

예압에 따른 압전 변환기의 공진특성 변화

Variation in the Vibration Characteristics of a Piezoelectric Transducer due to Pre-pressure

김대승* · 김진오†

Dae Seung Kim and Jin Oh Kim

(2005년 10월 27일 접수 ; 2005년 12월 13일 심사완료)

Key Words : Piezoelectric Transducer(압전 변환기), Pre-pressure(예압), Resonance Frequency(공진주파수), Characteristic Equation(특성방정식), Impedance(임피던스)

ABSTRACT

This paper presents an analytical approach to describe the variation in the vibration characteristics such as the natural frequency of a piezoelectric transducer under static pre-pressure. The transducer considered in this paper is a bolt-clamped Langevin-type transducer, which consists of a couple of piezoelectric discs, a couple of metal blocks for added mass effect, and a bolt to tighten them. A new analysis model for the transducer has been developed by taking into account the contact area between the piezoelectric ceramic disc and the metal block. The variation of the resonance frequency due to the pre-pressure has been calculated and compared with measured results reported earlier.

1. 서 론

진동수 범위가 수십 kHz 또는 그 이상인 진동을 활용하는 초음파 기술들은 초음파가 전파하는 신호를 계측에 이용하는 센서 기술과 초음파가 전달하는 에너지를 이용하는 액추에이터 기술로 분류될 수 있다.⁽¹⁾ 초음파 에너지를 이용하는 기술은 드릴,⁽²⁾ 절삭,⁽³⁾ 용접,⁽⁴⁾ 세정,⁽⁵⁾ 모터⁽⁶⁾ 등의 분야에 활용되어 왔다. 이러한 용도의 초음파 발생에 압전 세라믹으로 구성된 변환기가 주로 사용된다.⁽⁷⁾

초음파의 에너지를 이용하기 위해서는 압전 변환기의 출력 파위가 커야 하므로 큰 압축-팽창을 반복한다. 그런데 세라믹 재료는 인장에 취약하므로, 취성 파괴를 예방하기 위해서 볼트 체결에 의한 압축 하

중을 가한 상태에서 작동되는 변환기를 사용한다. 이러한 변환기를 BLT(bolt-clamped langevin-type transducer)라 부른다. 이러한 BLT의 단면도가 Fig. 1에 보여 있다. 세라믹의 고유진동수가 높으므로 이를 낮추기 위해서 압전 세라믹 양쪽에 금속 블록을 결합하여 부가질량 효과를 준다.⁽⁸⁾

그런데 예압 형태의 압축하중이 변환기의 고유진동수를 변화시킨다.⁽⁹⁾ 따라서 변환기 설계 시에 예압을 고려한 해석이 필요하다. 지금까지 보고된 연구들은 대개 압축 하중이나 입력 전압의 크기에 따른 압전 세라믹의 물성치 변화에 초점이 맞춰져 있다.^(10,11) 그러나 압축 하중의 크기가 작을 때에는 물성치 변화가 별로 나타나지 않으므로, 물성치 변화로써 고유진동수 변화를 설명하는 데에 한계가 있다. 압전 세라믹과 금속 블록의 접촉 면적 변화로 고유진동수 변화를 설명한 이론이 있으나,⁽¹²⁾ 모델링에 사용된 경계조건이 가역성(reciprocity)를 충족시키지 못하므로 불완전하다.

이 논문은 압전 변환기의 예압에 따른 고유진동수 변화를 설명하는 해석 모델을 세우는 것을 목적으로

† 책임저자 : 정희원, 숭실대학교 공과대학 기계공학과
E-mail : jokim@ssu.ac.kr
Tel : (02) 820-0662, Fax : (02) 820-0668

* 숭실대학교 대학원 기계공학과

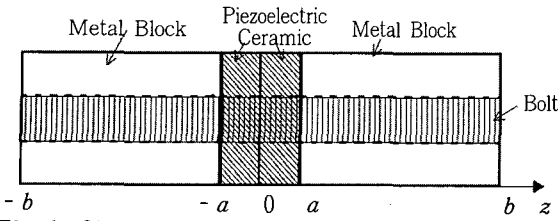


Fig. 1 Structure of a bolt-clamped Langevin-type transducer

한다. 우선, 예압에 따른 압전 세라믹의 물성치 변화로는 압전 세라믹과 압전 변환기의 예압에 따른 공진 특성 변화를 설명하기에 한계가 있음을 밝힌다. 그리고 나서, 압전 세라믹과 금속 블록의 접촉 면적을 함수로 하는 새로운 변환기 해석 모델을 제시하여, 예압에 따른 공진특성 변화를 해석하고, 그 결과를 기존 실험 결과와 비교하여 검증한다.

2. 압전 세라믹의 물성치와 공진 특성

예압에 따른 변환기의 공진 특성 변화가 압전 세라믹의 물성치 변화 때문인지 여부를 우선 확인하기 위하여, 압전 세라믹의 진동 관련 물성치가 예압에 의해 영향 받는 것과 이로 인해 압전 세라믹의 공진 특성 및 압전 변환기의 공진 특성이 변화하는 양상을 살펴본다.

2.1 압력에 따른 압전 세라믹의 물성치 변화

압전현상을 나타내는 지배방정식은 Gibbs의 자유 에너지식을 열역학 1, 2법칙에 적용하여 얻을 수 있고, 그 결과를 정리하여 나타내면 다음과 같다.⁽⁷⁾

$$D_i = \epsilon_{ij}^T E_j + d_{im} T_m \quad (1)$$

$$(i, j = 1, 2, 3; k, m = 1, 2, \dots, 6)$$

$$S_k = d_{jk} E_j + s_{km}^E T_m \quad (2)$$

여기서 E, D, T, S 는 각각 전기장(electric field), 전기적 변위(electric displacement), 응력(stress), 변형률(strain)이고, ϵ^T 는 일정한 응력 상태에서의 유전율(permittivity), s^E 는 일정한 전기장 상태에서의 유연성(compliance), d 는 압전 변형률 상수(piezoelectric strain constant)이다. 전기장과 변형의 방향이 분극(poling)된 두께 방향으로 나란하고 단면 내에서 응력 분포가 균일하여 $T_1 = T_2 = 0$ 일 때, 식 (1)과 (2)는 다음과 같이 정리된다.

$$D_3 = \epsilon_{33}^T E_3 + d_{33} T_3 \quad (3)$$

$$S_3 = d_{33} E_3 + s_{33}^E T_3 \quad (4)$$

식 (3)과 (4)를 E_3 와 T_3 에 관한 식으로 다시 쓰면 다음과 같다.

$$T_3 = c_{33}^D S_3 - h_{33} D_3 \quad (5)$$

$$E_3 = -h_{33} S_3 + \beta_{33}^S D_3 \quad (6)$$

여기서 c_{33}^D 는 일정한 전기적 변위 상태에서의 강성(stiffness)이고, h_{33} 은 압전 응력 상수(piezoelectric stress constant)이며, β_{33}^S 는 일정한 변형률 상태에서의 역유전율(inverse of electric permittivity)이다.

