

트레드 패턴을 고려한 타이어의 스탠딩 웨이브 현상에 대한 유한 요소 해석

김기운^{*1,2)} · 정현성¹⁾

금호타이어(주) 기술연구소¹⁾ · 전남대학교 기계공학과²⁾

Finite Element Analysis on Standing Wave Phenomenon of a Tire Considering Tread Pattern

Kee-Woon Kim^{*1,2)} · Hyun-Sung Jeong¹⁾

¹⁾R&D Center, KUMHO Tire Co., Inc., 555 Sochon-dong, Gwangsan-gu, Gwangju 506-711, Korea

²⁾Department of Mechanical Engineering, Chonnam National University, Gwangju 500-757, Korea

(Received 12 July 2005 / Accepted 6 December 2005)

Abstract : Each tire has a critical speed at which a standing wave phenomenon occurs along the circumferential direction. If the standing waves are formed, the tire temperature is rapidly increased and it leads to tire failure eventually. As the formation of the standing waves is closely related to the tire stiffness, the effect of the tread pattern needs to be studied numerically. The standing wave phenomenon of a tire model with tread pattern is predicted by an explicit finite element method. The critical speed of the tire with tread pattern is in a good agreement with the experiment and is 15~20 km/h lower than that of the tire without tread pattern. The effects of the inflation pressure and the vertical load on the critical speed are also investigated by using the tire model with tread pattern.

Key words : Standing wave(스탠딩 웨이브), Patterned tire(패턴 타이어), Tread block(트레드 블록), Explicit dynamic analysis(외연적 동적 해석), Finite element analysis(유한 요소 해석)

1. 서론

타이어는 차량이 지면과 접촉하는 유일한 부품으로서, 하중을 지지하고 차량에 전달되는 각종 힘을 지탱해야 한다. 이를 위해 타이어는 여러 가지의 고무층과 고무로 피복된 코드 복합체가 결합되어 제조된다. 이로 인해 타이어의 유한 요소 해석에서는 여러가지의 비선형성에 의해 제약을 받게 된다. 즉, 타이어 해석에서는 구조물의 대변형으로 인해 기하학적 비선형성이 존재하고, 또한 재료의 비선형성과 비압축성이 존재할 뿐만 아니라, 타이어와 지면의 접촉에 의한 경계조건의 비선형성이 동시에 존

재한다. 이러한 난점들은 비선형 유한요소 해석 프로그램의 발전으로 정복이 가능하게 되었다. 기존에 실시되던 타이어의 유한요소 해석에서는 정상 상태(steady state)에서의 타이어 거동을 주로 취급하였다. 정상 상태의 해석으로는 타이어의 돌기물 충격(cleat impact)이나 스탠딩 웨이브(standing wave) 등과 같은 과도 상태에서의 응답 특성을 예측할 수 없다. 이로 인해 최근에는 외연적(explicit) 유한 요소법을 이용한 타이어의 동적 거동 해석이 활성화되고 있다.^{1,2)}

Brockman과 Braisted³⁾는 2차원 축대칭 유한 요소 해석을 실시한 후에, 이를 원주 방향으로 조화함수로 전개하여 항공기용 타이어의 임계 속도를

*Corresponding author. E-mail: kwkim@tire.kumho.co.kr

예측하였다. El-Gindy와 Chae⁴⁾는 Pam-Shock 프로그램을 이용하여 레이싱 타이어에 대한 동적 거동 해석을 수행함으로써 스탠딩 웨이브 현상을 해석적으로 구현하였다. Zheng⁵⁾은 고무의 점탄성을 고려하여 승용차용 타이어에 대한 정상 상태의 회전 거동 해석을 수행함으로써 스탠딩 웨이브 현상을 예측하였다. 그러나 이러한 스탠딩 웨이브 해석에서는 트레드 패턴의 영향을 고려하지 못하였다는 한계가 존재하였다. 따라서 외연적 유한 요소법을 이용하여 스탠딩 웨이브 현상을 예측하는 방법을 제시하고, 트레드 패턴이 스탠딩 웨이브가 발생하는 임계 속도에 미치는 영향을 분석하고자 한다.

