# 점용접되는 차체 부품의 공차 해석 기법

# 소 현 철<sup>1)</sup> · 김 국 생<sup>1)</sup> · 임 현 준<sup>\*2)</sup> · 지 해 성<sup>2)</sup> · 박 봉 준<sup>3)</sup> · 유 인 석<sup>3)</sup>

홍익대학교 대학원 기계공학과<sup>1)</sup>·홍익대학교 기계·시스템디자인공학과<sup>2)</sup>·지엠대우 자동차 생산기술연구소<sup>3)</sup>

### A Tolerance Analysis Method for Spot-welded Deformable Auto Body Parts

Hyunchul So<sup>1)</sup> • Kuksaeng Kim<sup>1)</sup> • Hyunjune Yim<sup>\*2)</sup> • Haeseong Jee<sup>2)</sup> • Bongjun Park<sup>3)</sup> • Insuk Yoo<sup>3)</sup>

<sup>1)</sup>Department of Mechanical Engineering, Graduate School, Hongik University, Seoul 121-791, Korea

<sup>2)</sup>Department of Mechanical and System Design Engineering, Hongik University, Seoul 121-791, Korea

<sup>3)</sup>Manufacturing Technical Center, GM DAEWOO Auto & Technology, 199 Chungchun-dong, Buk-ku, Incheon 403-714, Korea (Received 14 June 2005 / Accepted 24 October 2005)

**Abstract** : Tolerance analysis of auto body requires the consideration of its compliance because of potentially significant deformation during the spot-weld assembly process. In this paper, a relatively recent method for such analyses is briefly introduced as one can find in the literature. In this method, it is important to take into account of the covariance between the sources of variation as they are closely located, which is the case in most auto body assembly. However, it is often impossible to know such covariance, for example, when a new car is being developed. Therefore, a mechanics-based method is proposed in this paper to estimate the covariance among the sources of variation by finite element analyses and simple statistical computations. The proposed method is illustrated by applying it to a three-dimensional model of real front wheel housing.

Key words : Sensitivity(민감도), Covariance(공분산), Measure point(측정점), Variation(오차), Sources of variation (오차원)

# 1. 서 론

자동차 차체는 수 백 개의 판재형 부품이 조립되 어 제작되는데, 이들 부품은 설계 단계에서 공차를 부여 받게 된다. 이때 각 부품의 공차는 최종 조립품 의 치수오차(dimensional variation)가 적절하게 유지 되도록 결정된다. 이와 같이 최종 조립품의 치수오 차를 고려하여 부품의 공차를 정하는 것을 공차설 계(tolerance design) 또는 공차배분(tolerance allocation)이라 한다. 공차설계를 성공적으로 하기 위해 서는 부품의 공차가 주어졌을 때 최종제품의 치수 를 예측할 수 있는 기술이 확보되어야 한다. 이와 같 이 부품의 공차로부터 최종 조립품의 치수를 예측 하는 것을 공차해석(tolerance analysis)이라고 일컫 는다.<sup>1)</sup>

실제 조립 공정에 있어서는 부품의 치수오차 이 외에도 공정 파라메터(process parameters) 값들이 확 률변수(random variables)로 작용하여 조립품의 치 수오차에 영향을 준다.<sup>2)</sup> 예를 들면, 부품을 조립하 기 위해 이들의 위치를 잡고 고정시키는 역할을 하 는 로케이터(locators), 클램프(clamps) 등의 위치가 미리 정해진 공칭위치(nominal positions)로부터 벗 어나면 부품이 정확한 위치에 놓이지 않은 상태에 서 조립됨으로써 조립품의 치수오차가 발생하게 된 다.<sup>3)</sup> 또 다른 중요한 오차 발생 원인으로서 부품의

<sup>\*</sup>Corresponding author. E-mail: hjyim@hongik.ac.kr

변형이 있다. 자동차 차체를 구성하는 얇은판재형 부품들은 조립공정 중에 자중이나 클램프 등에 의 해 쉽게 변형되고, 이로 인해 조립품의 치수오차에 영향을 줄 수 있다.<sup>4)</sup>

이와 같이 조립품의 치수오차를 발생시키는 인자 들을 오차원(誤差源, sources of variation)이라 하는 데, 실제 문제에 있어서는 오차원의 갯수가 많고 형 상이 복잡하므로 컴퓨터 프로그램을 사용하여 공차 해석을 수행하는 것이 보통이다. 공차해석을 위한 상용 프로그램에 여러 종류가 있지만, 기존의 프로 그램들은 모두 부품을 강체로 가정하고 오직 기하 학적 관계에만 근거하여 공차해석을 수행한다. 따 라서 앞에서 언급하였듯이 조립 중에 쉽게 변형되 는 차체와 같은 제품의 경우에는 기존의 상용 프로 그램으로부터 조립품의 오차를 정확히 예측할 수가 없다.<sup>5)</sup>

