

기존 비선형약산법들의 신뢰성 개선을 위한 비선형직접스펙트럼법

The Nonlinear Direct Spectrum Method Improving Application and Reliability of Existing Approximate Nonlinear Methods

김재웅¹⁾ · 강병두²⁾ · 전대한³⁾

Kim, Jae-Ung · Kang, Pyeong-Doo · Jun, Dae-Han

국문 요약 >> 본 연구에서는 강성골격곡선으로부터 산정한 구조물의 초기 탄성진동주기 T_1 와 응답스펙트럼으로부터 산정한 비선형 유사가속도 A_{ly}/g 및 연성비 μ 를 사용하여, 반복적인 계산과정 없이 복합구조물의 내진성능을 평가하는 비선형직접스펙트럼법(NDSM)을 고려한다. 다양한 지진과 복합구조물에 대한 NDSM의 신뢰성과 실용성을 비선형시각이력해석(NRHA) 결과와 비교·검토하였다. 본 연구의 결론은 다음과 같다. (1) NDSM은 강성골격곡선으로부터 기본진동주기와 비선형 항복강도를 구하면, 비선형 응답스펙트럼으로부터 직접적으로 구조물의 비선형 최대응답을 산정할 수 있는 실용적인 방법으로 사료된다. (2) NDSM의 응답을 정산해와 비교한 결과, 대부분의 모델이 단순평균의 관점에서 전체 해석모델 중 3/4이 약 20% 이하의 오차를 나타내었고, 일반적으로 비선형시각이력해석의 응답보다 크게 산정되는 것으로 나타났다.

주요어 비선형직접스펙트럼법, 상부벽식-하부골조구조, Pushover해석, 최대비선형응답

ABSTRACT >> This paper considers the nonlinear direct spectrum method to estimate seismic performance of mixed building structures without iterative computations, given dynamic property T_1 from stiffness skeleton curve and nonlinear pseudo acceleration A_{ly}/g and/or ductility ratio μ from response spectrum. Nonlinear response history analysis has been performed and analysed with various earthquakes for evaluation of correctness and confidence of nonlinear direct spectrum method. The conclusions of this study are as follows; (1) Nonlinear direct spectrum method is considered as a practical method which is applicable to compute the structural initial elastic period and the yielding strength from stiffness skeleton curve and calculate the nonlinear maximum response of structure directly from nonlinear response spectrum. (2) The comparison of the analysis results from NDSM and NRHA showed that the average errors were less than 20% in about 3/4 of the analysis cases, and that the results obtained from NDSM turned out to be generally larger than those from NRHA.

Key words nonlinear direct spectrum method, upper wall-lower frame system, pushover analysis, maximum nonlinear response

1. 서론

1.1 연구배경 및 목적

비선형시각이력해석법은 정확하긴 하나 복잡하고 많은 노력이 요구되기 때문에 이를 대신하기 위해 실용성과 단순성의 측면에서 관련 내진기준단체에서 다양한 약산적인 방

법들을 제시하고 있으며, 그 중 대표적인 약산법들로는 능력스펙트럼법(ATC-40)⁽¹⁾, 변위계수법(FEMA-273)⁽²⁾ 등이 있다.

능력스펙트럼과 선형 요구스펙트럼에 바탕을 둔 ATC-40의 선형 능력스펙트럼법(capacity spectrum method; CSM)은 개념적으로는 간단하나 반복계산과정이 요구되며, 부정확한 결과가 산출되는 경우⁽³⁾가 많다. 이에 따라 해석법의 정확성을 개선하기 위한 방법의 하나로써, Fajfar⁽⁴⁾, Vidic⁽⁵⁾, Reinhorn⁽⁶⁾ 등이 선형 스펙트럼대신 비선형 스펙트럼을 이용하는 방법들을 제시하고 있으나, 아직 다소의 계산과정이 요구된다. 따라서 비선형정적해석(pushover해석)에 의한 pushover곡선으로부터 구조물의 비선형 항복강도와 진동주기를 구한 다음, 복잡한 반복 계산과정을 거치지 않고 직접

¹⁾ 정희원·동아대학교 건축학부 교수, 공학박사
(대표지자: jukim@dau.ac.kr)

²⁾ 정희원·거창전문대학 건축·인테리어과 부교수, 공학박사

³⁾ 정희원·동서대학교 건설공학부 부교수, 공학박사

본 논문에 대한 토의를 2006년 10월 30일까지 학회로 보내 주시면 그 결과를 게재하겠습니다.

적으로 구조물의 비선형 최대응답을 구할 수 있는 비선형직접스펙트럼법(nonlinear direct spectrum method; NDSM)이 연구·제시^(19,20)된 바 있다.

본 논문에서는 기존 비선형약산법들의 단점을 개선하고, 보다 정확한 비선형 응답 산정을 위해 제시된 NDSM을 상부 및 하부구조의 층수가 각각 변화하는 상부벽식-하부골조의 복합구조물의 모델에 적용하여 그 신뢰성을 평가하고자 한다.

1.2 연구범위 및 방법

구조물의 내진성능(seismic performance)을 산정하기 위한 NDSM의 정확성과 신뢰성을 검토하기 위해 18가지의 다양한 지진기록과 상부벽식-하부골조구조로 이루어진 복합구조물에 대해 비선형시각이력해석(nonlinear response history analysis; NRHA)을 수행한 결과와 NDSM에 의한 비선형 응답결과를 비교·검토한다.

상부벽식-하부골조로 이루어진 복합구조물의 해석모델로는 동일한 평면에 대하여 하부구조 및 상부구조의 층수가 각각 변화하는 8가지 모델들을 고려한다. 해석모델은 연구 목적의 범위 내에서 모델링 과정에서의 오류와 복잡함을 줄이고자 실제 복합구조물을 이상화시킨 가상 모델을 사용하며, 연구하고자 하는 변수의 해석결과를 명확하게 나타내기 위해 계단실 등의 코어(core)의 영향을 고려하지 않는다.

해석모델들에 대해, 한국콘크리트학회 콘크리트구조설계기준⁽⁷⁾을 따르는 탄성 설계용 범용프로그램인 MIDAS/ GENw Ver. 4.3.2⁽⁸⁾를 사용하여 부재의 단면크기와 철근 배근을 결정한다. 이와 같이 탄성 설계된 부재로부터 비선형해석에 사용될 각 부재의 극한단면내력을 산정한다.

비선형해석(NRHA 및 pushover해석)에서는 3차원 입체 비선형해석용으로 개발된 CANNY 99⁽⁹⁾를 사용하여 구조물에 대한 비선형해석을 수행한다. 또한 비선형직접스펙트럼법에 필요한 비선형 가속도응답스펙트럼 작성을 위해서 USEE⁽¹⁰⁾ 프로그램을 사용한다.

2. 비연립 모드해석법(UMRHA)

2.1 운동방정식

비선형 시스템에 있어, 지진하중을 받는 다자유도계(multi degree of freedom; MDF)에 대한 일반적인 운동방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + f_s(u, \text{sign}\dot{u}) = p_{\text{eff}}(t) \quad (1)$$

$$p_{\text{eff}}(t) = -m\ddot{u}_g(t) = -s\ddot{u}_g(t) \quad (2)$$

$$s = \sum_{n=1}^N s_n, \quad s_n = \Gamma_n m \phi_n \quad (3)$$

$$\Gamma_n = L_n / M_n \quad (4)$$

$$L_n = \phi_n^T m l \quad (5)$$

$$M_n = \phi_n^T m \phi_n \quad (6)$$

식 (1)의 우변은 유효지진력으로 식 (2)와 같이 공간분포 벡터 s 와 스칼라 시간함수 $-\ddot{u}_g(t)$ 의 곱으로 나타낼 수 있고, s 는 식 (3)과 같이 모드별 공간분포 s_n 의 중첩으로 생각할 수 있다.

2.2 n 차모드응답

비선형 거동을 하는 구조물(MDF)의 n 차모드의 응답산정은 모드별 공간분포 s_n 과 선형 시스템의 응답산정 과정을 바탕으로 다음과 같이 전개된다.

