

승용차 현가모듈 설계를 위한 새로운 부싱모델 개발

옥진규¹⁾ · 박동운¹⁾ · 유완석²⁾ · 손정현³⁾

부산대학교 기계설계공학과¹⁾ · 부산대학교 기계공학부²⁾ · 부경대학교 기계공학부³⁾

Development of a New Bushing Model for Vehicle Suspension Module Design

Jinkyu Ok¹⁾ · DongWoon Park¹⁾ · Wansuk Yoo²⁾ · Jeonghyun Sohn^{*3)}

¹⁾Graduate of Mechanical Design Engineering, Pusan National University, Busan 609-735, Korea

²⁾Department of Mechanical Engineering, Pusan National University, Busan 609-735, Korea

³⁾Department of Mechanical Engineering, Pukyong National University, Busan 608-739, Korea

(Received 18 April 2006 / Accepted 30 May 2006)

Abstract : In this paper, a new bushing model for vehicle dynamics analysis using Bouc-Wen hysteretic model is proposed. Bushing components of a vehicle suspension system are tested to capture the nonlinear behavior of rubber bushing elements using the MTS 3-axes rubber test machine. The results of the tests are used to define parameters in Bouc-Wen bushing model, which was employed to represent the hysteretic characteristics of the bushing. Bushing parameters are obtained by using genetic algorithms and sensitivity analysis of parameters are also carried out. ADAMS program was used for the identification process and VisualDOC program was employed to find the optimal parameters. A half-car simulation was carried out to show the usefulness of the developed bushing model.

Key words : Bouc-Wen model(부싱-웬 모델), Bushing(부싱), Hysteresis response(히스테리시스 응답), Parameter identification(파라미터 규명), Sensitivity analysis(민감도 해석), Vehicle dynamics analysis(차량 동역학 해석)

1. 서론

일반적으로 부싱(bushing)은 외부에 금속재질의 실린더(cylinder) 형 슬리브(sleeve)와 내부에 금속 실린더 로드(rod)를 포함하는 탄성 중공 실린더로 구성되어 있다. 금속재질의 관은 현가장치에 연결되어 있고, 휠에서 현가장치에 힘을 전달한다. 부싱의 탄성적인 특성 때문에 고무 부싱은 진폭과 주파수에 대해서 비선형적인 특성을 가지며 주기적인 가진에 대해서도 이력반응을 나타낸다.

다물체 동역학 해석 프로그램인 ADAMS¹⁾에서는 부싱을 세 방향의 병진 스프링-댐퍼(spring-damper)

와 세 방향의 회전 스프링-댐퍼의 선형 조합으로 부싱력을 표현하고 있다. 그러나 이러한 부싱으로는 부싱의 히스테리시스(hysteresis) 특성을 제대로 표현할 수 없다. 따라서 차량동역학 해석을 위한 새로운 부싱모델이 요구된다.

Bouc-Wen 모델은 시스템의 비선형적인 히스테리시스 특성을 모델링 하는데 널리 사용되고 있으며, 특히 토목 공학에서 많이 이용되어 왔다. 이 모델은 미분방정식 형태로 표현되며 Bouc가 제안하였고, Wen과 여러 학자들에 의해서 수정 보완되었다.²⁾ Bouc-Wen 모델에서는 가상 변위(imaginary displacement)를 나타내는 상태변수를 도입하여 국부 이력 특성을 나타내며, 파라미터(parameter)의 적

*Corresponding author, E-mail: jhsohn@pknu.ac.kr

절한 선택으로 다양한 히스테리시스를 표현할 수 있다. Sain³⁾은 Bouc-Wen 모델의 정성적인 특성에 대한 초기 연구를 하였다. Spencer⁴⁾는 Bouc-Wen 모델을 이용하여 MR(magneto-rheological) 댐퍼의 현상학적인 모델을 구현하였으며, 기존의 Bouc-Wen 모델에서 핀칭(pinching) 효과를 부각하기 위해 파라미터를 추가한 확장된 Bouc-Wen 모델에 대한 연구도 진행되었다.⁵⁾

