

論文

Two-Step Eulerian 기법 기반 충돌 및 동적 변형 해석

백승훈*, 이민형**, 김승조***

Numerical Simulation of Impact and Dynamic Deformation
Based on Two-Step Eulerian Method

Seung-Hoon Paik*, Minhyung Lee** and Seung-Jo Kim***

ABSTRACT

In this paper, numerical algorithms applied in two-step eulerian scheme are investigated and implemented. Element quantities are advected with donor or van Leer algorithm. Nodal quantities are advected with Simplified ALE [SALE] algorithm. Material interfaces are determined with Simple Line Interface Calculation [SLIC] algorithm. Practical aspects considered for code development are addressed in detail. The results of developed two-step Eulerian code are verified by comparing with those from pure lagrangian scheme and commercial code.

초 록

본 연구에서는 Lagrangian 단계와 Remap 단계로 이루어진 Two-step Eulerian 기법에 적용되는 수치기법에 대해 살펴보고, 이를 구현하였다. 요소 값은 donor cell 과 van Leer 기법으로 이류처리 하였고, 절점 값은 Simplified ALE [SALE] 기법으로 이류처리 하였으며, 재료 경계면은 Simple Line Interface Calculation [SLIC] 기법으로 결정하였다. 또한, 프로그램 구현 과정과 Lagrangian 단계와 Remap 단계의 연결 시 주의 깊게 고려해야 할 사항들에 대해 자세히 기술하였다. 본 연구를 통해 구현된 Two-step Eulerian 코드의 검증은 위해, 순수 Lagrangian 기법, 그리고 상용코드의 결과와 비교하여 해석 결과의 정확성을 검증하였다.

Key Words : Two-step Eulerian(2단계 오일러리안), operator-split(연산자 분할), lagrangian(라그랑지안), remap(재배치), advection(이류)

1. 서 론

고속 충돌, 관통 및 폭발과정 등은 매우 짧은 시간 동안에 발생하는 동적인 현상으로, 이러한 현상들에 대한 연구는 실험과 더불어 수치 시뮬레이션 방법의 활용이 유효하여 많이 적용되고

있다. 이러한 현상에 활용되는 전산 프로그램을 특히 Hydrocode라 하며 현재 선진국에서 개발되어 많은 검증작업을 통한 신뢰성 확보가 상당히 이루어져 있다. 현재, Lagrangian 및 Eulerian 기법을 적용한 Hydrocode가 개발되어 적용되고 있으나 각각의 기법들은 상이한 장단점을 내포하고 있어 서로 다르게 적용되고 있다[1]. 특히, 동적인 구조 대변형 과정을 해석하기 위하여 Eulerian 기법의 적용이 효과적인 경우가 있는데, 이는 Eulerian 기법에서는 물질이 고정된 메쉬의 경계면을 통과하며 계산되기 때문에 메쉬의 변형이 없는 반면, Lagrangian 기법의 경우 대변형 과정

† 2006년 5월 26일 접수 ~ 2006년 7월 14일 심사완료

* 정희원, 서울대학교 기계항공공학부 대학원

** 세종대학교 기계항공우주공학부

*** 정희원, 서울대학교 기계항공공학부/비행체특화센터
연락처, E-mail : sjkim@snu.ac.kr
서울시 관악구 신림동 56-1

에서 발생하는 메쉬의 찌그러짐과 이에 따른 시간간격의 감소 및 해의 불안정성이 발생하기 때문이다. 따라서 Eulerian 기법은 초고속 충돌 및 폭발 현상과 같이 매우 큰 변형이 유발되는 분야에 효과적으로 적용할 수 있다. 항공분야에서 Eulerian 기법을 사용하는 대표적인 적용 예로는 항공기 날개 연료탱크의 수압램 (Hydro dynamic Ram) 해석이 있다[2].

Hydrocode 개발이 시작된 1960년대 초기에는 Eulerian 방식은 물질의 변형 즉 흐름을 추적하는 물질경계면의 정확도가 낮아 효율적인 방법으로 여겨지지 않았다. 하지만 1980 대에 와서 높은 정확도를 지니는 경계면 추적 기법 (interface tracking algorithm) 들이 개발되어 Eulerian 기법의 고유한 장점을 지니며 정확성 또한 높아져 활용성이 높아졌다[3]. 요소간의 물질 전달을 계산하는 이류기법 (advection algorithm) 또한 2차 정확도가 확보되면서 정확도에 대한 문제는 크게 줄어들었다.

