10	$k_1 \sim k_{10}$
15	$m_1 \sim m_5 \text{ \& } k_1 \sim k_{10}$
20	$m_1 \sim m_{10} \text{ \& } k_1 \sim k_{10}$

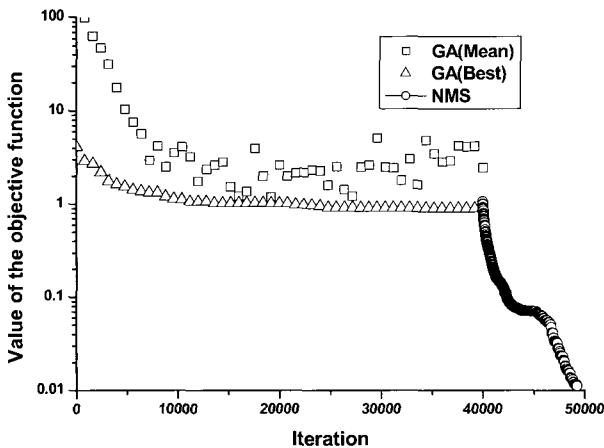
4.4 유한요소모델개선 결과

하이브리드 최적화 유한요소모델개선 결과로 그림 6과 그림 7에 각각 업데이트 변수의 수렴과정과 목적함수의 수렴과정을 나타내었다. 정적처짐, 고유진동수 및 모드형상을 고려한 목적함수 $f_{1,\min}$ 의 결과이다.

각 그림에서 40,000회까지는 유전자알고리즘에 의한 결과이고 그 이후는 심플렉스기법에 의한 모델개선 결과이다.



〈그림 6〉 업데이트 변수의 수렴과정(Hybrid, $f_{1,\min}$)



〈그림 7〉 목적함수의 수렴과정(Hybrid, $f_{1,\min}$)

유전자알고리즘의 경우 초기 적은 횟수의 반복계산만으로도 근사적인 전체최소값에 수렴하지만 어느 한계 이상 반복 계산을 수행하여도 크게 좋아지지는 않는 것을 확인할 수 있다. 또한 심플렉스기법에 의한 업데이트 변수의 최종 수렴값이 유전자알고리즘에 의한 모델개선 결과에서 크게 벗어나지 않고 있음을 확인할 수 있다. 이는 유전자알고리즘에 의해 초기값을 구할 경우 전체최소값에 대한 근사적인 시작점을 찾을 수 있음을 의미한다. 표 7에 하이브리드기법에 의한 목적함수의 형태별 개선모델의 최종 결과를 비교하였다.

표 7에서 모델개선시 고려된 목적함수만을 보면, 고유진동수와 정적처짐만을 고려한 $f_{4,\min}$ 의 경우가 가장 수렴도가 좋은 것처럼 보인다. 하지만 모든 적합함수의 합계에 있어서는 3가지 적합함수를 모두 고려한 $f_{1,\min}$ 의 경우가 가장 수렴도가 좋음을 확인할 수 있다. 기존 모델개선기법에서 주로 고려되었던 동적 특성만을 고려한 $f_{3,\min}$ 의 경우에도 $f_{1,\min}$ 의 경우에 비해 오차가 크게 발생하였다. 따라서 강성과 질량을 모두 보정하기 위해서는 고유진동수, 모드형상 및 정적처짐을 모두 고려하여야 할 것으로 판단된다.

다음은 표 8에 업데이트 변수의 최종 수렴된 결과와 관계식 (4)와 같이 전체 업데이트 변수에 대한 평균제곱근오차 (RMSE; Root Mean Square Error)를 비교하였다.

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left(\frac{x_i^{exp} - x_i^{up}}{x_i^{exp}} \right)^2} \tag{4}$$

여기서 x_i^{exp} 와 x_i^{up} 은 각각 기준(실험)모델과 해석모델의 업데이트 변수값이고 N 은 전체 업데이트 변수의 개수이다.

업데이트 변수의 RMS오차 역시 표 7의 적합함수의 합계와 같이 $f_{1,\min}$ 의 경우가 가장 좋은 결과를 보였다. 다음은 업데이트 변수의 최종 수렴결과를 목적함수의 형태별로 그림 8~11에 나타내었다.

