

개선된 역전파 신경회로망을 이용한 온라인 필기체 숫자의 분류에 관한 연구

홍봉화*

목 차

- I. 서론
 - II. 역전파 신경회로망
 - III. 개선된 역전파 신경회로망을 이용한
필기체 숫자의 분류
 - IV. 모의실험 및 평가
 - V. 결론
- 참고문헌
Abstract

I. 서론

인공지능의 한 분야로서, 인간의 뇌 기능을 가진 로보트나 컴퓨터에 대한 연구가 진행되어 왔으며, 이와 같은 연구분야 중에서 인간의 뇌를 단순화하여 신경 모델로 모델링한 신경회로망 연구분야가 대두되었다. 이러한 신경회로망은 신경 단위인 뉴런의 특성을 갖는 기본소자로 구성하여 아날로그 형태로 처리하거나 디지털 형태로 처리하고자 하였으며, 패턴인식, 영상처리 및 적응제어등 여러 분야에 연구의 관점을 갖고 진행되고 있다.[3][4][5]

신경회로망의 알고리즘으로는 역전파 알고리

즘이 널리 이용된다. 역전파 알고리즘은 미분의 반복규칙을 여러번 반복적으로 적용하여 확률 근사치를 유도해내는 알고리즘으로서 결합강도 공간(Weight Space)의 결합점(Synapse)에서 오차의 표면(Error Space)이 기울기를 따라가는(Gradient Descent) 방법으로서, 연결 가중치를 층별로 오차신호에 따라서 바꾼다.[1][2][3][4][5]

역전파 신경회로망의 연결강도들이 임의의 작은값으로 초기화 된 후 학습패턴이 입력되면 전방향 계산에 의해 출력노드 값들이 계산된다. 그 다음, 출력층의 가중치들은 출력노드의 오차신호에 따라 변경되는데, 출력노드의 오차신호는 목표값과 실제값의 차이에 시그모이드 활성화 함수의 기울기가 곱해진 값이다. 전층의 연결강도들은 출력노드의 오차신호가 연결강도를 통하여 역전파된 신호에 시그모이드 활성화 함수의 기울기

* 경희사이버대학교 정보통신학과 조교수

가 곱해진 신호에 따라 갱신된다. 이러한 방법으로 모든 층의 연결강도들이 갱신된다. 이와 같이 역전파 알고리즘은 전방향 계산과 역방향 연결강도 갱신의 반복에 의해 신경회로망을 학습시킨다. 그러나, 이 방법은 반복학습으로 인한 과대한 학습시간이 요구되는 문제점과 기울기 감소법을 사용하여 오차를 최소화시키기 때문에 종종 국소해로 떨어지는 문제점등이 야기된다.[1][2][3][4][5][6][7]

위에서 언급한 역전파 알고리즘은 반복적인 연산과 학습 수행시 연결강도의 갱신과정에 있어 학습 파라미터 값을 일정한 상수 값으로 고정하여 일률적으로 가중치 갱신에 관여하는 불합리성을 지니고 있다. 이 문제를 해결하기 위하여 참고문헌 [8]에 이미 제안하였다.

본 논문에서는 제안된 알고리즘의 효율성을 더욱 향상시키기 위하여 초기 연결강도 발생함수에 입력 벡터와 교사신호의 차를 부가하여 초기 연결강도를 발생시킬 수 있는 알고리즘을 제안한다. 본 논문의 구성으로 Ⅱ장에서는 적용알고리즘(APB)을 설명하고, 이 적용알고리즘의 학습효율을 증진시킬 수 있는 알고리즘을 설명하였다. Ⅲ장에서 제안된 방법을 필기체 숫자의 분류에 적용하여 그 효용성을 비교 분석하였으며, Ⅳ장에서 결론을 맺었다.

II. 역전파 신경회로망

역전파(Back propagation) 알고리즘은 1986년 경 러멜하트(Rumelhart)로 대표되는 PDP 그룹에 의해 제한되었으며, 그림 1과 같은 구조로 되어 있다.[1][2]

각 층이 N_L 개의 노드를 가지고 $L_{\text{층}}$ 으로 구성

된 역전파 신경회로망을 고려하자.