비교적 최근에 이르러 조립부품을 강체가 아닌 탄성체로 가정하여 조립공정 중에 발생하는 부품의 변형까지를 고려하는 공차해석 연구가 많이 수행되 었다. 이들은 대부분 유한요소법(finite element method, FEM)을 사용하는데, 한 예로서 Liu 와 Hu<sup>®</sup> 는 부품의 치수오차, 조립공정의 클램프 및 용접건 (weld guns)의 위치오차를 오차원으로 고려하고, 유 한요소해석을 통하여 최종 조립품의 치수오차를 이 들 오차원들의 선형 함수로 표시하였다. 이 선형 함 수의 계수는 조립오차의 각 오차원에 대한 민감도 (sensitivity)의 의미를 가지며, 이 선형함수에 근거하 여 몬테카를로 시뮬레이션(Monte Carlo simulation, MCS)을 수행함으로써 조립오차를 예측하는 기법 이다.<sup>7)</sup>

전술한 Liu 와 Hu의 논문<sup>6</sup>에 있어서는 MCS를 수 행함에 있어서 모든 오차원들이 확률적으로 서로 독립적인 것으로 가정하였다. 그러나 이 논문에서 제시한 이론이 차체의 점용접해석에 논리적으로 적 용되기 위해서는 용접점들에 해당하는 오차원들 사 이의 상관관계도 고려되어야 한다. 이는 용접점들 이 인접해 있으므로 부품의 면연속성(surface continuity)을 유지하기 위해서 서로 상관관계를 가질 수 밖에 없다는 논리에 기인한다. 이러한 오차원 간 의 상관관계는 실제 현장의 측정 데이터로부터 구 하여 적용하여야 하나, 실측 데이터가 없는 경우에 는 물리적으로 타당한 상관관계를 가정해서 적용할 수 밖에 없다. 본 논문에서는 전술한 Liu와 Hu의 변 형체 공차해석 기법을<sup>6)</sup> 간략히 소개하고, 오차원 간 의 확률적 상관관계를 구하는 역학적 방법(mechanistic method)을 제안하고자 한다. 이 공차해석 기법 을 설명하기 위해 하나의 실제문제에 이를 적용하 여 본다.

### 2. 이 론

#### 2.1 변형체의 공차해석 기법

앞에서 설명한 바와 같이, 오차원은 부품 자체의 오차뿐만 아니라 공구에 의한 오차와 이들의 상호 작용도 포함하지만 여기서는 간단한 개념설명을 위 해 부품 자체의 오차만을 고려하기로 한다. 우선, Liu와 Hu<sup>6</sup>가 제안한 변형체 공차해석 기법을 소개 하기 위해, Fig. 1과 같이 두 개의 판재가 점용접되는 조립공정을 고려한다. 이 조립공정은 아래와 같이 네 단계의 소공정으로 모델링될 수 있다.

- (1) 부품을 위치시킨다(Fig. 1(a)).
- (2) 클램프 또는 용접건(weld gun)으로 부품을변
   형시켜 용접점들을 공칭위치(nominal positions)로 변위시킨다(Fig. 1(b)).
- (3) 점용접을 수행한다(Fig. 1(c)).
- (4) 용접건과 클램프를 부품과 분리(release)하여
   스프링 백(springback) 변형이 발생한다(Fig. 1(d)).

Fig. 1(a)에서 V는 Part 1의 끝 점(용접될 점)의 부 품 오차이다. 여기서는 Part 1에만 오차가 존재하는 것으로 가정하고, V를 유일한 오차원으로 간주하여 스칼라로 표시한다. 만일, 여러 개의 오차원(공구에 의한 오차등도 포함)이 존재한다면 이들을 벡터 {V}로 표현해야 하며, 이 벡터의 성분들이 각각 별 개의 오차원을 나타내게 된다. 위의 (2)단계에서 클 램프 또는 용접건이 부품을 공칭위치에 이르도록 하기 위해 작용시키는 힘을 {Fu}라 하면, {Fu}와 {V} 사이에는 아래와 같은 식이 성립한다.

 $\{F_u\} = [K_u]\{V\}$ (1)



(c) Welding (b) Clamp release & Springback Fig. 1 Four steps in spot welding of two parts having variations

여기서, [K<sub>u</sub>]는 유한요소해석에서 구해지는 용접 전의 부품들의 강성행렬이다. 이제, 위의 (3)단계에 서 용접을 수행한 후 (4)단계에서 용접건을 부품으 로부터 분리하면 스프링백 변형이 발생된다. 이 스 프링백 변형은 (2)단계에서 작용시켰던 힘 {F<sub>u</sub>}와 크기가 같고 방향이 반대인 힘을 용접된 유한요소 모델에 작용시켜 구할 수 있다. 따라서, 용접된 모델 의 강성행렬을 [K<sub>w</sub>]라 하면, 스프링백 변형{U}는 아 래 식으로부터 구할 수 있다.

$$\{F_w\} = [K_w]\{U\} \tag{2}$$

앞에서 설명한 바와 같이 스프링백 변형을 일으 키는 힘 {F<sub>w</sub>}는 아래와 같다.

$$\{F_w\} = \{F_u\} \tag{3}$$

따라서, 식 (1)~(3)으로부터 아래 식을 얻을 수 있 다.

$$[K_w]\{U\} = [K_u]\{V\}$$
(4)

따라서, 조립품 오차 {U}는 아래와 같이 된다.

$$\{U\} = [K_w]^{-1}[K_u]\{V\} = [S_w]\{V\}$$
(5)