본 논문에서는 부싱의 비선형성과 히스테리시스 특성을 반영하기 위해 Bouc-Wen 모델을 이용하여 새로운 부싱모델을 구현하였다. 부싱 모델은 처음에 Bouc-Wen 모델을 이용하여 16개의 파라미터로 구성하였다. 민감도 해석을 수행하여 민감도 영향 지수를 파악한 뒤, 파라미터 개수의 감소와 제한 조건을 완화시켜 최종적인 부싱모델을 구성하였다. 모델링 및 동역학 해석을 위해 ADAMS를 이용하였고, 파라미터 규명은 ADAMS와 VisualDOC⁶⁾를 연계하여 적합한 파라미터를 찾도록 하였다. 새로운 부싱모델을 1/2 차량 모델에 적용하여 부싱모델의 활용 방안과 적합성을 검증하고자 하였다.

2. 부싱 특성 실험

부싱의 특성을 시험하기 위해 Fig. 1과 같은 MTS 3축 시험기를 이용하였고, 시험기는 동적 힘 $\pm 25\text{ kN}$, 주파수 80 Hz 까지 측정 가능하다.

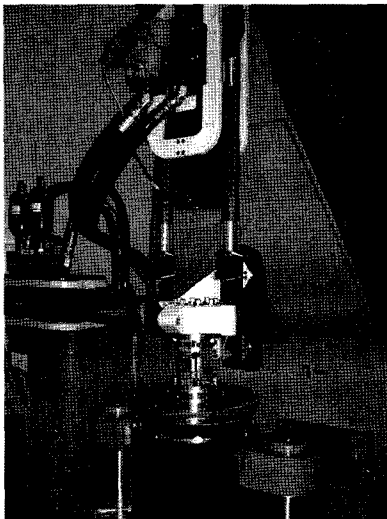


Fig. 1 Jig to test a bush

부싱 실험은 반경(radial) 방향에 대해 수행하였고, 실험 방법은 Kuo⁷⁾의 논문에서 제시된 방법을 참고하였다. 본 논문에서 사용한 부싱은 현가장치를 차체에 고정할 때 사용되는 X/MBR 타입의 부싱이다. 실험에 사용된 부싱과 제원을 Fig. 2, Table 1에 각각 나타내었다.

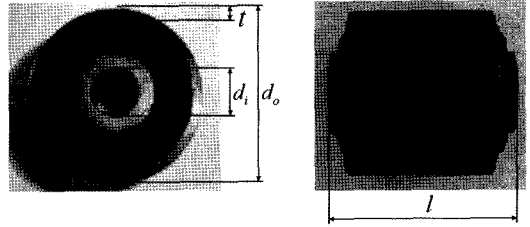


Fig. 2 Bushing configuration

Table 1 Specifications of test bushing (Unit : mm)

Outer steel diameter (d_0)	50
Inner steel diameter (d_i)	15
Length (l)	63
Outer steel thickness (t)	3

부싱의 강성(stiffness)과 댐핑 값(damping coefficient)을 결정하고 히스테리시스 특성을 관찰하기 위하여 조화가진 시험을 시행하였으며, 이때 입력 가진은 식 (1)과 같은 함수를 사용하였다.

$$\delta(t) = \delta_0 \sin 2\pi ft \quad (1)$$

여기서 $f = 1, 10, 20, 30\text{ Hz}$

$\delta_0 = 0.5, 1.0, 2.0, 3.0\text{ mm}$

식 (1)에서 주파수 f 를 1, 10, 20, 30 Hz의 4종류, 반경 방향 가진 변위를 각각 0.5, 1.0, 2.0, 3.0 mm의 4종류로 바꾸면서 변위와 주파수 변화에 따른 부싱력을 10초간 측정하였다. 가진 변위와 주파수에 따른 반경 방향 힘을 Fig. 3과 Fig. 4에 각각 도시하였다. Fig. 3과 Fig. 4에서 변위와 주파수가 증가할수록 부싱력의 비선형성이 증가하는 것을 볼 수 있다. 부싱의 변위가 2.0 mm가 넘어가면서 비선형적인 특성이 급격하게 증가하는 것이 확인된다.

