

개선된 소성힌지이론을 이용한 공간 뼈대구조물의 탄-소성 후좌굴 해석

Elasto-plastic Post-buckling Analysis of Spatial Framed Structures using Improved Plastic Hinge Theory

김 성 보¹⁾ · 지 태 석²⁾ · 정 경 환³⁾
Kim, Sung Bo · Ji, Tea Sug · Jung, Kyoung Hwan

요약 : 본 논문에서는 공간 뼈대구조의 탄-소성 후좌굴 강도를 파악하기 위한 효율적인 수치해석 기법을 개발하고, 매개변수해석을 통하여 보-기둥 및 뼈대구조물의 비탄성 후좌굴 거동을 분석하였다. 외력의 증가에 따라 점진적인 강도감소효과를 효율적으로 고려하는 개선된 소성힌지 해석법을 적용하여 문헌에서 제시된 다양한 잔류응력 분포 형태에 따른 뼈대구조물의 탄-소성 해석을 수행하였다. 요소의 소성화 진행정도를 나타내는 파라미터들을 도입하고 등가단면력 및 요소분할에 따른 매개변수해석을 수행하여 그 결과를 문헌에서 제시된 소성영역해석, 셸요소를 이용한 정밀해석 그리고 실험결과와 비교하여 뼈대구조물 극한강도를 평가하였다.

ABSTRACT : An efficient numerical method is developed to estimate the elasto-plastic post-buckling strength of space-framed structures. The inelastic ultimate strength of beam - columns and frames is evaluated by the parametric study. Applying the improved plastic hinge analysis that evaluate the gradual stiffness decrease effects due to spread of plasticity, elasto-plastic post-buckling behavior of steel frames is investigated considering the various residual stress distributions. Introducing the plastification parameter that represent pread of plasticity in the element and performing parametric study of equivalent element force and member idealization, finite-element solutions for the elasto-plastic analysis of space frames are compared with the results by plastic region analysis, shell elements and experimental results.

핵심 용 어 : 공간뼈대, 후-좌굴 해석, 잔류응력분포, 등가단면력

KEYWORDS : Space frame, Post-buckling analysis, Residual stress distribution, Equivalent element force

1. 서론

공간 뼈대구조의 후좌굴 및 비탄성 유한요소해석에 관한 연구는 토목, 건축 그리고 기계공학의 여러 분야에서 근간을 이루는 연구주제이다. 실제 공간 뼈대구조의 극한 거동은 구조계의 기하학적 비선형성과 재료의 비탄성 성질에 의하여 크게 영향을 받는다. 그러므로 공간 뼈대구조물의 극한거동 분석을 위하여 비탄성 붕괴거동과 후좌굴 거동을 동시에 고려할 수 있는 수치해석 방법을 개발하는 것이 매우 중요하다. 공간 뼈대구조의 비탄성 극한해석은 소성영역해석과 소성힌지해석으로 구분될 수 있다. 소성영역해석은 부재단면을 미소한 면적으로 분할하여 각각의 위치에서 탄-소성 해석을 수행하는 방법으로서, 해석의 정밀도는 높으나 계산시간이 너무 많이 소요되기 때문에 일반적

로 널리 사용되지 않는다. 소성힌지해석은 부재 양단에서 소성힌지가 발생하기 전까지 부재는 탄성 거동한다고 가정하여 전체 구조물의 극한강도를 계산하는 방법으로서, 해석결과가 비교적 정확하며 해석법이 상대적으로 간단해서 널리 사용된다. 그러나 부재 길이방향 또는 단면 내부에서의 비탄성 영역의 진전을 고려하지 못하고 전체 뼈대구조의 극한강도가 과대평가되는 문제점이 있다고 알려져 있다.(White 1993).

Argyris 등(1982)은 일반적인 소성힌지 이론을 제시하고 대변형을 고려한 뼈대구조물의 극한해석을 수행하였다. Kassimali (1983)는 대변형 및 소성힌지 영향을 고려한 뼈대구조물의 유한요소해석이론을 제시하였다. Izzuddin 등(1993)은 소성힌지 및 소성영역의 변화를 고려하여 공간뼈대구조물의 탄-소성 유한요소해석을 수행하였고 White 등(1993)은 소성힌지 개념

1) 교신저자, 정회원 · 충북대학교 토목공학과 교수
(Tel : 043-261-3241, Fax: 043-275-2377, E-mail: sbkim@chungbuk.ac.kr)
2) 충북대학교 토목공학과 석사과정(jjangji77@empal.com)
3) 충북대학교 토목공학과 석사과정(greent1535@nate.com)

본 논문에 대한 토의를 2007년 6월 30일까지 학회로 보내주시면 토의 회답을 게재하겠습니다.

에 근거한 뼈대구조의 여러 가지 해석이론을 정리하였다. 최근 들어, 컴퓨터의 급속한 발달과 함께 소성영역의 진파에 따른 강도감소 효과를 고려하는 여러 가지 이론들이 발표되고 있다 (Attalla, 1995; Nukala, 1997, 김성보 등 2003).

본 논문에서는 공간 뼈대구조의 탄-소성 후좌굴 강도를 파악하기 위한 효율적인 수치해석 기법을 개발하고, 매개변수해석을 통하여 보-기둥 및 뼈대구조물의 비탄성 극한강도를 평가한다. 축력, 휨모멘트에 의한 비선형 효과를 모두 고려하여 뼈대 구조물의 엄밀한 후좌굴 해석을 수행한다. 외력의 증가에 따라 점진적인 강도감소효과를 효율적으로 고려하는 개선된 소성힌지 해석법을 적용하여 문헌에서 제시된 다양한 잔류응력 분포 형태에 따른 뼈대구조물의 극한거동을 분석한다. 요소의 소성화 진행정도를 나타내는 파라미터들을 도입하고 등가단면력 및 요소분할에 따른 매개변수해석을 수행하여 그 결과를 문헌에서 제시된 소성영역해석, 쉘요소를 이용한 정밀해석 그리고 실험결과와 비교하여 뼈대구조물 극한강도를 평가한다.