압전 세라믹에 압력을 가한 상태에서 식 (3)~(4)의 상수의 값들을 측정하여 보고한 문헌들이 있다.^(13,14) 압력을 일정하게 유지시킨 상태($T_3 = T_0$)에서 교류 전기장 E_3 를 가하여, 동적인 D_3 를 측정해서 식 (3)으로부터 ϵ_{33}^T 를 구하였고, 전기장 E_3 가 0(즉 short circuit)일 때 일정한 압력 T_0 에 추가적으로 동적 압력 ΔT 를 가하여($T_3 = T_0 + \Delta T$), D_3 의 변동을 측정해 식 (3)으로부터 d_{33} 를 구하고, S_3 의 변동을 측정해서 식 (4)로부터 s_{33}^E 를 구하였다. PZT 세라믹을 대상으로 압력을 150 MPa까지 증가시켜 가며 물성치 변화를 관찰한 문헌⁽¹⁴⁾에서 데이터를 추출하여 부록의 Table 1부터 Table 4까지에 기재하였다. 여기서 PZT-5H와 PZT-5A는 무른 유형이고 PZT-4와 PZT-8은 단단한 유형이다. EDO사의 압전 세라믹 EC-65와 EC-69를 대상으로 압력을 150 MPa까지 증가시켜 가며 물성치 변화를 관찰한 문헌⁽¹³⁾에서 데이터를 추출하여 부록의 Table 1부터 Table 4까지에 기재하였다. 여기서 EC-65는 무른 유형이고 EC-69는 단단한 유형이다. 이 물성치들을 사용하여 압전 세라믹의 공진주파수를 계산할 수 있다.

압전상수 d_{33} 의 변화를 통해 판단해 보면, PZT-5H나 EC-65와 같이 무른 유형의 세라믹은 예압이 50 MPa 정도 되면 압전 효과를 50% 이상 잃게 되므로 압전 BLT에 적합하지 않다. 반면에 PZT-4나 PZT-8 또는 EC-69와 같이 단단한 유형의 세라믹은 비교적 높은 압축 하중을 받더라도 압전 상수는 증가하고 또한 전기-기계 결합 계수가 증가하므로 압전 BLT로 사용하기에 적합하다.^(13,14)

2.2 압력에 따른 압전 세라믹의 공진 특성

앞 절에서 인용된 물성치를 사용하여 압전 세라믹의 고유진동수를 계산할 수 있다. 압전 세라믹 원판의 두께방향 진동에 대한 공진 특성을 파악하는 방법으로, 진동수의 함수로 표현되는 임피던스 식을 유도하고 압전 물성치를 대입하여 고유진동수를 계산한다.

두께방향 진동을 하는 압전 세라믹의 구성방정식은 식 (5)~(6)과 같다. 이로부터 진동 변위 $u(z, t)$ 와 전기 퍼텐셜 $\phi(z, t)$ 로 표현되는 지배방정식이 다음과 같이 유도된다.⁽¹⁵⁾

$$\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (7)$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = h_{33} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \quad (8)$$

여기서 $c_p (= [c_{33}^D / \rho_p]^{1/2})$ 는 두께방향 파동의 전파 속도이고 ρ_p 는 밀도이다. 진동 변위와 전기 퍼텐셜을 공간좌표 z 와 시간 t 에 대하여 변수분리하기 위하여 $u(z, t) = U(z) \exp(i\omega t)$ 와 $\phi(z, t) = \Phi(z) \exp(i\omega t)$ 로 표현하고, 식 (7)~(8)에 대입한 후 공간에 관해 변위 해 $U(z)$ 와 $\Phi(z)$ 를 구하면 다음과 같다.

$$U(z) = A \sin pz + B \cos pz \quad (9)$$

$$\Phi(z) = h_{33} (A \sin pz + B \cos pz) + k_1 z + k_2 \quad (10)$$

여기서 $p = \omega/c_p$ 이고, A, B, k_1 및 k_2 는 상수이다. 식 (5)~(6)에서 $S_3 = \partial u / \partial z$ 이므로 식 (8)을 적용하고 $T_3 = T(z) \exp(j\omega t)$ 및 $D_3 = D(z) \exp(j\omega t)$ 라 하여 응력 식을 표현하면 다음과 같다.

$$T(z) = p c_{33}^D (A \cos pz - B \sin pz) - h_{33} D \quad (11)$$

식 (6)에서 $E_3 = -\partial \phi / \partial z$ 이므로 식 (10)을 z 에 대하여 미분한 후 식 (6)과 비교하면 $k_1 = -\beta_{33}^S D$ 임을 할 수 있다. 즉 D 는 z 에 무관한 값을 갖는다.

압전 세라믹의 양쪽 면이 자유롭고 전위차 $V_0 \exp(j\omega t)$ 로 구동될 경우 경계조건은 다음과 같다.

$$z = 0 \text{에서 } T = 0, \Phi = 0 \quad (12a,b)$$

$$z = a \text{에서 } T = 0, \Phi = V_0 \quad (12c,d)$$

경계조건 (12)를 식 (10)~(11)에 대입하고 상수 A, B 및 k_2 를 결정하면, 식 (9)~(10)에 표현된 해는 다음과 같이 정리된다.

$$U(z) = \frac{V_0}{\Delta} h_{33} [\cos p(a-z) - \cos pz] \quad (13a)$$

$$\Phi(z) = \frac{V_0}{\Delta} \{ h_{33}^2 [\cos p(a-z) - \cos pz + 1 - \cos pa] - (\beta_{33}^S p c_{33}^D \sin pa) z \} \quad (13b)$$

$$D = \frac{V_0}{\Delta} p c_{33}^D \sin pa \quad (13c)$$

$$\Delta = 2h_{33}^2 (1 - \cos pa) - \beta_{33}^S p c_{33}^D a \sin pa \quad (13d)$$

세라믹의 면적 S 를 통과하는 전류는 $I = j\omega DS$ 로 계산되므로,⁽¹⁵⁾ 전위차가 V_0 인 세라믹의 임피던스의 크기 $|Z|$ 는 식 (13c-d)로부터 다음과 같이 얻어진다.

$$|Z| = \left| \frac{1}{\omega C_0} \left(1 - \frac{2h_{33}^2}{\beta_{33}^S c_{33}^D} \frac{1 - \cos pa}{pa \sin pa} \right) \right| \quad (14)$$

여기서 $C_0 (= S / (\beta_{33}^S a))$ 는 세라믹의 용량(capacitance)이고, $p = \omega/c_p$ 이다. 임피던스를 최소로 하는

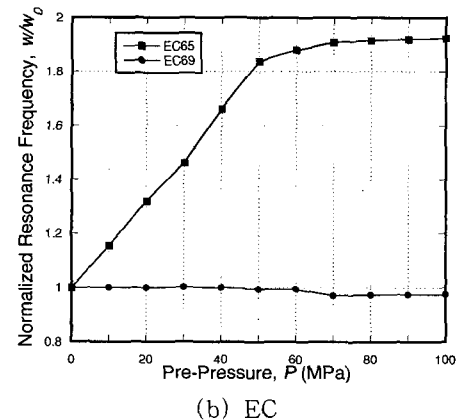
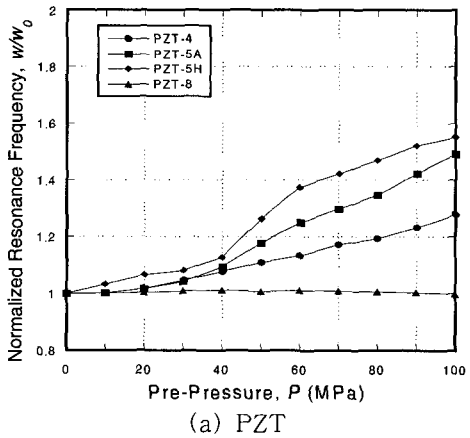


Fig. 2 Variation in the resonance frequency of piezoelectric ceramics due to pre-pressure

ω 값이 고유진동수이다. 이 때 식 (13d)의 Δ 가 최소이므로 식 (13a~c)에 표현된 $U(z)$, $\Phi(z)$, D 등이 최대가 된다.