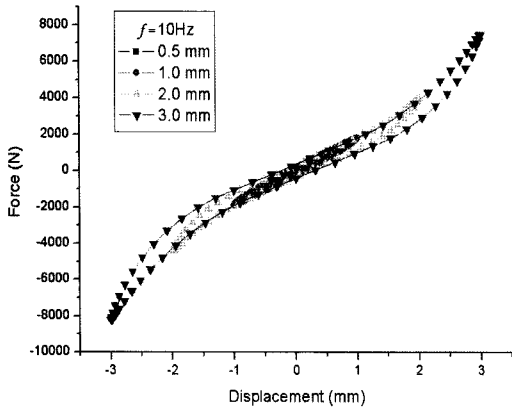


Fig. 3 Radial bushing force (10Hz sine wave)

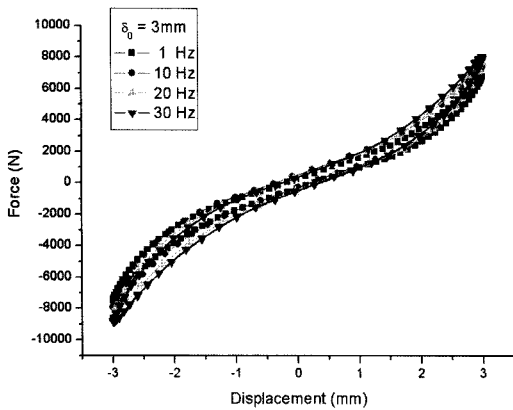


Fig. 4 Radial bushing force (3mm amplitude sine wave)

3. 부상 모델

3.1 Bouc-Wen 모델

Bouc-Wen 모델에서는 파라미터의 적절한 선택으로 다양한 시스템의 응답을 나타낼 수 있다. Bouc-Wen 모델을 이용한 1 자유도 진동시스템을 Fig. 5에 나타내었고, 운동방정식은 식 (2)와 같다.

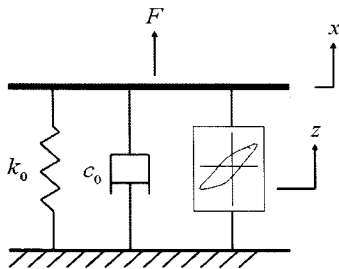


Fig. 5 Bouc-Wen hysteretic model

$$F(t) = c_0 \dot{x} + k_0 x + \alpha k_0 z \quad (2)$$

여기서 x 는 변위, \dot{x} 는 속도, z 는 가상 히스테리시스 변위, k_0 는 스프링 상수, c_0 는 댐핑 계수, $F(t)$ 는 가진력을 의미한다. 가상 히스테리시스 변위 z 는 식 (3)과 같이 미분방정식의 적분 값으로 표현된다.

$$\dot{z} = A \dot{x} - \beta |\dot{x}| |z|^{p-1} - \gamma \dot{x} |z|^n \quad (3)$$

여기서 \dot{z} 는 상태변수 z 의 시간에 대한 미분 값이다. A, β, γ 는 히스테리시스 곡선의 형상에 영향을 미치는 파라미터이다.

3.2 제안된 부상 모델

본 논문에서는 Spencer가 제안한 모델을 참고하여 부싱의 강성과 강성에 따른 비선형성과 히스테리시스 특성을 추가하여 차량 현가장치 부싱에 적합하도록 Fig. 6과 같은 부상모델을 구성하였다. Fig. 6에서 왼쪽 항은 강성의 기울기와 비선형성을, 오른쪽 항은 비선형적인 히스테리시스 특성이 나타나도록 모델이 구성되어 있고, 각각의 특성을 도식화하면 Fig. 7(a), (b)와 같으며 종합하면 Fig. 7(c)와 같이 표시된다.

운동방정식의 수치적인 에러감소, 빠른 계산 시간의 확보를 위해서 식 (3)의 형태를 수정하여 사용하였다.⁸⁾ 제안된 부상 모델의 운동 방정식은 다음 식과 같다.