여기서, [S<sub>w</sub>]는 용접 전 부품의 오차 {V}가 용접 후 조립품의 오차{U}에 영향을 미치는 정도를 나타 내는 민감도 행렬이다. 이 민감도 행렬을 구하기 위 해서는 식 (5)와 같이 두 개의 강성행렬을 이용할 수 도 있으나, 거의 모든 상용 유한요소해석 프로그램 이 강성행렬을 제공하지 않으므로 Liu와 Hu<sup>0</sup>가 제 안한 영향계수법(method of influence coefficients)을 사용하기로 한다. 식 (5)에서 하첨자를 제거하고 간 단히 쓰면 아래와 같다.

$$\{U\} = [S]\{V\}$$
(6)

이제 민감도행렬 [S]만 알고 있다면, 임의의 오차 원 {V}가 주어졌을 때 식 (6)으로부터 조립품의 치 수오차 {U}를 바로 예측할 수 있다. 오차원 {V}는 확률변수(random variables)이므로, {U}의 확률분포 를 구하려면 {V}에 대해 MCS를 수행하여야 한다. 이때 오차원 {V}의 요소들 간에 서로 상관 관계가 없어 통계적으로 독립이라면 이들을 모두 별개의 확률변수로 가정해 시뮬레이션 할 수 있다.

### 2.2 공분산을 고려한 공차해석

실제로는 오차원 {V}의 요소들이 통계적인 상관 관계(statistical correlation)를 갖는 경우가 많이 있다. 예를 들면, Fig. 2에 보인 바와 같이, 부품의 모서리 를 따라 점 (1) ~ 점 (7)이 오차원으로 정의된다면 한 점에 오차가 존재할 때 인접한 주위 점들에서도 오 차가 존재할 수 밖에 없다. 이는 면의 연속성(surface continuity)에 기인한 것으로, 오차원 사이의 간격이 짧을수록 상관관계는 커진다.



Fig. 2 Correlation between sources of variation due to surface continuity

이와 같은 초기오차간의 상관관계는 공분산 (covariance)으로 표현할 수 있다. 공분산이란 일반 적으로 두 확률변수 x, y의 상관도를 나타내며 다음 과 같이 정의된다.<sup>8,9)</sup>

$$\operatorname{cov}(x, y) = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \mu_x)(y_i - \mu_y)$$
(7)

식 (7)은 x, y 각각에 대해 n개의 데이터를 추출하 여 공분산을 계산하는 경우에 대한 것이며, µx 및 µy 는 각각 x 및 y의 평균값이다.

식 (7)을 오차원 벡터 {V}에 적용하면 오차원 요 소들의 공분산을 나타내는 공분산 행렬(covariance matrix)은 다음과 같이 계산된다.

$$\operatorname{cov}(\{V\}) = E[(\{V\} - \{\mu_{v}\}) \cdot (\{V\} - \{\mu_{v}\})^{T}]$$
(8)

식 (8)에서 {µ₀}는 {V}벡터의 평균 벡터이며, E[] 는 기대치(expected value)를 나타낸다. 식 (8)을 전개 해보면, cov({V})행렬의 대각선 항들은 각 오차원 자신의 분산(variance)을 나타내고 다른 항들은 서로 다른 오차원 간의 공분산(covariance)을나타냄을 알 수 있다.

따라서, 식 (6)을 이용하여 공차해석을 하기 위해 MCS을 수행할 때, 식 (8)로 주어지는 오차원간의 공 분산 값을 고려하여야 한다. 즉, 확률변수인 {V}의 요소들의 값을 설정할 때, 각각의 평균과 분산 이외 에도 그들 사이의 공분산을 만족하도록 하여야 한 다. 이렇게 설정된 확률변수 벡터 {V}를 사용하여 MCS를 수행하면 식 (6)으로부터 {U}의 분포를 구 할 수 있다.

만일 조립품의 오차를 나타내는 {U}벡터의 요소 들의 평균값과 분산 및 공분산에만 관심이 있다면, MCS를 수행하지 않고도 식 (6)과 식 (8)을 이용하여 그 값들을 구할 수 있다. 우선, 식 (6)으로부터 {U}의 평균 벡터 {μ<sub>u</sub>}는 다음과 같이 구해진다.

$$\{\boldsymbol{\mu}_{\boldsymbol{u}}\} = [S]\{\boldsymbol{\mu}_{\boldsymbol{v}}\} \tag{9}$$

한편, {*U*}벡터의 공분산 행렬도 식 (8)과 같이 정 의할 수 있고, 이 식에 식 (6)과 (9)를 적용하면 다음 과 같이 된다.<sup>2)</sup>

$$cov(\{U\}) = E[(\{U\} - \{\mu_{u}\})(\{U\} - \{\mu_{u}\})^{T}]$$
  
=  $E[[S](\{V\} - \{\mu_{v}\})(\{V\} - \{\mu_{v}\})^{T}[S]^{T}]$   
=  $[S]cov(\{V\})[S]^{T}$  (10)

식 (9) 및 (10)을 사용하거나 또는 MCS를 직접 수

행하거나 간에, 항상 필요한 것이 오차원의 공분산 행렬 cov({V})이다. 이 행렬은 현장에서 실제로 측 정한 데이터가 있는 경우에는 공분산의 정의식(식 (8))으로부터 구할 수 있다. 그러나 신차를 개발하는 경우에는 측정 데이터가 있을 수 없고, 신차 개발 프 로젝트가 아니더라도 모든 오차원에서의 측정 데이 터를 구하는 것이 쉽지 않은 경우가 많이 있다. 따라 서 측정 데이터 없이도 오차원의 공분산 행렬을 구 할 수 있는 방법이 필요한데, 본 논문에서는 역학에 근거한 하나의 방법을 제안하고자 한다.