우선 n 차모드의 운동방정식은 식 (7)과 같고, 이 식은 식 (8)의 변환으로 식 (9)와 같은 n 차모드방정식이 된다. 다시 식 (10)의 변환을 거쳐 식 (11)과 같은 n 차모드 등가단자유도계(equivalent single degree of freedom; ESDF) 방정식이 얻어진다.

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + f_s(u, \text{sign}\dot{u}) = -s_n \ddot{u}_g(t) \quad (7)$$

$$u_n(t) = \phi_n q_n(t) \quad (8)$$

$$\ddot{q}_n + 2\zeta_n \omega_n \dot{q}_n + P_{sn}/M_n = -\Gamma_n \ddot{u}_g(t) \quad (9)$$

$$q_n(t) = \Gamma_n D_n(t) \quad (10)$$

$$\ddot{D}_n + 2\zeta_n \omega_n \dot{D}_n + F_{sn}/L_n = -\ddot{u}_g(t) \quad (11)$$

$$F_{sn} = F_{sn}(D_n, \text{sign}\dot{D}_n) \quad (12)$$

n 차모드의 운동방정식 (7)로부터 유도된 식 (9)의 경우, 비선형 영역에서는 각 모드들의 상호간섭 및 강성변화로 P_{sn} 의 q_n 및 \dot{q}_n 들이 서로 연계(coupled)되어 기존의 선형 모드해석을 수행할 수 없다. 그러나 선형 시스템에서 n 차모드를 제외한 나머지 모드에서는 $q_r(t) = 0 (r \neq n)$ 이라는 성격을 감안하여, Chopra⁽¹¹⁾ 등은 비선형 시스템에서도 n 차모드가 지배적이고, 나머지 모드들의 기여정도가 현저히 낮아 $P_{sn}(q_n, \text{sign}\dot{q}_n)$ 대신 $P_{sn}(q_n, \text{sign}\dot{q}_n)$ 으로 가정할 수 있음을 제시하였다. 위의 가정에 근거한 식 (9)로부터 유도된 식 (11)은 n 차모드의 ESDF에 대한 운동방정식이라고 할 수 있다. 따라서 변위 $D_n(t)$ 는 단위질량과 n 차모드 진

동특성(ω_n, ζ_n)을 갖는 ESDF 시스템에 동적외력 $-\ddot{u}_g(t)$ 이 가해질 때의 응답이 된다. $D_n(t)$ 는 ESDF의 비선형동적해석으로 구할 수 있고, $D_n(t)$ 의 최대값 D_{no} 는 비선형 응답(혹은 설계) 스펙트럼으로부터 간단히 산정할 수도 있다. 이와 같이 비선형 시스템의 방정식이 각 모드별로 분리된다는 가정에 따른다면, 식 (7)과 같은 N 차의 연립 2계 미분방정식(coupled; MDF) 대신에 식 (9) 또는 식 (11)과 같은 N 개의 독립된 2계 미분방정식(uncoupled; SDF)의 해를 선형 중첩하여 응답을 구할 수 있다. 비선형 거동을 하는 구조물에 대하여 식 (7)로 유도된 각 모드에 대한 응답을 중첩하는 방법을 비연립 모드중첩법(uncoupled modal response history analysis; UMRHA)⁽¹¹⁾이라 한다.

위와 같은 개념에 따라, 방정식 (7)에 대한 n 차모드응답($r_n(t)$)은 식 (13)과 같이 산정^(11,12)될 수 있다.

$$r_n(t) = r_n^{st} A_n(t) \quad (13)$$

여기서, r_n^{st} 는 s_n 에 대한 MDF 정적응답(상수벡터)을 나타내고 $A_n(t)$ 는 n 차모드 유사가속도로써 식 (11)에서 동적외력 $-\ddot{u}_g(t)$ 에 대한 ESDF 동적해석의 결과이다. 간단히 말해, n 차모드 응답 $r_n(t)$ 는 정적외력 s_n 에 대한 전체 구조물(MDF)의 정적해석결과 r_n^{st} 와, 동적외력 $-\ddot{u}_g(t)$ 에 대한 n 차모드 ESDF의 동적해석 결과인 유사가속도 $A_n(t)$ 의 곱으로 구해질 수 있고, 전체응답 $r(t)$ 는 이렇게 구해진 모든 모드 응답 $r_n(t)(n=1\sim N)$ 들을 중첩함으로써 얻어질 수 있다. 이와 같은 개념을 나타내면 그림 1과 같다.

또한 식 (11)을 비선형해석함으로써 구할 수 있는 유사가속도 $A_n(t)$ 또는 $D_n(t)$ 는 강성골격곡선 $F_{sn}/L_n - D_n$ 와 고정분포 외력에 대한 pushover곡선 $V_{bn} - u_{rn}$ (밀면전단력-최상층변위)으로부터 다음과 같이 구해질 수 있다.

$$\frac{F_{sn}}{L_n} = A_n = \frac{V_{bn}}{M_n^*} \quad (14)$$

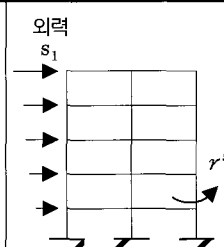
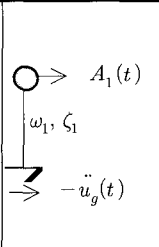
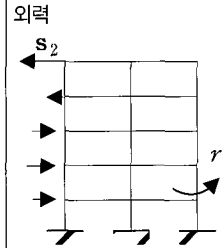
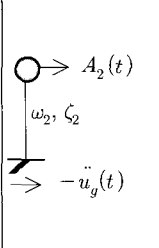
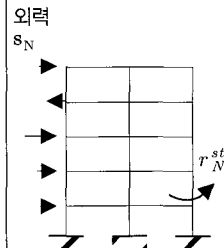
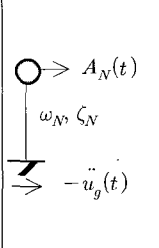
$$D_n = \frac{u_{rn}}{\Gamma_n \phi_{rn}} \quad (15)$$

여기서, $M_n^* = L_n \Gamma_n$ 은 유효모드질량이고, 나머지 변수들은 식 (4)-(6)과 같다.

UMRHA에 따른 구조물의 n 차모드 변위는 다음과 같이 구해질 수 있다.

$$\mathbf{u}_{n,UMRHA}(t) = \Gamma_n \phi_n D_n(t) \quad (16)$$

식 (14)-(15)에서 n 차모드의 유사항복가속도와 항복변위

모드	정적해석(MDF)	동적해석(ESDF)	모드응답
1			$r_1(t) = r_1^{st} A_1(t)$
2			$r_2(t) = r_2^{st} A_2(t)$
⋮	⋮	⋮	⋮
N			$r_N(t) = r_N^{st} A_N(t)$
전체응답; $r(t) = \sum_{n=1}^N r_n(t)$			

〈그림 1〉 지진하중에 대한 UMRHA의 개념

를 A_{ny}, D_{ny} 라 할 때, 차모드 ESDF시스템의 선형진동주기 T_n 은 다음과 같다.

$$T_n = 2\pi \left(\frac{D_{ny}}{A_{ny}} \right)^{1/2} \quad (17)$$

2.3 전체응답

최종적으로 전체응답은 다음과 같이 구해질 수 있다.

$$\mathbf{u}_{UMRHA}(t) = \sum_{n=1}^N \Gamma_n \phi_n D_n(t) \quad (18)$$

3. 비선형직접스펙트럼법(NDSM)

NDSM에서는 2장의 UMRHA의 특성과 장단점을 토대로 기본모드($n=1$)에 대한 변수변환을 통해 보다 간단하게 비선형 최대응답을 산정하며 전개과정은 다음과 같다. 앞으

로의 전개에서 일부 응답의 최대치는 아래첨자 o로 표기하기로 한다.