〈표 7〉 목적함수별 유한요소모델개선결과(Hybrid)

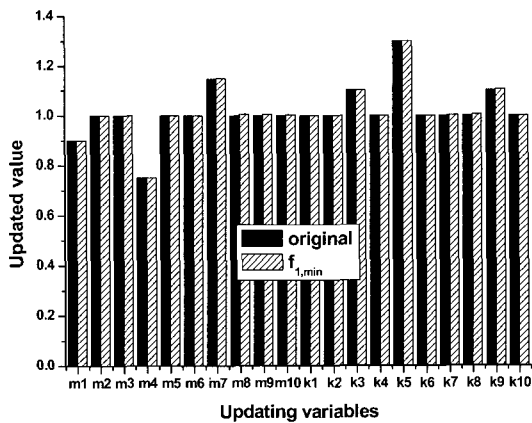
구분	Function value				
	$f_{1,\min}$	$f_{2,\min}$	$f_{3,\min}$	$f_{4,\min}$	
목적함수 ¹⁾	0.01113	0.04686	0.00962	0.00149	
적합함수	고유진동수	0.00136	0.00560	0.00183	0.80618
	처짐	0.00274	0.04125	0.32889	0.00022
	모드형상	0.00703	1.85770	0.00779	0.00127
	합계 ²⁾	0.01113	1.90456	0.33851	0.80767

¹⁾ 모델개선시 사용된 목적함수만의 결과

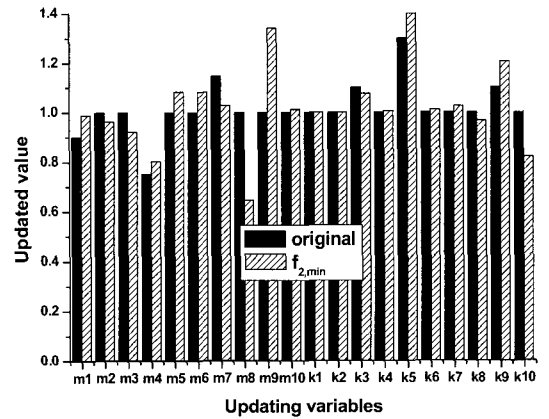
²⁾ 3가지 적합함수의 합계

〈표 8〉 업데이트 변수의 최종 수렴값(Hybrid)

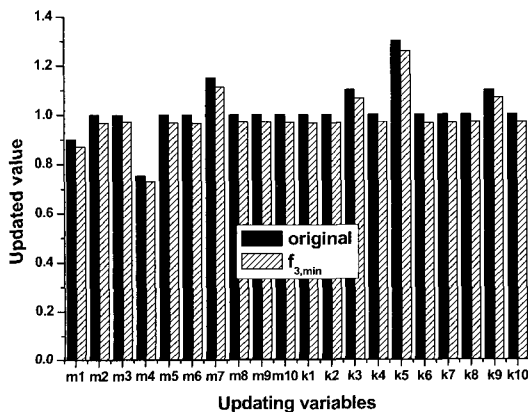
Updating variables		Original	Updated value			
			$f_{1,min}$	$f_{2,min}$	$f_{3,min}$	$f_{4,min}$
Mass	m1	0.900	0.9002	0.9875	0.8707	1.0647
	m2	1.000	0.9999	0.9614	0.9686	1.1830
	m3	1.000	1.0001	0.9208	0.9706	1.1832
	m4	0.750	0.7503	0.8022	0.7271	0.8872
	m5	1.000	0.9997	1.0836	0.9679	1.1829
	m6	1.000	1.0003	1.0838	0.9670	1.1833
	m7	1.150	1.1526	1.0292	1.1131	1.3607
	m8	1.000	1.0049	0.6455	0.9714	1.1832
	m9	1.0000	1.0031	1.3413	0.9717	1.1834
	m10	1.000	1.0025	1.0116	0.9703	1.1836
Stiffness	k1	1.000	1.0000	1.0001	0.9671	1.0000
	k2	1.000	0.9999	0.9999	0.9679	1.0000
	k3	1.100	1.0999	1.0782	1.0665	1.1000
	k4	1.000	1.0005	1.0069	0.9710	1.0000
	k5	1.300	1.3003	1.4006	1.2595	1.2997
	k6	1.000	0.9997	1.0110	0.9666	1.0000
	k7	1.000	1.0008	1.0249	0.9674	1.0003
	k8	1.000	1.0047	0.9653	0.9701	0.9998
	k9	1.100	1.1045	1.2066	1.0697	1.1005
	k10	1.000	1.0020	0.8184	0.9704	1.0006
RMSE		0.000	0.002	0.130	0.031	0.130