## 3. 공분산 행렬 계산법

# 3.1 예제 정의

본 논문에서 제안하는 오차원의 공분산 계산법을 설명하기 위해 Fig. 3에 보인 자동차의 전륜 하우징 을 고려한다. 전륜 하우징은 세 개의 부품으로 구성 되어 있지만, 본 논문에서는 두 개의 부품(Part 1 및 Part 2)이 Fig. 4 및 5에 보인 13개의 점(Part 1의 1~13 번 점, Part 2의 14~26번 점)에서 점용접되어 조립되 는 과정만 고려하기로 한다.



Fig. 3 Front wheel housing subassembly



Fig. 4 Welding points on Part 1

클램프와 용접건의 오차는 없다고 가정하면, 위 에서 설명한 26개 용접점의 x, y, z 방향 부품오차(총 78개)만으로 오차원 벡터 {V}가 구성되는 것으로 볼 수 있으며 이를 식으로 표현하면 다음과 같다.

$$\{V\} = \{V_1^x, V_1^y, V_1^z, \cdots, V_{26}^x, V_{26}^y, V_{26}^z\}^T$$
(11)

여기서, V<sup>P</sup> 는 i번째 용접점에서 p축 방향으로의 부품 오차를 의미한다. Fig. 5에는 14~26번 점으로 표시된 용접점 이외에도 27~33번 점이 표시되어 있 는데, 이들은 다음 공정에서 세 번째 부품과 점용접 될 위치이다.

Part 1과 Part 2의 조립공정의 결과로서는 이들 27~33번 점의 치수오차가 중요하므로, 본 연구에서 는 이 점들을 공차해석의 측정점으로 설정하였다. 따라서, 이 문제에서 조립품의 치수 오차는 이들 7 개측정점의 *x*, *y*, *z* 방향오차로 정의되며, 아래 식과 같이 나타낼 수 있다.

$$\{U\} = \{U_1^x, U_1^y, U_1^z, \cdots, U_7^x, U_7^y, U_7^z\}^T$$
(12)

여기서 *U<sup>p</sup>* 는 *i*번째 측정점(Fig. 5에서는 (*i*+26)번 점)의 *p*축 방향 조립오차를 뜻한다.



Fig. 5 Welding points and measure points on Part 2

#### 3.2 유한요소 해석

본 논문에서의 유한요소해석을 위해서는 Nastran 을 사용하였는데, Part 1은 총 1643개의 4절점 쉘요 소(CQUAD4)와 3절점 쉘요소(CTRIA3)로, Part 2는 총 2065개의 CQUAD4 와 CTRIA3 요소로 모델링하 였다. 본 연구에서는 용접순서를 고려하지 않고, 모 든 점이 동시에 용접되는 것으로 가정하였다.

Part 1과 Part 2의 물성치로서 탄성계수(Young's modulus) *E*=207,000 N/mm<sup>2</sup> 및 포아송비(Poisson's ratio) v=0.3을 사용하였다.

Part 1은 위의 편평한 부분을 핀-홀(pin-hole)과 클 램프로 고정하는데, 핀-홀 부분은 X 및 Y 방향으로 구속되고 클램프 부분은 Z 방향으로 구속되는 것으 로 모델링하였다. 마찬가지로 Part 2에서도 클램프 부분은 Y 방향으로, 핀-홀 부분은 X 및 Z 방향으로, 핀-슬롯(pin-slot) 부분은 Z방향으로 구속되는 것으 로 모델링하였다.

#### 3.3 민감도 행렬

2.1절에서 설명한 방법을 전륜 하우징의 조립에 적용하여 민감도 행렬을 구하였다. 전륜 하우징은 3 차원 문제이므로 x, y, z 방향으로의 민감도를 모두 계산하여야 한다. 일반적으로 n개의 점에서 표시된 부품오차(오차원)가 조립품 상에 지정된 m개의 측 정점에서의 오차에 미치는 영향을 민감도 행렬로 표시하면 식 (13)과 같이 나타낼 수 있다.