3.1 기본모드의 최대응답

기본모드의 최대응답은 식 (16)에 따라 다음과 같이 구할 수 있다.

$$u_{1o} = \Gamma_1 \phi_1 D_{1o} \tag{19}$$

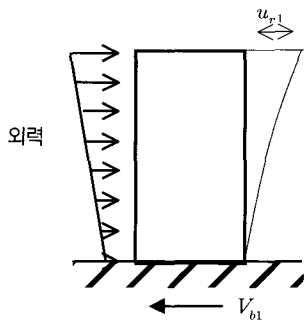
3.2 기본모드 ESDF의 최대응답

3.2.1 Pushover해석(MDF, $V_{bl} - u_{r1}$)

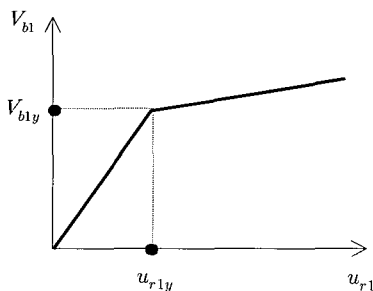
식 (19)의 응답 D_{1o} 를 구하기 위해서는 기본모드 ESDF (식 (11))의 강성골격곡선이 요구된다. 그림 2와 같은 구조물과 고정된 외력분포에 대하여 pushover해석을 수행하여 그림 3과 같은 구조물의 밀면전단력 V_{bl} 과 최상층변위 u_{r1} 의 이선형 pushover곡선($V_{bl} - u_{r1}$)을 구한다.

3.2.2 강성골격곡선(ESDF, $F_{s1}/L_1 - D_1$)

위에서 구한 구조물의 pushover곡선($V_{bl} - u_{r1}$)을 아래와 같은 변수변환을 통하여 그림 4와 같은 ESDF에 대한 강성골격곡선($F_{s1}/L_1 - D_1$)으로 변환할 수 있다. 그림에서 A_{1y} , D_{1y} 는 각각 유사항복가속도, 최대항복변위를 나타내고, β_1 은 초기강성에 대한 항복후강성비를 나타낸다.



<그림 2> 비선형 pushover해석



<그림 3> Pushover곡선($V_{bl} - u_{r1}$)

$$A_1 = \frac{F_{s1}}{L_1} = \frac{V_{bl}}{M_1}, \quad D_1 = \frac{u_{r1}}{\Gamma_1 \phi_{r1}} \tag{20}$$

$$M_1^* = \frac{L_1^2}{M_1} \tag{21}$$

$$T_1 = 2\pi \left(\frac{D_{1y}}{A_{1y}} \right)^{1/2} \tag{22}$$

대칭구조물인 경우 L_1 , M_1 은 다음과 같다.

$$L_1 = \phi_1^T m 1 = \sum_{j=1}^N m_j \phi_{j1} \tag{23}$$

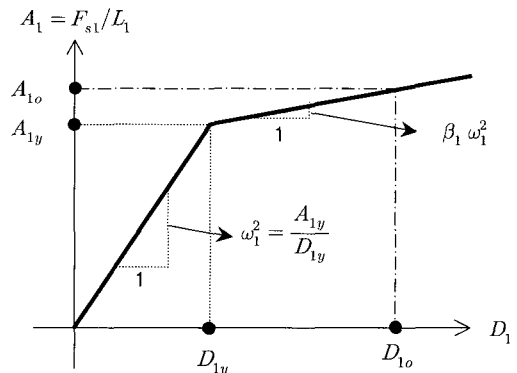
$$M_1 = \phi_1^T m \phi_1 = \sum_{j=1}^N m_j \phi_{j1}^2 \tag{24}$$

3.3.3 비선형 응답스펙트럼(ESDF, $A_{1y}/g - T_1$)

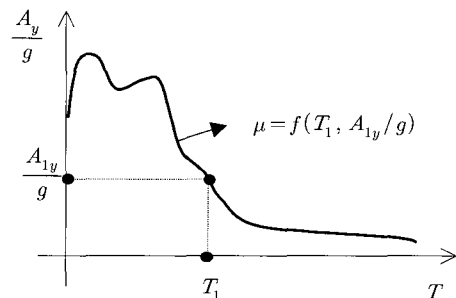
입력지진동에 대한 비선형 가속도응답스펙트럼을 $A_{1y}/g - T_1$ 의 관계를 나타내면 그림 5와 같다.

3.2.4 최대응답(ESDF)

위에서 산정된 ESDF의 강성골격곡선(그림 4)로부터 구해진 동적특성 T_1 과 비선형 유사가속도 A_{1y}/g 에 따라 그림 5로부터 μ 를 구할 수 있다. 얻어진 연성비 μ 로부터 기본모드에 대한 ESDF의 비선형 최대변위는 다음과 같이 구할



<그림 4> 강성골격곡선($F_{s1}/L_1 - D_1$)



<그림 5> 비선형 가속도응답스펙트럼(Constant $\mu - A_{1y}/g - T_1$)

수 있다.

$$D_{1o} = \mu \left(\frac{A_{1y}}{g} \right) \left(\frac{T_1}{2\pi} \right)^2 g \quad (25)$$

3.3 전체최대응답

그림 6과 같은 구조물의 최상층에서의 전체최대응답은 식 (26)과 같이 산정할 수 있으며, 이를 NRHA 응답결과 $u_{ro,NRHA}$ 와 비교·검토하기로 한다.

$$u_{ro,NDSM} = \Gamma_1 \phi_{r1} D_{1o} \quad (26)$$

또한 식 (25)로부터 유도된 ESDF의 비선형 변위로부터 j 층 층변위 u_j , 층간변위 Δ_j 및 층전단력 V_j 를 아래와 같이 추정할 수 있다.

$$u_j = \Gamma_1 \phi_{j1} D_{1o} \quad (27)$$

$$\Delta_j = u_j - u_{j-1} \quad (28)$$

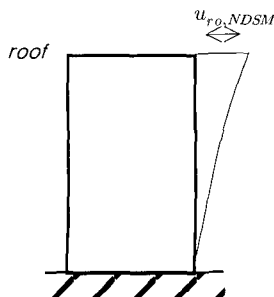
$$V_j = \left(\sum_{k=j}^N \Gamma_1 m \phi_{kj} \right) A_{1o} \quad (29)$$

여기서, D_{1o} 와 A_{1o} 는 ESDF의 비선형 최대변위(식 (25))와 유사가속도(그림 4)를 나타낸다.

4. 비선형해석

4.1 골격곡선 및 이력곡선

비선형해석을 위해 사용한 골격곡선(skeleton curve)은 휨변형에 대해서는 이선형(bi-linear), 전단변형은 삼선형(tri-linear), 축변형은 선형 모델의 골격곡선을 사용한다. 휨변형에 대한 항복후강성계수는 철근콘크리트 부재의 휨이론을 적용하여 계산하며, 전단변형의 균열후강성계수와 항복후강성계수를 산정하기 위한 전단항복점에서의 활선강성비는 초기선형강성의 0.16으로, 전단항복후의 강성은 초기



〈그림 6〉 NDSM에 의한 최상층변위 ($u_{ro,NDSM}$)

선형강성의 0.001로 가정⁽¹³⁾한다. 보, 기둥, 전단벽의 전단변형을 표현하기 위한 이력곡선(hysteresis rule)은 Origin-Oriented 모델을 갖도록 균열강도 및 항복강도를 가정하고 보, 기둥, 전단벽의 휨변형을 표현하기 위해 수정 Clough 모델 이력곡선을 갖도록 제반계수 값을 설정한다.

4.2 Pushover해석

Pushover해석은 수평층지진력의 고정된 분포라는 가정 아래 그 크기를 증가시키면서 해석하는 방법이다. Pushover 해석에 있어 구조물에 대한 고정된 분포의 작용수평하중이 필요하며, 여러 가지 외력분포방법 중 복합구조물의 비정형성을 고려할 수 있고 해석의 효율성을 높이기 위하여 modal adaptive distribution(이후로는 MAD)⁽¹⁴⁾ 방법을 사용한다. MAD 방법에 의한 작용수평하중은 식 (30)과 같고, 본 연구에서는 3차모드($n=1-3$)까지 고려한다. 이 해석법으로부터 밀면전단력 V_{bi} ($= V_{bi-3}$)와 최상층변위 u_{r1} ($= u_{r1-3}$)의 관계를 구할 수 있다. 해석에서 하중 증분은 각 층의 강성변화가 급격히 일어나지 않도록 수평력의 크기 단계별로 증분량을 조절하면서 증가시킨다.

$$F_j = \frac{m_j \left[\sum_{i=1}^p (\phi_{ji} \Gamma_i)^2 \right]^{1/2}}{\sum_{l=1}^N m_l \left[\sum_{i=1}^p (\phi_{li} \Gamma_i)^2 \right]^{1/2}} V_b \quad (30)$$

$$\Gamma_i = \frac{\sum_{j=1}^N m_j \phi_{ji}}{\sum_{j=1}^N m_j \phi_{ji}^2} \quad (31)$$

4.3 비선형시각이력해석(NRHA)

NRHA에서 운동방정식을 풀기 위한 수치적분법으로는 Newmark β 법($\beta=0.25$, $\gamma=0.5$)을 사용하고, 감쇠로는 Rayleigh 감쇠를 사용하여 해석을 수행한다. Rayleigh 감쇠에서 감쇠계수를 구하기 위해 가정된 감쇠비는 5%이다.