Tables 1~4에 있는 압전 세라믹의 물성치 데이터로부터 식 (14)를 사용해 세라믹의 공진 주파수를 계산하려면 식 (3)과 (4)에서 쓰인 상수들을 식 (5)와 (6)의 상수들로 변환해야 한다. 이 상수들의 관계는 두께방향 전기-기계 결합 계수 k_{33} 으로 유도되며, 그 관계는 다음과 같다.⁽¹⁶⁾

$$k_{33}^2 = \frac{d_{33}^2}{\epsilon_{33}^S \epsilon_{33}^E} = \frac{h_{33}^2}{\beta_{33}^S \beta_{33}^D} \quad (15)$$

$$\epsilon_{33}^S = (1 - k_{33}^2) \epsilon_{33}^T \quad (16)$$

$$s_{33}^D = (1 - k_{33}^2) s_{33}^E \quad (17)$$

여기서 ϵ_{33}^S 는 일정한 변형을 상태에서의 유전율이며 s_{33}^D 는 일정한 전기적 변위 상태에서의 유연성이다. 따라서 식 (5)~(6)의 상수들은 다음과 같이 표현된다.

$$\beta_{33}^S = \frac{1}{\epsilon_{33}^S} = \frac{1}{\epsilon_{33}^T (1 - k_{33}^2)} \quad (18)$$

$$c_{33}^D = \frac{1}{s_{33}^D} = \frac{1}{s_{33}^E (1 - k_{33}^2)} \quad (19)$$

$$h_{33} = k_{33} \sqrt{\beta_{33}^S c_{33}^D} \quad (20)$$

압력에 따른 PZT 압전 세라믹의 물성치 변화 데이터를 식 (18)~(20)으로 변환한 후, 두께 a 가 6.30 mm인 압전 세라믹의 공진 주파수를 식 (14)로부터 구해서 정규화하여 그래프로 나타낸 것이 Fig. 2(a)이다. 그리고 압전 세라믹 EC의 물성치 변화 데이터를 사용해 동일한 과정으로 구한 그래프를 Fig. 2(b)에 나타내었다. 무른 유형의 세라믹 EC-65, PZT-5H와 PZT-5A에서는 압력에 따라 공진 주파수의 변화가 큰 반면, 아주 단단한 유형의 세라믹 EC-69 및 PZT-8에서는 변화가 거의 없다. 압전 변환기에는 단

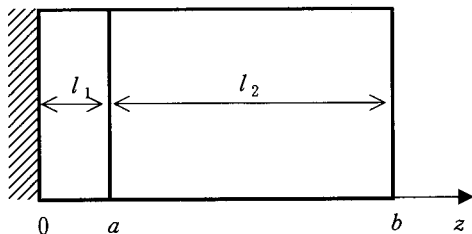


Fig. 3 Model of the one half of a symmetric transducer

단한 유형의 압전 세라믹이 사용되는데, 이들의 물성치 변화에 의존하여 계산하면 압축 하중이 있어도 고유진동수 변화가 거의 없는 것처럼 나타나게 된다. 즉 예압에 따른 변환기의 고유진동수 변화 현상을 세라믹의 물성치 변화로는 설명할 수 없다.

2.3 압전 세라믹의 물성치에 따른 변환기의 공진 특성

예압에 따라 압전 세라믹의 물성치가 변화함으로 인해 압전 변환기의 고유진동수가 변화하는 것인지 살펴본다. 이를 위해 Fig. 1의 대칭 구조 랑주방향 변환기의 진동 특성을 해석한다. 다섯 개의 경계면에 대한 경계 조건을 설정하여 해를 구하려면 과정이 상당히 복잡해진다. 따라서 Fig. 3과 같이 대칭면의 한쪽 부분만을 대상으로, 대칭면이 고정된 경계조건을 설정하여 해를 구한다. 이러한 해석 방법은 비틀림 진동 변환기에 적용된 바 있다.⁽⁸⁾

압전 세라믹의 지배방정식은 식 (5)~(6)과 같고, 탄성 블록의 지배방정식은 식 (5)에서 $h_{33}=0$ 인 식이다. 따라서 압전 세라믹에 대한 해는 식 (9)~(10)과 같고, 금속 블록에 대한 해는 다음과 같다.

$$U_m(z) = A_1 \sin qz + B_1 \cos qz \quad (21)$$

$$T_m(z) = qY_m [A_1 \cos qz - B_1 \sin qz] \quad (22)$$

여기서 Y_m 은 금속블록의 탄성 계수이고, $q = \omega/c_m$ 이며, $c_m (= [Y_m/\rho_m]^{1/2})$ 은 두께방향 파동의 전파 속도이고, ρ_m 은 금속 블록의 밀도이다.

Fig. 3에 보인 반쪽 모델에서 각 경계면의 조건을 다음과 같이 설정한다.

$$z = 0 \text{에서 } U = 0, \Phi = 0 \quad (23a,b)$$

$$z = a \text{에서 } U = U_m, \Phi = V_0, T = T_m \quad (23c,d,e)$$

$$z = b \text{에서 } T_m = 0 \quad (23f)$$

압전 세라믹 원판의 두께는 $l_1 (= a)$ 이고 금속 블록의 두께 $l_2 (= b - a)$ 이다. 경계조건 (23)을 적용하여 식 (9)~(11)과 (21)의 상수들을 구하면 해가 다음과 같이 된다.

$$U(z) = \frac{V_0}{\Delta} h_{33} \cos ql_2 \sin pz \quad (24)$$

$$U_m(z) = \frac{V_0}{\Delta} h_{33} \sin pl_1 \cos q(l_1 + l_2 - z) \quad (25)$$

$$\Phi(z) = \frac{V_0}{\Delta} h_{33} \cos ql_2 \left(\sin pz - \sin l_1 \cdot \frac{z}{l_1} \right) + V_0 \frac{z}{l_1} \quad (26)$$

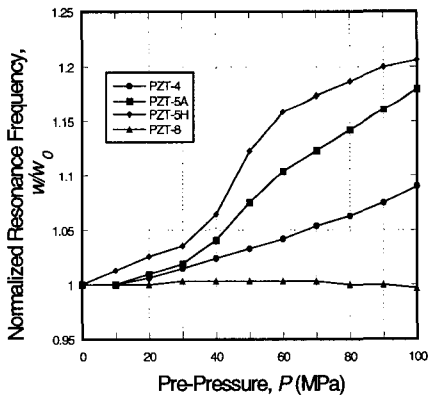
$$D = \frac{V_0}{\beta_{33}^S} l_1 \left[\frac{h_{33}^2}{\Delta} \cos ql_2 \sin pl_1 - 1 \right] \quad (27)$$

여기서 Δ 는 다음과 같다.

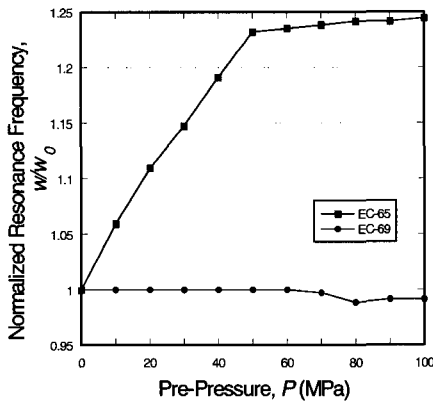
$$\Delta = (h_{33}^2 \sin pl_1 - pc_{33}^D \beta_{33}^S l_1 \cos pl_1) \cos ql_2 + qY_m \beta_{33}^S l_1 \sin pl_1 \sin ql_2 \quad (28)$$

앞 절에서 정의된 임피던스 $|Z|$ 는 다음과 같이 된다.

$$|Z| = \left| \frac{1}{\omega C_0} \left(1 - \frac{h_{33}^2}{\beta_{33}^S l_1} \frac{\cos ql_2 \sin pl_1}{pc_{33}^D \cos ql_2 - qY_m \sin ql_2 \sin pl_1} \right) \right| \quad (29)$$



(a) transducer with PZT ceramic



(b) transducer with EC ceramic

Fig. 4 Variation in the resonance frequency of piezoelectric transducers with PZT or EC ceramics due to pre-pressure

식 (29)에서 임피던스의 최소점이 공진 주파수가 되며, 최대점이 반공진 주파수가 된다.