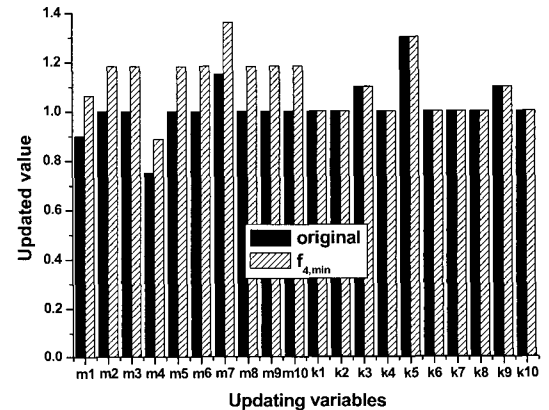
〈그림 8〉 업데이트 변수의 최종 수렴값(Hybrid, $f_{1,min}$)



〈그림 9〉 업데이트 변수의 최종 수렴값(Hybrid, $f_{2,min}$)



〈그림 10〉 업데이트 변수의 최종 수렴값(Hybrid, $f_{3,min}$)



〈그림 11〉 업데이트 변수의 최종 수렴값(Hybrid, $f_{4,min}$)

목적함수 $f_{1,min}$ 의 경우는 질량과 강성 모두 기준모델에 잘 수렴된 결과를 보였다. 정적처짐과 고유진동수의 적합함수만을 고려한 $f_{2,min}$ 은 주로 교량구조물의 재하실험에 의한 내하력 평가시 처짐만을 기초로 한 모델보정의 경우로서 본 예제의 경우에는 가장 오차가 큰 것으로 나타났다. 목적함수 $f_{3,min}$ 은 기존의 모델개선시 주로 사용하는 동적 특성만을 고려한 경우로서 질량과 강성 모두 기준값보다 약 3% 정도 적은 값에 수렴한 결과를 보였다. 결과적으로 고유진동수와 모드형상만을 고려하여 모델개선을 수행할 경우에도 오차의 크기는 작지만 국부최소값(local minimum)에 수렴할 수 있다는 것을 의미한다. 정적처짐과 모드형상의 적합함수만을 고려한 목적함수 $f_{4,min}$ 의 경우에는 강성은 잘 수렴하였으나 질량은 전체적으로 약 18%정도 크게 나타났다. 이 경우 역시 질량이 국부최소값에 수렴된 것으로 판단된다.

다음은 심플렉스기법만을 사용하여 목적함수 $f_{1,min}$ 에 대한 모델개선을 수행하였다. 초기 시작값에 따른 목적함수의 수렴값과 업데이트 변수의 RMS 오차를 표 9에 나타내었다.

목적함수와 업데이트 변수의 RMS 오차 모두 초기값으로 0.9 및 1.0을 사용한 경우가 1.1을 사용한 경우보다 10배 이상 적은 오차로 수렴한 것으로 나타났다. 이는 초기값에 따라 수렴 정도가 매우 다를 수 있음을 의미한다. 일반적으로 실제 교량구조물과 같이 복잡한 구조물의 해석모델을 작성할 경우에 각 변수들에 대한 정확한 값을 모르기 때문에 설계도면을 근거로 계산하거나 특정 변수에 대해서는 가정하여 사용하여야만 한다. 따라서 실제의 문제에서는 모델링 오차를 포함할 수 밖에 없기 때문에 심플렉스기법만을 사용

〈표 9〉 심플렉스기법에 의한 모델개선결과

	Updating results, $f_{1,min}$		
	0.9	1.0	1.1
Initial value	0.9	1.0	1.1
Function value	0.010	0.009	0.123
RMSE	0.002	0.002	0.029

〈표 10〉 업데이트 변수의 개수에 따른 결과

Num. of variables	수렴 횟수			Function value		RMS오차	
	GA	Simplex	Hybrid	Simplex	Hybrid	Simplex	Hybrid
1	400	50	447 (47)	0.0001	0.0003	0.00003	0.00005
3	1200	161	1345 (145)	0.0001	0.0001	0.00002	0.00002
6	2400	543	2848 (448)	0.0002	0.0008	0.00003	0.00010
10	4000	1162	4731 (731)	0.0009	0.0011	0.00008	0.00007
15	6000	7668	8242 (2242)	0.0050	0.0053	0.00036	0.00081
20	8000	40000	22201 (14201)	0.1277	0.0187	0.02929	0.00350