Eulerian 코드에서는 메쉬가 공간상에 고정되어 있으나, 소스 (sources) 항에 의한 요소의 변형을 구현하기 위하여 메쉬간의 물질 흐름 (material transport)의 예측이 필요하다. 이러한 목적을 지닌 Eulerian 코드의 구조는 기본적으로 2가지 형태로 나누어진다. 첫 번째 방법은 보존 방정식을 보존형태 (conservation form)로 기술하여 변수들을 바로 전진하여 나가는 방식으로 one-step 방법이다. 이와 같은 방법으로 개발된 코드가 초기에 개발된 HELP 코드[4]이다. 두 번째 방법은 CEL 코드[5] 와 같이 Lagrangian과정 및 Remapping 과정을 나누어 처리하는 two-step 방법이다. 이 방법에서는 첫 단계에서 Lagrangian으로 메쉬와 이에 따른 물질의 변형을 예측하고 이 변형된 메쉬에 있는 해 (solutions) 들을 처음에 고정된 메쉬로 mapping 하는 과정으로 나누어 처리한다. 이 방법은 일종의 "operator-split" 기법[6]이다. JOY, HULL, SCQ, CTH, MESA, KRAKEN, RHALE, ALEGRA, AUTO-DYN, LS-DYNA 등 대부분의 Eulerian 및 ALE hydrocode 가 두 단계로 처리하는 기법으로 개발되어 왔다. 현재 가장 우수성이 확보된 코드가 일반적으로 CTH[7]라고 알려져 있으며 현재 미국 연구소에서만 제한적으로 사용되고 있다. 주로, 미국을 중심으로 한 연구그룹들은 60년대부터 관련 코드들에 대한 개발이 시작되고, 현재 응용문제에도 적용되고 있으나, 국내의 경우, 관련 연구나 투자가 아직은 활발히 이루어지지 않고, 개발 초기 단계에 있는 실정이라 할 수 있다.

본 논문에서는 Lagrangian 단계와 Remap 단계를 순차적으로 적용해 재료의 거동을 기술하는 Two-step Eulerian 코드에 대해 관련 수치기법에 대해 살펴보고, 프로그램에 적용된 재료 경계면 추적, 요소중심 값 이류, 절점이류에 관련된 이론 및 기법에 대해 기술하였다. 또한, 관련 문헌에는 잘 기술되어 있지 않지만, 실제 프로그램 구현 시 중요 부분이라 할 수 있는 두 부분의 연계 시에 주의할 사항들에 대해서도 살펴보았다. 결과의 정확도 검증을 위해 순수 Lagrangian 방식의 결과 및 상용코드의 Eulerian 기법의 결과와 비교하였다.

II. Two-Step Eulerian 기법

2.1 Operator Splitting

지배방정식을 일반화된 보존식 형태로 표현하면 다음과 같다[8].

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \nabla \cdot \Phi(\phi, u, x, t) = S \quad (1)$$

여기서 ϕ 는 구해야 할 해(solution), x 는 공간 좌표, Φ 는 유동함수(flux function), S 는 소스(source) 항이다. 위식은 다음과 같이 분리하여 쓸 수 있다.

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = S \quad (2)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \nabla \cdot \Phi(\phi, u, x, t) = 0 \quad (3)$$

위 (2) 식은 Lagrangian 단계의 계산이고, (3) 식은 Remap 단계의 계산이다. 두 개의 방정식을 각 시간 단계에서 순차적으로 풀게 되는데 Lagrangian 단계에서 시간이 전진하며, 이류 단계에서는 시간의 전진이 없는 과정이다. Fig. 1 에는 이러한 Operator-split 방식의 처리 과정을 나타내고 있다. Lagrangian 단계, Remap 단계에서, 단계를 의미하는 'Step'은 'Module' 혹은 'Part'라고도 불린다.

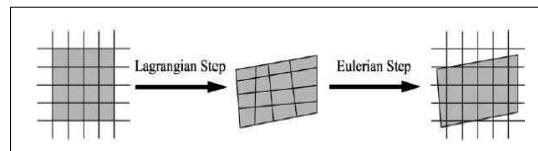


Fig. 1. The Operator-split for Eulerian formulation[8]

2.2 Lagrangian 단계

고속 층돌을 수치 모사할 수 있는 상용코드들이 많이 있으나, 새로운 수치알고리즘과 재료 모델링해석을 위해 많은 선진 연구기관들은 자체 코드를 개발/보유하고 있기도 하다. 본 연구팀도 이러한 목적으로 IPSAP/Explicit (IPSAP: Internet Parallel Structural Analysis Program) 코드를 자체 개발하고 있다. IPSAP/Explicit 의 Lagrangian 기법에 적용된 수치 알고리즘에 대한 기술과 해석 결과의 신뢰성은 여러 참고문헌의 실험 및 다른 해석 코드와의 결과를 비교하여 검증한 바 있다[9]. 본 연구에서는 IPSAP/Explicit 에 구현된 Lagrangian 코드를 기본 골격으로 하여 Remap 부분을 연계해 Two-step Eulerian 코드를 구현하였다.

2.3 Remesh 단계

Remap 단계는 Lagrangian 단계에서 변형된 메쉬의 물리량을 재 분포하는 단계 인데, 이때, 고정 메쉬로 재분포 하면 Eulerian 방식이 된다.