압력에 따른 압전 세라믹 PZT의 물성치 변화 데이터로부터 압전 세라믹의 두께가 $a = 6.30$ mm이고 알루미늄 두께가 40 mm ($b = 46.3$ mm)인 압전 변환기의 공진 주파수를 식 (29)로부터 구해서 정규화한 그래프를 Fig. 4(a)에 나타내었다. 그리고 압력에 따른 압전 세라믹 EC의 물성치 데이터로부터 계산된 결과를 Fig. 4(b)에 나타내었다. 무른 유형의 세라믹 EC-65, PZT-5H와 PZT-5A를 사용한 변환기의 압력에 따른 공진 주파수의 변화는 대략 1.18배로 5 kHz 정도 증가한다. 반면에 단단한 유형의 세라믹 EC-69 및 PZT-8을 사용한 변환기의 공진 주파수 변화는 거의 없고, PZT-4를 사용했을 경우에는 1.1배로 3 kHz 정도 증가한다.

모든 압전 세라믹에 대해서 압력이 증가하면 공진 주파수는 증가하지만 금속 블록의 두께의 영향으로 변화 폭이 상당히 작다. 예압에 따라 압전 변환기의 고유진동수가 변화하는 현상을 압전 세라믹의 물성치 변화로 설명할 수는 없음을 확인하였다. 그래서 다음 절에서, 예압에 따라 압전 세라믹과 금속 블록의 접촉 면적 변화로 모델링을 하고 접촉 면적 변화에 따라 공진주파수가 변화함을 밝힌다.

3. 예압에 따른 압전 변환기의 특성 변화 해석

압전 세라믹은 분말성형 방법으로 고온 소결하는 과정을 거쳐 제작되므로 원판형으로 제작할 때 양면이 완벽하게 평면이 되지 못하고 약간 굽어 있다. 따라서 금속 블록과 결합될 때 접촉 면적이 단면적보다 작고, 결합력을 증가시키에 따라 접촉 면적이 커진다.⁽¹²⁾ 예압에 따른 접촉 면적 증가가 압전 변환기의 공진 특성 변화의 원인인지를 이 논문에서 확인하였다.

3.1 등가 파동 모델

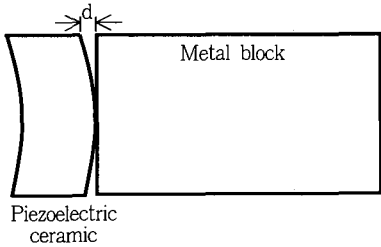
금속 블록과 결합하는 압전 세라믹 원판이 약간 굽어 있는 상황을 조금 과장하면 Fig. 5(a)와 같다. 이를 파동 전파의 관점에서 보면 비접촉면은 파동을 차단하므로, 1차원적으로 해석하고자 할 때 Fig. 5(b)와 같이 간주할 수 있다. 즉, 접촉면적과 같은 단면 크기

를 갖는 봉으로 세라믹과 블록이 연결되어 있는 것으로 모델화 하는 것이다. 이때 연결봉의 재질은 세라믹의 재질과 같은 것으로 간주하고, 연결봉의 길이 l 을 알게 되면 각 경계면에서의 조건을 설정하여 진동 해석을 할 수 있다.

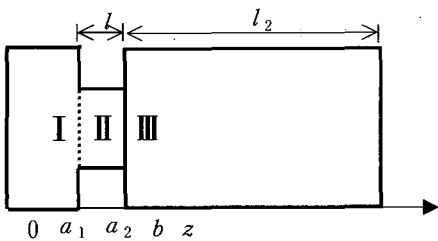
연결봉의 길이를 구하기 위하여 또 하나의 모델을 설정하여 비교하였다. Fig. 5(a)의 상황은 덕트 내의 파동 전파 중에 슬릿(slit)이 있는 경우로도 모델링 할 수 있다.⁽¹⁷⁾ 연결봉 모델에서의 파동 파워 전달률과 슬릿 모델에서의 파동 파워 전달률이 같아야 하므로, 이 관계에서 연결봉의 길이 l 을 결정하면 Fig. 5(b)의 모델이 완성된다. 이 모델에 대하여 3.2절에서 진동해석을 행한다.

(1) 연결봉 모델

Fig. 5(b)의 모델에 있어서 두 불연속면에서의 음압 반사율로부터 총 음압 반사율을 구한 후, 이로부터 총 파워 전달률을 구한다.⁽¹⁸⁾ 첫 번째 불연속면은 영역 I과 영역 II의 경계면으로서, 동일재질이되 단면적이 불연속이다. 두 번째 불연속면은 영역 II와 영역 III의 경계면으로서, 재질과 단면적이 불연속이다. 각 영역에서의 음향 임피던스를 r_I, r_{II}, r_{III} 라 할 때, 총 파워 전달률은 다음과 같이 표현된다.⁽¹⁸⁾



(a) An exaggerated diagram



(b) A connecting-rod model

Fig. 5 Imperfect coupling of a piezoelectric ceramic disc and a metal block

$$T = \frac{4}{2 + \left(\frac{r_{III}}{r_I} + \frac{r_I}{r_{III}}\right) \cos^2 k_{II} l + \left(\frac{r_{II}^2}{r_I r_{III}} + \frac{r_I r_{III}}{r_{II}^2}\right) \sin^2 k_{II} l} \quad (30)$$

여기서 $k_I = \omega/c_0$ 로서 c_0 는 영역 II의 재질인 세라믹에서 파동의 전파속도이고 ω 는 각 주파수이다. 각 영역에서의 음향 임피던스는 다음과 같다.⁽¹⁸⁾

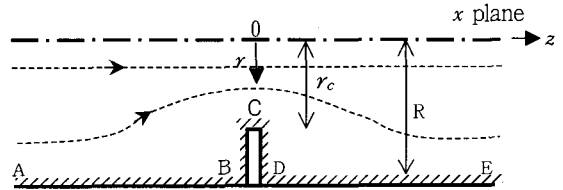
$$r_I = \frac{\rho_p c_p}{S}, \quad r_{II} = \frac{\rho_p c_p}{S_c}, \quad r_{III} = \frac{\rho_m c_m}{S}$$

식 (30)에서 길이 l 은 아직 미지수이다. 다음에서 다루는 슬릿 모델에서 파워 전달률을 구하여, 연결봉 모델의 파워 전달률과 비교함으로써 연결봉의 길이 l 을 결정한다.