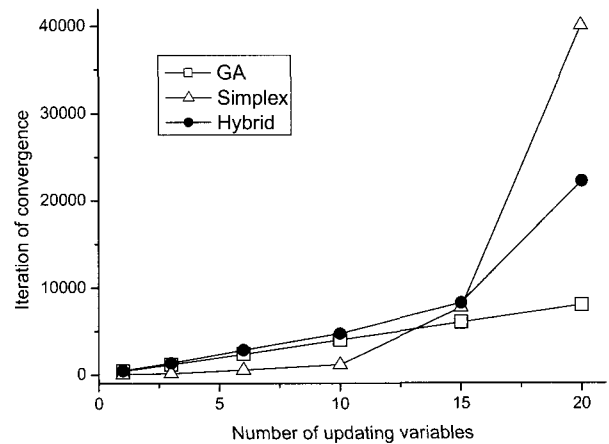
GA : population = 변수개수×20, generation = 20회
 () : Hybrid에서 GA이후에 수행된 Simplex만의 해석 횟수
 Simplex : initial value=1.0인 경우

할 경우에는 국부최소값에 수렴한 결과가 나타날 수 있다. 결과적으로, 초기 해석모델의 모델링 오차의 영향을 최소화하기 위해서는 본 논문에서 제안한 하이브리드기법에 의한 모델개선이 매우 효과적인 것으로 판단된다.

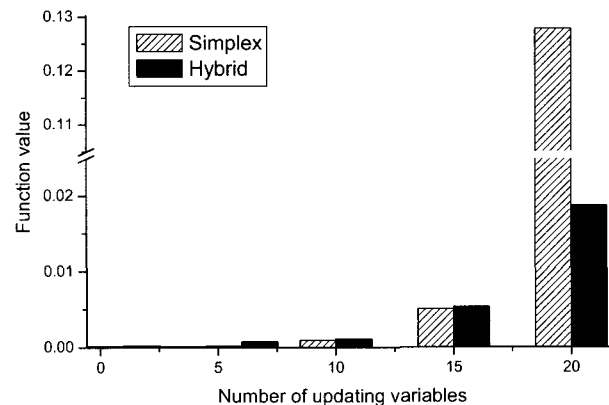
4.5 하이브리드 유한요소모델개선기법의 성능 평가

4.5.1 수렴 속도 및 성능

업데이트 변수의 개수에 따른 각 모델개선기법의 수렴 횟



〈그림 12〉 업데이트 변수의 개수에 따른 수렴횟수 비교



〈그림 13〉 업데이트 변수의 개수에 따른 목적함수값 비교

수, 목적함수 및 업데이트 변수의 RMS오차를 표 10, 그림 12 및 그림 13에 나타내었다. 목적함수는 $f_{i,min}$ 을 사용하였다.

유전자알고리즘의 경우에는 세대를 20회로 제한하고 모집단의 수를 업데이트 변수의 20배로 해석하였기 때문에 업데이트 변수의 개수에 비례하여 증가하지만, 심플렉스기법과 하이브리드기법의 경우에는 업데이트 변수의 개수가 증가함에 따라 해석 횟수도 급격히 증가하는 것으로 나타났다. 심플렉스기법만을 사용한 유한요소모델개선의 경우는 초기값을 1.0을 사용하였기 때문에 업데이트 변수가 20개인 경우 실질적으로 기준값과 차이가 있는 변수의 개수는 6개뿐이다. 그럼에도 불구하고 업데이트 변수의 개수가 커질 경우, 하이브리드기법은 심플렉스기법에 비해 모델개선의 정도뿐만 아니라 수렴속도에 있어서도 개선 효과가 뛰어난 것으로 나타났다.

4.5.2 모드상관성 평가

목적함수로 $f_{i,min}$ 을 사용하고 업데이트 변수의 개수는 20개를 사용한 경우에 대해 하이브리드기법의 모델개선결과

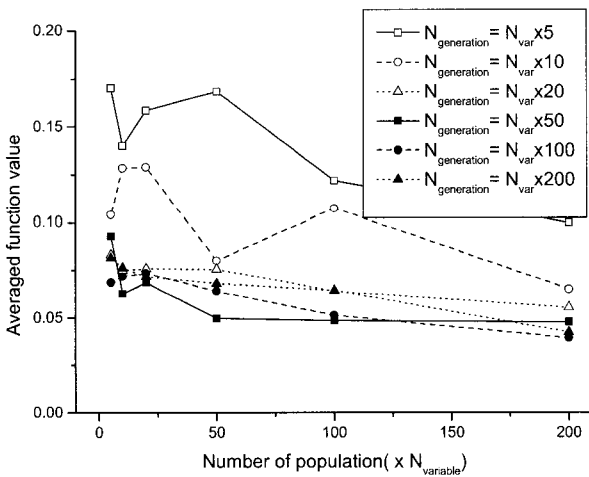
로부터 MAC, CoMAC 및 NMD 값을 표 11에 비교하였다.