2. 스탠딩 웨이브 이론

타이어는 차량 하중을 받으면 지면과 접촉되는 부근에서 상당한 변형이 발생한다. 수직 하중에 의해 변형된 부위는 타이어가 저속으로 회전하면 지면에서 벗어나자마자 원상태로 회복하게 된다. 그러나 타이어가 임계 속도 이상으로 회전하면 수직 하중에 의한 타이어 변형이 회복하지 못하고 주행 방향의 후방에 정지되어 보이는 파형이 형성되는데, 이런 현상을 스탠딩 웨이브라고 칭한다. 스탠딩 웨이브 현상이 발생하게 되면 타이어의 변형 에너지, 마찰 에너지, 운동 에너지 등이 급격히 증가하게 되고, 이는 열에너지로 전환되어 타이어 내부의 온도가 급격히 증가하게 되어, 최종적으로 타이어 파괴 사고에 이르게 된다. 스탠딩 웨이브 현상은 타이어 회전 속도가 파동의 전파 속도와 일치하게 되면 발생하게 되므로, 스탠딩 웨이브가 발생하는 임계 속도는 타이어 구조물의 강성과 재료의 감쇠 특성에 따라 달라지게 된다. 트레드 패턴의 유무에 따라 트레드부의 강성이 달라지게 되므로 트레드 패턴을 모델링하지 않고는 스탠딩 웨이브가 발생하는 임계 속도를 정확하게 예측하기 어렵다.

타이어의 스탠딩 웨이브 발생 메카니즘을 기술하기 전에, 먼저 Fig. 1에 도시된 바와 같이 1차원 스트링(string)에서 파동 전파 현상을 살펴본다. 스트링의 파동 방정식과 파동의 전파 속도는 다음과 같이 정의된다.

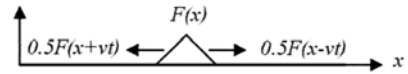


Fig. 1 Wave propagation in the straight string

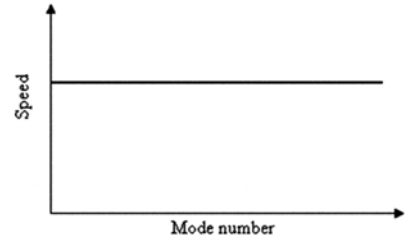


Fig. 2 Wave propagation speed of each mode number in the straight string

$$\ddot{u} = v^2 u'', \quad v = \sqrt{\frac{T}{\rho}}$$

$$u(x, t) = \frac{1}{2} F(x - vt) + \frac{1}{2} F(x + vt) \tag{1}$$

$$\omega_n = \frac{v}{\lambda_n/2} = \frac{n\pi v}{L}$$

$$\nu_n = \frac{\omega_n \lambda_n}{2} = \frac{\omega_n L}{n\pi}$$

여기서 u 는 파형, ν 는 속도, T 는 장력, ρ 는 밀도, ω 는 고유 진동수, λ 는 파장, n 는 파동의 모드수를 나타낸다. 스트링에서 각 모드별 파동의 전파 속도를 그래프로 그리면 Fig. 2와 같이 모드에 관계없이 일정한 전파 속도를 나타낸다.

타이어에서 파동의 전파 특성은 Fig. 3과 같이 환형의 박막(membrane)으로 가정하여 이론적으로 접근한다. 원주 방향으로 파동의 전파를 정현파의 조화 함수로 가정하여 다음과 같이 전파 속도를 계산한다.³⁾

$$X_n = Z_n \sin(\omega_n t)$$

$$K_n Z_n = \omega_n^2 M_n Z_n \tag{2}$$

$$\nu_n = \frac{\omega_n C}{2n\pi} = \frac{\omega_n R}{n}$$

여기서 X 는 파형, Z 는 파형의 진폭, K 는 강성 행렬, M 은 질량 행렬, ω 는 고유 진동수, ν 는 전파 속도, C 는 타이어 원주 길이, R 은 타이어 반경을 나타낸다.