ALE(Arbitrary Lagrangian Eulerian) 방식에서는 Remesh 기법이 중요하게 다루어져야하나, 본 논문에서는 고정 메쉬 방식인 Eulerian 기법을 사용하므로 Remesh 기법은 다루지 않았다.

2.4 Remap 단계

Remap 단계는 메쉬 간의 물질흐름을 계산하기 위한 단계이며, 이 계산을 위해 식 (3)을 이산화된 형태로 쓰면, 1차원인 경우 다음과 같다[10].

$$\phi_{j+1/2}^+ = \frac{\phi_{j+1/2}^- V_{j+1/2}^- + \phi_j^- V_j - \phi_{j+1}^- V_{j+1}}{V_{j+1/2}^- + V_j - V_{j+1}} \quad (4)$$

여기서, j, j+1 은 절점(2차원인 경우, 요소 간 경계면) 침자이고, j+1/2 는 절점 j와 j+1 사이의 요소를 의미한다. 상첨자 -와 +는 이류 전과 후의 상태를 의미한다. 바꾸어 말하면, - 는 Lagrangian 단계가 끝난 후의 상태이고, +는 Remap 이 끝난 상태를 나타낸다.

$V_{j+1/2}^-$ 는 Lagrangian 단계가 끝난 후, 변형된 메쉬 내에 ϕ 가 차지하는 체적(메쉬 자체의 체적이 아닌)을 나타낸다. $V_{j+1/2}^-$ 와 $\phi_{j+1/2}^-$ 는 Lagrangian 단계에서 이미 계산되어, Remap 단계로 넘겨주는 값이다. 결국, Remap 단계에서는 ϕ_j^- (혹은 ϕ_{j+1}^-) 와 V_j (혹은 V_{j+1})를 결정하면 된다.

V 는 요소의 체적이 아닌 재료의 체적을 의미한다. 즉, V_j 와 V_{j+1} 은 j 및 j+1 절점(혹은 경계

면)를 통해 유동된 재료의 체적을 나타내고, 이는 경계면 추적알고리즘을 통해 계산되게 된다.

ϕ 는 밀도, 응력, 에너지와 같은 이류처리를 해야 하는 물리량으로, ϕ_j^- 혹은 ϕ_{j+1}^- 는 Lagrangian 단계에서 절점, (혹은 경계면) j, j+1을 통해 유동되는 재료의 물리적 값(밀도 값, 응력 값 등)이다. 경계면에서 유동되는 '재료 값'은 이류 알고리즘(transport algorithm 혹은 advection algorithm)을 통해 구하게 된다.

Remap 단계는 Lagrangian 단계에서 변형된 메쉬를 고정된 메쉬로 다시 돌려놓게 되는데, 이 과정에서 체적, 질량, 운동량, 에너지 등이 요소 사이를 적절하게 움직여야 한다. 구체적으로 이 과정은, (1) 체적유동 (volume flux), (2) 재료유동 (material flux), (3) 요소 중심 값 이류(Element centered advection), (4) 절점 중심 값 이류(Vertex centered advection) 의 4 단계로 처리된다.

2.4.1 체적 유동

Remap 계산의 가장 첫 번째로는 노드의 변위량으로부터 체적유동량을 계산하는 과정이다. 이 과정을 통해 요소 간 체적 유동량이 계산되며, 재료유동량을 계산에 사용된다.

2.4.2 재료 유동량

이 과정에서는 경계면에서 유동된 재료의 체적, V_j 와 V_{j+1} 을 결정하는 과정이다. 즉, 재료가 일부만 채워져 있는 요소의 경우, 노드 변위에 따른 체적유동량 중 실제로 재료가 경계면을 통해 유동된 재료유동량을 계산해 주어야 한다. 이러한 계산을 위해서는 요소 내에 재료의 경계면이 어디에 위치하고 있는지를 알아야 하는데, 이것을 결정하는 알고리즘이 경계면 추적 알고리즘(interface tracking algorithm), 혹은 경계면 재구성 알고리즘(interface reconstruction algorithm)이다.

Two-step Eulerian 코드에서는 주로 재료의 VOF (Volume Of Fraction)를 이용해서 경계면을 계산하는 방식이 많이 사용되는데, 대표적인 알고리즘으로, 1차원 VOF 방법인 SLIC (Simple Line Interface Calculation) 기법[11]과, 2차원 VOF 방법인 Young's 기법[12]이 있다. SLIC 기법에서는 요소내의 재료 경계면이 x, y, 혹은 z 방향에 수직인 평면으로 나타나고, Young's 기법에서는 기울기를 가진 평면으로 나타난다. 본 연구에서는 SLIC 방법을 사용하였으며, 향후 정확도 향상을 위해 Young's 기법 등을 추가할 예정이다.