5. 해석모델 및 고찰

5.1 입력지진동

NRHA에 사용된 입력지진동은 표 1과 같은 3가지 분류의 18가지(FEMA-307)⁽¹⁵⁾로써 구조물의 선형탄성 이후의 거동을 살펴보기 위해 최대지반가속도(PGA)는 1g가 되도록

〈표 1〉 지진기록

EQ No.	Earthquake Date	Mag.	Station	Char. Period (sec)
Short Duration (SD)				
EQ1	Whittier Narrows 1 Oct 87	$M_L=6.1$	Mount Wilson Caltech Seismic Station	0.20
EQ2	Big Bear 28 Jun 92	$M_S=6.6$	Civic Center Grounds	0.40
EQ3	Spitak 7 Dec 88	$M_S=6.9$	Gukasyan, America	0.55
EQ4	Loma Prieta 17 Oct 89	$M_S=7.1$	Corralitos Eureka Canyon Rd.	0.85
EQ5	Northridge 17 Jan 94	$M_w=6.7$	Century City	1.00
EQ6	Imperial Valley 15 Oct 79	$M_L=6.6$	Array #7-14	1.20
Long Duration (LD)				
EQ7	Central Chile 3 Mar 85	$M_S=7.8$	Llolleo-Basement of 1-Story Building	0.30
EQ8	Central Chile 3 Mar 85	$M_S=7.8$	Valparaiso University of Santa Maria	0.55
EQ9	Imperial Valley 18 May 40	$M_L=6.3$	El Centro Irrigation District	0.65
EQ10	Tabas 16 Sep 78	$M_L=7.1$	Tabas	0.80
EQ11	Landers 28 Jun 92	$M_L=7.5$	Joshua Tree	1.30
EQ12	Michoacan 19 Sep 85	$M_S=8.1$	SCT1-Secretary of Communication and Transportation	2.00
Forward Directivity (FD)				
EQ13	Landers 28 Jun 92	$M_L=7.5$	Lucerne	0.20
EQ14	Imperial Valley 15 Oct 79	$M_L=6.6$	Brawley Municipal Airport	0.35
EQ15	Loma Prieta 17 Oct 89	$M_S=7.1$	Saratoga Aloha Avenue	0.40
EQ16	Northridge 17 Jan 94	$M_w=6.7$	Newhall LA County Fire Station	0.80
EQ17	Northridge 17 Jan 94	$M_w=6.7$	Sylmar County Hospital Parking Lot	0.90
EQ18	Hyogo-Ken Nambu 17 Jan 95	$M_L=7.2$	Takatori-kisu	1.40

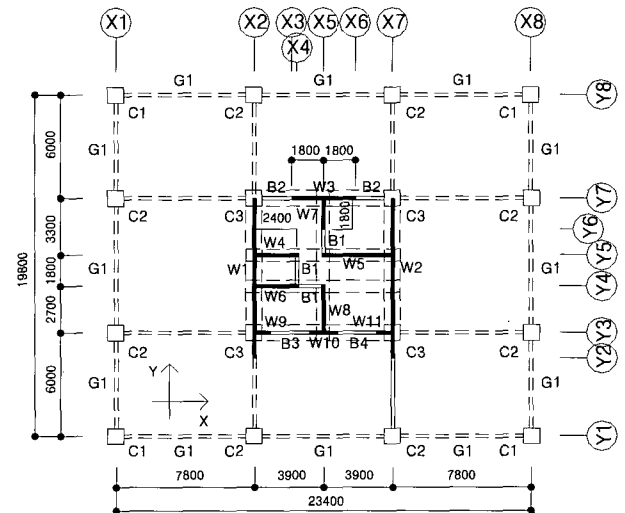
록 조정되었다. 입력된 지진이력 데이터에 대한 적분시간 간격은 모두 0.005sec 이하가 되도록 하였다.

5.2 해석모델

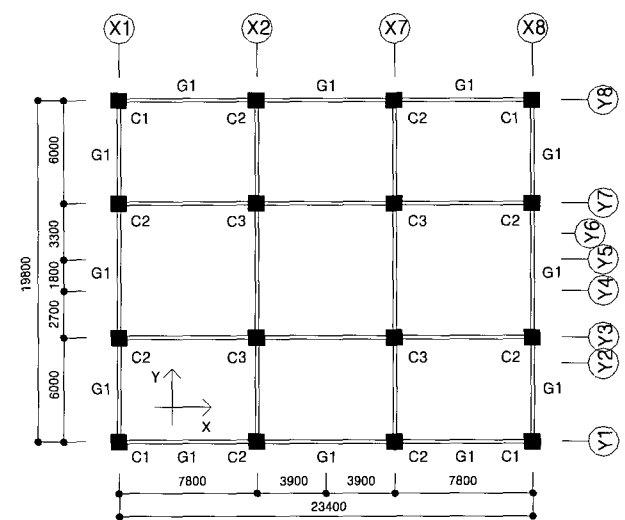
본 연구에 사용될 해석모델은 표 2와 같이 8가지로써 모든 모델의 평면은 그림 7과 같이 동일하며, 상부구조의 층수와 하부구조의 층수만 달리한다. 표 2와 같은 모델의 선정은 해석모델과 유사한 형식의 국내 철근콘크리트조 복합구조물

〈표 2〉 해석모델의 종류

모델	하부구조층수	상부구조층수	전체층수	전체높이(m)
MU1	3	21	24	72.3
MU2		16	19	58.3
MU3		11	14	44.3
MU4		6	9	30.3
ML1	7	16	23	76.3
ML2	5		21	67.3
ML3	3		19	58.3
ML4	1		17	49.3



(a) 상부구조의 평면도



(b) 하부구조의 평면도

〈그림 7〉 해석모델의 평면도

의 기존설계 사례조사⁽¹⁶⁾를 바탕으로 하였다. 이와 같은 사례조사를 참고하여 복합구조물의 내진성능을 파악하기 위한 해석모델의 상부구조는 1세대, 하부구조는 3경간으로 하였

고, 모든 모델의 하부구조의 층고는 4.5m, 상부구조의 층고는 2.8m로 하였다. 모델의 전이층 형식은 전이보(transfer girder; TG1)를 사용하였다. 상부구조의 평면형태는 국내에서 건설된 아파트 평면형태들을 참조하였으며, TG1은 상부 전단벽이 위치하는 곳에 두어 상부하중을 하부구조의 기둥에 전달하게 하였다. 그리고 하부구조는 상부구조의 평면길이를 고려하여 그림과 같이 보와 기둥을 위치시켰다.

이러한 해석모델은 연구목적의 범위 내에서 비선형해석의 계산량과 모델링하는 과정에서의 오류와 복잡함을 줄이고, 연구하고자 하는 변수에 대한 해석결과를 명확하게 나타내고자 실제 복합구조물을 간략하게 이상화시킨 가상모델이다. 또한 해석모델에서 계단실 등의 코어(core)는 하부구조 평면의 대칭성을 고려하고 해석변수에 대한 결과를 명확하게 살펴보기 위해 생략하였으며, 해석모델은 기초 위에 고정되어 있고 P-Δ효과를 고려하였다.

사용재료의 특성 중 콘크리트는 탄성계수 $E_c=2.3 \times 10^4$ MPa, 설계기준강도 $f_{ck}=24$ MPa이고, 철근은 탄성계수 $E_s=2.1 \times 10^5$ MPa, 항복응력은 D16이상은 $f_y=400$ MPa, D13이하는 $f_y=300$ MPa이다. 부재는 국내 하중기준⁽¹⁷⁾에 적합하도록 설계⁽¹⁸⁾되었다.