$$\dot{z}_1 = (\dot{x} - \dot{y}) [A_1 - \gamma_1] \quad (4)$$

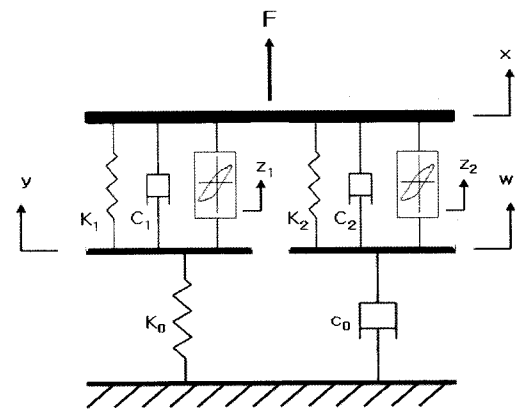


Fig. 6 Proposed model for bushing modeling

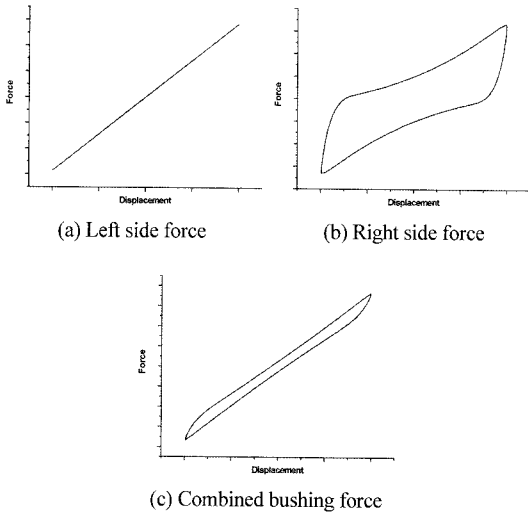


Fig. 7 Mechanism of a proposed bushing model

$$\dot{z}_2 = (\dot{x} - \dot{w})[A_2 - \gamma_2] \quad (5)$$

$$\dot{y} = \frac{1}{c_1} c_1 \dot{x} + k_1(x - y) - k_0 y + \alpha_1 z_1 \quad (6)$$

$$\dot{w} = \frac{1}{c_0 + c_2} c_2 \dot{x} + k_2(x - w) + \alpha_2 z_2 \quad (7)$$

$$F = k_0 y + c_0 \dot{w} \quad (8)$$

여기서 $sgn(\cdot)$ 는 signum 함수를 의미하며, $sgn(\dot{x})$ 는 \dot{x} 가 음수, 영, 양수일 때 각각 -1, 0, 1의 값을 가진다.

4. 부상모델의 민감도 해석과 파라미터 규명

4.1 파라미터 규명

부상 모델의 파라미터를 선정하기 위한 동역학적 모델링은 ADAMS를 이용하였다. 입력 가진은 2장에서 실험으로 측정된 진폭 2.0 mm , 주파수 10 Hz 의 사인 함수를 이용하였다. 입력에 대한 출력의 차이를 최소화하기에 적합한 RMS(root mean square) 오차를 목적함수(objective function)로 사용하였다.⁹⁾ 부싱의 비선형 히스테리시스를 표현하기에 적합한 제한 조건을 다음과 같이 사용하였다.

$$E_1 = \sqrt{\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m [F_{exp} - F_{pre}]^2} \quad (9)$$

subject to $A_{1,2} \geq 1, \beta_{1,2} \geq 0, \beta_1 + \gamma_1 > 0,$

$$\beta_2 - \gamma_2 > 0$$

여기서 F_{exp} 는 실험으로 측정된 부상력, F_{pre} 는 시뮬레이션으로 산출된 부상력이다. m 은 데이터의 총 개수이다. 목적함수인 RMS 오차 E_1 는 ADAMS와 최적설계 프로그램 VisualDOC를 연계하여 최소값을 갖도록 하였다. ADAMS와 VisualDOC의 연결은 Ok¹⁰⁾의 논문을 참고하였다.

제안한 부상 모델의 파라미터에서 k_0, k_1, c_1 은 실험으로 근사값을 유추할 수 있지만 나머지 13개의 파라미터는 실험 또는 이론으로 근사값을 유추하는데 어려움이 있다. 그래서 파라미터의 초기값에 따라 목적함수에 많은 영향을 미치는 미분 기반의 최적 설계 알고리즘(gradient based optimization algorithms)보다 초기값에 영향을 받지 않고, 비선형성이 강한 시스템에 적합한 유전 알고리즘(Genetic Algorithms)을 이용하였다. 유전 알고리즘에 사용되는 파라미터로 집단의 크기는 300, 세대교체의 최대 횟수는 200, 돌연변이율은 0.05를 사용하였다. 교배는 일정 교배율을 이용하였고, 교배율은 0.8을 사용하였다.