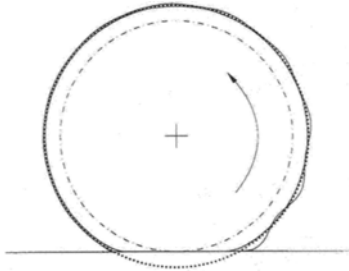


Fig. 3 Wave propagation in the circular membrane⁶⁾

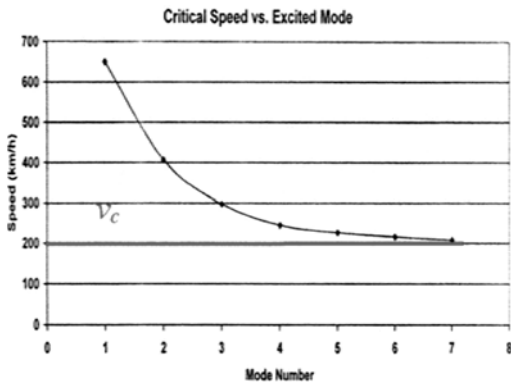


Fig. 4 Wave propagation speed of each mode number in the circular membrane

타이어에서 각 모드별 파동의 전파 속도를 그래프로 그리면, Fig. 4와 같이 모드수가 증가함에 따라 전파 속도가 감소하여 수렴하게 된다. 이 수렴 속도가 스탠딩 웨이브 현상이 발생하는 임계 속도에 해당하게 된다. 그러나 이것은 타이어를 단순한 환형의 박막 구조물로 가정하여 이론적으로 접근한 것이므로 실제 타이어에 적용하기에는 한계성이 있다. 따라서 외연적 유한 요소 해석 프로그램인 ABAQUS/ Explicit를 이용하여 타이어의 복잡한 구조적 특징을 반영한 타이어의 스탠딩 웨이브 현상을 예측하고자 한다.

3. 외연적 유한요소 해석법

동적 특성 해석을 위한 외연적(explicit) 유한 요소 해석 프로그램에 사용되는 운동 방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$M\ddot{u} + I - P = 0 \tag{3}$$

여기서 I 는 내력, P 는 외력을 나타낸다.

상기의 운동 방정식을 시간에 대해 연속적으로 적분하면 속도와 변위를 계산할 수 있다. 즉, 중앙차분법(central difference method)을 이용하여 운동 방정식을 적분하면 속도와 변위는 다음과 같이 표현된다.

$$\dot{u}_{(t+\frac{\Delta t}{2})} = \dot{u}_{(t-\frac{\Delta t}{2})} + \frac{(\Delta t_{(t+\Delta t)} + \Delta t_{(t)})}{2} \ddot{u}_{(t)}$$

$$u_{(t+\Delta t)} = u_{(t)} + \Delta t_{(t+\Delta t)} \dot{u}_{(t+\frac{\Delta t}{2})} \tag{4}$$

외연적 유한 요소 해석에서는 시간 증분(Δt)이 다음과 같이 정의되는 최소 시간 증분보다 작아야 안정적인 해를 구할 수 있다.

$$\Delta t \leq \frac{2}{\omega_{\max}} (\sqrt{1+\xi^2} - \xi) \tag{5}$$

여기서 ω_{\max} 는 최대 고유 진동수이고, ξ 는 임계 감쇠비이다. 안정적인 해를 얻기 위한 최소 시간 증분은 다음과 같이 파장 전달 속도(dilatational wave speed, C_d)와 요소의 특성 길이(element characteristic length, L_e)의 성분으로 표현될 수 있다.

$$\Delta t = \min\left(\frac{L_e}{C_d}\right), \quad C_d = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \tag{6}$$

여기서 E 는 재료의 모듈러스, ρ 는 재료의 밀도를 나타낸다.

타이어에는 차량 하중을 지지할 수 있도록 뼈대 역할을 하는 카카스(carccass)와 벨트(belt)라는 복합체가 존재하는데, 이를 솔리드(solid) 요소로 모델링하면 요소의 특성 길이가 너무 작게 되어 장시간의 해석 시간이 소요된다. 이를 극복하기 위해 카카스와 벨트를 모델링하는 데에 Fig. 5와 같이 셸(shell) 요소나 막(membrane) 요소가 주로 사용된다. 또한 타이어가 립에 장착되는 비드(bead)부에는 스틸 와이어(steel wire)가 존재하는데, 이는 고무에 비해 강성이 상당히 커서 해석 시간을 증가시키는 요인이 된다. 이를 해소하기 위해 비드부의 스틸와이어는 일반적으로 강체 요소로 모델링 된다.