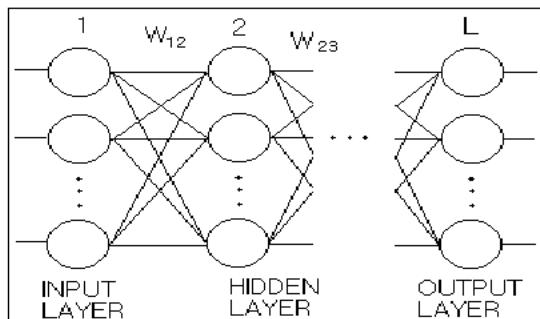


그림 1. 역전파 신경회로망
Fig. 1. Back propagation neural networks

그럼 1에서 역전파 알고리즘의 초기 연결가중치 발생은 신경회로망의 학습효율 및 반복횟수에 중요한 역할을 한다. 그러나, 기존에는 이 초기 연결강도를 입력패턴에 따라 다르게 발생시켜야만 하기 때문에 초기 연결강도의 설정 및 잘못설정으로 인한 불필요한 학습의 수해문제가 야기된다.

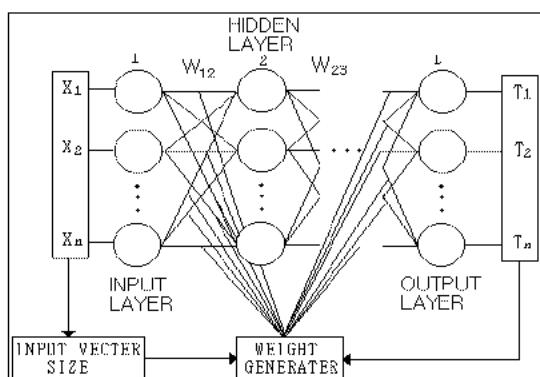


그림 2. 초기 연결강도 설정을 위한 역전파
신경회로망의 구조

Fig. 2. The structure of back propagation neural networks for the configuration of initial weight

[제안] 본 논문에서는 그림 2와 같이 입력벡터와 교사시호의 차를 초기역결간도 발생한수에 부

가하여 발생시킴으로써 학습횟수를 줄이고 학습 효율을 증가시킬 수 있는 알고리즘을 제안한다.

그림 2에서 k층에서, k+1층으로 신호가 전달될 경우, (k+1)층 노드의 입력(u_j^{k+1})은 k층의 시그모이드 함수의 출력(a_i^k)과 연결강도의 내적으로서 구하며, 그 과정은 다음과 같이 기술할 수 있다.

$$u_j^{k+1} = \sum_{p=1}^{N_L} W_{pj}^k a_i^k \quad (p=i, j) \quad (1)$$

식 (1)에서 첫 번째 학습에 사용되는 초기 연결가중치를 W_{init} 라 할 경우, 초기연결강도의 설정은 다음과 같은 단계로 구한다.

- 1) 입력벡터와 교사신호의 차이에 대한 최대 및 최소값을 구한다.

$$\begin{aligned} D_{MIN} &= (|X - T|) \\ D_{MAX} &= (|X - T|) \end{aligned} \quad (2)$$

(X : 입력벡터, T : 교사신호)

- 2) 입력벡터의 평균을 식 (3)과 같이 구한다.

$$X_{MEAN} = \frac{\sum_{i=1}^P X_i}{X_P} \quad (3)$$

X_p : 입력 패턴의 수

- 3) 초기 연결 강도의 범위를 식 (4)와 같이 구 한다.

$$\begin{aligned} W_{MIN} &= X_{MEAN} - D_{MIN} \\ W_{MAX} &= X_{MEAN} + D_{MAX} \end{aligned} \quad (4)$$

- 4) 식 (4)를 이용하여 식 (5)와 같이 초기 연결 강도를 발생시킨다.

$$W_{init} = G(W_{MIN} \sim W_{MAX}) \quad (5)$$

W_{init} : 초기 연결강도
 $G()$: 연결강도 발생함수

노드 내부에 있어서 시그모이드 함수에 의해 출력되는 값은 식 (6)과 같이 기술할 수 있다.