스프링-질량 모델에 대한 하이브리드기법을 적용한 유한요소모델개선 결과, MAC값과 CoMAC값이 1.0에 가까운 값을 보였고 NMD값은 전체 모드에서 약 0.1% 이내의 오차로 매우 정확한 모델개선이 이루어졌음을 확인할 수 있다.

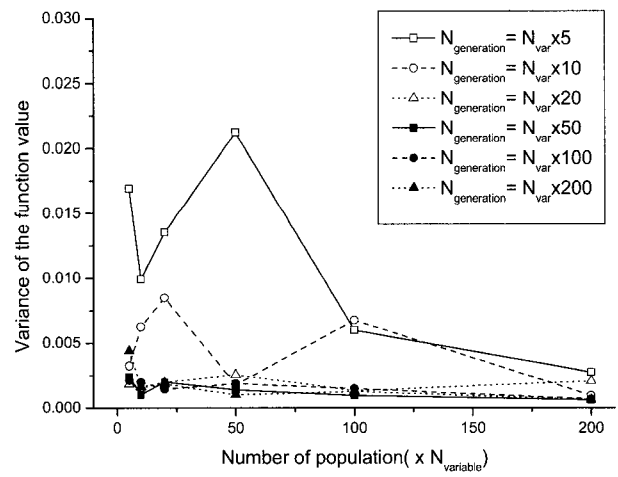
4.6 유전자알고리즘의 최소 해석조건

유전자알고리즘의 해석에 있어 모집단의 수와 세대 수를 업데이트 변수의 5, 10, 20, 50, 100, 그리고 200배까지 해석하여 하이브리드기법 적용을 위한 유전자알고리즘의 최소 해석 횟수를 제시하였다. 그림 14와 그림 15에 각각 업데이트 변수가 20개인 경우에 대한 목적함수의 평균값과 분산을 나타내었다.

해석 결과, 유전자알고리즘의 모집단 수와 세대 수를 업데이트 변수의 20배 이상 사용하여 해석할 경우 목적함수와 그 분산이 일정한 결과를 보였다. 따라서 하이브리드 최적



〈그림 14〉 목적함수의 평균값($N_{var}=20$)



〈그림 15〉 목적함수의 분산($N_{var}=20$)

〈표 11〉 모델개선기법별 개선모델의 모드상관성 비교

모드	MAC		CoMAC		NMD	
	Initial	Hybrid	Initial	Hybrid	Initial	Hybrid
1	1.000	1.000	0.922	1.000	0.006	0.000
2	0.999	1.000	0.840	1.000	0.033	0.002
3	0.996	1.000	0.779	1.000	0.067	0.001
4	0.993	1.000	0.679	1.000	0.083	0.001
5	0.982	1.000	0.682	1.000	0.135	0.001
6	0.965	1.000	0.696	1.000	0.192	0.001
7	0.969	1.000	0.712	1.000	0.178	0.001
8	0.907	1.000	0.708	1.000	0.320	0.000
9	0.000	1.000	0.551	1.000	51.16	0.000
10	0.000	1.000	0.580	1.000	83.06	0.000

GA : population = 400개, generation = 100회

화 유한요소모델개선기법의 적용을 위한 유전자알고리즘의 최소 해석 횟수는 모집단의 수와 세대 수 모두 업데이트링 변수의 20배 이상 사용할 경우 신뢰성 있는 모델개선 효과를 얻을 수 있을 것으로 판단된다.

5. 결론

본 연구에서는 유한요소모델개선을 위한 하이브리드 최적화 유한요소모델개선기법을 제안하고 수치예제를 통해 검증하였다. 본 연구로부터 얻어진 결론을 정리하면 다음과 같다.