외연적 유한 요소 해석에서는 필연적으로 발생하는 해석 응답의 불규칙 진동(oscillation)을 감소시키기 위해서는 타이어 구조물에 가상의 감쇠(artificial

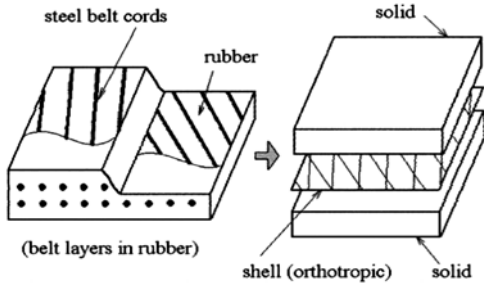


Fig. 5 Finite element modeling of composite layers with shell and solid elements²⁾

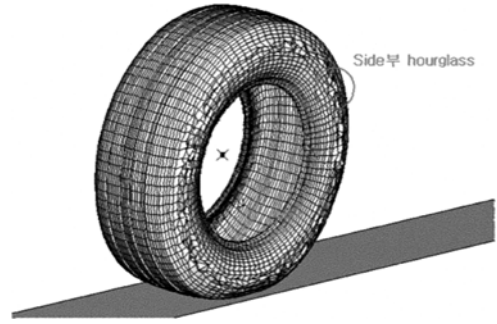


Fig. 6 Hourglass phenomenon in the tire model

damping) 기법을 부여해야 한다. ABAQUS/Explicit 프로그램은 구조물의 팽창 변형율을 감소시키는 벌크 점성 감쇠(bulk viscosity damping)와 표면 속도의 반대방향으로 속도에 비례하는 감쇠력을 부여하는 점성 압력 감쇠(viscous pressure damping)의 기법을 제공한다.⁹⁾

- Bulk viscosity damping

$$p_1 = b_1 \rho c_d L^e \dot{\epsilon}_{vol} \quad (7)$$

$$p_2 = \rho (b_2 L^e)^2 |\dot{\epsilon}_{vol}| \text{RIGHT} \min(0, \dot{\epsilon}_{vol})$$

- Viscous pressure damping

$$p_v = -c_v \nu, \quad c_v = -0.03 \rho c_d \quad (8)$$

여기서 p는 점성 압력, b는 비례 상수, $\dot{\epsilon}_{vol}$ 은 팽창 변형율(volumetric strain rate), ν 는 요소의 표면 속도를 나타낸다.

외연적 유한 요소 해석에서는 한 개의 요소 내에 한 개의 적분점만을 사용하므로 과도한 하중 조건 하에서 Fig. 6과 같이 메시가 심하게 찌그러지는 hourglass 현상이 발생한다. Hourglass 현상을 감소시키기 위해서는 가상의 저항력을 요소에 부여해야 한다. Kelvin viscoelastic 기법은 다음 식과 같이 강성 또는 점성에 대해 hourglass 힘에 저항하는 가상력을 요소에 부여하는 방법이다.⁹⁾

$$Q = s[(1 - \alpha)Kq + \alpha C \dot{q}] \quad (9)$$

여기서 Q는 hourglass 저항력, s는 비례 상수, K는 강성 행렬, C는 점성 행렬, q는 hourglass 힘, α 는 강성력과 점성력의 분배 상수를 나타낸다.

4. 패턴 타이어 모델링 방법

타이어의 트레드 패턴은 상당히 복잡한 형상을 취하고 있으므로 패턴에 대한 정확한 메쉬를 생성하기 위해서는 특별한 프로그램이 필요하다. 상용 메쉬 프로그램을 이용하여 패턴에 대한 자동 메쉬를 생성하게 되면 일반적으로 사면체의 솔리드 요소가 생성되거나 메쉬 형상이 조잡하여 해석의 정확도가 저하된다.