$$a_i^k = \frac{1}{1 + \exp(-u_i^k)} \quad (6)$$

실제출력 a_i^k 와 목표출력 T_i 와의 차이를 구하기 위하여 평균자승오차(LMS)알고리즘을 적용하면 식 (7)과 같다.

$$E = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N (T_i^L - a_i^L)^2 \quad (7)$$

역전파 신경회로망은 오차 E 를 최소화 하기 위하여 은닉층의 가중치에 대한 수치를 변경시키면서 학습을 행한다. 입력과 훈련패턴에 의한 학습과정은 가중치를 순차적으로 변경하면서 수행하며, 그 연결은 학습 알고리즘에 기본을 둔다. 학습과정에 있어서, 각 층의 노드에서는 식 (8)과 같이 오차가 발생한다.

$$\delta_j^{k+1} = a_i^{k+1} (1 - a_i^{k+1}) \sigma_i^k \quad (8)$$

k층의 발생한 오차는 k+1층의 오차와 연결강도의 내적으로 식 (9)와 같이 기술할 수 있다.

$$\sigma_i^k = \sum_{p=1}^L W_{pj}^{k+1} \delta_j^{k+1} (p=i, j) \quad (9)$$

단, 출력층의 오차 σ_i^L 는 식 (10)과 같다.

$$\sigma_i^L = a_i^L - T_i^L \quad (10)$$

식 (9)와 (10)을 입력층에서 출력층까지 순차

적으로 반복하여 중간층에서의 오차를 계산한다. k 층과 $k+1$ 층 노드간의 연결강도 W_{ij}^k 에 대한 변화량 ΔW_{ij}^k 은 식 (11)과 같다.

$$W_{ij}(t+1) = W_{ij}(t) + \eta \delta_j^{k+1} a_j^k + \alpha \Delta W_{ij}(t) \quad (11)$$

식 (11)에서 t 는 반복횟수를 나타내며, 관성계수(c), 학습계수(η)는 고정된 상수 값으로서 1회의 학습에 따른 변화량을 계산하기 위하여 이용되며, 학습계수와 관성계수는 가중치 개선시 중요한 역할을 한다. 그러나, 기존에는 이를 파라미터 값을 고정시킴으로서 오차에 상관없이 일정한 고정된 비율에 의하여 가중치가 개선되는 불합리성을 지니고 있다. 이러한 문제점을 개선하기 위하여 참고문헌 [8]에 역전파 학습을 위한 학습파라메타 설정 방법을 제안하였다. 신경회로망에 입력이 주어질 경우, 전방향 처리과정을 거쳐 출력층에서 식 (10)과 같이 오차를 산출하며, 식 (7)의 에너지를 최소화하기 위하여 학습과정을 반복한다. 이 경우, 발생된 오차는 양의 오차와 음의 오차로 표현된다. 신경회로망에 발생한 오차를 지수 함수적으로 증가 또는 감소 함수형태로 나타내면 식 (12)와 같다.

$$h(\delta_j) = A \exp(\delta_j) \quad (12)$$

A : 비례상수

그러나, 식 (12)에 있어 오차가 음으로 증가될 경우, 그림 3에서 알 수 있듯이 “0”로 근접하는 문제가 발생한다.

따라서, 음의 오차를 양의 오차가 갖는 성질로 하기 위한 방법으로 식 (13)과 같이 오차의 절대치를 이용하거나 오차를 제곱하여 나타낼 수 있다.

식 (13)에서 알 수 있듯이 발생한 오차가 1보다 크거나 1보다 작을 경우, 오차의 제곱에 대

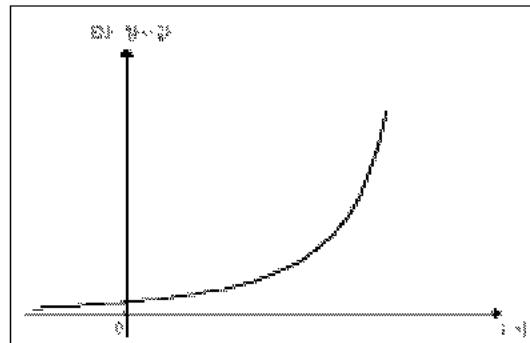


그림 3. 단순 오차에 따른 지수함수 값의 변화

Fig. 3. The change value of exponential function for the simple error

$$\begin{cases} h(\delta_j^2) = A \exp(\delta_j^2), |\delta_j| > 1 \\ h(|\delta_j|) = A \exp(|\delta_j|), |\delta_j| < 1 \\ A : 상수 \end{cases} \quad (13)$$