2. 공간 뼈대요소의 접선강도행렬

그림 1은 뼈대요소의 변위장을 정의하기 위하여 도입한 변위 파라미터와 단면력들을 보여주고 있다. x_1 축은 단면의 도심을 통과하는 부재축이고 x_2 와 x_3 축은 x_1 축과 직각을 이루는 단면의 주축이다. U_x, U_y, U_z 과 $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ 는 각각 단면의 강체이동변위와 회전변위파라미터이다. 유한한 회전각의 2차항 까지 포함된 변위장은 다음과 같이 정의할 수 있다(Kim 등, 2000).

$$U_1 = U_x + \omega_2 x_3 - \omega_3 x_2 + \frac{1}{2} [\omega_1 \omega_2 x_2 + \omega_1 \omega_3 x_3] \quad (1a)$$

$$U_2 = U_y - \omega_1 x_3 + \frac{1}{2} [-(\omega_1^2 + \omega_3^2) x_2 + \omega_2 \omega_3 x_3] \quad (1b)$$

$$U_3 = U_z + \omega_1 x_2 + \frac{1}{2} [\omega_2 \omega_3 x_2 - (\omega_1^2 + \omega_2^2) x_3] \quad (1c)$$

Chang 등(1996)은 3차원 연속체의 Hellinger-Reissner 원리로부터 전단변형효과를 고려하는 경우에 공간뼈대요소의 총포텐셜 에너지식을 다음과 같이 유도하였다.

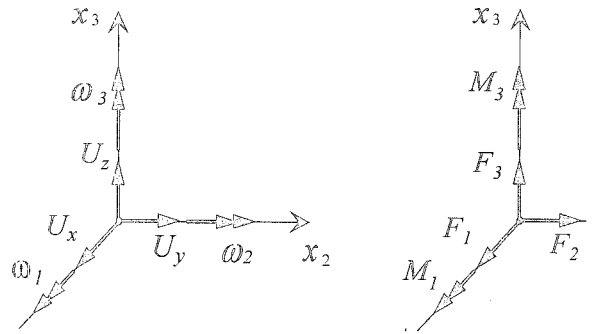


그림 1. Displacement parameters and stress resultants

$$\begin{aligned} \Pi = & \frac{1}{2} \int_L [EA U_x'^2 + EI_2 \omega_2'^2 + EI_3 \omega_3'^2 + GJ \omega_1'^2 \\ & + \frac{GA}{f_2} (U_y' - \omega_3)^2 + \frac{GA}{f_3} (U_z' + \omega_2)^2 \\ & + {}^tF_1 (U_y'^2 + U_z'^2 + \gamma \omega_1'^2) + {}^tF_2 (2U_z' \omega_1 + \omega_1 \omega_2) \\ & - {}^tF_3 (2U_y' \omega_1 - \omega_1 \omega_3) + {}^tM_1 (\omega_2' \omega_3 - \omega_2 \omega_3') \\ & + {}^tM_2 (\omega_1 \omega_3'^2 - 2U_y' \omega_1' + \omega_1' \omega_3) \\ & - {}^tM_3 (\omega_1 \omega_2'^2 + 2U_z' \omega_1' + \omega_1' \omega_2)] dx_1 \\ & - F_e^T \cdot U_e \end{aligned} \quad (2)$$

여기서

$$U_e = \langle u^p, v^p, w^p, \omega_1^p, \omega_2^p, \omega_3^p, u^e, v^e, w^e, \omega_1^e, \omega_2^e, \omega_3^e \rangle^T \quad (3a)$$

$$F_e = \langle F_1^e, F_2^e, F_3^e, M_1^e, M_2^e, M_3^e, F_1^e, F_2^e, F_3^e, M_1^e, M_2^e, M_3^e \rangle^T \quad (3b)$$

윗 식에서, EA, EI_2, EI_3, GJ 는 각각 축강성, x_2 및 x_3 축에 대한 휨강성 그리고 비틀강성이다. γ 는 $(I_2 + I_3)/A$ 을 나타내고 ()'은 괄호 안의 값을 x_1 축에 대하여 미분함을 의미한다. 또한, F_1, F_2, F_3 는 축력과 x_2 및 x_3 축에 대한 전단력이며 M_2, M_3 는 x_2 와 x_3 축에 대한 휨모멘트, 그리고 M_1 은 비틀모멘트를 나타낸다. 그리고 U_e 와 F_e 은 각각 부재좌표계에서의 부재중분변위벡터 및 부재력중분벡터를 나타내고, ' < >'는 열벡터 그리고 T는 벡터전치를 의미한다.

본 연구에서 축방향변위와 비틀각은 부재축을 따라 선형변화한다는 가정을 도입하여 1차 다항식을 사용하고, 휨거동에 의한 횡방향 처짐은 3차 다항식을 사용한다. 전단변형효과가 고려된 3차 Hermitian 형상함수의 유도과정은 문헌(Chang 등, 1996)에 제시되어 있다. 식(2)를 변분하고 변위형상함수를 대입하여 요소길이에 따라 적분을 행하면 매트릭스 평형방정식을 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$${}^tK_e U_e = {}^tF_e \quad (4)$$

여기서 K_e 는 부재좌표계에서 전단변형효과가 고려된 공간 뼈대요소의 접선강도행렬이다.

구조물의 비선형 해석 시 증분형식의 반복계산법을 적용하여야 하며, 이러한 계산에서 변형된 상태에 대응하는 부재력증분을 정확히 산정하는 것이 매우 중요하다. 이를 위하여 updated Lagrangian co-rotational formulation에서는 구조물 평형 방정식으로부터 산정하는 부재의 증분변위 U_e 를 강체변위 성분 U_r 와 순수변형성분 U_d 로 분리시켜야 한다.

$$U_i = \langle U_r ; U_d \rangle^T \quad (5)$$

증분변위 U_e 와 강체변위 및 순수변형성분이 분리된 증분변위 U_i 의 관계식을 적합행렬 A_e 를 사용하여 나타내고 매트릭스 평형방정식에 대입하면 아래와 같이 증분변위 U_i 에 대응하는 접선강도행렬 K_i 를 얻는다.

$$\delta U_e^T K_e U_e = \delta U_i^T (A_e^T K_e A_e) U_i = \delta U_i^T K_i U_i \quad (6)$$

K_i 에서 순수변형벡터 U_d 에 대응하는 강성도를 K_{id} 로 나타내면 부재력증분은 다음과 같이 얻는다.

$$K_{id} U_d = F_d \quad (7a)$$

$$F_d = \langle F_1, M_3^p, M_3^q, M_2^p, M_2^q, M_1 \rangle^T \quad (7b)$$

공간 뼈대요소의 증분평형방정식을 전체좌표계로 좌표변환시키고 직접강도법을 적용하면 구조물전체의 증분방정식을 얻는다. 전체좌표계에서 증분평형방정식으로부터 증분변위가 구해지면, 각 부재에 대하여 부재력증분을 산정하고 불평형하중을 결정하게 된다. 이때 증분형식의 반복계산법을 사용하는 경우 불평형하중은 다음의 반복계산에서 하중으로 작용한다.