	$S_{1,1}^{x,x}$	$S_{1,1}^{x,y}$	$S_{1,1}^{x,z}$		$S_{1,n}^{x,x}$	$S_{1,n}^{x,y}$	$S_{1,n}^{x,z}$	
	$S_{1,1}^{y,x}$	$S_{1,1}^{y,y}$	$S_{1,1}^{y,z}$		$S_{1,n}^{y,x}$	$S_{1,n}^{y,y}$	$S_{1,n}^{y,z}$	
	$S_{1,1}^{z,x}$	$S_{1,1}^{z,y}$	$S_{1,1}^{z,z}$		$S_{1,n}^{y,x}$	$S_{1,n}^{y,y}$	$S_{1,n}^{y,z}$	
[S]=	÷	÷	÷	••.	÷	÷	:	
	$S_{m,1}^{x,x}$	$S_{m,1}^{x,y}$	$S_{m,1}^{x,z}$		$S_{m,n}^{x,x}$	$S_{m,n}^{x,y}$	$S_{m,n}^{x,z}$	
	$S_{m,1}^{y,x}$	$S_{m,1}^{y,y}$	$S_{m,1}^{y,z}$		$S_{m,n}^{y,x}$	$S_{m,n}^{y,y}$	$S_{m,n}^{y,z}$	(13)
	$S_{m,1}^{z,x}$	$S_{m,1}^{z,y}$	$S_{m,1}^{z,z}$		$S_{m,n}^{z,x}$	$S_{m,n}^{z,y}$	$S_{m,n}^{z,y}$	. ,

식 (13)에서  $S_{i,j}^{p,q}$  (*i*=1,2,…, *n* ; *j*=1,2,…, *m* ; *p*,*q*=*x*,*y*,*z*)는 *i*번째 측정점에서의 *p*축 방향 오차가 *j* 번째 오차원에서의 *q*축 방향 부품오차에 얼마나 민 감한지를 나타내며, 행렬의 크기는 3*m*×3*n* 이 된다. 본 논문에서 다루는 전륜 하우징의 문제에서는 *m*=7, *n*=26이므로, 민감도 행렬은 21×78이 되고, 그 일부를 보이면 식 (14)와 같다.

민감도 행렬전체를 살펴보았을 때, 가장 큰 민감 도는  $S_{6,23}^{y,z}$ 이고,  $S_{7,23}^{y,z}$ ,  $S_{6,23}^{y,z}$ ,  $S_{5,23}^{y,z}$ 가 그 다음으로 큰 민 감도를 보였으며, 이들의 값은 각각 3.86, 3.37, 3.16, 3.07이었다. 반면에 가장 작은 민감도 세 개는  $S_{5,23}^{x,z}$ , *S*<sup>*x,z*</sup><sub>4.23</sub> 으로서 값이 각각 -4.95, -4.45, -3.05이었다. 이 결과는 23번 용접점에서의 z방향으로의 오차가 최종 조립품의 4, 5, 6, 7번 측정점(Fig. 5의 30~33번 점) 부위의 v방향이나 z방향으로는 큰 양(+)의 영향 을 미치지만, x방향으로는 큰 음(-)의 영향을 미침을 의미하다.

0.16	-0.04	-0.16	0.01	0.00	 -1.23	-3.60	-2.20	063	1.22		
0.04	-0.01	-0.12	0.08	0.01	 -3.22	-634	-268	216	0.83		
-0.35	0.09	-0.06	0.17	-0.10	 -12.30	-15.40	-4.34	606	0.35		
-0.63	0.17	-0.12	0.02	-0.28	 -22.60	-3050	-12.30	7.52	5.10		
-0.30	0.18	-0.43	-0.06	-0.40	 -29.20	-49.50	-23.60	8.47	1220		
			:					:		×10 <sup>-1</sup>	
0.70	-0.03	-0.02	-0.04	0.15	 12.50	4.28	-0.04	-0.85	-0.01		
0.52	-0.02	022	0.14	0.18	 17.10	21.00	11.10	1.61	-9.29		
0.06	0.02	0.46	0.19	0.14	 15.40	31.60	19.30	233	-14.90		(14)
0.04	0.03	0.44	0.19	0.13	 14.30	29.60	18.10	2.14	-13.90		(14)

### 3.4 부품오차의 공분산 행렬

공차해석을 수행함에 있어서 오차원들의 공분산 을 반영하기 위하여 부품형상을 표현하는 수학적인 곡선의 기하학적 연속성을 고려하거나<sup>10,11)</sup> 혹은 측 정 데이터를 이론적으로 가정하여<sup>12)</sup> 공분산을 추정 하는 연구방법들이 지금까지 보고되었다. 이들 연 구와는 달리 본 논문에서는 인접한 오차원 사이에 서 상관관계가 존재하는 물리적 이유 중 변형의 면 연속성(Fig. 2)을 고려하여. 역학적으로 오차원의 공 분산 행렬 cov({V}) 를 추정하는 한 방법을 제안한 다. 우선, i번째 오차원에 p축 방향으로 단위 크기의 힘을 작용시킬 때, i번째 오차원에서 q축 방향으로 발생되는 변위를 유한요소법으로 구해 이를  $D_{i,j}^{p,q}$ 라 하고, 이들 변위들로부터 다음의 공식을 이용해 오 차원들 사이 공분산의 예상치를 구한다.

$$C_{i,j}^{p,q} \equiv \operatorname{cov}(V_i^p, V_j^q)$$
  
=  $\frac{1}{3n-1} \sum_{r=x, y, z} \sum_{l=1}^n (D_{i,l}^{p,r} - \overline{D}_i^p) (D_{j,l}^{q,r} - \overline{D}_j^q)$ (15)