2.4.3 요소 중심 값 이류

이 과정에서는 이류 알고리즘을 통해 ϕ_j^- , ϕ_{j+1}^- 을 구하고, 식 (4)를 통해 응력, 밀도 등과 같은 요소 중심 값들에 대해 Remap 후의 값 $\phi_{j+1/2}^+$ 를 구하는 과정이다. ϕ_j^- , ϕ_{j+1}^- 를 결정하는 이류 알고리즘으로는 1차 정확도를 갖는 Donor cell 기법과, 2차 정확도를 갖는 van Leer의 MUSCL(Monotone Upwind Scheme for Conservation Law) 기법[13]이 있다. Donor cell 기법에서는 Donor cell 의 ϕ 가 상수 값을 갖게 되고, MUSCL 기법에서는 Donor cell 주변 cell 의 ϕ 값을 참조하여 Donor cell 에서의 ϕ 가 기울기를 갖게 된다. 해석 코드에는 두 가지 방법을 모두 구현하였으며, 본 논문의 예제에는 모두 Donor cell 기법을 적용하여 계산하였다.

2.4.4 절점 중심 값 이류

절점 중심 값 이류는 결국 속도를 이류 시키기 위한 과정으로, 속도 이류 기법이라고도 한다. 이를 위한 기법으로는 Staggered mesh 알고리즘[14], SALE(Simplified ALE) 알고리즘[15], HIS(Half Shift Index) 알고리즘[16] 등이 있다.

본 연구에서 적용한 기법은 앞서 기술한 요소 중심 값 이류 기법을 그대로 활용하는 장점을 가진 SALE 기법이다. SALE 기법에서는 운동량 보존을 위해, 요소 중심에서 계산된 운동량을 이류시킨 후, 변화된 운동량을 절점에 재 분포 하는 방법이다. 절점에 재 분포된 운동량을 절점 질량으로 나누어 속도를 구하는 방법으로, 1차 정확도를 갖는 SALE 기법과, 1차 정확도에서 나타나는 확산(dispersion) 문제를 줄이고자 운동량의 기울기를 고려하여 2차 정확도를 갖는 SHALE 기법이 있다. 현재 1차 정확도의 SALE 기법이 구현되어 있으며, 향후 SHALE 및 다른 기법들도 추가할 예정이다.

2.5 Lagrangian 단계와 Remap 단계의 연계

Fig. 2 는 Two-step Eulerian 코드의 전체 흐름도를 나타낸다. 왼쪽 부분이 Lagrangian 모듈이고, 오른쪽 부분이 Remap 모듈 부분이다. Remap 모듈이 추가되면서 Lagrangian 모듈과 연동하기 위해 고려해야 할 사항은 다음과 같다.

1) Remap 변수를 위한 초기화

Lagrangian 단계에서는 변수를 주로 요소개수나, 절점개수 크기의 1차원 혹은 2차원 배열로 처리하였다. Remap 에 필요한 변수도 이와 유사하게 배열처리를 할 수도 있으나, 현재 개발된

코드에서는 I,J,K 방향의 3차원 배열로 다루었다. 따라서, Remap 단계에서 새롭게 필요한 변수는 물론이고, Lagrangian 단계에서 이미 있지만, Remap 단계에도 3차원 배열 형태로 다시 재정의가 필요한 변수 및 배열들에 대해 그 값을 할당하고 초기화 하였다. Remap 변수의 초기화는 Lagrangian 단계의 초기화 과정이 끝난 후에 하였고, 따라서 VOF, 질량, 초기 속도 등은 Lagrangian 단계에서 할당된 값을 받아들였다.

2) 초기 체적 비율의 정의

Lagrangian 코드에서는 없지만 Eulerian 코드가 되면서 나오는 변수 중에 VOF가 있다. 이 값은 셀(cell) 안에 재료가 차 있는 정도를 나타내는데, 입력파일로부터 어떤 형태로든 VOF 값을 읽어 들여 초기조건에서 셀에 재료가 차있는 정도를 알 수 있도록 해야 한다.

3) 내력 벡터 계산과정의 변화

순수 Lagrangian 코드에서는 고려하지 않았지만, Eulerian 코드가 되면서 Lagrangian 단계의 내력벡터 계산과정에 고려해야 하는 부분이 있다. 현재 개발된 코드에서는 다음 네 가지를 고려하였다.

① VOF 이 0인 요소에 대해서는 계산속도 향상을 위해 내력벡터 계산과정을 생략 하였다.

② remap 처리를 위해 내력벡터 계산 루프를 분할하였다. 즉, Lagrangian 코드에서는 내력 벡터 계산 시, 유한 요소 개수의 루프 안에서 각 유한요소에서 변형률, 인공점성, 응력을 계산한 후 내력벡터를 계산하였다. 현재 개발된 Eulerian 코드에서는 Lagrangian 단계에서 응력 계산 후, Remap 처리를 하고, 이 Remap 처리 된 응력성분을 체적 평균하여 내력벡터 계산에 사용하였다. 따라서 순수 Lagrangian 에서는 각 유한요소에 대해 내력벡터까지 하나의 루프 안에서 구했는데, Remap 처리가 포함되면, 응력계산까지 계산 루프를 끊고, Remap 에 대한 루프를 다시 돌린 후, 마지막으로 Remap 된 응력으로 내력벡터를 구하는 루프를 돌리는 방식을 취하여 전체 3 개 루프로 나누었다.