3. 공간 뼈대구조의 탄-소성 해석

3.1 소성hini지를 고려한 탄-소성 강도행렬

소성hini지발생에 의한 요소의 탄-소성 강도행렬을 유도하기 위하여, 다음과 같이 증분방정식을 생각한다.

$$dF_e = (K_{ep} + K_g) dU_e \quad (8)$$

여기서 K_{ep} 는 부재좌표계에서의 탄-소성 강도행렬을 나타내고

K_g 는 기하학적 강도행렬이며 탄성영역에서의 경우와 동일하다. 탄-소성 강도행렬의 유도에 필요한 기본가정은 다음과 같다.

- 1) 총 부재 변형증분벡터(dU_d)는 탄성변형증분벡터(dU_{el})와 소성변형증분벡터(dU_{pl})의 합으로 구성된다.
- 2) 부재력 증분벡터와 탄성변형증분벡터와 탄성강도행렬과의 곱으로 산정된다.
- 3) 소성변형증분벡터의 방향은 한계함수면에 수직하고 부재력 증분벡터와 직교한다. 이를 식으로 나타내면 다음과 같다.

$$dU_{pl} = \lambda G_p \quad (9a)$$

$$dU_{pl}^T \cdot dF_d = \lambda G_p^T \cdot dF_d = 0 \quad (9b)$$

여기서 G_p 는 완전소성영역을 결정하는 한계함수의 gradient 벡터를 나타내며, 각 성분들은 한계함수를 부재력 벡터성분들로 편미분하여 얻는다. 또한, λ 는 소성변형증분벡터성분들의 크기를 결정하는 비례상수를 나타낸다.

- 4) 완전소성거동을 보이는 것으로 가정하여 소성변형에 의한 한계함수의 형상변화는 없다.

위의 네 가지 가정을 이용하여 한쪽 단만이 소성hini지가 발생하거나, 양단이 소성hini지로 변하는 경우의 탄-소성 강도행렬을 산정한다.

- 1) 부재 왼쪽 단(p단)에서 소성hini지가 발생한 경우; 부재력 증분벡터와 변형증분벡터의 관계는 다음과 같다.

$$dF_d = K_e (dU_d - dU_{pl}) = K_e (dU_d - \lambda_p G_p) \quad (10)$$

윗 식에서 p단에서의 한계함수의 gradient 벡터 G_p 는 한계함수를 요소단부(p단)의 단면력 성분들로 편미분하여 아래와 같이 나타낼 수 있다.

$$G_p = \left\langle \frac{\partial \Phi^p}{\partial F_1}, \frac{\partial \Phi^p}{\partial M_3^p}, 0, \frac{\partial \Phi^p}{\partial M_2^p}, 0, \frac{\partial \Phi^p}{\partial M_1} \right\rangle^T \quad (11)$$

윗 식의 양변에 G_p^T 를 곱하고 소성변형증분벡터의 방향은 한계함수면에 수직하고 부재력 증분벡터와 직교함을 고려하면 다음과 같이 소성 변형 벡터성분들의 크기를 결정하는 비례상수 (λ)를 구할 수 있다.

$$\lambda = (G_p^T K_e G_p)^{-1} G_p^T K_e dU_d \quad (12)$$

여기서 구한 λ 를 사용하여 최종적으로 부재력 증분벡터와 변형증분벡터의 관계를 도출하고 이로부터 탄-소성 강도행렬을 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$dF_d = K_{ep} \cdot dU_d \quad (13a)$$

$$K_{ep} = K_e - K_e G_p (G_p^T K_e G_p)^{-1} G_p^T K_e \quad (13b)$$

2) 부재 오른쪽 단(q단)에서 소성힌지가 발생한 경우의 탄-소성 강도행렬 유도과정은 부재 왼쪽 단(p단)에서 소성힌지가 발생한 경우와 동일하고 단지 p단에서의 한계함수의 gradient 벡터(G_p)를 q단에서의 한계함수의 gradient 벡터(G_q)로 바꾸어 주면 얻을 수 있다.

3) 부재 양단에서 소성힌지가 발생한 경우:

부재 양단이 소성힌지인 경우에 변형증분벡터는 p단과 q단에서 발생하는 변형증분벡터성분의 합으로 나타낼 수 있다. 즉,

$$dU_d = dU_d^p + dU_d^q = (dU_{el}^p + dU_{pl}^p) + (dU_{el}^q + dU_{pl}^q) \quad (14)$$

윗 식을 고려하여 부재력 증분벡터와 탄성변형증분벡터의 관계식을 양단 소성힌지인 경우에 적용하면 다음의 식을 얻는다.

$$dF_d = K_e (dU_{el}^p + dU_{el}^q) = \bar{K}_e (dU_d - \lambda_p G_p - \lambda_q G_q) \quad (15)$$

윗 식의 양변에 G_p^T 및 G_q^T 를 곱하고 소성변형증분벡터의 방향은 한계함수면에 수직하고 부재력 증분벡터와 직교함을 고려하면 다음과 같이 소성 변형 벡터성분들의 크기를 결정하는 비례상수(λ_p, λ_q)를 구할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_p \\ \lambda_q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} B_1 \\ B_2 \end{pmatrix} \quad (16)$$