타이어 전용 메쉬 프로그램은 타이어의 3차원 CAD 모델 없이, 단지 2차원 트레드 패턴 형상과 타이어 단면 형상을 이용하여 3차원 패턴 타이어 메쉬를 자동으로 생성하도록 자체 개발하였다.⁷⁾ 패턴 타이어에 대한 메쉬는 타이어 전용 메쉬 프로그램을 이용하여 Fig. 7에 도시된 절차를 따라서 생성된다.

2차원 패턴 메쉬를 생성한 후에, 이를 3차원 타이어 곡면상으로 매핑하여 육면체의 솔리드 요소를 갖는 트레드 패턴 메쉬를 생성한다. 그리고 2차원 타이어 단면 메쉬를 생성한 후에 이를 360도 회전하여 타이어 본체 메쉬를 생성한다. 최종적인 패턴 타이어 모델은 트레드 패턴 메쉬와 타이어 본체 메쉬에 대해 타이 구속 조건(tie constraint)을 이용하여 결합함으로써 완성된다. 타이 구속조건은 서로 다른 구조물의 메쉬를 연결시키는 강제 결합 방법이다.⁹⁾

5. 스탠딩 웨이브 해석

외연적 유한 요소 해석법에서는 1차 요소(linear element)만을 지원하므로 트레드 패턴과 타이어 본체 메쉬는 모두 1차 요소를 사용하였다. 해석 시간 단축을 위해 카카스와 벨트 등의 복합체는 직교 이

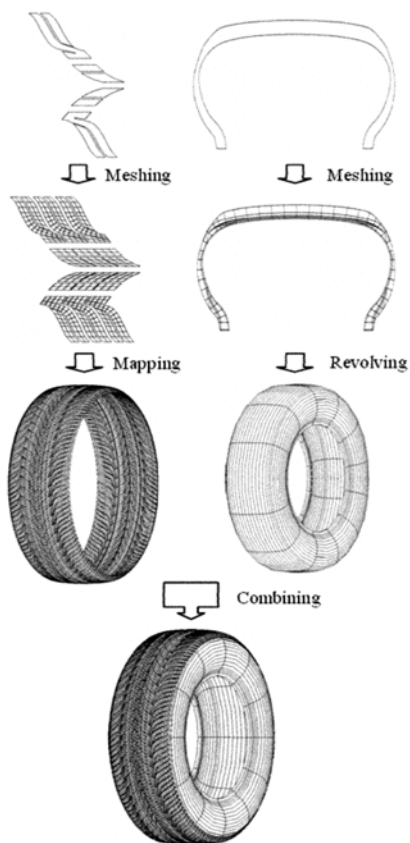


Fig. 7 Finite element modeling process of a tire with tread pattern⁸⁾

방성을 갖는 쉘 요소(S4R)로 모델링 하였고, 비드부의 스틸 와이어는 강체 요소(R3D4)로 모델링 하였다. 고무 재료로 구성된 부위는 Mooney-Rivlin 형태의 비선형 물성을 갖는 솔리드 요소(C3D8R)로 모델링 하였다. 림과의 접촉이 예상되는 부위는 고정하였고, 휠을 모델링하는 대신에 휠의 질량(mass)과 관성 모멘트(moment of inertia)를 타이어 회전축에 부여하였다. 또한 해석 응답의 불규칙 진동을 감소시키기 위해 타이어에 벌크 감쇠 기법과 점성 압력 감쇠 기법을 적용하였고 hourglass 현상을 방지하기 위해 Kelvin viscoelastic 기법을 적용하였다. 타이어를 구동시키는 드럼은 67 inch 직경을 갖는 강체 요소로 모델링 하였다. 스탠딩 웨이브 해석을 위한 타이어 규격은 205/60R15이고, 타이어와 드럼 사이의 마찰 계수는 0.8을 적용하였다. 표준 하중 조건으로 공기 압력 30 psi와 수직 하중 475 kgf를 적용하였고

시험 결과와 비교시에는 공기 압력 20 psi 를 적용하였다. 스탠딩 웨이브 해석을 위한 절차로는 먼저 공기 압력과 수직 하중을 한 후에, 1초에 걸쳐 드럼 중심축에 회전 속도를 예상 임계 속도 이상까지 선형적으로 증가시켰다.