한 지수함수 값이 오차의 절대치 함수 값 보다 큼으로써 연결강도의 개선 시 연결강도의 변동량이 커진다. 역으로, 오차가 1과 1사이의 값을 가질 경우에는 오차의 제곱에 대한 지수 함수 값이 오차의 절대치에 대한 지수 함수 값 보다 작게 된다(그림 4).

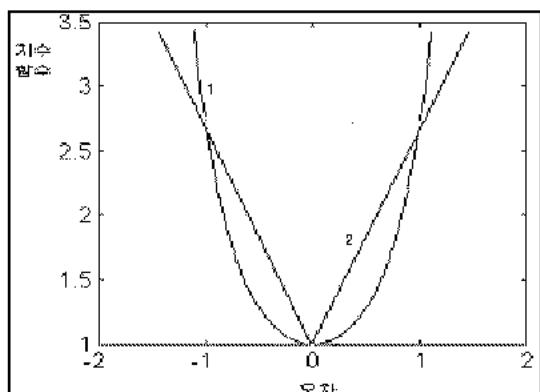


그림 4. 보정오차에 따른 지수 함수 값의 변화

Fig. 4. The change value of exponential function for the adjusted error

따라서, 그림4에서 알 수 있듯이 연결강도의 개선 시, 연결강도의 변동 폭을 작게 함으로써 시스템의 안정도를 향상시킬 수 있으므로 오차의 제곱에 대한 지수함수 값을 학습 파라미터로 이용하는 것이 더욱 효율적이다. 식(13)을 학습계수에 적용하여 기술하면 다음과 같다.

$$\eta_j(t+1) = \eta_j(t) + \Delta\eta_j(t) \quad (14)$$

$$\Delta\eta_j(t) = \begin{cases} h(\delta_{ij}^2), & |\delta_{ij}| > 1 \\ h(|\delta_{ij}|), & |\delta_{ij}| \leq 1 \end{cases} \quad (15)$$

$$= A \begin{cases} \exp(\delta_{ij}^2), & |\delta_{ij}| > 1 \\ \exp(|\delta_{ij}|), & |\delta_{ij}| \leq 1 \end{cases}$$

또한, 식 (11)에서 관성계수는 오차와 반비례 관계가 성립된다. 또한, 오차와 학습계수는 비례 관계가 성립되므로 관성계수와 학습 계수는 반비례 관계가 성립된다. 따라서, 관성계수는 식 (17)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\alpha_{ij}(n+1) = \alpha_{ij}(n) + \Delta\alpha_{ij}(n) \quad (16)$$

$$\Delta\alpha_{ij}(n) = \begin{cases} \frac{1}{h(\delta_{ij}^2)}, & |\delta_{ij}| > 1 \\ \frac{1}{h(|\delta_{ij}|)}, & |\delta_{ij}| \leq 1 \end{cases}$$

$$= B \begin{cases} \frac{1}{\exp(\delta_{ij}^2)}, & |\delta_{ij}| > 1 \\ \frac{1}{\exp(|\delta_{ij}|)}, & |\delta_{ij}| \leq 1 \end{cases} \quad (17)$$

따라서, 역전파 알고리즘의 연결강도 개선과정은 식 (15), (17)를 식 (11)에 대입하여 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} \Delta W_{ij}(n+1) &= \eta_{ij}(n) \delta_{ij} + \alpha_{ij}(n) W_{ij}(n) \\ &= \begin{cases} h(\delta_{ij}^2) \delta_{ij} + \frac{1}{h(\delta_{ij}^2)} W_{ij}(n), & \delta_{ij} > 1, \alpha_{ij} < -1 \\ h(|\delta_{ij}|) \delta_{ij} + \frac{1}{h(|\delta_{ij}|)} W_{ij}(n), & -1 \leq \delta_{ij} \leq 1 \end{cases} \\ &= \begin{cases} A \exp(\delta_{ij}^2) \delta_{ij} + \frac{1}{A \exp(\delta_{ij}^2)} W_{ij}(n), & |\delta_{ij}| > 1 \\ A \exp(|\delta_{ij}|) \delta_{ij} + \frac{1}{A \exp(|\delta_{ij}|)} W_{ij}(n), & |\delta_{ij}| \leq 1 \end{cases} \end{aligned} \quad (18)$$