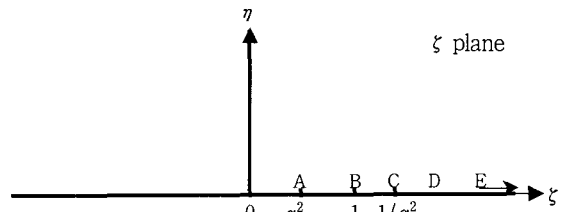
(2) 슬릿 모델

(가) 2차원 유동

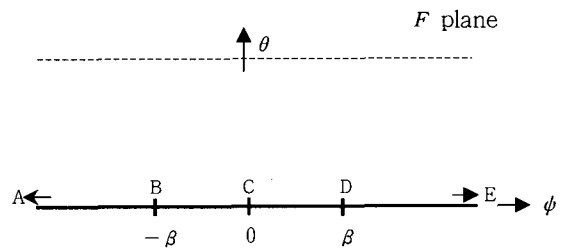
덕트에서의 파동을 묘사하는 파동방정식 또는 헬름



(a) cross-sectional view of a cylindrical pipe with a slit



(b) Conformal transformation from the x plane to ζ plane



(c) Conformal transformation to F plane

Fig. 6 Diagram of a slit model

홀쯔(Helmholtz) 방정식으로 봉에서의 진동을 표현하
 되, 덕트 단면 폭이 파장에 비해 작을 때 그 식을 라
 플라스(Laplace) 방정식으로 근사화할 수 있다.⁽¹⁷⁾ 이
 는 포텐셜 유동(potential flow)을 나타내는 식과 같
 으므로, 파동 문제를 유동으로 등가화 하여 모델링을
 하였다. 게다가 Fig. 5에 보인 바와 같이 두 소재 간
 에 접촉하는 부분은 유동을 통과시키는 슬릿으로 간
 주하여 Fig. 6과 같은 모델을 고려한다. 속도 퍼텐셜
 $\psi(r, z)$ 로 표현한 지배방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \approx 0 \quad (32)$$

여기서 z 방향 및 r 방향의 입자 속도 v_z 및 v_r 과 유
 동함수 θ 및 포텐셜 함수 ψ 와의 관계는 다음과 같다.

$$v_z = \frac{\partial \psi}{\partial z} = \frac{1}{r} \frac{\partial \theta}{\partial r}, \quad v_r = \frac{\partial \psi}{\partial r} = -\frac{1}{r} \frac{\partial \theta}{\partial z} \quad (33a, b)$$

이는 반경방향 좌표 r 과 축방향 좌표 z 로 표현되는
 2차원 문제이므로, 복소 변수 $x = z + ri$ 를 사용하
 여 다음과 같이 복소함수 $F(x)$ 로 다룰 수 있다.^(17,18)

$$F(x) = \psi(z, r) + i \frac{1}{r} \theta(z, r) \quad (34)$$

이에 대한 도함수는 다음과 같이 *로 표기된 켈레복
 소수 미분으로 표현되며, 이는 유동의 속도 벡터에
 해당한다.

$$\frac{dF^*}{dx^*} = v_z + i v_r \quad (35)$$

여기서 x -평면과 F -함수 사이의 자코비안 J 는 다음
 과 같다.

$$J = \frac{\partial(\psi, \theta)}{\partial(z, r)} = \begin{vmatrix} \frac{\partial \psi}{\partial z} & \frac{\partial \psi}{\partial r} \\ \frac{\partial \theta}{\partial z} & \frac{\partial \theta}{\partial r} \end{vmatrix} = r \left| \frac{dF}{dx} \right|^2 \quad (36)$$

(나) 슬릿의 인덕턴스

Fig. 6(a)에서 유동은 rz 평면과 나란하고 z 축을
 중심으로 확대칭을 이루고 있다. 따라서 정상상태
 유동을 찾기 위해 Fig. 6(b)처럼 원주면 경계를 이
 루는 점들을 $\zeta = \xi + i\eta$ 평면의 ξ 축으로 Schwartz-
 Christoffel 변환에 의해 일대일 사상시킬 수 있다.⁽¹⁹⁾

이때 이들의 관계는 다음과 같다.⁽¹⁷⁾

A점에서	$x = -\infty + Ri$	$\zeta = 0$
B점에서	$x = Ri$	$\zeta = a^2$
C점에서	$x = rc i$	$\zeta = 1$
D점에서	$x = Ri$	$\zeta = 1/a^2$
E점에서	$x = \infty + Ri$	$\zeta \rightarrow \infty$

이 대응하는 점들의 관계는 변환 공식에서 다음과 같
 이 도함수 형태로 표현된다.⁽¹⁹⁾

$$\frac{dx}{d\zeta} = C \frac{\zeta - 1}{\zeta \sqrt{(\zeta - a^2)(\zeta - 1/a^2)}} \quad (37)$$

식 (37)을 적분하고 상수들을 결정한다. 이 때 C
 $= 2R/\pi$ 로 구해진다.

$$x = \frac{2R}{\pi} \ln \frac{\sqrt{\zeta - a^2} + \sqrt{\zeta - 1/a^2}}{\sqrt{1/a^2 - 1/\zeta} + \sqrt{a^2 - 1/\zeta}} + Ri \quad (38)$$

여기서 a 가 다음과 같이 된다.

$$a = \cot \frac{\pi r_c}{4R} \quad (39)$$

여기서 r_c 는 접촉하는 원형 단면의 반지름이다. 식
 (38)은 A와 E점에서 다음과 같이 표현된다.

$$\zeta \rightarrow 0 \text{ 일 때, } x \approx \frac{R}{\pi} \ln \frac{\zeta Q^2}{4} \quad (40a)$$

$$\zeta \rightarrow \infty \text{ 일 때, } x \approx \frac{R}{\pi} \ln \frac{4\zeta}{Q^2} \quad (40b)$$

여기서 Q 는 $a + (1/a)$ 이다. 그리고 $\lim_{z \rightarrow \infty} dF/dx \approx u$
 이므로 ζ 평면에서 F 평면으로의 변환은 다음과 같다.

$$\zeta = e^{\pi F/au} \quad (41)$$

Fig. 5(a)의 간극에서 속도 증가로 인한 운동에너
 지의 증가와 이산 음향 인덕턴스와의 관계는 다음과
 같다.⁽¹⁷⁾

$$KE = \frac{1}{2} L_a U^2 \quad (42)$$

여기서 $U = \pi R^2 u$ 이다.

Fig. 6(a)에서처럼 간극의 영향으로 압전 세라믹에
 서 파동의 진행이 1차원에서 2차원으로 바뀌는 곳의

좌표를 $z = -l_p$, 그리고 금속블록에서 다시 파의 진행이 1차원이 되는 곳의 좌표를 $z = l_m$ 이라 하고, 이 위치들에서의 입자 속도를 각각 u_p 와 u_m , 체적속도를 U_p 와 U_m 이라 하면, $z=0$ 에서 이산 인덕턴스는 다음과 같다.

$$L_a^T = L_a^p + L_a^m = \frac{2}{U_p^2} \left(\frac{1}{2} \rho_p \int_{-l}^0 dz \int_0^R 2\pi r dr \left| \frac{dF}{dx} \right|^2 - \frac{1}{2} \rho_l \pi R^2 u^2 \right) + \frac{2}{U_m^2} \left(\frac{1}{2} \rho_m \int_0^{l_m} dz \int_0^R 2\pi r dr \left| \frac{dF}{dx} \right|^2 - \frac{1}{2} \rho_m l_m \pi R^2 u_m^2 \right) \quad (43)$$

여기서 L_a^p 와 L_a^m 은 각각 $z=0$ 에서 세라믹 방향과 금속블록 방향으로의 이산 인덕턴스이며, L_a^T 는 총 인덕턴스이다. 이들은 세라믹과 금속 블록의 불완전 접촉으로 인한 에너지 손실에 해당한다. 세라믹과 금속 블록에서의 속도 포텐셜의 크기를 각각 ψ_p 와 ψ_m 이라 하고, 유동 함수를 각각 θ_p 와 θ_m 이라 하면, 경계조건은 다음과 같다.

$$z=0 \text{에서 } \psi = \psi_m = 0 \quad (44a)$$

$$z=-l_p \text{에서 } \psi = \psi_p, \theta_p = \frac{1}{2} R^2 u_p \quad (44b)$$

$$z=l_m \text{에서 } \psi = \psi_m, \theta_m = \frac{1}{2} R^2 u_m \quad (44c)$$

따라서 식 (43)은 식 (36)과 경계조건 (44)로부터 다음과 같이 표현된다.