- (1) Global-Local 탐색이 가능한 최적화 기법으로 유전자알고리즘과 심플렉스기법을 도입하여 기존 모델개선기법의 문제점을 개선한 하이브리드 최적화 유한요소모델개선기법을 제안하였다.
- (2) 제안된 하이브리드기법을 Goldstein-Price 함수에 적용한 결과, 다수의 국부최소점을 갖는 비선형 문제에 적용 가능하였다. 따라서 교량구조물과 같이 복잡하고 국부최소점이 많은 문제에도 충분히 적용 가능할 것으로 판단되며 실험에 의한 검증과정이 필요할 것으로 사려된다.
- (3) 10개의 자유도를 갖는 스프링-질량 모델에 대한 검증 결과, 유전자알고리즘은 업데이트링 변수의 개수에 비례하여 계산시간이 크게 증가하고 수렴속도 또한 매우 더딘 것으로 나타났다. 하지만 적은 해석횟수만으로도 국부최소점을 근사적으로 탐색할 수 있는 것으로 볼 때, 초기 시작점을 찾는 데 매우 효과적인 것으로 판단된다. 심플렉스기법은 해의 수렴속도가 빠르고 정확성 또한 좋으나 주어진 시작점으로부터 해를 탐색하기 때문에 업데이트링 변수의 초기 시작값에 따라 국부최소점에 수렴할 수 있는 것으로 나타났다.
- (4) 하이브리드기법은 목적함수의 수렴성과 수렴속도, 업데이트링 변수의 평균제곱근 오차 및 개선모델의 모드상관성 정도를 볼 때 매우 뛰어난 모델개선 효과가 있는 것으로 판단된다.
- (5) 목적함수의 구성에 따른 영향을 평가한 결과, 고유진동수, 모드형상 및 정적처짐의 적합함수를 모두 고려한 경우가 질량과 강성을 동시에 개선할 수 있었으며 가장 좋은 모델개선효과를 보였다.
- (6) 하이브리드 최적화 유한요소모델개선에서 유전자알고리즘의 최소 해석조건으로는 모집단의 수와 해석 세대수를 업데이트링 변수의 20배 이상 사용할 경우 신뢰성 있는 모델개선결과를 얻을 수 있었다. 단, 실 구조물의 경우에는 측정오차와 측정점이 매우 제한적이기 때문에

노이즈 및 측정점 개수에 따른 추가적인 검토가 필요할 것으로 판단된다.

감사의 글

이 연구는 건설교통부가 출연하고 한국건설교통기술평가원에서 위탁시행한 2004년도 건설핵심기술연구개발사업(과제번호: 04핵심기술C02-02)의 연구비 지원에 의하여 수행되었으며, 이에 감사드립니다.

참고 문헌

1. Baruch, M. and Y. Bar-Itzhack, "Optimisation weighted orthogonalisation of measured modes," *AIAA Journal*, 16(4), 1978, pp. 346-351.
2. Berman, A. and Nagy, E. J., "Improvement of a large analytical model using test data," *AIAA Journal*, 21(8), 1983, pp. 1168-1173.
3. Mottershead, J. E. and Friswell, M. I., "Model updating in structural dynamics: A survey," *Journal of Sound and Vibration*, 167(2), 1993, pp. 347-375.
4. Maia, N. M. M. and Silva, J. M. M., *Theoretical and Experimental Modal Analysis*, Research Studies Press LTD. Baldock, Hertfordshire, 1997.
5. Levin, R. I. and Lieven, N. A. J., "Dynamic finite element model updating using neural networks," *Journal of Sound and Vibration*, 210(5), 1998, pp. 593-607.
6. Jaishi, B. and Ren, W.-X., "Structural Finite Element Model Updating Using Ambient Vibration Test Results," *Journal of Structural Engineering*, ASCE, Vol. 131, No. 4, 2005, pp. 617-628.
7. Holland, J. H., *Adaptation in Natural and Artificial Systems*, University of Michigan Press, Ann Arbor, 1975.
8. Nelder, J. A. and Mead, R., "A simplex method for function minimization," *Computer Journal*, Vol. 7, 1965, pp. 308-311.
9. The Mathworks, *MATLAB&SIMULINK User's Guide*, MATLAB Release 2006, The Mathworks, Inc., 2006.
10. ABAQUS User's Manual, ABAQUS, Inc.
11. Waters, T. P., *Finite element model updating using measured frequency response functions*, Ph. D. Thesis, Dept. of Aerospace Engineering, University of Bristol, England, 1995.
12. Mockus, J., *Bayesian Approach to Global Optimization*, Kluwer Academic, 1989.
13. Lee, K. Y., Cho, S. H. and Roh, M. I., "An efficient global-local hybrid optimization method using design sensitivity analysis," *Int. J. of Vehicle Design*, Vol. 28, No. 4, 2002, pp. 300-317.
14. Rad, S. Z., *Methods for Updating Numerical Models in Structural Dynamics*, Ph. D. Dissertation, Department of Mechanical Engineering, University of London, England, 1997.