5.3 적용과정 및 해석변수

본 연구에서 제시하고 있는 NDSM의 신뢰성과 정확성을 평가하기 위한 적용과정은 다음과 같다.

- (1) 입력지진동에 대해 비선형시각이력해석(NRHA)을 수행하여 최대변위 $|u_r(t)|_{\max}(=u_{r0,NRHA})$ 를 산정하며, 이 최대변위를 pushover해석에서의 목표변위(u_t)로 가정한다. 목표변위는 여러 가지 방법으로 산정 가능하지만, 본 연구에서는 해석의 정확성을 평가하기 위해 NRHA의 최대변위로 하였다. 고차모드를 고려한 MAD방법의 정적수평하중 분포를 이용한 비선형정적해석(pushover 해석)으로부터 pushover곡선($V_{bi} - u_{r1}$ 곡선)을 얻는다.
- (2) 일반구조물에 대한 pushover곡선은 이선형이 아니므로, NDSM을 적용하기 위해서는 pushover곡선을 이선형으로 이상화할 필요가 있다. 따라서 구조물에 대한 실제 pushover곡선과 이상화된 pushover곡선 아래의 면적이 같고, 초기 선형상태의 기울기가 원점에서 곡선상의 0.6 V_{biy} 인 점에 대해 이선형으로 이상화하면, 항복밀면전단력(V_{biy})과 최상층항복변위(u_{r1y}) 및 항복후강성계수(β_1)를 얻게 된다. 이와 같은 방법으로 모델 MU2에 대해 MAD방법(식 (30))에 따른 정적수평하중 분포를 나타내면 표 3과 같다. 표 1의 EQ9(그림 8)를 모델 MU2

〈표 3〉 정적수평하중 분포(모델 MU2)

층수	m_j (kN)	ϕ_{j1}	정적수평하중 분포(MAD)
20	73.8	1.000	0.27
19	98.4	0.956	0.34
18	98.4	0.911	0.32
17	98.4	0.865	0.29
16	98.4	0.818	0.27
15	98.4	0.769	0.25
14	98.4	0.719	0.23
13	98.4	0.668	0.22
12	98.4	0.617	0.20
11	98.4	0.565	0.19
10	98.4	0.515	0.18
9	98.4	0.465	0.17
8	98.4	0.418	0.16
7	98.4	0.373	0.16
6	98.4	0.332	0.16
5	98.4	0.298	0.15
4	633.5	0.271	1.00
3	457.7	0.185	0.53
2	457.7	0.067	0.21
1	0	0.000	0.00
Σ	3,098.7	10.812	-

〈표 4〉 항복밀면전단력, 최상층항복변위 및 항복후강성계수(모델 MU2)

구분	EQ. No.	u_t (m)	V_{biy} (kN)	u_{r1y} (m)	A_1^{**}	A_2^{**}	k_e^{***}	$\beta_1 k_e$	β_1
SD	EQ1*	0.050	871.0	0.050	-	-	-	-	-
	EQ2*	0.143	2,353	0.143	-	-	-	-	-
	EQ3	0.335	2,674	0.151	0.782	0.796	1774.2	549.0	0.309
	EQ4	0.323	2,646	0.149	0.737	0.738	1775.9	567.6	0.320
	EQ5	0.591	3,025	0.173	1.958	1.952	1749.1	372.7	0.213
	EQ6	0.950	3,251	0.187	3.806	3.765	1736.9	310.9	0.179
LD	EQ7	0.305	2,602	0.146	0.662	0.667	1779.8	598.6	0.336
	EQ8	0.441	2,853	0.162	1.239	1.236	1760.9	445.6	0.253
	EQ9	0.563	3,001	0.171	1.834	1.740	1751.0	381.5	0.218
	EQ10	0.677	3,089	0.177	2.272	2.889	1745.1	351.8	0.202
	EQ11	0.473	2,895	0.165	1.390	1.380	1758.4	425.0	0.242
	EQ12	2.654	4,454	0.286	32.23	32.90	1556.9	179.2	0.115
FD	EQ13	1.126	3,370	0.195	4.838	4.855	1728.0	288.6	0.167
	EQ14	0.794	3,164	0.182	3.123	3.119	1741.3	331.0	0.190
	EQ15	0.622	3,051	0.175	2.075	2.093	1747.9	363.5	0.208
	EQ16	0.928	3,238	0.186	3.630	3.603	1737.4	313.5	0.180
	EQ17	0.730	3,124	0.179	2.860	2.867	1744.0	341.3	0.196
	EQ18	0.413	2,811	0.159	1.109	1.115	1763.6	467.0	0.265

* ; Pushover해석결과 pushover곡선이 선형탄성인 경우

** ; A_1, A_2 는 그림 9 참조

*** ; k_e 는 유효강성

에 적용하여 위의 전개과정에 따른 pushover곡선을 나타내면 그림 9와 같다. 다양한 지진(표 1)에 대하여 이상화된 pushover곡선으로부터 산정된 모델 MU2에 대

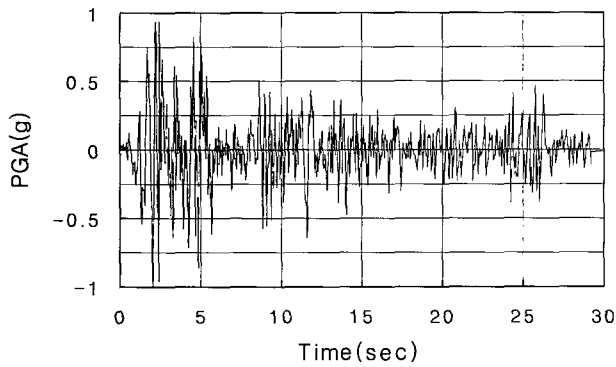
한 항복밀면전단력 V_{bly} , 최상층항복변위 u_{rly} 및 항복 후강성계수 β_1 는 표 4와 같다.

(3) 얻어진 V_{bly} 와 u_{rly} 를 식 (20)과 식 (22)에 대입하여 A_{ly}/g 와 T_1 를 구한다. 이상화된 이선형의 pushover곡선으로부터 얻은 항복후강성계수 β_1 와 감쇠비 $\zeta=5\%$ 에 대해 작성된 비선형 가속도응답스펙트럼(그림 10)으로부터 A_{ly}/g , T_1 에 대해 연성비 μ 를 산정한다. 식 (25)에 따라 ESDF의 비선형 최대변위 D_{1o} 를 구하면 식 (26)으로부터 구조물(MDF)의 비선형 최대응답 $u_{ro,NDSM}$ 을 추정할 수 있다. 모델 MU2와 다양한 지진기록에 대한 NDSM 해석용 변수들과 해석결과를 나타내면 표 5와 같다. 표에서 $\phi_{r1}=1$ 이 되도록 정규화 했을 경우, $T_1 =$

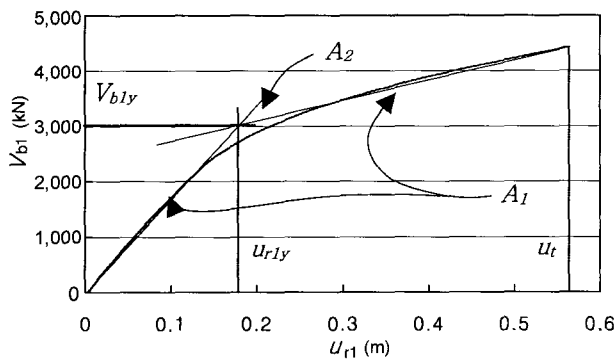
1.658이 되며, $L_1=1275.1$, $M_1=768.9$, $M_1^*=2114.6$ 이 된다.