여기서, $A_{11} = G_p^T K_e G_p, A_{12} = G_p^T K_e G_q, A_{21} = G_q^T K_e G_p,$
 $A_{22} = G_q^T K_e G_q, B_1 = G_p^T K_e dU_d, B_2 = G_q^T K_e dU_d$

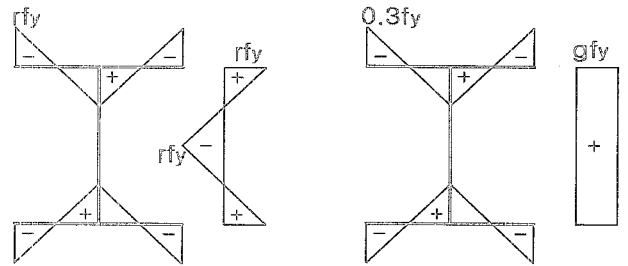
윗 식에서 (λ_p, λ_q)를 구하여 식(15)에 대입하면 양단이 소성힌지인 부재의 탄-소성 강도행렬을 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$dF_d = K_{ep} dU_d \quad (17)$$

여기서, $K_{ep} = K_e - K_e H K_e$

$$H = (A_{11} G_q^T G_q + A_{22} G_p^T G_p - A_{12} G_q^T G_p - A_{21} G_p^T G_q) / \det A$$

3.2 초기 잔류응력 분포에 따른 탄성한계점



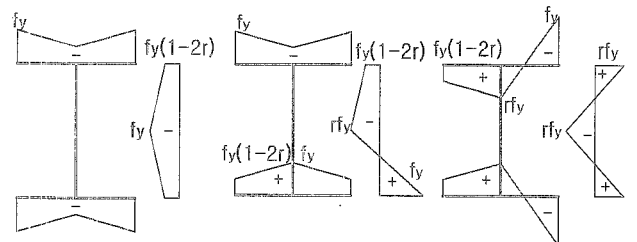
(a) White et.al (b) Galambos and Ketter
 그림 2. Residual stress distribution

압연 형강의 제작 과정에서 발생하는 잔류응력의 분포는 그림 2에 나타나 있다. 그림 2(a)는 White 등(1993)이 제안한 잔류응력분포이고 그림2(b)는 Galambos 와 Ketter가 제시한 잔류응력분포 형상이다. 그림 2(a)에서 f_r 은 잔류응력의 최대 값으로서 I-형 단면의 총 높이와 플랜지폭에 따라 다음의 값을 갖는다.

$$f_r = r f_y, \quad \begin{cases} r = 0.5 & (\text{for } \frac{d}{b_f} \leq 1.2) \\ r = 0.3 & (\text{for } \frac{d}{b_f} > 1.2) \end{cases} \quad (18)$$

또한, 그림2(b)에서 복부의 잔류응력계수 g 는 다음과 같다.

$$g = \frac{0.3 b t_f}{b t_f + d_w t_w} \quad (19)$$



(a) axial force (b) strong axis bending (c) weak axis bending

그림 3. Stress distribution at elastic limit base on the residual stress of White et. al

그림 2(a)와 같은 잔류응력 분포를 가정하면 그림 3과 같이, 압연 I-형강 단면의 최외측이 항복응력에 도달하는 탄성한계점에 대응하는 단면력들을 다음과 같이 구할 수 있다.

$$F_{1y} = f_y A (1 - r)$$

$$M_{sy} = f_y b_f d t_f (1-r) + f_y d^2 t_w \frac{4+4r-4r^2-5r^3}{24(1+r)^2}$$

$$M_{wy} = f_y b_f^2 t_f \frac{1-r}{3} \quad (20a-c)$$

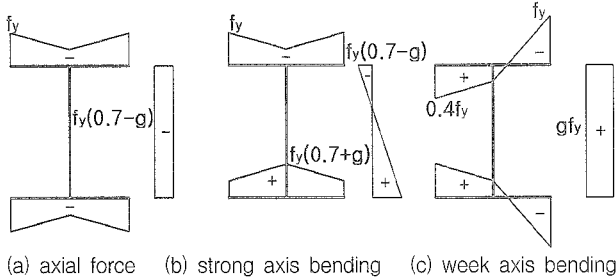


그림 4. Stress distribution at elastic limit base on the residual stress of Galambos and Ketter

또한, 그림 2(b)과 같은 잔류응력 분포를 가정하면 그림 4와 같이 탄성한계점에 대응하는 단면력들을 다음과 같이 구할 수 있다.

$$F_{1y} = 0.7 \sigma_y A$$

$$M_{sy} = f_y \left[\frac{b}{2} x_2 t_f (1.7-g) + \frac{t_w}{3} x_1^2 (0.7-g) + \frac{b}{2} x_3 t_f (1.1+g) + \frac{t_w}{3} x_4^2 (0.7+g) \right] \quad (21a-c)$$

$$M_{wy} = f_y \left[\frac{2}{3} (0.5b-x_5)^2 t_f + \frac{2g}{3} x_5^2 t_f + \frac{gb^2}{6} t_f + \frac{0.4b^2}{3} t_f + g d_w x_5 t_w \right]$$

여기서, $x_1 = \left(\frac{1}{2} - \frac{5}{7}g\right)d_w, x_2 = x_1 + \frac{t_f}{2},$
 $x_3 = d_w - x_1 + \frac{t_f}{2}, x_4 = x_3 - \frac{t_f}{2}, x_5 = \frac{gb}{2(1+g)}$

한편, 단면의 모든 부분이 항복되었을 때의 소성축력 및 소성 모멘트 성분들은 다음과 같다.

$$F_{1p} = f_y A$$

$$M_{sp} = f_y b_f d t_f + f_y t_w (0.5h-t_f)^2 \quad (22a-c)$$

$$M_{wp} = f_y b_f^2 \frac{t_f}{2}$$

유한요소해석에 효율적으로 적용되는 한계함수는 단면력 성분들의 함수로 표현되는 단일식이 많이 사용되며 축력과 약축모멘트면에서는 원형, 축력과 강축면에서는 직선과 같이 표현된다 (Attalla 등, 1995; Duan 등, 1990). Duan 등(1990)은 이러한 한계함수의 특성을 고려할 수 있는 함수를 다음과 같이 발표하였다.