③ 부분충전 된 요소에서 요소의 체적이 변화했을 때, 재료의 체적과 밀도를 계산해야 한다. 이 값은 물질이류 시 요소 중심 변수의 remap 전 변수의 체적을 계산하는데 사용된다. 현재는 요소의 체적변화와 동일한 비율로 재료의 체적과 밀도가 변화하도록 하였다. 그러나, 향후 다중물질의 경계면을 다룰 때에는 셀 안의 void 처리를 위한 "Volume collapse algorithm" 및 "volume expansion algorithm"이 고려되어야 한다[8].

④ 임계 시간간격은 $c \approx \sqrt{E/\rho}$ 에 반비례한다. 여기서 c 는 음속(sound speed), E 는 탄성계수, ρ 는 밀도이다. 부분 충전된 요소에서 시간간격계산 시 체적평균(volume average)된 밀도를 사용하면, VOF가 매우 작을 경우 매우 작은 임계스텝이 발생하게 된다. 따라서 이런 경우, 부분 충전된 재료 자체의 밀도 및 물성치를 사용하여 셀의 임계스텝을 계산하였다.

4) Remap 단계와의 변수 Interface

Lagrangian 단계에서 응력증분 까지 계산을 끝낸 후, Remap 단계로 넘어가게 되는데, 이때, Lagrangian 단계에서 계산된 변수들 중 Remap 단계로 넘겨주어야 할 변수들은 등방선형경화(isotropic linear hardening) 모델인 경우, 다음과 같이 12개이다.

- (1) 밀도 1개, 응력 6개, 등가소성변형률 1개, 인공점성 값 1개 (이상 요소 중심 변수)
- (2) 속도 3개 (절점 중심 변수)
- (3) 부분 충전된 요소에서 재료의 체적 1개

요소 중심변수는 사용하는 재료 모델에 따라 추가될 수 있다. 위에서 부분 충전된 요소에서의 요소 중심 변수는 체적 평균화(volume average)된 값이 아니라, 부분 충전된 재료, 그 자체의 값을 넘겨주도록 하였고, 필요에 따라 VOF을 고려해 평균화된 값을 사용하도록 하였다.

Remap 과정에서는 위의 12개 값이 이류처리에 의해 새로 갱신되고, 추가로 재료유동 변화에 따른 VOF 값과 요소의 밀도 변화에 따른 절점 질량도 갱신하게 된다. 따라서, Remap 과정이 끝난 후 Lagrangian 단계로 다시 돌아갈 때는, 처음에 받은 12개의 값이 외에 VOF 와 절점질량을 Lagrangian 단계로 넘겨주도록 하였다.

5) 시간 간격

Eulerian 메쉬는 공간에 고정이므로, Lagrangian 기법의 경우와 같이 메쉬 크기 변화에 대한 영향을 받지 않는다. 그러나, 메쉬에 대한 물질의 상대 속도가 발생하기 때문에 음속이 하나의 메쉬를 지나는 시간 보다 작게 유지해야 한다는 CFL 조건을 적용할 때, 물질의 상대 속도 u 를 다음과 같이 고려해야 한다.

$$\Delta t \leq \frac{\Delta x}{c+|u|} \tag{5}$$

여기서, Δx 는 메쉬길이(characteristic mesh length)이다. Lagrangian 에서는 절점이 물질과 같이 움직이므로 상대속도 u 가 항상 0 이 되는 경우이므로, 위 식은 Lagrangian 기법에서 적용

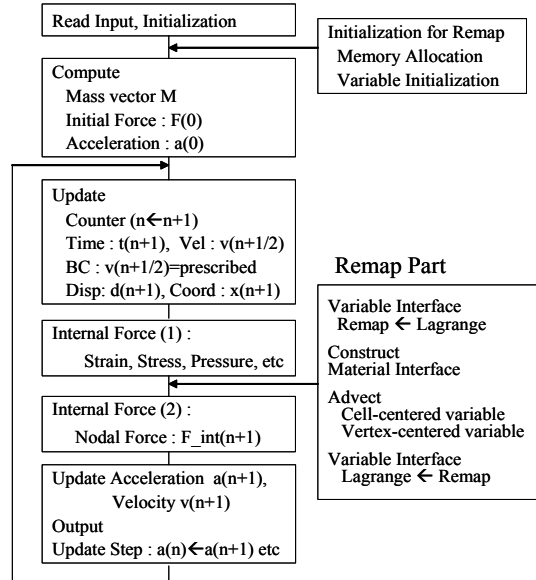


Fig. 2. Flow chart of Two-Step Eulerian Scheme

되었던 임계 시간간격 결정 방식 보다 좀 더 일반화된 표현식으로 볼 수 있다.