$$L_a^T = \frac{2\rho_p}{(u_p \pi R^2)^2} \left(\int_{-\psi_p}^0 d\psi \int_0^{R^2 u_p^2} \pi d\theta - \frac{1}{2} l_p \pi R^2 u_p^2 \right) + \frac{2\rho_m}{(u_m \pi R^2)^2} \left(\int_0^{\psi_m} d\psi \int_0^{R^2 u_m^2} \pi d\theta - \frac{1}{2} l_m \pi R^2 u_m^2 \right) \quad (45)$$

식 (40)과 (41)로부터 $-l_p$ 과 l_m 은 속도 퍼텐셜의 크기 ψ_p 와 ψ_m 으로 다음과 같이 표현된다.⁽⁷⁾

$$-l_p \approx \frac{\psi_p}{u_p} - \frac{2R}{\pi} \ln \left(\frac{\alpha}{2} + \frac{1}{2\alpha} \right) \quad (46a)$$

$$l_m \approx \frac{\psi_m}{u_m} + \frac{2R}{\pi} \ln \left(\frac{\alpha}{2} + \frac{1}{2\alpha} \right) \quad (46b)$$

식 (46)을 식 (45)에 대입하여 정리하면 이산 인덕턴스는 다음과 같이 된다.

$$L_a^T = \frac{4(\rho_p + \rho_m)}{\pi D} \ln \left(\frac{\alpha}{2} + \frac{1}{2\alpha} \right) \quad (47)$$

여기서

$$\alpha = \cot \left(\frac{\pi}{4} \sqrt{\frac{S_c}{S}} \right) \quad (48)$$

이고, $D(=2\pi R)$ 는 원주 둘레이다.

(3) 파워 전달률

$z=0$ 에서 오른쪽 금속 블록 방향의 저항은 다음과 같다.⁽¹⁸⁾

$$R_o = \frac{\rho_m c_m}{S} \quad (49)$$

앞에서 구한 인덕턴스 L_a^T 와 저항 R_o 로부터 음향 임피던스 Z 가 다음과 같이 표현된다.

$$Z = R_o + jX_o = R_o + j\omega L_a^T \quad (50)$$

따라서 파동 파워 투과율은 다음과 같다.⁽¹⁸⁾

$$T = \frac{4 R_o \rho_p c_p / S}{(R_o + \rho_p c_p / S)^2 + X_o^2} = \frac{4 r_{III} r_I}{(r_{III} + r_I)^2 + (\omega L_a^T)^2} \quad (51)$$

식 (30)과 (51)을 비교하여 연결봉의 길이 l 을 구한다. 그 결과는 다음과 같다.

$$l = \frac{1}{q} s = \frac{c}{\omega} \sin^{-1} \frac{\omega L_a^T}{\sqrt{-r_I^2 + r_{II}^2 - r_{III}^2 + \frac{r_I^2 r_{III}^2}{r_{II}^2}}} \quad (52)$$

3.2 등가 모델 진동 해석

Fig. 5(b)의 연결봉 모델의 세 영역에 대한 지배방정식의 해는 각각 다음과 같은 형태로 된다.

$$\text{영역 I } U_I(z) = A_I \sin pz + B_I \cos pz \quad (53a)$$

$$\Phi_I(z) = h_{33} (A \sin pz + B \cos pz) + k_1 z + k_2 \quad (53b)$$

$$\text{영역 II } U_{II}(z) = A_{II} \sin pz + B_{II} \cos pz \quad (53c)$$

$$\text{영역 III } U_{III}(z) = A_{III} \sin qz + B_{III} \cos qz \quad (53d)$$

이들로부터 각 영역의 응력은 다음과 같이 표현된다.

$$T_I(z) = p c_{33}^D (A_I \cos pz - B_I \sin pz) - h_{33} D \quad (54a)$$

$$T_{II}(z) = p c_{33}^D (A_{II} \cos pz - B_{II} \sin pz) \quad (54b)$$

$$T_{III}(z) = q Y_m (A_{III} \cos qz - B_{III} \sin qz) \quad (54c)$$

각 영역의 경계면에서의 조건은 다음과 같이 설정된다.

$$z=0 \text{에서 } U_I(0) = 0, \Phi_I(0) = 0 \quad (55a)$$

$$\begin{aligned} z = a_1 \text{에서 } U_I(a_1) &= U_{II}(a_1), \\ T_I(a_1) &= n T_{II}(a_1), \Phi_I(a_1) = V_0 \end{aligned} \quad (55b)$$

$$\begin{aligned} z = a_2 \text{에서 } U_{II}(a_2) &= U_{III}(a_2), \\ n T_{II}(b) &= T_{III}(b) \\ z = b \text{에서 } T_{III}(b) &= 0 \end{aligned} \quad (55d)$$

여기서 n 은 단면적 비로서 $n = S_c/S$ 이다.

경계조건을 적용하여 계수들을 구하고, 임피던스를 유도하면 다음과 같다.

$$|Z| = \frac{1}{\omega C_0} \left| 1 - \frac{h_{33}^2 [n p c_{33}^D \cos pl - q Y_m \tan ql_2 \sin pl]}{\beta_{33}^S a \Delta} \right| \quad (56)$$

여기서

$$\begin{aligned} \Delta &= p c_{33}^D \{ n p c_{33}^D [\cos pl \cot pa - n \sin pl] \\ &\quad - q Y_m \tan ql_2 [\sin pl \cot pa + n \cos pl] \} \end{aligned}$$

이다. 이로부터 압전 변환기의 공진 주파수를 구한다.

4. 결과 및 고찰

앞 절에서 유도된 식들을 이용하여 해석 모델의 수치와 고유진동수를 계산하고, 결과에 대한 검토를 하였다.

4.1 등가 모델의 연결봉

3.1절에서 제시된 등가모델은 접촉 면적 비를 알 때 연결봉의 길이를 구하여 고유진동수를 계산하는데 사용된다. 예압에 따른 진동특성을 살펴기 위해

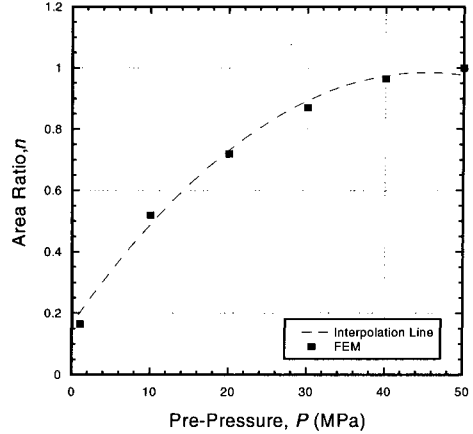


Fig. 7 Relation between the contact area ratio and pre-pressure, calculated by FEM

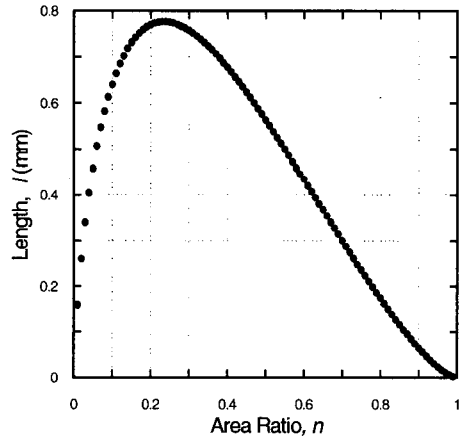


Fig. 8 Length of the connecting cylinder in the equivalent model according to the contact area ratio

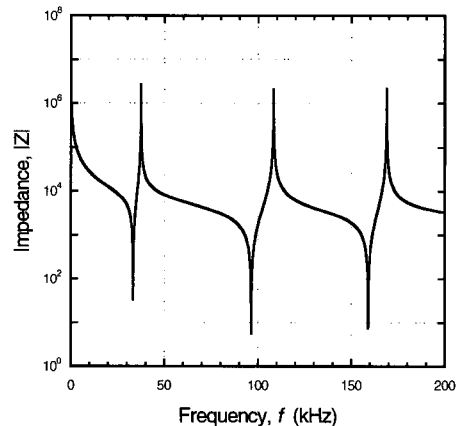


Fig. 9 Impedance curve calculated as a function of frequency

서는 우선 예압에 따른 접촉면적 비율이 어떤 경향인지 파악되어야 한다. 기존 문헌 (20)에서 유한요소 해석을 통해 이러한 관계를 구한 사례가 있다. 그와

같은 과정으로, 압전 세라믹이 휘어져 $7\ \mu\text{m}$ 의 간극이 있을 때 압전 세라믹과 알루미늄 블록의 접촉 면적 비를 계산하였고, 그 결과를 Fig.7에 제시하였다. 예압에 따라 접촉 면적 비가 증가하는데, 그 관계는 1차 함수보다는 2차 함수에 가깝다.