$$\Phi = \left(\frac{m_s}{1-p^{\beta_x}}\right)^{\alpha_x} + \left(\frac{m_w}{1-p^{\beta_y}}\right)^{\alpha_y} - 1 = 0 \quad (23)$$

여기서, $p = F_1/F_{1p}, m_s = M_s/M_{sp}, m_w = M_w/M_{wp},$
 $m_1 = M_1/M_{1p}$

윗식에서 p, m_s, m_w 는 각각 정규화된 축력, 강축 그리고 약축에 대한 휨모멘트이고 $\alpha_x, \alpha_y, \beta_x, \beta_y$ 는 단면의 형상에 따른 계수들로서 I-형 단면인 경우 다음의 값을 갖는다.

$$\alpha_x = 2, \alpha_y = 1.2 + 2p$$

$$\beta_x = 1.3, \beta_y = 2 + 1.2A_w/A_f$$

여기서 A_w, A_f 는 각각 I-형 단면의 복부면적과 플랜지 면적이다.

3.3 부분적 소성화에 따른 강도감소

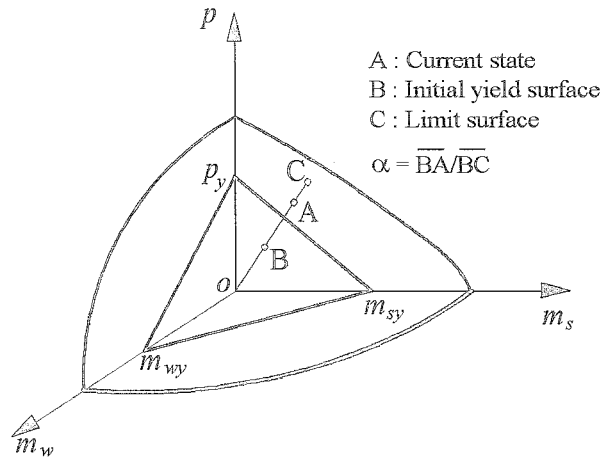


그림 5. Initial yield surface and limit function

그림 5에서 정규화된 단면력 성분을 좌표계로 하여 초기항복면, 한계함수 및 현재 단면력 상태를 도시하였다. 점 A는 현재의 정규화된 단면력을 나타내고, 점 B는 직선 OA와 초기항복평면 $(p_y - m_{sy} - m_{wy})$ 과의 교점이며 점 C는 직선 OA와 한계함수면과의 교점이다. 단면력 성분들이 초기항복평면과 한계함수면 사이에 존재할 때, 부재 길이방향 및 단면 내부로 점진적 항복이 진행되며 이에 따라 요소의 강도는 점차 감소하게 된다. 즉 단면력 성분들이 B점과 C점 사이에 있을때 요소의 소성화 정도를 나타내는 파라미터를 다음과 같이 도입한다.

$$\alpha = \frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} \quad (26)$$

윗 식의 α 에 증가에 따라 요소의 접선탄성계수를 다음의 세 가지 함수를 사용하여 감소시켜 점진적 소성화에 따른 요소강도 감소효과를 효율적으로 평가할 수 있다.

$$\frac{E_t}{E} = \begin{cases} (\beta - 1) \alpha^n + 1 \\ (\beta - 1) \alpha + 1 \\ (\beta - 1) (1 - \alpha)^n + 1 \end{cases} \quad (27a-c)$$

여기서 β 는 $\alpha = 1$ 일 때의 접선탄성계수를 결정하는 파라미터이다.

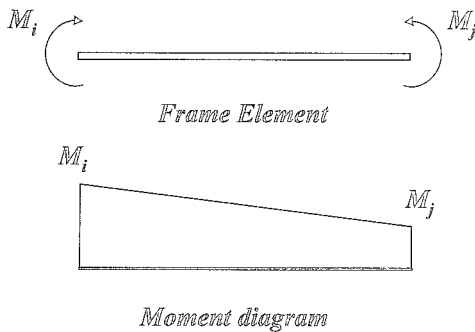


그림 6. Element end moment

한편 요소의 단부에서 휨모멘트가 그림 6과 같이 선형적으로 변화할때 요소의 소성화정도 파악에 사용되는 등가단면력은 단부 모멘트의 평균값, 최대값 및 최소값을 사용하는 경우를 고려한다.

$$M_{eq} = \begin{cases} \frac{|M_i| + |M_j|}{2} \\ |M_i| \quad (\text{for } |M_i| \geq |M_j|) \\ |M_j| \quad (\text{for } |M_i| < |M_j|) \end{cases} \quad (28a-c)$$

4. 수치 해석 예

4.1 Birnstiel 기둥

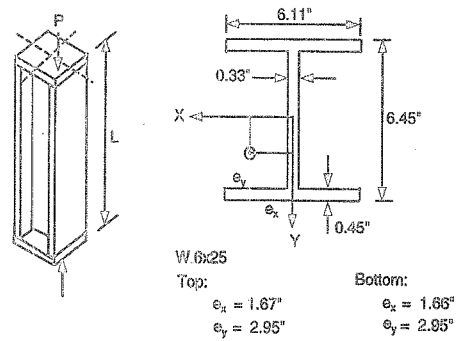
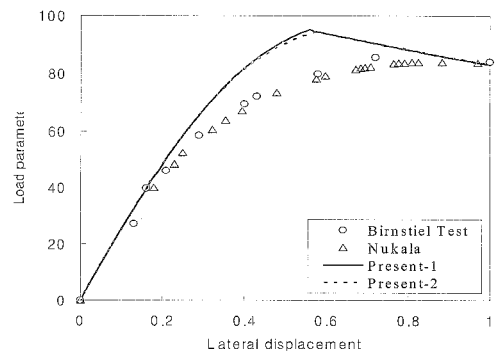
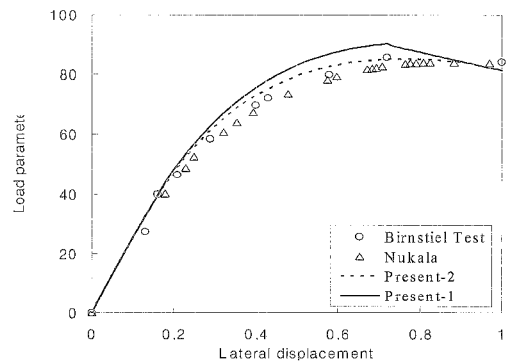