4.2 민감도 해석

본 논문에서는 민감도 해석(sensitivity analysis)을 이용하여 각각의 파라미터가 시스템에 미치는 영향을 분석하고자 하였다. 민감도 해석의 방법은 크게 보면 수치적 방법과 해석적 방법이 있다. 수치적 방법은 설계 파라미터를 미소량 변화시킬 때 시스템 응답의 변화를 계산하여 민감도 해석을 수행하는 방법이다. 해석적 방법은 보다 정확한 결과를 유추할 수 있는 장점이 있으나, 유도 과정이 복잡하여 적용하는데 어려움이 있으며 추가된 설계변수의 수에 비례하여 계산량이 증가하게 되는 단점이 있다. 따라서 민감도를 구하기 쉬운 수치적인 방법을 이용하여 제안된 부상 모델의 민감도 해석을 하였다. 민감도 해석은 ADAMS에 내장된 모듈을 이용하였다.

민감도 해석은 각각의 파라미터가 기본 값에서 $\pm(10, 20, 30, 40, 50)\%$ 변화하도록 설정하였다. 예를 들면 파라미터 c_0 가 기본값에서 $\pm(10, 20, 30, 40, 50)\%$ 변할 때 다른 나머지 파라미터는 기본값을 유지하

도록 하였다. 민감도 해석의 결과를 비교하기 위해 다음 식 (10)과 같은 E_2 를 정의하였다.

$$E_2 = \left| \frac{S(\text{var}) - S(\text{base})}{S(\text{base})} \right| \quad (10)$$

여기서 $S(\text{base})$ 는 각각의 파라미터가 기본값일 때 목적함수의 RMS 수치, $S(\text{var})$ 는 각각의 파라미터가 기본값에서 변했을 때 목적함수의 RMS 값을 의미한다. 민감도 해석의 결과를 쉽게 구분하기 위해서 세 부분으로 분류하여 Fig. 8에 각각 나타내었다. 민감도 해석 후 각각의 파라미터에 대한 민감도 영향 지수를 Table 2에 나타내었다.

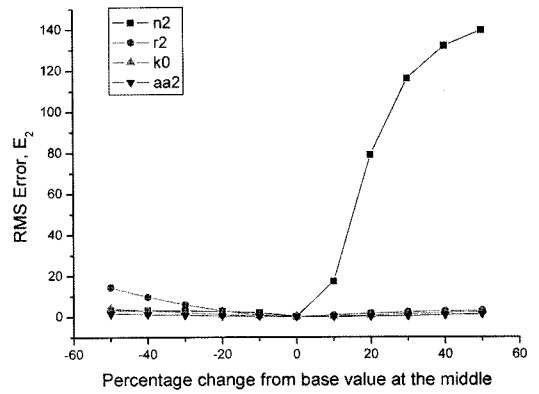
Fig. 8의 결과에서 민감도가 가장 작은 부분은 파라미터가 $\pm 50\%$ 변했을 때 0.18이하의 에러값을 나타내는데 이는 기준값에서 파라미터가 $\pm 50\%$ 변해도 목적함수의 변화가 18% 이하로 변하는 것을 의미한다. 즉, 현재 값에서 파라미터를 임의로 변경한다 해도 목적함수는 18% 이상 변하지 않게 된다. 목적함수에 영향을 미치는 파라미터의 순위를 보면 부싱의 히스테리시스 곡선의 형상을 좌우하는 n_2 , γ_2 가 가장 영향력이 큰 것으로 판단된다. 그리고 부싱의 강성에 해당되는 k_0 가 목적함수에 기여도가 큰 것으로 나타났다.