접촉 면적 비에 따른 연결봉의 길이를 식 (52)로부터 계산하여 Fig.8에 도시하였다. 접촉 면적 비가 0일 때, 연결봉의 길이는 0이다. 접촉 면적 비가 0.2보다 작을 때에는 접촉 면적 비가 증가함에 따라 연결봉의 길이가 증가한다. 접촉 면적 비가 0.25보다 클 때에는 접촉 면적 비가 증가함에 따라 연결봉의 길이가 감소한다. 접촉 면적 비가 1일 때, 즉 완벽하게 접촉할 때에 연결봉의 길이가 0이 된다.

4.2 예압에 따른 고유진동수 변화

해석 모델의 차수를 결정하고 나면, 3.2절에서 유도된 식을 이용하여 고유진동수를 계산하였다. 식 (56)에 물성치와 차수를 대입하여 구한 임피던스 곡선의 한 예가 Fig.9에 보여 있다. 여기서 극소점의 위치가 공진주파수이고 극대점의 위치가 반공진주파수이다. 알루미늄 블록의 두께가 41 mm, 33 mm, 13 mm인 세 가지 경우에 대하여, 접촉 면적 비에 따른 고유진동수 계산 결과를 Fig.10에 제시하였다. 특히 블록의 두께가 13 mm인 경우에는 예압에 따른 고유진동수 관계의 그래프를 바꾸어 Fig.11에 나타내고, 기존의 실험 결과⁽⁹⁾와 비교하였다. 비교 결과 경향이 대체로 잘 맞는 것을 확인하였다. 따라서 예압에 따른 압전 변환기의 공진 특성을 해석하는 모델이 타당하게 설정된 것을 확인 할 수 있다. 그러나 예측된

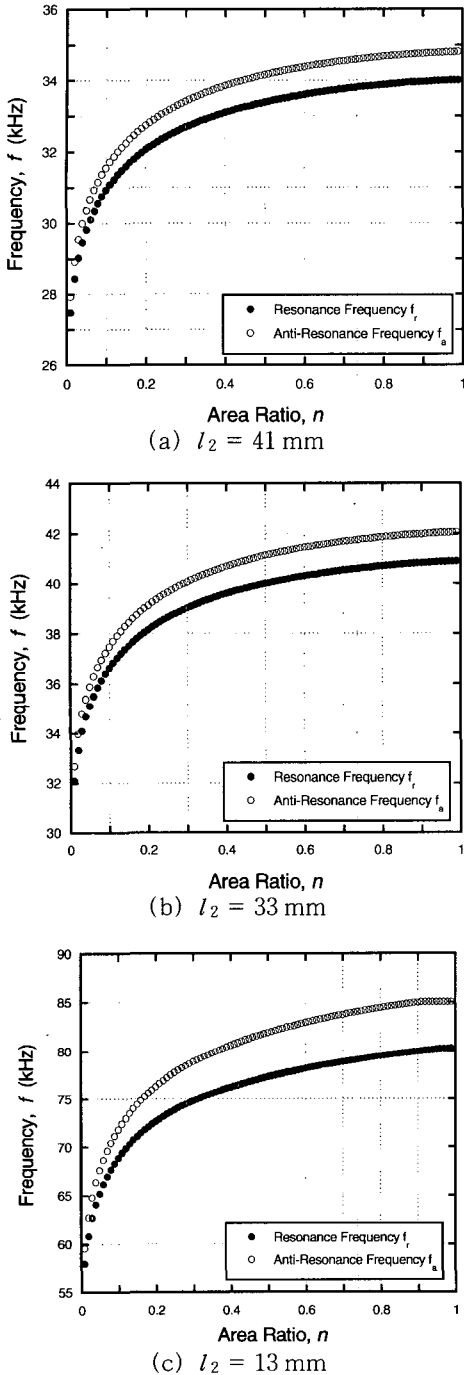


Fig. 10 Variation of the resonance and anti-resonance frequencies according to the pre-pressure

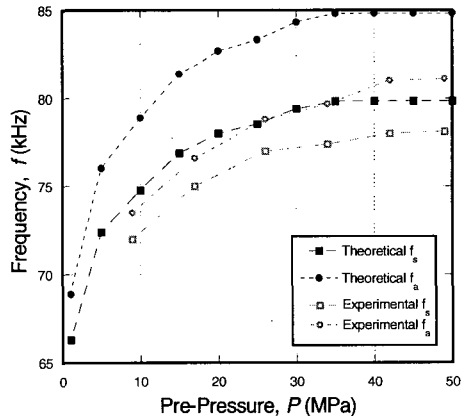


Fig. 11 Comparison of the calculated frequencies with measured ones for $l_2 = 13\ \text{mm}$

고유진동수는 실험 결과와 전체적으로 5% 정도의 차이를 보인다. 이는 이론 해석 시 세라믹과 금속 블록보다 상대적으로 강성이 큰 볼트의 영향을 무시했기 때문으로 여겨진다. Fig. 10과 Fig. 11에 제시된 결과들을 보면, 예압에 따라 공진주파수가 증가하고, 예압이 아주 크면 압전 세라믹과 금속 블록이 완벽하게 결합한 상황에 이르는 것을 알 수 있다.

5. 결 론

볼트 체결된 랑지방(Langevin)형 압전 변환기(BLT)에 대해서, 볼트의 예압에 따른 변환기의 고유진동수를 구하는 해석을 하였다. 예압에 따라 압전 변환기의 고유진동수가 변화하는 현상을 압전 세라믹의 물성치 변화로는 설명할 수 없음을 밝혔다. 예압에 따라 압전 세라믹과 금속 블록의 접촉 면적이 변화하는 것을 고려하여 변환기 해석 모델을 제시하였다. 해석 모델은 접촉 면적과 같은 단면 크기를 갖는 봉으로 세라믹과 블록이 연결되어 있는 구조이다. 예압에 따른 공진특성 변화를 해석을 통해 고유진동수를 계산하였고, 그 결과를 기존 실험 결과와 비교하여 검증하였다.

후 기

이 연구는 숭실대학교 교내연구비 지원으로 이루어졌습니다.

참 고 문 헌

(1) Kim, J. O., 2000, "Sensors and Actuators Using Ultrasound," *Journal of KSNVE*, Vol. 10, No. 5, pp. 723~728.

(2) Maurer, W. C., 1968, *Novel Drilling Techniques*, Pergamon Press, Oxford, pp. 44~49.

(3) Thoe, T. B., Aspinwall, K. K., Wise, M. L. H., 1998, "Review on Ultrasonic Machining," *International Journal of Machine Tools and Manufacturing*, Vol. 38, No. 4, pp. 239~255.

(4) Harman, G., 1997, *Wire Bonding in Microelectronics, Materials, Processes, Reliability, and Yield*, 2nd ed. McGraw-Hill, New York, Chapter 2.

(5) Kim, J. O., Choi, S., Kim, J. H., 1999, "Vibroacoustic Characteristics of Ultrasonic Cleaners,"

Applied Acoustics, Vol. 58, No. 2, pp. 211~228.