그림 7. Birnstiel column test

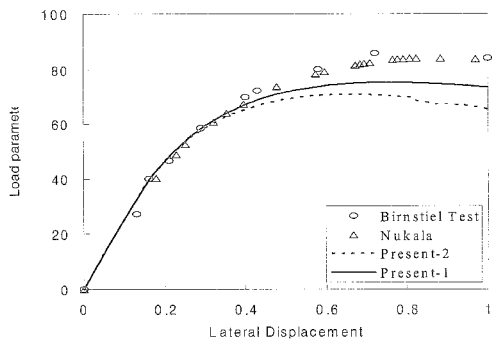
그림 7은 양단에 편심 축하중을 받는 Birnstiel 기둥이다. 즉, 압축력이 단면의 도심에 작용하지 않고 강축 및 약축 방향으로 일정한 초기 편심을 가지고 재하되고 있으므로 강축 및 약축 방향으로 휨 거동이 동시에 발생하는 3차원 거동을 나타낸다. 본 논문에서 제시한 뼈대요소를 사용하여 극한해석을 수행하여 그 결과를 Birnstiel의 실험결과, Nukala(1997)에 의한 소성영역해석결과와 비교하였다. 그림 2(b)와 같은 Galambos와 Ketter의 잔류응력을 도입하였고 최대잔류응력은 항복응력의 30%를 도입하였다. 기둥에 대한 단면 제원은 그림 7에 나타나있으며 강재의 탄성계수는 206842 MPa (30000 ksi)이고 항복응력은 248 MPa (36 ksi)이다. 기둥의 초기 처짐 형상은 싸인함수를 이용하여 발생시켰으며 중앙부의 최대 초기처짐은 강축 및 약축 방향으로 $x=y=0.254\text{mm}$ 이다.



(a) Convex decrease



(b) Linear decrease



(c) Concave decrease
 그림 8. Load-displacement of Birnstiel column

그림 8에서 편심 축하중을 받는 Birnstiel 기둥의 힘-변위 곡선이 도시되어 있다. 횡축은 부재 중앙점의 강축방향 횡변위이고 종축은 실제 재하되는 하중의 크기를 나타낸다. (a)-(c)는 각각 강도감소함수로서 식(27a-c)를 사용한 경우이다. 또한 본 논문의 해석 결과인 Present-1 과 Present-2는 각각 식(27)의 변수 $\beta=0.1$ 및 $\beta=0.0$ 을 사용하고 차수 $n=2$ 를 적용한 결과이다. 본 예제는 부재 길이방향으로 모멘트가 동일하기 때문에 요소의 소성화정도 파악에 사용되는 등가단면력으로서 단부 모멘트의 평균값을 사용하는 경우와 최대값 및 최소값을 사용하는 경우 해석결과가 동일하게 계산되었다.

해석결과, 그림 8(b)의 점선과 같이 식(27b)의 선형강도감소함수를 사용하고 $\beta=0.0$ 을 적용한 해석결과가 Birnstiel의 실험결과 및 Nukala에 의한 소성영역해석결과와 잘 일치함을 알 수 있었다. 또한 식(27a)와 같은 Convex한 강도감소함수를 사용하면 외력의 증가에 따른 강도감소효과를 구현하지 못하고 있음을 확인하였다. 그리고 2차의 Concave한 강도감소함수를 사용하면 외력의 증가에 따라 초기 항복이 시작되는 하중단계에서는 강도감소효과가 구현되고 있지만 극한하중은 20% 이상 과소평가되고 있음을 알 수 있다.

4.2 외팔보의 극한거동

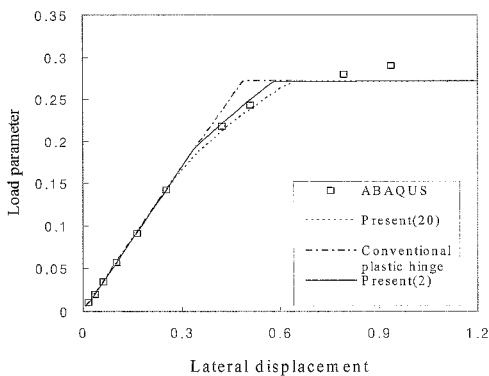
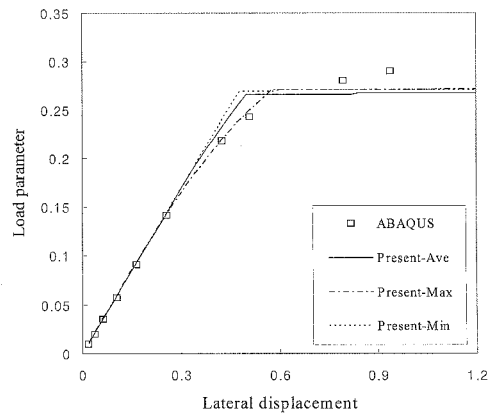