식 (15)에서  $\bar{D}_{i}^{p}$ 는 i 점에서 p 방향으로의 모든 변위

값(즉, 모든 오차원에 모든 방향으로 단위 힘을 각각 작용시킬 때 발생되는 변위값들)의 평균으로서 아 래와 같이 정의된다.

$$\overline{D}_{i}^{p} = \frac{1}{3n-1} \sum_{r=x,y,z} \sum_{l=1}^{n} D_{i,l}^{p,r}$$
(16)

식(15) 및(16)으로 공분산을 추정하는 논리는 각 오차원에 x, y, z방향으로 단위 힘이 작용하는 모든 경우가 면연속성을 만족하는 부품 변형에 기인해 오차가 발생할 수 있는 경우들을 대변한다고 가정 하는 것이다. 즉, 이렇게 계산되는 공분산이 적어도 부품 변형의 면연속성은 표현할 수 있다고 보는 것 이다.

본 논문에서 고찰하는 전륜 하우징에 대해 식 (15) 및 (16)을 적용하여 오차원의 공분산 행렬을 구 하고, 이를 식 (17)과 같이 배열하면 식 (18)과 같은 형태의 행렬을 얻게 된다.

$$\operatorname{cov}(\{V\}) = \begin{bmatrix} C_{1,1}^{x,x} & C_{1,1}^{x,y} & C_{1,1}^{x,z} & \cdots & C_{1,n}^{x,x} & C_{1,n}^{x,y} & C_{1,n}^{x,z} \\ C_{1,1}^{y,x} & C_{1,1}^{y,y} & C_{1,1}^{y,z} & \cdots & C_{1,n}^{y,x} & C_{1,n}^{y,y} & C_{1,n}^{y,z} \\ C_{1,1}^{z,x} & C_{1,1}^{z,y} & C_{1,1}^{z,z} & \cdots & C_{1,n}^{y,x} & C_{1,n}^{y,y} & C_{1,n}^{y,z} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ C_{n,1}^{x,x} & C_{n,1}^{x,y} & C_{n,1}^{x,z} & \cdots & C_{n,n}^{x,x} & C_{n,n}^{x,y} & C_{n,n}^{x,z} \\ C_{n,1}^{y,x} & C_{n,1}^{y,y} & C_{n,1}^{y,z} & \cdots & C_{n,n}^{x,x} & C_{n,n}^{x,y} \\ C_{n,1}^{z,x} & C_{n,1}^{z,y} & C_{n,1}^{z,z} & \cdots & C_{n,n}^{x,x} & C_{n,n}^{x,y} \\ C_{n,1}^{z,x} & C_{n,1}^{z,y} & C_{n,1}^{z,z} & \cdots & C_{n,n}^{z,x} & C_{n,n}^{z,y} \\ C_{n,1}^{z,x} & C_{n,1}^{z,y} & C_{n,1}^{z,z} & \cdots & C_{n,n}^{z,x} & C_{n,n}^{z,y} \\ \end{array} \right]$$
(17)
$$\operatorname{cov}(\{V\}) = \begin{bmatrix} \operatorname{cov}(\{V\}_{1}) & [0] \\ [0] & \operatorname{cov}(\{V\}_{2}) \end{bmatrix}$$
(18)

식 (18)에서 cov({V}1)과 cov({V}2)는 각각 Part 1과 Part 2 내에서의 오차원 사이의 공분산 행렬이고, 비 대각 행렬(off-diagonal matrices)이 0이 되는 것은 Part 1과 Part 2가 서로 다른 부품으로서 이들의 오차 원 사이에는 서로 아무런 상관관계가 없기 때문이 다. 전륜 하우징에 대해 구한 cov({V}1) 및 cov({V}2) 행렬의 일부분을 보이면 식 (19) 및 (20)과 같다.

(18)

[0]  $cov(\{V\}_2)$ 

식(19)와(20)을 보면,일반적으로 오차원사이의 거리가 멀어질수록 공분산의 값이 작아지는 경향을 보이지만, 일부분에서는 오히려 값이 증가하는 양 상을 보이고 있다. 이는 변형의 면연속성을 고려하 더라도, 부품의 3차원 형상으로 인해 멀리 떨어진

오차원사이에도 상관관계가 존재하기 때문인 것으로 보인다.