(6) Ueha, S., Tomikawa, Y., Kurosawa, M., Nakamura, N., 1993, *Ultrasonic Motors*, Clarendon Press, Oxford.

(7) Busch-Vishniac, I. J., 1999, *Electromechanical Sensors and Actuators*, Springer-Verlag, New York, Chapter 5.

(8) Kim, J. O., Kwon, O. S., 2003, "Vibration Characteristics of Piezoelectric Torsional Transducers," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 264, No. 2, pp. 453~473.

(9) Arnold, F. J., Muhlen, S. S., 2001, "The Resonance Frequencies on Mechanically Pre-stressed Ultrasonic Piezotransducers," *Ultrasonics*, Vol. 39, pp. 1~5.

(10) Nish, R., 1996, "Effects of One-dimensional Pressure on the Properties of Several Transducer Ceramics," *Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 40, No. 2, pp. 486~495.

(11) Xu, C. H., Hu, J. H. and Chan, H. L. W., 2002, "Behavior of a PZT Ring Under Non-uniform Mechanical Stresses," *Ultrasonics*, Vol. 39, pp. 735~742.

(12) Arnold, F. J. and Muhlen, S. S., 2001, "The Mechanical Pre-stressing in Ultrasonic Piezotranscers," *Ultrasonics*, Vol. 39, pp. 7~11.

(13) Zhang, Q. Zhao M., J., Uchino, K. U. and Zheng, J., 1997, "Change of the Weak-field Properties of $Pb(ZrTi)O_3$ Piezoceramics with Compressive Uniaxial Stresses and its Links to the Effect of Dopants on the Stability of the Polarizations in the Materials", *Journal of Materials Research*, Vol. 12, No. 1, pp. 226~234.

(14) Yang, G., Ren W., Liu, S.-F., Masys, A. J., and Mukherjee, B. K., 2000, "Effects of Uniaxial Stress and DC Bias Field on the Piezoelectric, Dielectric, and Elastic Properties of Piezoelectric Ceramics", *Proceedings of IEEE Ultrasonics Symposium*, pp. 1005~1008.

(15) Miu, D. K., 1993, *Mechatronics : Electromechanics and Contromechanics*, Springer-Verlag, New York, Chapter 6.

(16) Okazaki, K., 1983, *Ceramic Engineering for Dielectrics*, 3rd edition, Chapter 8.

(17) Morse, P. M. and Ingard K. U., 1968, Theoretical Acoustics, McGraw-Hill, New York, pp. 483~488.

(18) Kinsler, L. E., Frey A. R., Coppen, A. B. and Sanders, J. V., 2000, Fundamentals of Acoustics, 4th ed., John Wiley & Sons, New York, Chapters 6 & 10.

(19) Hildebrand, F. B., Advanced Calculus for

Applications, 2nd Edition, Prentice-Hall, New Jersey, 1976, Chapter 11.

(20) Dubus, B., Debus, J. C., Decarpigny, J. N. and Boucher, D., "Analysis of Mechanical Limitation of High Power Piezoelectric Transducers Using Finite Element Modeling," Ultrasonics, Vol. 29, pp. 201~207, 1991.

부 록

Table 1 Variation in the compliance of piezo-electric ceramics due to pressure

Pressure T_0 (MPa)	Compliance, $s_{33}^E (10^{-12} \text{ m}^2/\text{N})$					
	PZT-5H	PZT-5A	PZT-4	PZT-8	EC-65	EC-69
0	20.7	18.8	15.5	13.9	18.3	13.50
10	19.67	18.8	15.5	13.9	14.27	13.50
20	18.63	18.24	15.19	13.83	11.35	13.50
30	17.86	17.48	14.57	13.76	9.15	13.51
40	15.94	15.98	13.95	13.69	6.95	13.52
50	12.42	13.72	13.33	13.62	5.86	13.55
60	10.35	12.03	12.71	13.69	5.31	13.59
70	9.52	10.90	11.93	13.76	4.76	13.63
80	8.90	9.96	11.47	13.69	4.65	14.31
90	8.28	8.84	10.70	13.76	4.61	14.18
100	7.97	7.89	9.92	13.83	4.57	14.04
110	7.65	7.52	9.19	13.9	4.54	13.77
120	7.24	7.33	8.44	14.04	4.50	13.50
130	7.03	7.14	7.90	14.18	4.43	12.42
140	6.72	6.95	7.59	14.45	4.35	11.61
150	6.41	6.77	7.59	14.56	4.28	10.53

Table 2 Variation in the piezoelectric constant of piezoelectric ceramics due to pressure

Pressure T_0 (MPa)	Piezoelectric constant, $d_{33}^T (10^{-12} \text{ m/V})$					
	PZT-5H	PZT-5A	PZT-4	PZT-8	EC-65	EC-69
0	593	374	296	225	380	220
10	611	378	317	229	406	220
20	617	381	343	234	422	220
30	575	385	367	238	372	220
40	480	385	385	243	312	220
50	371	355	408	245	228	231
60	297	318	402	247	160	244
70	237	262	397	259	144	244
80	196	224	390	275	114	253
90	148	187	373	284	106	264
100	136	149	355	293	99	266
110	119	142	340	302	91	268
120	107	131	313	308	84	255
130	92	120	281	315	76	242
140	77	101	260	319	68	229
150	65	82	236	324	65	216

Table 3 Variation in the permittivity of piezo-electric ceramics due to pressure

Pressure T_0 (MPa)	Relative permittivity, $\epsilon_{33}^T/\epsilon_0$					
	PZT-5H	PZT-5A	PZT-4	PZT-8	EC-65	EC-69
0	3400	1700	1300	1000	1725	1050
10	3400	1700	1456	1030	1829	1053
20	3434	1734	1625	1060	1967	1056
30	3528	1734	1690	1070	2018	1059
40	3570	1768	1820	1090	2070	1082
50	3543	1819	1950	1120	2087	1239
60	3522	1887	2015	1150	2104	1302
70	3495	1870	2080	1180	2087	1386
80	3468	1819	2119	1210	2104	1470
90	3440	1785	2210	1240	2053	1575
100	3414	1765	2197	1270	2018	1680
110	3332	1732	2171	1300	1966	1785
120	3230	1700	2158	1350	1932	1890
130	3134	1649	2145	1380	1897	1921
140	3046	1598	2125	1410	1863	1953
150	2958	1530	2106	1440	1828	1963

Table 4 Variation in the coupling factor of piezoelectric ceramics due to pressure

Pressure T_0 (MPa)	Coupling factor, k_{33}^T					
	PZT-5H	PZT-5A	PZT-4	PZT-8	EC-65	EC-69
0	0.750	0.700	0.700	0.640	0.720	0.620
10	0.785	0.700	0.718	0.639	0.864	0.620
20	0.820	0.735	0.735	0.648	0.950	0.620
30	0.810	0.770	0.750	0.657	0.965	0.639
40	0.770	0.800	0.790	0.666	0.871	0.651
50	0.700	0.790	0.820	0.675	0.720	0.639
60	0.600	0.740	0.840	0.678	0.598	0.614
70	0.450	0.700	0.838	0.688	0.547	0.620
80	0.350	0.640	0.835	0.695	0.490	0.614
90	0.300	0.580	0.830	0.705	0.425	0.620
100	0.250	0.500	0.827	0.714	0.389	0.608
110	0.240	0.450	0.825	0.723	0.346	0.601
120	0.220	0.400	0.800	0.733	0.317	0.595
130	0.210	0.350	0.750	0.744	0.302	0.601
140	0.200	0.300	0.690	0.756	0.288	0.570
150	0.190	0.260	0.630	0.765	0.273	0.539