III. Eulerian 코드의 검증

3.1 사각 보의 충돌 (I)

첫 번째 검증 예제는 테일러 테스트로 사각형상의 보가 왼쪽 방향으로 강체 벽에 충돌되는 예제이다. 전체 Eulerian 메쉬의 크기는 x, y, z 방향으로 $32 \times 1 \times 10$ (mm x mm x mm)으로, 각 요소 당 한 변의 길이가 1mm 로, 총 320 개 요소이다. 이중 재료는 Fig. 3 에서 보는 바와 같이 아래쪽에 $30 \times 1 \times 3$ 만큼 차 있는 상태이다. 요소의 최 외곽면의 절점에서는 벽면에 수직방향으로는 변형이 없고, 재료가 미끄러지는 조건이므로, 평면 변형을 조건인 2차원해석과 유사하다. 해석 조건은 충돌 속도 200 m/sec, 종료시간 80 μ sec 이다. 재료모델은 등방 경화 모델을 사용하였고, 탄성계수 100 GPa, 포아송 비 0.3, 초기 항복응력 400MPa, 소성 구간 기울기 100MPa 이다. 밀도는 $8,930 \text{ Kg/m}^3$ 이다.

Lagrangian 기법으로만 계산 했을 때와, Eulerian 으로 계산 했을 때의 변형 결과를 Fig. 3 에 비교하였다. 시간에 따른 변형양상이 잘 일치하고 있다. 변형후의 길이 및 폭을 Table 1 에 LS/DYNA[17]의 결과와 함께 비교하였다. 역시 잘 일치하고 있음을 알 수 있다. 한편, Fig. 3 Lagrangian 해석의 경우, 변형된 메쉬의 최 외곽

Table 1. Square bar Impact I : Comparison of deformation

Deformed value	IPSAP/Explicit		LS-DYNA	
	Lag	Eul	Lag	Eul
Length (mm)	22.5	22.0	22.5	22.7
Width (mm)	9.6	9.5	9.5	9.2

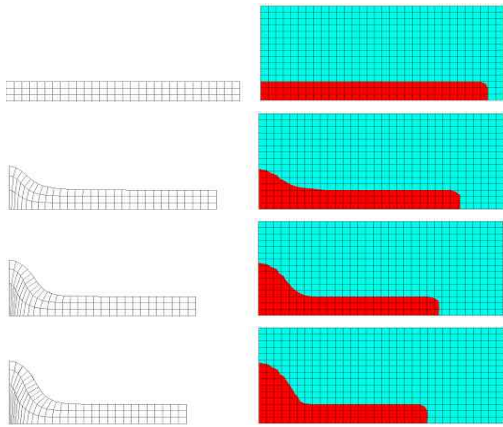


Fig. 3. Deformation process of Square bar at 0, 20, 40, 80 μ s Lagrangian (Left), Eulerian (Right)

경계면과 재료의 경계면이 일치하지만, Eulerian 해석의 경우, 주변 셀들의 VOF 값을 참조하여 이 값이 0.5 가 되는 면을 기준으로 재료의 경계면을 표현하였기 때문에, 실제 재료의 경계면과 그림상의 경계면과는 정확히 일치하지는 않는다.

Eulerian의 경우 부분 충전되어 있는 셀에서의 재료의 길이 측정 시 VOF 의 값을 사용하였다.

3.2 사각 보의 충돌 (II)

두 번째 예제는 ‘사각 보의 충돌 (1)’ 을 3차원으로 해석한 경우이다. 1/4 대칭 모델에 대해 해석 하였다. 전체 모델의 크기는 32 x 10 x 10 (mm x mm x mm) 이고, 메쉬 크기를 1mm 로 하였으므로, 전체 요소 수는 3,200 개 이다. 재료는 30 x 3 x 3 만큼 초기 충전되어 있다. 기타 충돌속도, 재료의 물성 값, 해석종료시간은 ‘사각 보의 충돌 (1)’ 과 동일하다.

Lagrangian 기법으로만 계산 했을 때와, Eulerian 으로 계산 했을 때의 결과를 Table 2 와 Fig. 4 에 LS-DYNA 의 결과와 함께 비교하였다. 변형양상과 결과가 잘 일치하고 있다.