	1.02	1.02	0.74	0.14	-0.11	•••	0.21	0.17	0.08	-0.02	-0.09		
	1.02	1.17	1.22	0.75	0.36		0.03	0.05	0.02	0.00	-0.02		
	0.74	1.22	2.35	2.50	1.79		-0.51	-0.35	-0.16	0.04	0.19		
	0.14	0.75	2.50	3.57	2.94		-1.05	-0.75	-0.34	0.09	0.40		
	-0.11	0.36	1.79	2.94	2.68		-1.11	-0.80	-0.35	0.09	0.43		
												×10 <sup>-8</sup>	
				÷						÷		-	
	0.17	0.05	-0.35	-0.75	-0.80	•••	0.68	0.64	0.35	-0.03	-0.30		
	0.08	0.02	-0.16	-0.34	-0.35	•••	0.32	0.35	0.23	0.03	-0.12		
	-0.02	0.00	0.04	0.09	0.09	•••	-0.07	-0.03	0.03	0.07	0.08		(19)
ļ	-0.09	-0.02	0.19	0.40	0.43		-0.36	-0.30	-0.12	0.08	0.21		(1))
	4.63	4.61	4.65	3.99	2.51		0.09	1.14	1.91	2.56	3.10	1	
	4.61	4.86	5.31	5.02	3.56		-0.32	-0.87	-2.37	-4.11	-5.39		
	4.65	5.31	6.53	6.93	5.46		-1.03	-4.26	-9.62	-15.43	-19.78		
	3.99	5.02	6.93	8.41	7.34		-1.89	-8.53	-18.73	-29.65	-37.85		
	2.51	3.56	5.46	7.34	7.03		-2.15	-10.06	-21.94	-34.61	-44.12		
												10-6	
			÷						:			×IU	
	1.14	-0.87	-4.26	-8.53	-10.06		4.39	21.78	46.99	73.65	93.64		
	1.91	-2.37	-9.62	-18.73	-21.94	•••	9.44	46.99	101.70	159.5	202.93		
	2.56	-4.11	-15.43	-29.65	-34.61		14.80	73.65	159.57	250.5	318.62		
ļ	3.10	-5.39	-19.78	-37.85	-44.12		18.82	93.64	202.93	318.6	405.24		(20)

본 논문에서 제안된 방법으로 부품의 공분산 행 렬을 예측하는 것은 부품의 제작 공정에 특별한 문 제가 없는 경우, 즉 확률공정제어이론(statistical process control)에서 사용하는 특별원인(special cause) 이 없는 경우, 부품에서 발생할 공분산을 예측한 것 이라 볼 수 있다. 따라서, 식 (19) 및 (20)의 결과를 실 협적으로 검증하려면 특별원인이 없음을 보장할 수 있어야 하므로 실제로는 매우 어려운 일이다. 이로 인해 본 연구에서도 실험적 검증을 수행하지 못하 였다.

그러나 실제 측정데이터가 없는 경우에는 특별원 인이 있는지의 여부조차 알 수가 없으므로, 식 (19) 및 (20)과 같은 공분산 행렬을 가정할 수밖에 없으 며, 그 자체로서 매우 중요한 의미를 갖는다고 할 수 있다. 이는 특정한 특별원인이 존재한다고 임의로 가정하여 공분산을 상정한 참고문헌 12)와는 다를 뿐 아니라, 참고문헌 12)를 크게 보완할 수 있는 진 보한 방법이다.

본 논문의 방법은 참고문헌 10)과 이를 발전시킨

참고문헌 11)의 방법과도 근본적인 차이가 있다. 참 고문헌 10)과 11)에서는 부품 조립면(mating surfaces) 의 기하학적 형상을 임의 베지어곡선(random Bezier curves)으로 표현하고, 그 형상의 오차를 베지어곡 선의 제어점(control points)의 위치 오차로 표현하였 다. 이 경우 제어점의 위치가 바뀌더라도 베지어곡 선은 연속성을 유지하므로, 베지어곡선 상에 놓여 있는 오차원 사이에 공분산이 존재하며 이를 계산 에 의해 구하였다. 즉, 이 방법에서는 베지어곡선이 라는 특정한 곡선이 갖는 고유의 연속성을 이용하 여 오차원 사이의 공분산을 예측한 것이다. 따라서, 베지어곡선으로 표현하기 어려운 형상의 문제에는 적용하기 어려운 한계가 있다.

본 논문의 방법은 참고문헌 10) 및 11)에서는 전혀 고려하고 있지 않은 부품의 역학적 거동에 기초한 것이라는 점에서 근본적으로 다르다. 부품의 역학 적 거동은 특히 보강재 등으로 인해 위치에 따라 강 성이 바뀌는 문제(예를 들면 차체)에서는 적지 않은 영향을 미칠 수 있다. 따라서, 이를 고려하지 않고 베 지어곡선의 기하학적 연속성에만 의존하는 참고문 헌 10), 11)의 방법에 비해 본 논문의 방법이 보다 진 보된 것이라고 볼 수 있다. 또한, 베지어곡선으로 표 현하기 어려운 형상도 본 논문의 방법에서는 문제없 이 다룰 수 있다는 것도 하나의 장점이 될 수 있다.

#### 3.5 조립품의 치수오차

조립오차의 평균 및 공분산만을 구하고자 한다 면, MCS를 수행하지 않고도 식 (9)와 (10)을 이용하 여 이들을 구할 수 있다.

우선, 조립품 오차의 평균값을 구하기 위해서는 식 (9)와 (14)를 이용하면 된다. 그러나 본 논문에서 는 특별원인(special cause)이 없는 경우를 고려한 것 이므로, 부품의 오차가 양이나 음의 값으로 편중된 (biased) 확률분포를 가지지 않는다고 가정할 수 있 다. 따라서 부품의 오차가 임의의 양의 값을 가질 확 률과 절대값이 같은 음의 값을 가질 확률이 같다고 볼 수 있어 그 평균은 0이 된다. 그러므로 식 (9)로부 터 조립오차의 평균도 {0}이 된다.