III. 개선된 역전파 신경회로망을 이용한 필기체 숫자의 분류

개선된 역전파 신경회로망을 이용한 필기체 숫자의 인식시스템은 그림 5와 같다.[9][10]

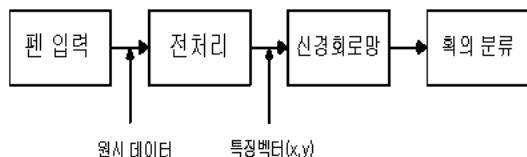


그림 5. 필기체 숫자를 인식하기 위한 시스템
Fig. 5. The recognition system for the number of handwritten

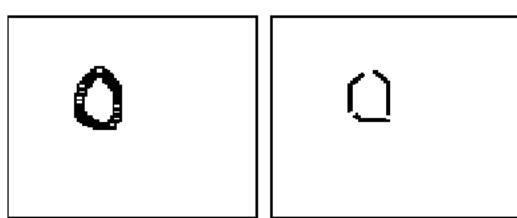
그림 5에서 신경회로망의 입력으로 사용된 필기체 숫자의 원시데이터와 전처리 된 데이터는 그림 5와 같다.

그림 6에서 전처리 되어진 필기체들의 특징점 표현은 그림 7과 같다.

0	/	2	3	4	5	6	7	8	9
원시 데이터									
0	/	2	3	4	5	6	7	8	9
전처리 후 데이터									

그림 6. 원시데이터와 전처리 된 데이터

Fig. 6. The data of Source and Preprocessing



a) 입력패턴

b) 전처리 된 특징점

그림 7. 입력패턴과 전처리에 의한 특징점

Fig. 7. Input pattern and feature point by preprocessing

그림 7에서 a)는 펜 입력 “0”를 나타내며, b)는 전처리한 결과 추출된 4 개의 특징점을 나타낸다. 이 특징점은 시점(starting point)으로부터 종점(ending point)까지 필기 진행 중 굴곡점으로 하며, 굴곡점이 필기 진행 방향으로 누적된 각도가 90° 이하일 때 특징점으로 추출한다. 추출된 특징점으로부터 역전파 신경회로망의 입력으로 이용되는 입력벡터의 추출은 그림 8과 같다.

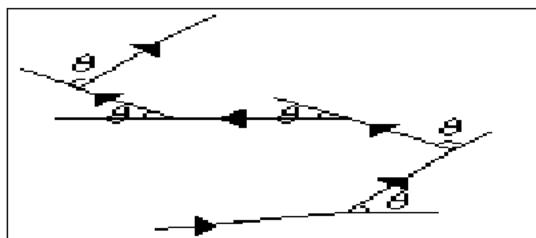


그림 8. 필기체의 숫자의 입력벡터 추출

Fig. 8. The extraction of input vector of handwritten of number

그림 8의 과정을 거쳐 역전파 신경회로망의 입력으로 이용되는 입력벡터를 표현하면 식 (19)와 같다.

$$x = \cos(\theta), \quad y = \sin(\theta) \quad (19)$$

$$(\theta = 0^{\circ} \sim +180^{\circ})$$

식 (19)에서 θ 는 한글 필기체 획의 방향을 나타낸다. 필기체 숫자의 특징점 수는 표 1과 같다.