Lagrangian 방식과 Eulerian 방식에서 시간에

따른 시간간격 크기의 변화를 비교하기 위해 이를 Fig. 5 에 도시하였다. Lagrangian 방식에서는 가장 작은 메쉬의 길이를 기준으로 임계 시간간격을 결정하기 때문에 시간에 따른 변형이 클수록 임계 시간간격은 점차 줄어들게 된다. 약 40 μ sec 정도이후에서 충돌부위 요소의 변형이 더 이상 크게 발생하지 않아 임계시간간격이 일정하게 유지되고 있다. 반면에 Eulerian 방식에서는 항상 고정메쉬를 기준으로 계산하기 때문에, 전체적으로 비슷한 계산 시간 스텝 크기를 유지하고 있다. 초기에는 절점에서 재료의 속도가 크기 때문에 진동(oscillation) 현상을 보이나, 약 40 μ s 이후로는 거의 고정되어있다. 압축변형이 지배적인 경우, Lagrangian 방식에서는 임계시간간격이 계속 줄어들기 때문에 같은 계산을 하여도 Eulerian 방식에서 보다 훨씬 더 많은 계산스텝수를 필요로 한다. Fig. 6 에 시간에 따른 스텝수의 변화를 도시하였다. Lagrangian 방식에서는 2,311 스텝이 계산되었고, Eulerian 방식에서는 415 스텝이 계산되었다. 그러나 Eulerian 방식에서는 Lagrangian 단계 계산 후 Remap 처리를 추가로 해야 하기 때문에, 한 스텝을 계산하는데 소요되는 시간은 Eulerian 방식이 훨씬 많이 소요되게 된다. 따라서 전체 계산시간은 스텝수가 적은 Eulerian 방식에서 더 많이 걸릴 수도 있다.

본 예제의 경우, 계산시간(Elapsed time)은 Intel P4 3.0 Ghz Linux 장비에서 Lagrangian 방

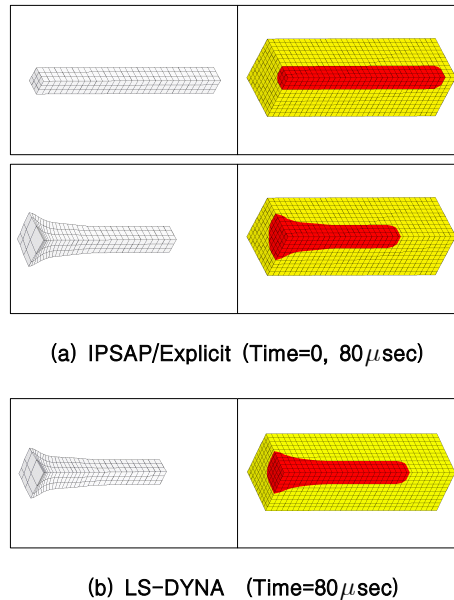


Fig. 4. Square bar impact II : Lagrangian (Left), Eulerian (Right)

Table 2. Square bar Impact II :Comparison of deformation

Deformed Size	IPSAP/Explicit		LS-DYNA	
	Lag	Eul	Lag	Eul
Length (mm)	21.9	21.5	21.8	23.5
Width (mm)	6.12	6.1	6.0	5.5

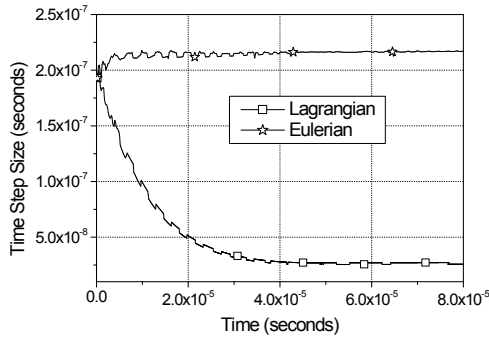


Fig. 5. Time history of time step size of Lagrangian and Eulerian schemes

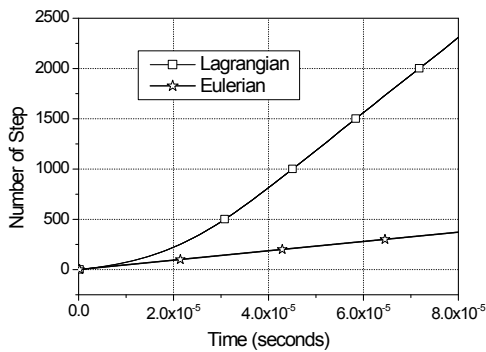


Fig. 6. Time history of Number of steps between Lagrangian and Eulerian

식은 2.6초, Eulerian 방식은 3.3초로 Eulerian 방식이 더 많은 시간이 소요되었다. 그러나 유한요소 수는 Lagrangian 모델이 270개, Eulerian 모델이 3,200개 이므로 계산시간을 요소 수로 나누어 한 개 요소 처리에 걸리는 시간을 비교하면, Lagrangian 방식이 훨씬 크게 나타나므로, 계산시간을 단순 비교할 경우 주의가 필요하다. 한편, Eulerian 코드의 경우, 일반적으로 계산시간에 대한 부하가 많아 병렬화가 특히 필요한 부분이기도 하다. 본 연구에서 개발된 Two-step Eulerian 코드의 병렬화 과정 및 병렬성능은 참고문헌[18]에 기술하였다.