5.4 해석결과 및 분석

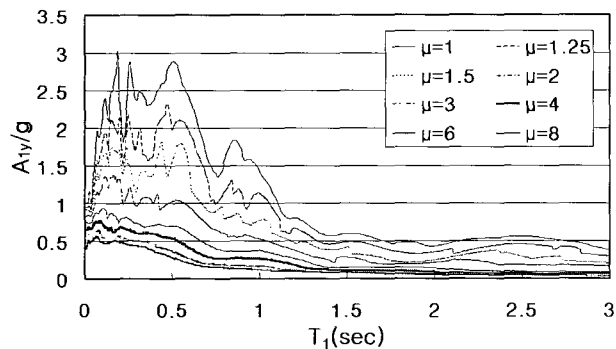
표 6은 다양한 해석방법에 대한 기본진동주기를 나타낸 것으로 표에서 MIDAS에 의한 진동주기와 CANNY의 초기하중이 작용하지 않는 상태(no initial load)에 의한 기본진동주기는 거의 일치하며, 또한 CANNY의 초기하중이 작



〈그림 8〉 시각이력(EQ9, PGA=1g)



〈그림 9〉 Pushover곡선(모델 MU2, EQ9)



〈그림 10〉 비선형 스펙트럼(EQ9, $\zeta=5\%$, $\beta_1=0.218$, PGA=1.0g)

〈표 5〉 NDSM 해석결과(모델 MU2)

구분	EQ. No.	V_{bly} (kN)	u_{rly} (m)	A_{ly}/g	T_1 (sec)	μ	D_{1o} (m)	$u_{ro,NDSM}$ (m)
SD	EQ1	871.0	0.050	0.042	1.698	1.000	0.030	0.0499
	EQ2	2,353	0.143	0.113	1.751	1.000	0.086	0.1433
	EQ3	2,674	0.151	0.129	1.684	2.986	0.271	0.4500
	EQ4	2,646	0.149	0.128	1.684	2.216	0.199	0.3302
	EQ5	3,025	0.173	0.146	1.696	3.941	0.411	0.6816
	EQ6	3,251	0.187	0.157	1.702	5.370	0.606	1.0051
LD	EQ7	2,602	0.146	0.125	1.682	2.499	0.220	0.3654
	EQ8	2,853	0.162	0.138	1.691	3.101	0.303	0.5024
	EQ9	3,001	0.171	0.145	1.696	2.989	0.309	0.5122
	EQ10	3,089	0.177	0.149	1.698	3.371	0.360	0.5967
	EQ11	2,895	0.165	0.140	1.692	3.464	0.344	0.5705
	EQ12	4,454	0.286	0.215	1.798	12.044	2.078	3.4458
FD	EQ13	3,370	0.195	0.163	1.707	4.799	0.564	0.9360
	EQ14	3,164	0.182	0.153	1.700	5.130	0.562	0.9320
	EQ15	3,051	0.175	0.147	1.697	3.286	0.346	0.5736
	EQ16	3,238	0.186	0.156	1.702	5.755	0.647	1.0724
	EQ17	3,124	0.179	0.151	1.699	4.618	0.499	0.8273
	EQ18	2,811	0.159	0.136	1.689	3.382	0.325	0.5392

〈표 6〉 각종 기본진동주기(sec)

모델	해석법	MIDAS	CANNY		NDSM에 의한 평균***
			No Initial Load*	Initial Load**	
MU1		2.158	2.188	2.373	2.197
MU2		1.549	1.564	1.689	1.703
MU3		1.095	1.101	1.174	1.280
MU4		0.827	0.827	0.857	0.961
ML1		2.396	2.396	2.538	2.591
ML2		1.982	1.982	2.120	2.164
ML3		1.577	1.579	1.736	1.744
ML4		1.247	1.252	1.418	1.310

* ; 초기하중이 구조물에 가해지기 전, 선형탄성 상태의 기본진동주기
 ** ; 초기하중이 구조물에 가해진 후, 중분해석을 하기 전의 기본진동주기
 *** ; 각 입력지진동에 대한 강성골격곡선(그림 4)로부터 얻어진 기본진동주기들의 평균

용한 상태(initial load)의 진동주기와 다양한 입력지진동에 대한 NDSM의 평균 기본진동주기도 거의 일치함을 알 수 있다. 전자의 경우, CANNY의 해석모델링 방법의 타당성과 신뢰성이, 후자의 경우, NDSM의 신뢰성이 있음을 간접적으로 보여주는 것이다.

여러 가지 해석모델과 다양한 지진동에 대하여 NDSM과 정산해(NRHA)와의 비선형응답 오차를 나타내면 표 7과 같다. 정산해석(NRHA)과의 오차는 아래 식과 같이 구하였다.

$$e_n (\%) = \frac{(u_{ro,NRHA} - u_{ro,NDSM})}{u_{ro,NRHA}} \times 100 \quad (32)$$

표에서의 각종 오차평균은 다음 식으로 산정된 것이다.

$$\text{단순평균} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^{N_i} e_n \quad (33)$$

$$\text{절대평균} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^{N_i} |e_n| \quad (34)$$

$$\text{SRSS 평균} = \frac{1}{N} \left(\sum_{n=1}^{N_i} e_n^2 \right)^{1/2} \quad (35)$$

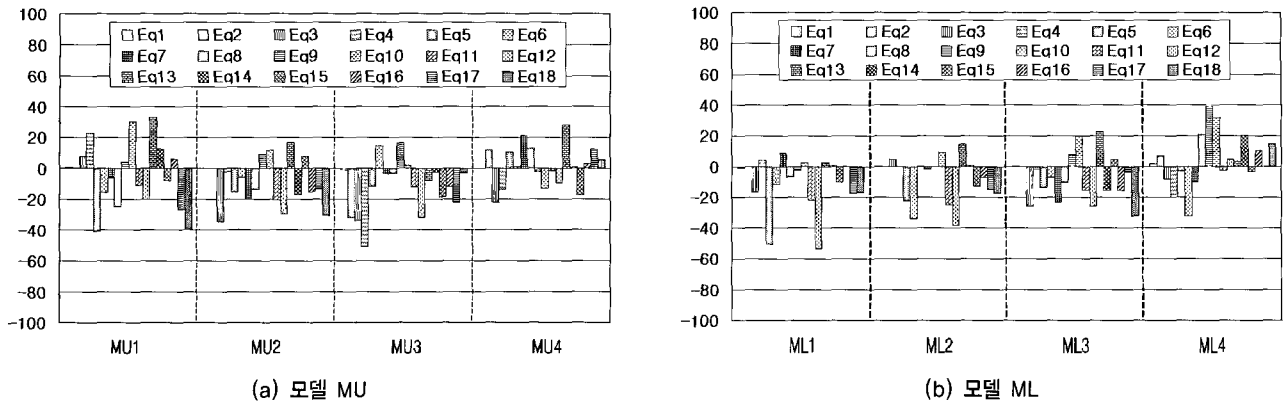
해석오차를 그래프로 나타내면 그림 11과 같고, 모델에 따른 해석오차의 크기분포를 나타내면 그림 12와 같다. 표 7과 그림 11로부터 입력지진동에 대해 pushover곡선이 항복되지 않은 선형탄성 상태의 EQ1, EQ2에서는 NDSM과 NRHA의 해석결과가 거의 일치하였으나, EQ2의 모델 MU3에서는 pushover곡선이 항복한 경우로써 다소 큰 오차를 나타낸다. 지진기록 18가지에 대한 다양한 해석모델의 결과 중 일부에서 다소 큰 오차를 나타내기는 하나, 표 7과 그림 11, 그림 12에 나타난 것처럼, 해석오차가 30% 이상이 12.5%(18개), 20% 이하가 75%(108개), 10% 이하가 43%(62개)로 나타났다.

그림 12의 해석오차의 크기분포 특성을 살펴보면, 모델 ML들이 모델 MU들보다 작은 크기의 해석오차가 많이 분포함을 알 수 있다. 특히 모델 ML1 및 ML2에서는 18개의 지진기록 중 약 50% 정도가 5% 이하로 나타나 우수한 신뢰성을 보여준다. 이것은 평면적으로 대칭성이 강한 하부골조의 층수가 상부구조에 비해 증가한 결과로 사료된다.