표 1. 필기체 숫자의 특징점의 개수

Table 1. number of feature point for the number of handwritten

획	0	/	2	3	4	5	6	7	8	9	
개수	3~4	1	3~4	4~5	3~5	4~5	3~4	3~4	2~4	3~5	3~4

IV. 모의실험 및 평가

본 논문에서는 참고문헌 [8]에 제안한 알고리즘의 효율성을 증진시키기 위하여 초기 연결강도를 입력벡터의 크기에 근접한 값으로 발생시키는 알고리즘을 제안하였으며, 제안된 방법의 효율성을 검증하기 위하여 필기체 숫자 분류에 적용하였다. 실험에 사용한 신경회로망의 입력데이터는 40명으로부터 받은 10개의 숫자(400자)를 이용하였고 신경회로망의 구조는 입력층, 은닉층 그리고 출력층을 갖는 3층구조의 역전파 신경회로망을 사용하였다. 또한, 층과 층사이의 연결선은 모두 이어져 있으며, 초기 연결강도는 입력벡터와 교사신호의 차를 연결강도발생 함수에 부가시켜서 실험하였다. 수렴제한 조건으로 수렴오차 한계를 10^{-5} 로 하였으며, 반복 횟수는 32700번으로 제한하여 실험하였다. 실험 결과 표 2와 같은

결과를 얻었다.

표 2. 필기체 숫자에 대한 반복횟수

Table 2. The number of iteration for handwritten digits(BP: back propagation, WBP: BP+proposed algorithm, ABP: adaptive back propagation, WABP: ABP+proposed algorithm)

수	BP	WBP	ABP	WABP
0	1245	1390	2387	9752
1	36	17	64	15
2	200.0	2950	2296	2212
3	2230	2926	1285	1302
4	45	35	52	45
5	1933	2024	2204	1855
6	482	541	356	340
7	20130	2584	1988	1000
8	2555	3220	2419	1855
9	2478	28431	1826	1233

표 2에서 알 수 있듯이 초기 연결강도 발생에 입력벡터와 교사신호의 차이를 부가한 경우, 일반적인 역전파 알고리즘에 비하여 약 52.3%정도 반복횟수가 감소하였으며, 개선된 역전파 알고리즘은 34.69%정도 반복횟수가 감소하였다.

개선된 역전파 알고리즘에 초기연결강도 발생에 입력벡터와 교사신호의 차이를 적용한 결과 일반적인 역전파 알고리즘에 비하여 약 41.3%정도 반복횟수가 감소하였으며, 개선된 역전파 알고리즘에 비하여 17.3%정도 학습효율이 향상되었음을 고찰하였다. 표3은 필기체 숫자에 대한 분류율의 비교를 나타낸다.

고리즘에 비하여 17.3%정도 학습효율이 향상되었음을 고찰하였다. 표3은 필기체 숫자에 대한 분류율의 비교를 나타낸다.

표 3. 필기체 수자에 대한 분류율의 비교

Table 3. Comparing of recognition rate for handwritten digits(BP: back propagation, WBP: BP+proposed algorithm, ABP: adaptive back propagation, WABP: ABP+proposed algorithm)

수	BP 분류율(%)	WBP 분류율(%)	ABP 분류율(%)	WABP 분류율(%)
0	94.1	95.2	97.2	97.7
1	97.3	98.2	98.6	98.8
2	93.2	94.0	97.1	97.3
3	87.5	95.2	98.4	97.3
4	94.5	95.1	97.0	97.6
5	94.2	95.1	98.8	97.5
6	96.5	97.1	97.8	98.1
7	92.3	94.1	97.6	98.2
8	91.2	92.0	97.4	97.6
9	88.1	90.4	97.3	97.5
평균	90	94.37	97.57	97.07

표 3에서 알 수 있듯이 일반적인 역전파 알고리즘은 93%의 분류율을 나타내었으며, 일반적인 역전파 알고리즘에 입력벡터와 교사신호의 차를 부가하여 초기 연결강도를 발생시킨 방법은 94.87%의 분류율을 나타내었다. 또한, 개선된 역전파 알고리즘의 경우, 97.35%의 분류율을 나타내었고 개선된 알고리즘의 초기 연결가중치 발생에 입력벡터와 교사신호의 차를 부가한 방법은 97.87%

의 높은 분류율을 나타내었다. 따라서, 필기자의 습관에 따라 약간 차이는 있겠지만, 본 논문에서 제안된 방법이 효율성과 분류율면에서 우수함을 고찰하였다.