대부분의 공차해석에 있어서는 조립품 오차의 평 균값 보다 분산이 훨씬 더 중요한 의미를 갖는다. 용 접 후 측정점에서의 오차들 사이에 존재하는 공분 산 행렬은 식 (10), (14), (18)~(20)을 이용하여 구할 수 있는데, 그 결과의 일부가 식 (21)에 나타나 있다.

식 (21)의 공분산 행렬에서 대각항들의 값은 Fig. 5의 27~33번 측정점에서 발생하는 오차의 분산을 의미하며, 나머지 항들은 이들 사이의 공분산을 의 미한다. 또, 식 (21)에서 음수의 공분산은 측정점의 오차들 사이에 음(negative)의 상관관계가 존재함을 뜻한다. 양(positive)이든 음이든 두 측정점 사이의 공분산이 크면, 설계 및 공정의 개선을 통해 이 두 위치에서의 조립오차를 함께 감소시킬 수 있다는 것을 의미한다. 따라서, 조립오차 사이의 공분산은 효과적인 공차설계에 있어서 중요한 의미를 갖는다 고 볼 수 있다.

### 4. 결 론

본 논문에서는 차체와 같이 쉽게 변형되는 조립 체에 대해 공차해석을 수행하는 방법을 소개하였 고, 부품의 오차원 사이에 존재하는 공분산을 예측 하는 기법을 제안하였다. 오차원 사이의 공분산은 부품오차들 사이에 존재하는 상관관계를 의미하는 것이다.

이러한 오차원 간의 공분산은 측정 데이터가 있으면 쉽게 구할 수 있지만, 신차를 개발하는 경우와 같이 측정 데이터가 없는 경우에는 어떻게든 이를 추정하여야 공차해석이 가능하다. 본 논문에서는 이를 위한 역학적 접근 방법을 제안하였으며, 차체 의 전륜 하우징에 대해 이를 적용해 보았다. 본 논문 의 방법은 부품의 오차를 일으키는 특별원인(special cause)을 알 수 없는 문제에도 적용가능하며, 강성이 위치에 따라 달라지는 경우에도 그 영향을 고려할 수 있다는 점에서 기존의 방법보다 우수하다고 할 수 있다.

향후 관련 연구 과제 중 하나로서는 우선 부품의 실제 측정을 통하여 본 연구에서 제안한 기법의 타 당성을 검증해 보아야 할 것이다. 이를 위해서는, 이 전 공정(차체의 경우에는 프레스 공정)의 특별원인 으로 인한 공분산과 본 논문의 공분산을 함께 고려 하는 방법을 연구하여야 할 것이다.

# 후 기

이 논문은 2003년도 한국학술진흥재단의 지원에 의하여 연구되었음(KRF-2003-042-D00023).

### References

- D. Ceglarek and J. Shi, "Dimensional Variation Reduction for Automotive Body Assembly," Manufacturing Review, Vol.8, No.2, pp.139-154, 1995.
- J. A. Camelio, S. J. Hu, and H. Yim, "Sensor Placement for Effective Diagnosis of Multiple Faults in Fixturing of Compliant Parts," J. of Manufacturing Science and Engineering, Vol.127, pp.68-74, 2005.
- J. A. Camelio and S. J. Hu, "Modeling Variation Propagation of Multi-Station Assembly Systems With Compliant Parts," ASME J. of Mechanical Design, Vol.125, pp.673-681, 2003.
- S. C. Liu, S. J. Hu and T. C. Woo, "Tolerance Analysis for Metal Assemblies," ASME J. of Mechanical Design, Vol.118, pp.62-67, 1996.
- E. Sellem and A. Riviere, "Tolerance Analysis of Deformable Assemblies," Proc. of DETC98: ASME Design Engineering Technical Conference, pp.1-7, 1998.
- 6) S. C. Liu and S. J. Hu, "Variation Simulation for Deformable Sheet Metal Assemblies Using Finite Element Methods," ASME J. of Manufacturing Science and Engineering, Vol. 119, pp.368-374, 1997.
- 7) J. Gao, K. W. Chase and S. P. Magleby,

"Comparison of Assembly Tolerance Analysis by the Direct Linearization and Modified Monte Carlo Simulation Methods," DE-Vol. 82, Vol.1, Proc. of the ASME Design Engineering Technical Conferences, Boston, MA, pp.353-360, 1995.

- S. E. Cho, Y. D. Kim and Y. J. Lee, Fundamental Statistics for Quality Engineering, Kyungmoon Sa, Korea, pp.74-75, 1995.
- 9) Y. K. Lee, Understanding Statistics, Yulgok Publishing Company, Korea, pp.178-184, 2001.
- 10) T. Anderson, "Surface Variation and Mating

Surface Rotational Error in Assemblies," Master's Thesis, Dept. of Mechanical Engineering, Brigham Young University, 1997.

- Karl G. Merkley, Tolerance Analysis of Compliant Assemblies, Ph.D. Dissertation, Dept. of Mechanical Engineering, Brigham Young University, 1998.
- 12) J. A. Camelio, S. J. Hu and S. P. Marin, "Compliant Assembly Variation Analysis Using Components Geometric Covariance," ASME J. of Manufacturing Science and Engineering, Vol.126, pp.355-360, 2004.