실제 양산되는 패턴 타이어에 대해 Fig. 8에 도시된 스탠딩 웨이브 시험기를 이용하여 시험을 실시하였다. 스탠딩 웨이브 시험에서는 타이어의 가동성을 향상시키기 위해 타이어에 흰색 페인트를 도포하고 Stroboscope로 순간 조명을 가하여 사진 촬영을 실시하였다. 그리고 스무드 타이어와 패턴 타이어 모델을 이용한 스탠딩 웨이브 해석을 실시하여 시험 결과와 비교함으로써, 패턴 타이어 모델의 필요성을 검토하였다.

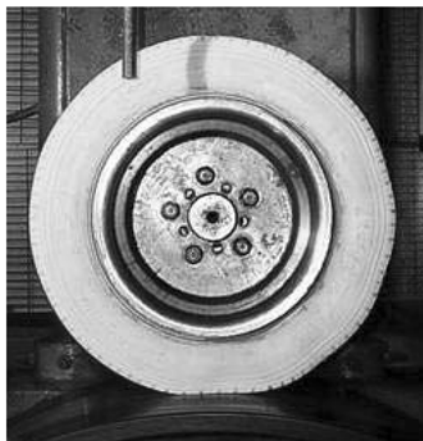


Fig. 8 Standing wave test machine

Fig. 9는 스탠딩 웨이브 해석을 위한 2차원 단면 메쉬를 나타내고, Fig. 10은 3차원 스무드 및 패턴 타이어 모델을 나타낸다. Fig. 11과 Fig. 12는 스무드 타이어와 패턴 타이어 모델에 대해 스탠딩 웨이브가 발생하기 전(a), 스탠딩 웨이브가 1파장 발생하는 시점(b)과 스탠딩 웨이브가 원주 방향으로 완전히 전파된 시점(c)에 대한 변형 형상을 나타낸다.

스탠딩 웨이브 시험에서 스탠딩 웨이브 현상이 낮은 속도에서 발생하도록 유도하기 위해 공기 압력을 실제 사용 공기 압력인 30 psi 보다 낮은 20 psi 를 적용함에 따라, 본 해석에서도 20 psi의 공기 압력을 적용하여 시험 결과와 비교하였다. 스탠딩 웨이

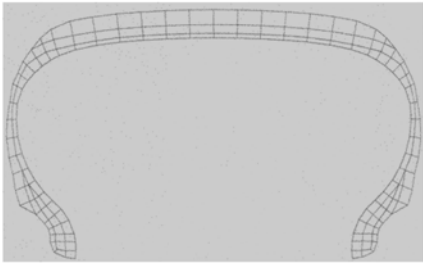


Fig. 9 2-D cut-section mesh for standing wave analysis



(a) Smooth tire model

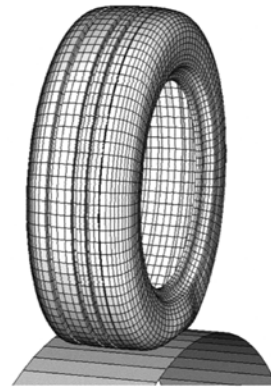


(b) Pattern tire model

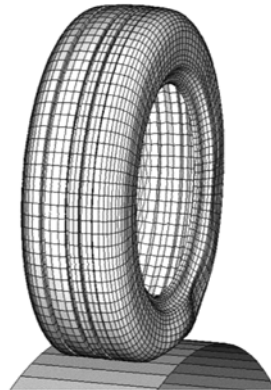
Fig. 10 Finite element models for standing wave analysis

브 발생 속도는 스탠딩 웨이브가 1과장 발생한 시점을 임계 속도로 정의하였다. 패턴 타이어의 스탠딩 웨이브 현상은 스무드 타이어나보다 약 15~20 km/h 정도 낮은 속도에서 스탠딩 웨이브가 발생하며, 패턴 타이어나 모델이 스무드 타이어나 모델보다 시험 결과에 더 유사한 결과를 제공함을 Table 1에서 알 수 있다.