IV. 결 론

충돌 및 폭발현상 수치 모사를 위한 Eulerian 기법에 관한 연구는 오랜 개발 역사를 지닌 해외 연구 그룹에 비해 국내의 경우는 아직 관련 연구가 취약한 실정이다. 본 연구에서는 Lagrangian 단계와 Remap 단계로 이루어진 Two-step Eulerian 기법에 대해 살펴보고, 대표적으로 사용되는 기법들을 구현하였다. 구현된 기법들이 신뢰성 있는 결과를 내는지 검토하기 위하여, 사각바의 충돌 예제에 대해, 순수 Lagrangian 기법, 그리고 상용코드의 결과와 비교하여 그 정확성을 검증하였다. 한편, 실제 프로그램 구현 과정과 Lagrangian 단계와 Remap 단계의 연결 시 고려해야 할 사항들에 대해 자세히 기술하였다. 또한, 계산시간 스텝에서 나타나는 Lagrangian 및 Eulerian 기법 간의 차이를 살펴보았다. 본 연구를 통해 개발된 코드를 기반으로 향후 관련 수치 기법에 대한 연구 및 효율적 병렬화 방안에 대한 연구를 수행할 예정이다.

후 기

이 연구는 ADD 장기 기초 과제(UD040012AD)의 지원을 받아 수행되었습니다.

참고문헌

- 1) Zukas, J. A., Scheffler, D.R., "Practical aspects of numerical simulations of dynamic events: material interface", *Int. J. Impact Engng.*, Vol. 24, 2000, pp. 821-842
- 2) 김종현, 전승문, "항공기 날개 연료 탱크의 수압램 전투손상 해석연구", *항공우주학회지*, 제 34권, 제 4호, 2006년 4월, pp. 17-24.
- 3) Benson, D. J., "A Multi-material Eulerian Formulation for the Efficient Solution of Impact and Penetration Problems", *Computational Mechanics*, Vol. 15, No. 6, 1995, pp. 558-571.
- 4) Hageman, L. J., Wilkins, D.E., Sedgwick, R.T., and Waddell, J.L., "HELP, A multimaterial Eulerian program for compressible fluid and elastic-plastic flows in two space dimensions and time", *System, Science and Software*, SSS-R-75-2654. 1975.
- 5) Noh, W. F., "CEL: A Time-Dependent Two-Space-Dimensional, Coupled Eulerian-Lagrangian

Code", *Methods in Computational Physics*, Vol. 3, 1964, pp. 117-179.

6) Chorin, A., Hughes, T.J.R., McCracken, M.F., and Marsden, J. E., "Product Formulas and Numerical Algorithms", *Communication of Pure and Applied Mathematics*, Vol. 31, 1978, pp. 205-256.

7) McGlaun, J. M. and Thompson, S. L., "CTH: A three-dimensional shock wave physics code", *Int. J. Impact Engng* Vol. 10, 1990, pp. 351-360.

8) Benson, D. J., Okazawa, S., "Contact in a multi-material Eulerian finite element formulation", *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg* Vol. 193, 2004, pp. 4277-4298

9) 백승훈, 김승조 "외연유한요소 기법을 사용한 고속충돌 및 관통해석", 군사과학기술학회지 제 8권 4호, 2005, pp. 5-13

10) Benson D. J. "A mixture theory for contact in multi-material Eulerian formulations", *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg* Vol. 140, 1997, pp. 59-86

11) Noh, W. F. and Woodward, P., "SLIC (Simple Line Interface Calculation)", *Lecture Notes in Physics* Vol.59, 1977, Springer Verlag.

12) Youngs, D. L., "Time-Dependent Multimaterial

Flow with Large Fluid Distortion", in *Numerical Methods for Fluid Dynamics*, edited by K W Morton & M. J. Baines, 1982.

13) Van Leer, B., "Towards the Ultimate Conservative Difference Scheme, IV. A New Approach to Numerical Convection", *J. Comp. Phys.* Vol. 23, 1977, pp. 276-299.

14) Amdsdn, A. A, and Hirt, C.W., "YAQUI: An Arbitrary Lagrangian-Eulerian Computer Program for Fluid Flow at All Speeds", Los Alamos Scientific Laboratory, LA-5100. 1973.

15) Amdsdn, A. A, Ruppel, H.M and Hirt, C.W., "SALE: A Simplified ALE Computer Program for Fluid Flow at All Speeds", Los Alamos Scientific Laboratory, 1980.

16) Benson, D. J., "Momentum advection on a staggered mesh", *J. of Computational Physics*, Vol. 100, 1992, pp. 143-162.

17) Hallquist, J. O., *LS-DYNA3D Theoretical Manual*, Livermore Software Technology Corporation, 1991.

18) 백승훈, 김승조, 이민형 "Two-Step Eulerian 기법에 기반 한 충돌해석의 병렬처리 및 병렬효율 평가", 대한기계학회논문집 A 제 30권 제 10호, 2006, 게재예정.