V. 결론

오늘날 신경회로망 이론은 많은 연구를 거듭하여 여러 응용분야에서 적합성을 인정받고 있으나, 초기 학습계수를 잘못 설정하였을 경우와 초기 연결강도를 임의적으로 잘못 발생시켰을 경우, 필요이상의 학습횟수를 요하거나 분류를 제대로 문제점이 야기된다.

지도학습의 대표적인 신경회로망인 역전파 알고리즘을 분석하여 학습효율을 향상시키기 위하여 연결강도 갱신에 중요한 역할을 수행하는 학습계수($\alpha(t)$)를 입력벡터와 연결강도의 차이에 따라서 가변적으로 갱신할 수 있는 알고리즘을 참고 문헌 [8]에 이미 제안하였다.

본 논문에서는 이미 제안한 개선된 역전파 알고리즘의 성능을 향상시키기 위하여 초기 연결강도 발생에 입력벡터와 교사신호의 차이를 부가하여 학습 효율 및 분류 능률의 향상을 도모하고자 하였다. 제안된 알고리즘의 타당성을 검증하기 위하여 필기체 숫자 10자에 적용한 결과, 표 1, 표 2와 같은 결과를 얻었다.

본 논문에서 제안한 방법이 기존의 역전파 알고리즘에 비하여 약 41% 정도의 반복횟수가 감소하여 학습효율이 향상되었고 참고문헌 [8]에 제안된 알고리즘에 비하여 약 17.3%의 학습 효율이 향상됨을 고찰하였다. 또한, 필기체 숫자의 분류에 적용한 결과, 기존의 역전파 알고리즘에 비하여 4.87%의 분류율이 향상되었고 참고문헌 [8]

에 제안된 방법보다 약 0.52% 분류율이 향상됨을 고찰하였다.

참고문헌

1. D.E Rumelhart, J.L McClelland, "Parallel Distributed Processing: Explorations in the Microstructure of Cognition," Vols.1 and 2, MIT Press, Cambridge, MA., 1986.
2. DARPA Neural Network study, AFCEA International Press, 1988.
3. Yoh Han Pao, *Adaptive Pattern Recognition and Neural Networks*, Addison Wesley 1989, pp.113-139.
4. James A. Freeman, David M. Skapura, *Neural Networks Algorithms, Applications and Programming Techniques*, Addison Wesley, 1991, pp.89-125.
5. G.A. Carpenter, "Neural Network Models for Pattern Recognition and Associative Memory," *Neural Networks*, 2, 1989, pp. 243-257.
6. Yoshio Hirose, Koichi Yamashita & Shimpei Hijiya, "Back propagation Algorithm Which Varies the Number of Hidden Units," *Neural Networks*, 4, 1991, pp. 61-66.
7. Jacek M. Zurada, *Introduction to Artificial Neural System*, West, 1992, pp.163-248.
8. 홍봉화 외 2, "역전파 신경회로망의 수렴속도 개선을 위한 학습파라메타 설정에 관한 연구", '대한전자공학회논문지', 제33권 B

- 편 제11호, 1996, pp.159-165.
9. 홍성민외 5, “구조해석적 방법과 획사전을 이용한 온라인 문자 인 시스템”, ‘제1회 문자인식워크샵 발표논문집’, 1993, pp.195-198.
10. “펜을 이용한 자료입력 시스템 기술 개발에 관한 연구”, 통상산업부, 1995.

On the Classification of Online Handwritten Digits using the Enhanced Back Propagation of Neural Networks

Bong-Hwa, Hong*

Abstract

The back propagation of neural networks has the problems of falling into local minimum and delay of the speed by the iterative learning.

An algorithm to solve the problem and improve the speed of the learning was already proposed in[8], which updates the learning parameter related with the connection weight.

In this paper, we propose the algorithm generating initial weight to improve the efficiency of the algorithm by offering the difference between the input vector and the target signal to the generating function of initial weight

The algorithm proposed here can classify more than 98.75% of the handwritten digits and this rate shows 30% more effective than the other previous methods.

Key Words : Neural Networks, Online Handwritten Digits

* Assistance Prof. Dept. of Information and Telecommunication, Kyunghee Cyber University