Table 2 Sensitivity index of parameter

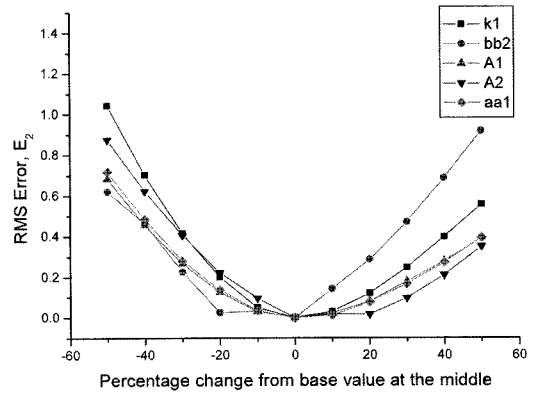
Parameter	Index	Parameter	Index
c_0	11	c_2	12
k_0	3	k_2	16
β_1	13	β_2	6
γ_1	15	γ_2	2
n_1	10	n_2	1
α_1	8	α_2	4
c_1	14	A_1	9
k_1	5	A_2	7

4.3 민감도 해석 후 파라미터 규명

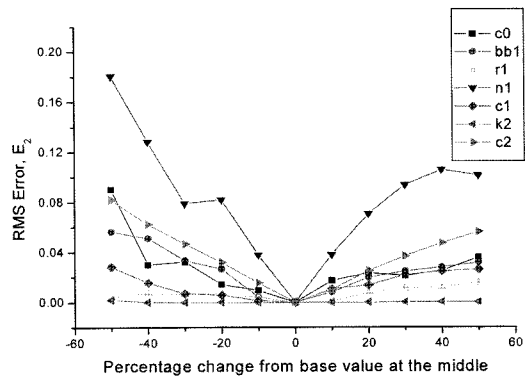
민감도 해석 후 Table 2의 결과에 따라 민감도 영향 지수가 큰 n_2 , γ_2 , k_0 , α_2 , k_1 , β_2 , A_2 을 새로운 파라미터로 설정하고 나머지 파라미터는 고정하는 방법을 사용하여, 제안된 부싱 모델에 대해서 파라미터 규명을 수행하였다. 목적함수는 전과 동일한 함수 E_1 을 사용하였다.



(a) Large portion



(b) Middle portion



(c) Small portion

Fig. 8 Diagram results after the sensitivity analysis

파라미터 규명 과정에서 제한 조건은 4.1절에 이용한 것과 동일하지만, 4.2 절의 민감도 해석 결과를 반영하여 제한 조건을 수정하였다. 예를 들면 첫 번째 제한 조건 $A_{1,2} \geq 1$ 에서 A_1 는 고정, A_2 는 양의 값을 설정하였다. 두 번째 제한 조건 $\beta_{1,2} \geq 0$ 는 β_1 은

고정하고, β_2 는 양의 값을 갖도록 설정하여 조건을 만족하게 하였다. 세 번째 제한 조건 $\beta_1 + \gamma_1 > 0$ 은 이전에 구한 값이 이 조건을 만족하였으며 이번 파라미터 규명에는 고정하였다. 네 번째 제한 조건 $\beta_2 - \gamma_2 > 0$ 은 β_2 가 양수, γ_2 는 음수로 설정하여 이러한 조건이 만족되도록 파라미터 영역을 정의하였다.

알고리즘은 4.1절과 동일한 유전 알고리즘을 이용하였고, 유전 알고리즘에 사용되는 파라미터도 동일하게 적용하였다. 민감도 해석 후 시간에 대한 부싱력을 Fig. 9, 변위에 대한 부싱력을 Fig. 10에 각각 나타내었다. 부싱력의 차이를 좀 더 잘 보기 위해 Fig. 9에 시간 간격은 1.0 s에서 1.5 s까지만 나타내었다. Fig. 9, Fig. 10의 결과에서 실험값에 대한 부싱력의 최대 차이는 민감도 해석 전과 후가 각각 350 N,