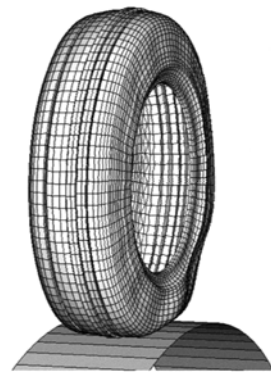
타이어의 공기 압력과 수직 하중 변경이 스탠딩 웨이브 발생에 미치는 영향을 Table 2에 정리하였



(a) Deformed shape at 160km/h



(b) Deformed shape at 202km/h



(c) Deformed shape at 245km/h

Fig. 11 Standing wave phenomena of the smooth tire model

다. 공기 압력이 증가할수록 스탠딩 웨이브의 발생 속도는 증가한다. 공기 압력이 증가하면 타이어나 강성이 증가하고, 이로 인해 스탠딩 웨이브의 발생 속도는 높아지게 된다. Table 2에서 공기 압력과 스



Fig. 12 Standing wave phenomena of the pattern tire model

탠딩 웨이브 발생 속도를 이용하여 상관 관계식을 구하면 다음과 같이 표현된다.

$$V_c = -0.0625P^2 + 5.0P + 105.25 \quad (10)$$

여기서 V_c 는 스탠딩 웨이브가 발생하는 임계 속도이고, P 는 공기 압력을 나타낸다. 따라서 공기 압력

Table 1 Standing wave analysis results of the smooth and pattern tire models (inflation pressure : 20psi, vertical load : 475kgf)

Version	Simulation results		Experiment results
	Smooth	Pattern	
Tire-A	190km/h	172km/h	175km/h
Tire-B	202km/h	182km/h	190km/h

Table 2 Standing wave analysis results according to inflation pressure and vertical load change

Load(475kgf)		Pressure(30psi)	
Pressure	Speed	Load	Speed
26psi	193km/h	404kgf	205km/h
30psi	199km/h	475kgf	199km/h
34psi	203km/h	546kgf	191km/h

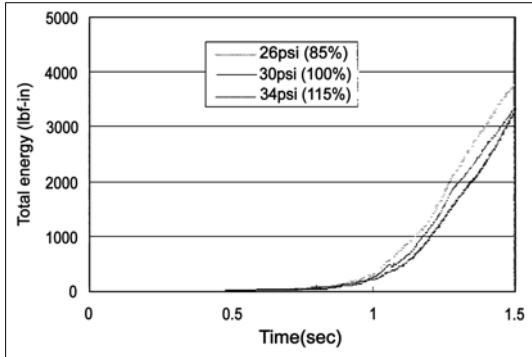
이 증가함에 따라 스탠딩 웨이브의 발생 속도가 2차 함수 형태로 증가함을 알 수 있다.

수직 하중이 증가할수록 스탠딩 웨이브의 발생 속도는 낮아지게 된다. 수직 하중이 증가하면 타이어의 변형이 커지고, 이로 인해 스탠딩 웨이브는 낮은 속도에서 발생하게 된다. Table 2에서 수직 하중과 스탠딩 웨이브 발생 속도를 이용하여 상관 관계식을 구하면 다음과 같이 표현된다.

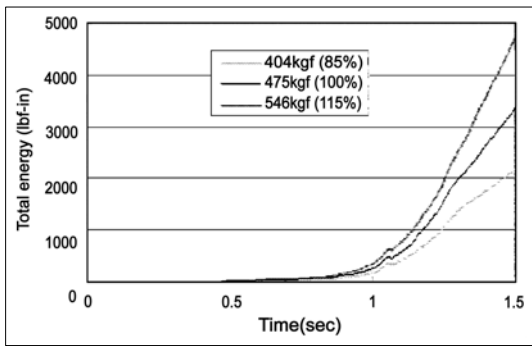
$$V_c = -0.0002L^2 + 0.0898L + 201.07 \quad (11)$$

여기서 V_c 는 스탠딩 웨이브가 발생하는 임계 속도이고, L 은 수직 하중을 나타낸다. 따라서 수직 하중이 증가함에 따라 스탠딩 웨이브의 발생 속도가 2차 함수 형태로 감소함을 알 수 있다.