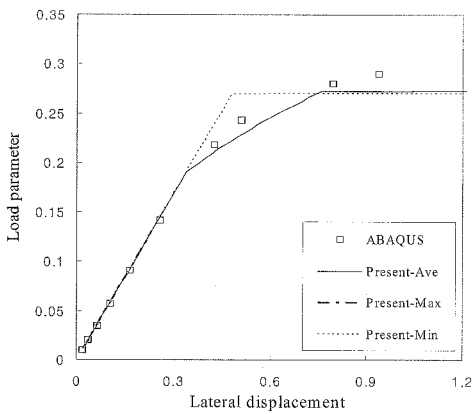
그림 9. Load-displacement of cantilever

그림 9는 그림 7의 기둥과 같은 재원을 갖는 외팔보의 자유단에 강축 및 약축방향으로 동일한 집중 횡하중이 작용한 경우의 하중-형변위 관계곡선을 나타낸다. 즉, 외팔보의 자유단에 동일한 크기의 횡하중이 플랜지 방향과 복부판 방향으로 작용하여 2축 휨을 받는 구조이다. 해석에 사용된 모든 단면상수 및 잔류 응력분포는 이전의 예제와 동일하고 요소의 수에 따른 하중-변위 관계를 분석하였다. 횡축은 자유단의 약축방향 횡변위이고 종축은 실제 재하되는 하중의 크기이다. 본 논문의 해석 결과인 Present(2) 와 Present(20)은 요소수가 각각 2개와 20개 일 때의 결과를 의미한다. 강도감소함수는 등가단면력을 단부모멘트의 평균값을 적용한 선형감소함수를 사용하였고 $\beta=0.0$ 에 대한 해석 결과를 ABAQUS(1994)의 쉘 요소를 이용한 해석결과와 비교하였다. 기존의 전통적인 해석 기법으로는 요소수를 증가시키더라도 외력의 증가에 따른 점진적 강도 감소 효과가 구현되지 못함을 알 수 있으며 외팔보를 모델링하는 요소의 수가 2개 이상이면 쉘요소에 의한 해석결과와 잘 일치함을 확인하였다.



(a) Convex decrease function

(b) Linear decrease function



(c) Concave decrease function

그림 10. Load-displacement of Birnstiel cantilever

그림 10에서 강도감소함수 및 등가단면력의 변화에 따른 극한거동을 나타내었다. 요소의 수는 그림 9의 해석결과를 바탕으로 2개를 사용하였고 강도감소함수의 차수는 2차 함수를 적용하였다. 식(27a)와 같은 강도감소함수를 사용한 그림 10(a)에서 등가단면력으로서 요소단부의 최대모멘트를 취하는 경우가 쉘요소에 의한 정밀해석결과와 비교적 잘 일치하였다. 그림 10(b)에서 선형적 강도감소함수의 경우 등가단면력으로서 요소 단부 모멘트의 평균값을 취했을 때 정밀해석 결과와 유사한 결과가 도출되었다. 등가단면력으로서 요소 단부 모멘트의 최대값을 취하는 경우에는 구조강성의 저하가 급속하게 발생됨을 확인하였고, 요소 단부 모멘트의 최소값을 취하는 경우에는 전통적인 소성현지해석과 같이 외력의 증가에 따른 구조강성의 감소 효과를 구현하지 못함을 확인하였다. 한편, 식(27c)와 같은 함수를 적용한 그림 10(c)에서는 전체적으로 구조강성을 급격히 저감시키는 거동이 나타나서 정밀구조해석의 결과와 상이한 힘-변위 거동이 계산되었다.

4.3 직각 뼈대 구조

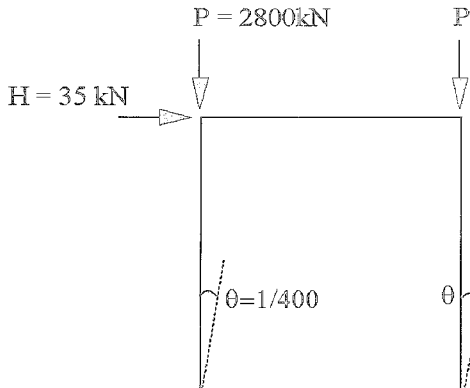


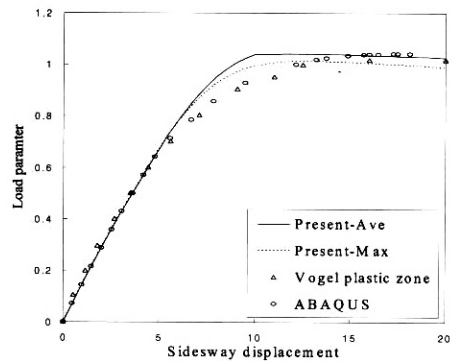
그림 11. Vogel right-angle frame

그림 11과 같은 Vogel(1985)의 문형 라멘에 대하여, 본 논문에서 제시한 뼈대요소를 사용하여 극한해석을 수행하여 그 결과를 ABAQUS(1994)의 쉘 요소를 이용한 정밀해석결과 및 Vogel의 소성영역해석결과와 비교하였다. 뼈대모델에서는 모든 부재를 4개의 요소로 이산화하였고 쉘 모델에서는 플랜지와 복부를 각각 8개의 4절점 쉘요소(S4R5)를 사용하여 해석 모델을 작성하였다.

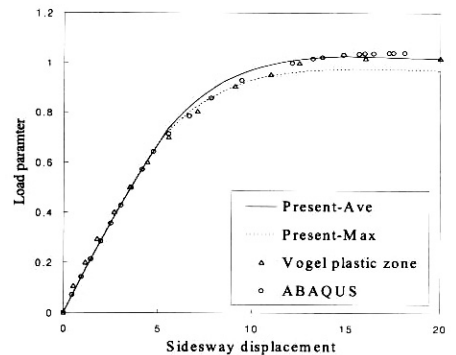
기둥과 보에 대한 단면 재원은 표 1에 나타나있으며 모든 부재의 항복응력은 23.5 kN/cm^2 이고 탄성계수는 20500 kN/cm^2 , 포이송비는 0.3이다. 잔류응력의 분포는 그림2(a)와 같고 최대 잔류응력은 항복응력의 1/2 값을 사용하였다. 기둥의 초기 처짐 효과는 해석모델의 절점좌표값을 조정하여 고려하였다.