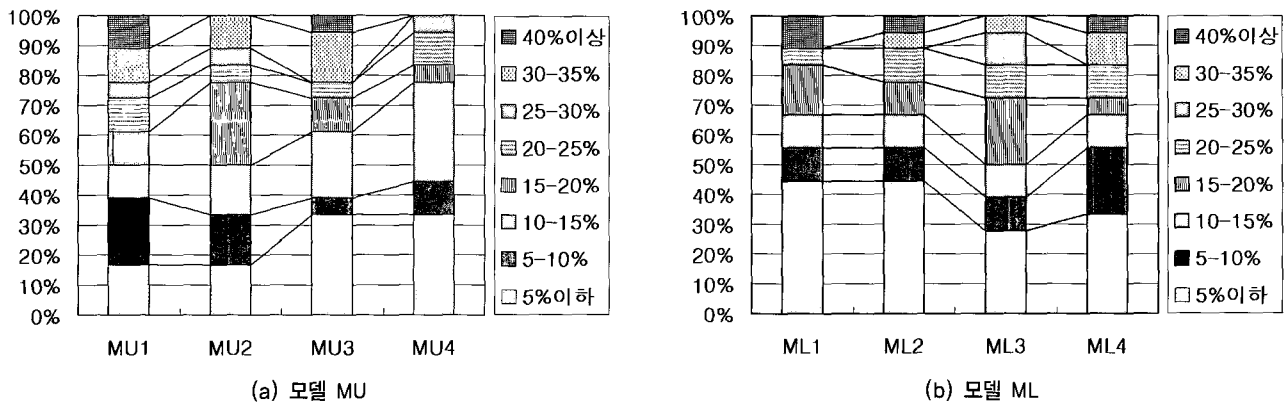
표 7에서 예제구조물의 관점에서 모델 MU들 중, 상부구조의 층수가 가장 높은 MU1에서 절대평균 및 SRSS평균오

〈표 7〉 NDSM과 NRHA의 오차비교(%)

지진동		모델	MU						ML						
			MU1	MU2	MU3	MU4	단순 평균	절대 평균	SRSS 평균	ML1	ML2	ML3	ML4	단순 평균	절대 평균
SD	EQ1	0.57	-0.1	-0.8	-0.19	-0.1	0.4	0.3	-0.41	0.36	0.16	1.64	0.6	0.8	0.6
	EQ2	0.13	-0.14	-31.74	11.85	-5.0	11.0	8.5	-0.18	-0.26	-0.14	6.85	2.1	2.4	2.3
	EQ3	7.88	-34.41	-33.53	-22.25	-20.6	24.5	13.4	-16.43	4.71	-26.00	-7.83	-15.2	9.7	6.3
	EQ4	22.92	-2.22	-50.88	-13.88	-11.0	22.5	14.4	4.16	0.30	-1.63	-19.60	-5.6	8.0	6.7
	EQ5	-40.76	-15.37	-12.03	10.30	-14.5	19.6	11.6	-50.56	-22.54	-13.59	-2.87	-29.9	25.3	18.5
	EQ6	-15.87	-5.81	14.49	0.81	-1.6	9.2	5.6	-11.46	-33.55	-7.28	-32.01	-28.1	25.7	15.9
LD	EQ7	-5.94	-19.92	-3.70	21.43	-2.0	12.7	7.5	8.67	0.24	-23.19	-9.89	-8.1	6.3	4.4
	EQ8	-24.90	-13.88	-3.33	13.06	-7.3	13.8	7.9	-6.75	-1.59	-10.44	20.91	0.7	9.8	7.3
	EQ9	3.93	9.02	16.62	-2.05	6.9	7.9	4.9	-2.13	-0.02	7.93	38.99	14.9	13.7	13.0
	EQ10	30.28	11.79	1.71	-13.04	7.7	14.2	8.8	2.41	9.32	19.85	31.66	21.1	14.5	11.0
	EQ11	-11.22	-20.71	-12.42	-1.68	-11.5	11.5	6.7	-22.22	-24.71	-15.55	-2.55	-21.7	16.5	11.1
	EQ12	-19.98	-29.83	-31.92	-9.67	-22.9	22.9	12.3	-53.26	-38.50	-25.75	5.05	-37.5	32.3	22.0
FD	EQ13	32.88	16.88	-8.12	28.06	17.4	21.5	11.8	3.07	14.78	22.70	3.13	14.6	7.0	5.1
	EQ14	12.84	-17.34	-2.68	0.99	-1.5	8.5	5.4	0.85	1.13	-15.60	20.47	2.3	7.5	6.8
	EQ15	-7.82	7.82	-18.53	-17.87	-9.1	13.0	7.0	-10.17	-12.59	4.86	-3.31	-7.1	8.7	5.5
	EQ16	6.02	-15.56	-11.89	2.96	-4.6	9.1	5.2	0.11	-7.32	-15.63	10.33	-4.2	5.9	4.2
	EQ17	-26.65	-13.40	-22.45	12.11	-12.6	18.7	9.8	-17.79	-15.04	-3.60	-0.33	-12.3	11.1	7.8
	EQ18	-39.38	-30.62	-2.76	5.20	-16.9	19.5	12.6	-17.02	-17.92	-31.98	14.60	-17.4	16.5	9.6
평균	단순평균	-4.17	-9.66	-11.89	1.45	-16.9	19.5	12.6	-10.51	-7.96	-7.49	4.18	-5.44	12.64	7.78
	절대평균	17.22	14.71	15.53	10.41	-6.07	14.47	8.52	12.65	11.38	13.66	12.89	10.13	12.64	7.78
	SRSS평균	5.04	4.16	4.85	3.11	9.62	14.47	8.52	4.70	3.86	3.92	4.07	3.03	3.44	2.08



〈그림 11〉 해석오차



〈그림 12〉 해석오차의 크기분포

차가 다른 모델에 비해 상대적으로 크고 층수가 가장 낮은 모델 MU4에서 두 가지 오차가 가장 작게 나타났다.

표 7에서 예제구조물의 관점에서 모델 MU들 중, 상부구조의 층수가 가장 높은 MU1에서 절대평균 및 SRSS평균오차가 다른 모델에 비해 상대적으로 크고 층수가 가장 낮은 모델 MU4에서 두 가지 오차가 가장 작게 나타났다. 모델 ML들에서는 SRSS평균오차 관점에서 모델 ML1이 가장 큰 오차특성이 나타났고, 절대평균은 12% 내외로 4가지 모델들이 비슷한 오차분포가 나타났다. 이것은 구조물에서 상부벽식 구조의 층수가 상대적으로 큰 모델들에서 비교적 큰 오차가 발생됨을 의미한다. 또한 모델 ML들의 EQ5와 EQ12 등에서 일부 큰 오차를 나타내기는 하나, 총 평균(평균의 평균)은 모델 ML들이 모델 MU들보다 다소 작은 분포특성을 보인다.

오차평균 중에서 단순평균에서 나타나듯이 오차의 대부분이 음(-)의 값으로 나타났으며, 이것은 NDSM의 최대변위가 NRHA보다 큰 것을 의미한다. 절대평균에서는 약 10%에서 17% 정도의 오차가 발생되었으며 모델 MU보다 모델 ML에서 오차의 크기가 다소 작게 발생되었다. SRSS 평균 관점에서는 모델 ML들의 EQ12를 제외하고는 모든

모델에서 20% 이하의 오차가 나타났다.

표 7과 그림 11에서 표 1의 지진의 분류형태에 따른 오차의 특성은 세 가지(SD, LD, FD) 분류에 대해 모델 MU들에서는 뚜렷한 특징을 발견하기 어려우나, 모델 ML들에서는 FD분류의 지진동인 경우 작은 오차를 나타내었고, 또한 모델 ML들에서는 오차의 절대평균 및 SRSS평균이 표 1에서의 특성진동주기가 크질 때 증가하는 경향이 나타났다.

6. 결론

비선형 응답을 산정하기 위한 보다 간편하고 실용적인 약산법인 비선형직접스펙트럼법(NDSM)을 사용하여, 상·하부층수변화에 따른 상부벽식-하부골조구조의 복합구조물에 대한 최대응답을 산정하고 정산법과 비교·검토한 결과, 다음과 같은 결론을 얻었다.

- (1) Pushover해석에 의한 강성골격곡선으로부터 산정된 기본진동주기는 정산해와 거의 일치하므로 NDSM의 신뢰성을 간접적으로 확인할 수 있다.
- (2) NDSM은 강성골격곡선으로부터 기본진동주기와 비선

형 항복강도를 구하면, 비선형 응답스펙트럼으로부터 복잡한 반복 계산과정 없이 직접적으로 구조물의 비선형 최대응답을 산정할 수 있는 실용적인 방법으로 사료된다.