타이어가 고속으로 회전하여 스탠딩 웨이브가 발생하게 되면 타이어에 작용하는 전체 에너지가 급격히 증가하는지를 분석하였다. 타이어에 작용하는 전체 에너지는 내부 에너지, 마찰 에너지, 운동에너지, 외부 에너지 등으로 이루어진다. Fig. 13은 공기 압력과 수직 하중이 변화할 때에, 시간 경과에 따른 타이어에 작용하는 전체 에너지 변화를 각각 나타낸 것이다. Fig. 13에서 보는 바와 같이 타이어에 작용하는 전체 에너지는 회전 속도가 증가함에 따라 서서히 증가하다가 스탠딩 웨이브가 발생한 직후(약1.1초 이후)에 급격하게 증가함을 알 수 있다. 또한 스탠딩 웨이브가 발생한 직후에 타이어의 전체 에너지의 변화를 살펴보면, 수직 하중 증가에 의한



(a) Total energy variation according to the inflation pressure change



(b) Total energy variation according to the vertical load change
Fig. 13 Total energy variations according to inflation pressure and vertical load change

에너지 변화가 공기 압력 감소에 의한 변화보다 더 크게 나타남을 알 수 있다.

6. 결론

외연적 유한 요소법을 이용하여 패턴 타이어가 고속 회전시에 발생하는 스탠딩 웨이브 현상을 해석하는 방법을 제시하였다.

패턴 타이어 모델의 스탠딩 웨이브 발생 속도는 스무드 타이어 모델보다 약 15~20 km/h 정도 낮게 나타났고 시험 결과에 더 유사한 경향을 보임을 알 수 있었다. 패턴 타이어 모델을 이용한 스탠딩 웨이브 해석을 통해, 공기 압력이 증가함에 따라 임계 속도는 2차 함수로 증가하고, 수직 하중이 증가함에 따라 2차 함수로 감소함을 확인하였다. 또한 타이어가 고속으로 회전하여 스탠딩 웨이브가 발생하면 타이어에 작용하는 전체 에너지가 급격히 증가함에

따라, 이러한 에너지 증가는 타이어의 파손 사고로 연결될 것으로 예상된다.

트레드 패턴은 타이어의 강성을 변화시키므로 스탠딩 웨이브가 발생하는 임계 속도에 영향을 미친다. 따라서 스탠딩 웨이브 현상을 정확하게 예측하기 위해서는 트레드 패턴을 고려한 타이어 해석을 실시해야 한다.

References

- 1) A. Kamoulakos and B. G. Kao, "Transient Dynamics of a Tire Rolling over Small Obstacles - A Finite Element Approach with PAM-SHOCK," Tire Science and Technology, TSTCA, Vol.26, No.2, 1998.
- 2) J. R. Cho, K. W. Kim, D. H. Jeon and W. S. Yoo, "Transient Dynamic Response Analysis of 3-D Patterned Tire Rolling over Cleat," European J. of Mechanics A/Solids 24, 2005.
- 3) R. A. Brockman, W. R. Braisted, "Critical Speed Estimation for Aircraft Tires," Tire Science and Technology, TSTCA, Vol.22, No.2, 1994.
- 4) M. El-Gindy and S. Chae, "Prediction of Standing Wave and Steering Characteristics of a Small Race Tire," Int. Tire Exhibition and Conf. (ITEC), 2002.
- 5) D. Zheng, "Viscoelastic Rolling for Tire Standing Wave Simulation," 6th World Congress on Computational Mechanics (WCCM VI), 2004.
- 6) A. Chatterjee, J. P. Cusumano and J. D. Zolock, "On Contact-induced Standing Waves in Rotating Tires : Experiment and Theory," J. of Sound and Vibration, Vol.227, No.5, 1999.
- 7) J. R. Cho, K. W. Kim, W. S. Yoo and S. I. Hong, "Mesh Generation Considering Detailed Tread Blocks for Reliable 3D Tire Analysis," Advances in Engineering Software, Vol.35, 2004.
- 8) K. W. Kim, H. S. Jeong, J. R. Cho, and Y. S. Yang, "Finite Element Analysis on Residual Aligning Torque and Frictional Energy of a Tire with Detailed Tread Blocks," Transactions of KSAE, Vol.12, No.4, 2004.
- 9) ABAQUS Analysis User's Manual, Version 6.4, ABAQUS Inc.