Table 1. Sectional properties of Vogel frame

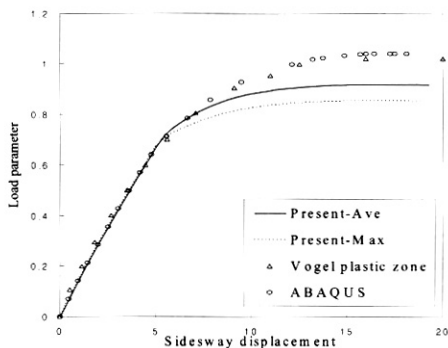
Member	d (cm)	b_f (cm)	t_w (cm)	t_f (cm)	A (cm^2)	I (cm^4)	Z (cm^3)
Beam	33	30	0.95	1.65	133	27690	1850
Column	30	30	1.1	1.9	149	25170	1869



(a) Convex decrease function



(b) Linear decrease function



(c) Concave decrease function

그림 12. Load-displacement relation of Vogel frame

그림 12에서 본 논문에서 수행한 해석결과가 ABAQUS의 쉘 요소를 이용한 해석결과 및 소성영역해석결과와 비교되어 있다. 횡축은 수평력 H가 작용하는 방향으로의 sidesway 변위이고 종축은 그림 11에서 나타낸 하중에 대한 상대적인 비율을 나타내는 load parameter이다. 그림 12(a-c)는 각각 식(27a-c)의 강도감소함수를 사용한 경우이다. 감소치수는 2차함수를 사용하였고, 실선은 등가 단면력으로서 요소단부모멘트의 평균값을 취한 결과이고, 점선은 최대값을 적용한 결과이다. 등가단면력으로서 요소단부의 최대값을 사용하는 경우가 요소단부의 평균모멘트를 사용하는 경우에 비하여 극한하중이 약 2%정도 작게 평가 하고 있음을 알 수 있다. 또한 Concave한 강도감소함수를 사용하는 경우 외력의 증가와 함께 급격한 강도저하가 발생하며 극한하중도 정밀해석치에 비하여 15%이상 작게 계산되었다. 식(27b)와 같은 선형적강도 감소함수를 사용하고 등가단면력으로서 요소단부 모멘트의 평균값을 취한 그림 12(b)에서 쉘요소에 의한 정밀해석 및 소성영역 해석결과와 잘 일치한 거동이 계산됨을 확인하였다.

5. 결론

본 논문에서는 공간 뼈대구조의 탄-소성 후좌굴 강도를 파악하기 위한 효율적인 수치해석 기법을 개발하고, 매개변수해석을 통하여 보-기둥 및 뼈대구조물의 비탄성 극한강도를 평가하였다. 외력의 증가에 따라 나타나는 점진적인 강도감소효과를 효율적으로 고려하는 개선된 소성힌지 해석법을 적용하여 기존의 문헌에 제시된 두 가지 잔류응력 분포 형태에 따른 뼈대구조물의 탄-소성 해석을 수행하였다. 요소의 소성화 진행정도를 나타내는 파라미터들을 도입하고 요소분할, 등가단면력 등의 매개변수해석을 수행하여 그 결과를 문헌에서 제시된 소성영역해석, ABAQUS의 쉘요소를 이용한 정밀해석 그리고 실험결과와 비교하여 뼈대구조물 극한강도를 평가하였다. 기존의 소성힌지해석에 의하면 극한하중에 도달할 때까지 힘-변위 곡선이 거의 선

형적으로 얻어져 점진적 소성화에 따른 강도감소 효과를 고려하지 못하고 있으나, 본 논문에서 제시한 해석기법을 사용하면 소성영역의 진전에 의한 강도감소 효과를 효율적으로 구현할 수 있다고 판단된다.

감사의 글

이 논문은 정부(교육인적 자원부)의 재원으로 학술진흥재단의 지원을 받아 수행된 연구(R05-2003-000-11085-0)이며 저자는 연구비 지원에 감사드립니다.

참고 문헌

- 김문영, 장승필(1990) 보존력 및 비보존력을 받는 구조물의 기하적 비선형 유한요소해석을 위한 하중 및 변위증분 알고리즘의 개발. 대한토목학회 논문집, 제10권 제2호, pp. 11-22.
- 김성보, 김문영, 장승필(2002) 비대칭 단면을 갖는 박벽 공간뼈대구조의 후좌굴해석을 위한 개선이론. 대한토목학회논문집, 제 22권 제 2-A호, pp. 189-200.
- 김성보, 한재영, 박순철, 김문영(2003) 점진적소성화를 고려한 공간 뼈대구조의 극한강도해석. 한국강구조학회 논문집, 제 15권 3호, pp299-311.
- ABAQUS(1994). User's Manual Vol. I and Vol. II, Ver. 5.4. Hibbit, Karlsson & Sorensen, Inc.
- Attalla, M.R., Deierlein, G.G. and McGuire, W.(1995) Spread of plasticity: Quasi-plastic-hinge approach. J. Struct. Eng. ASCE, 120(8), pp. 2451-2473.
- Argyris, J.H., Boni, B., Hincleniang, W. and Kleiber, M.(1982) Finite Element Analysis of Two-and Three-Dimensional Elasto-Plastic Frames-The Natural Approach. *Comp. Meth. Appl. Mech. Eng.*, Vol. 35, pp221-248.
- Chang, S.P., Kim, S.B., and Kim, M.Y.(1996) Stability of shear deformable thin-walled space frames and circular arches. *Journal of Eng. Mechanics*, ASCE, 122, pp. 844-854.
- Duan, L. and Chen, W. F.(1990) A yield surface equation for doubly symmetrical sections. *Engineering and structures*, 12, pp. 114-119.
- Izzuddin, B.A. and Elnashai, A.S.(1993) Adaptive Space Frame Analysis Part I: a Plastic Hinge Approach. *Proceedings of the Institution of civil engineers: Structures and Buildings*, pp. 303-316.
- Kassimali, A.(1983) Large Deformation Analysis of Elastic-Plastic Frames. *J. Struct. Engrg.* ASCE,

109(8), pp. 1869-1886.

Kim, S.B. and Kim, M.Y.(2000) Improved formulation for spatial stability and free vibration of thin-walled tapered beams and space frames. *Engineering Structures*, 22, pp. 446-458.

Kim, S.E., Lee, D.H.(2002) Second-order Distributed Plasticity Analysis of Space Steel Frames. *Engineering Structures*, 24, pp. 735-744.

Nukala, P.K.(1997) Three-dimensional Second-order

Inelatic Analysis of Steel Frames. Ph. D. Thesis, Purdue University.

Vogel, U.(1985) Calibrating frames, *Stahlbau*, 54(10), pp. 295-301.

White, D. and Chen, W.(1993) Plastic hinge based methods for advanced analysis and design of steel frames, Technical report, SSRC.

(접수일자 : 2006. 9. 15 / 심사일 2006. 10. 13 /
심사완료일 2006. 12. 10)