- (3) 여러 가지 예제구조물 중, 평면적으로 대칭성과 정형성이 강한 구조물일수록 우수한 신뢰성을 확인할 수 있다.
- (4) NDSM의 응답은 정산해와 비교한 결과, 일부 모델에서는 다소 큰 오차가 나타나지만 단순평균의 관점에서 전체 해석모델 중 3/4이 약 20% 이하의 오차를 나타내었고, NDSM의 응답이 일반적으로 비선형시각이력해석의 응답보다 크게 산정되는 것으로 나타났다.

본 연구결과는 상부벽식-하부골조의 복합구조물에 제한된 경우로서 좀 더 일반화된 결과를 위해서는 선행연구와 더불어 추후연구과제로서 다양한 구조형식(라멘조, 전단벽식구조, 이중골조구조 등)과 진동주기 및 연성도 등의 변화에 대한 검토가 필요할 것으로 사료된다. 아울러 NDSM의 적용성과 신뢰성 검증을 위해 실용적인 측면에서 요구곡선을 응답스펙트럼 외에 일반성 있는 설계스펙트럼까지 고려할 예정이다.

감사의 글

“이 논문은 2005학도 동아대학교 학술연구비(공모과제) 지원에 의하여 연구되었음”.

사용 기호

본 논문에서 사용된 기호는 다음과 같다.

- A_1 ; 기본모드의 유사가속도(= F_{s1}/L_1)
- c ; 구조물의 감쇠행렬($N \times N$)
- $D_n(t)$; n 차모드 등가단자유도계의 모드좌표(ESDF)
- D_1 ; 기본모드의 최대변형(= A_1/ω_1^2)
- D_{1o} ; 기본모드 ESDF의 최대응답(= $|D_1(t)|_{\max}$)
- e_n ; 해석결과의 오차
- F_j ; j 층의 수평층지진력
- f_s ; 비선형 저항력벡터, $f_s(u, \text{sign}\dot{u})$
- m_j ; j 층 바닥의 질량
- m ; 구조물의 질량행렬($N \times N$)
- M_1^* ; 기본모드의 유효질량(= $\Gamma_1 L_1$)
- N ; 전체자유도수 혹은 전체 층수

- N_e ; 지진기록의 수
- p ; 고려하는 모드의 수
- $p_{\text{eff}}(t)$; 유효지진력
- $q_n(t)$; n 차모드 단자유도계의 모드좌표(SDF)
- s ; 외력의 공간분포벡터
- s_n ; n 차모드 공간분포벡터
- T_1 ; 기본모드의 진동주기
- $u_n(t)$; n 차모드 변위벡터(MDF)
- u_{1o} ; 기본모드의 최대응답(= $|u_{1,UMRHA}(t)|_{\max}$)
- \ddot{u} ; 구조물의 가속도벡터
- \dot{u} ; 구조물의 속도벡터
- u ; 구조물의 변위벡터
- $\ddot{u}_g(t)$; 지반가속도
- $u_{ro, NRHA}$; NRHA에 의한 최상층의 최대변위(= $|u_r(t)|_{\max}$)
- $u_{ro, NDSM}$; NDSM에 의한 최상층의 최대변위
- V_b ; 밀면전단력
- Γ_n ; n 차모드참여계수
- Γ_i ; i 차모드의 모드참여계수
- Γ_1 ; 기본모드의 모드참여계수(= L_1/M_1)
- v ; 영향벡터
- ζ_n ; n 차모드에서의 선형계의 감쇠비
- ϕ_{ji} ; i 차모드의 j 층 요소
- ϕ_{j1} ; 기본모드벡터의 j 층요소
- ϕ_n ; n 차모드벡터
- ϕ_{r1} ; 기본모드의 최상층(r 층)벡터 요소
- ϕ_1 ; 기본모드벡터
- ω_n ; n 차모드에서의 선형계의 고유진동수
- 1 ; 단위벡터

참고 문헌

1. Applied Technology Council, “Seismic evaluation and retrofit of concrete buildings,” *Report ATC-40*. November, 1996, 319pp.
2. FEMA, “NEHRP Guidelines for the Seismic Rehabilitation of Buildings,” *Report No. FEMA-273*, Federal Emergency Management Agency, Washington D.C., 1997, 439pp.
3. Chopra, A. K. and Goel, R. K., “Capacity-demand- diagram methods for estimating seismic deformation of inelastic structures: SDF systems,” *Report No. PEER-1999/02*, Pacific Earthquake Engineering Research Center, University of Berkeley, Berkeley, 1999, 67pp.

4. Fajfar, P., "Capacity spectrum method based on inelastic demand spectra," *Earthquake engineering and Structural Dynamics*, Vol. 28, 1999, pp. 979-993.
5. Vidic, T., Fajfar, P. and Fischinger, M. "Consistent inelastic design spectra : strength and displacement," *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 23, 1994, pp. 502-521.
6. Reinhorn, A. M. "Inelastic analysis techniques in seismic evaluations," *Seismic design methodologies for the next generation of codes*, eds. P. Fajfar and H. Krawinkler, Rotterdam, Balkema, 1997, pp. 277-287.
7. 한국콘크리트학회, 콘크리트구조설계기준 해설, 기문당, 2000, 295pp.
8. MIDAS IT, *MIDAS/GENw Ver. 4.3.2. User's Manual Vol. I*, MIDAS IT Co., Ltd, 2000.
9. Li, Kang-Ning, *CANNY 99, 3-dimensional nonlinear static/dynamic structural analysis computer program-users manual*, CANNY Structural Analysis, CANADA, 2000, 215pp.
10. Mehmet Inel, Erich M. Bretz, Edgar F. Black, Mark A. Aschheim and Daniel P. Abrams, *USEE 2001 : Utility Software for earthquake engineering report and user's manual*, Civil and Environmental Engineering, University of Illinois at Urbana-Campaign, Urbana, Illinois, October, 2001, 88pp.
11. Chopra, A. K. and Goel, R. K., "A modal pushover analysis procedure to estimate seismic demands for buildings: Theory and preliminary evaluation," *Report No. PEER-2001/03*, Pacific Earthquake Engineering Research Center, University of Berkeley, Berkeley, 2001, 87pp.
12. Chopra, A. K., *Dynamics of structures: theory and applications to earthquake engineering*, Prentice Hall, New Jersey, 2001, 844pp.
13. Otani, S. and Matsumori, T. "Correlation of Damage and Analysis: Experience from the 1995 Kobe Earthquake," *Proceedings of 7th International Conference on Computing in Civil and Building Engineering*, Seoul, Korea, 1997. 8, pp. 841-856.
14. Valles, R., Reinhorn, A., Kunnath, S., La C. and Madan, A., *IDARC 2D Version 4.0 : A program for the inelastic damage analysis of buildings*, NCEER-96-0010, National Center for Earthquake Engineering Research, Buffalo, NY, 1996, 237pp.
15. FEMA "Evaluation of earthquake damaged concrete and masonry wall buildings-Technical resources," *Report No. FEMA-307*, Federal Emergency Management Agency, Washington D.C., 1998, 254pp.
16. 이한신 외, "복합구조(전단벽+골조)의 내진설계기법 연구", 건교부 '98연구개발사업 보고서, R&D 98-0003, 한국건설기술연구원, 1999, 366pp.
17. 대한건축학회, 건축물 하중기준 및 해설, 태림문화사, 2000, 345pp.
18. 강병두, "상부벽식-하부골조 복합구조물의 비선형 내진성능에 관한 연구", 박사학위논문, 동아대학교, 2003, 259pp.
19. 김용주, 강병두, 전대한, 김재웅, "비선형구조물의 지진응답평가를 위한 직접스펙트럼법", 대한건축학회 추계학술발표대회 논문집, 제21권, 제2호, 2001, pp. 119-122.
20. 김재웅, 강병두, 전대한, "비선형 약산법들에 의한 전단형 건물의 지진응답평가", 한국지진공학회 논문집, 제9권, 제5호, 2005, pp. 75-86.