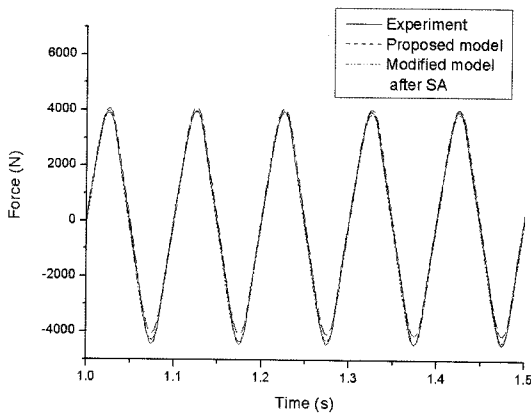


Fig. 9 Bushing force vs time using sensitivity analysis

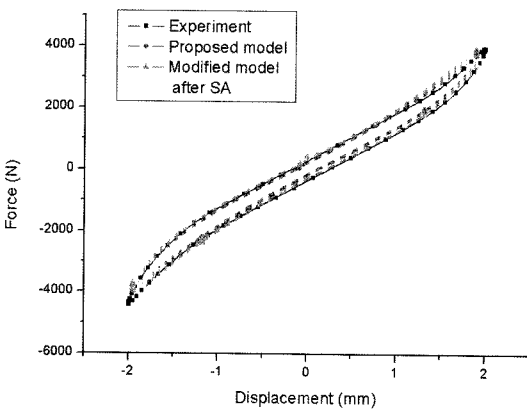


Fig. 10 Bushing force vs displacement using sensitivity analysis

Table 3 Identification results and variation of parameter after sensitivity analysis

Parameter	Opt. value	variation (%)	Parameter	Opt. value	variation (%)
c_0	214.019	fixed	c_2	0.910	fixed
k_0	2417.689	1.246	k_2	3.896	fixed
β_1	13.139	fixed	β_2	1.511	11.998
γ_1	-7.114	fixed	γ_2	-5.795	6.467
n_1	0.542	fixed	n_2	0.836	0.966
α_1	0.532	fixed	α_2	0.953	11.018
c_1	4.099	fixed	A_1	2455.492	fixed
k_1	2133.802	0.251	A_2	26.498	32.103

50 N으로 민감도 해석 후의 결과가 실험값에 더 근사적으로 추종하는 것이 확인된다. 그리고 민감도 해석 후 파라미터 선정 결과가 비선형성을 나타내는 구간에서 실험값과 더 잘 맞는 것이 확인되었다.

이는 제안된 부싱 모델의 민감도 영향 지수가 큰 파라미터 n_2 , γ_2 를 선정함으로써 실험값에 더 가깝게 부싱력을 예측할 수 있었다. 민감도 해석 후 새로이 선정한 파라미터의 결과를 Table 3에 나타내었다.

4.4 제안된 부싱 모델의 오차해석

제안된 부싱 모델의 검증과 파라미터 규명 결과에 대한 신뢰성을 확보하기 위한 방법으로 진폭은 0.5, 1.0, 2.0, 3.0 mm, 주파수는 1.0, 10, 20, 30 Hz로 실험값과의 상대오차를 확인하였다. 결과를 Fig. 11과 Fig. 12에 각각 나타내었다.

Fig. 11에서 변위가 증가하면서 에러는 줄어들고

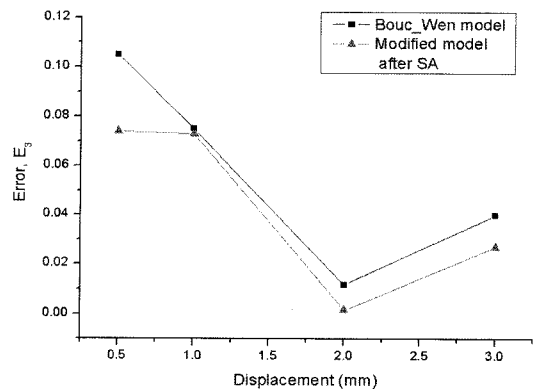


Fig. 11 Errors according to the amplitude

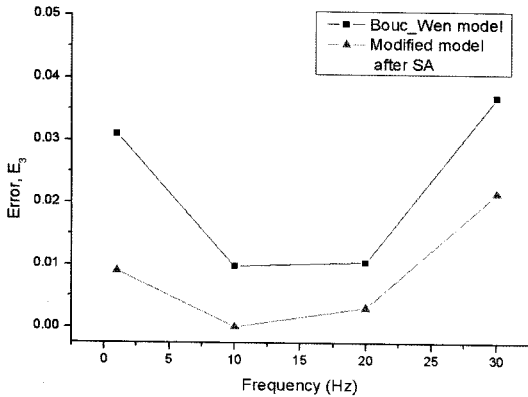


Fig. 12 Errors according to the frequency

2 mm에서 가장 작은 수치를 나타낸다. 이러한 이유는 파라미터 규명 과정에서 입력 변위로 2 mm를 사용했기 때문인 것으로 사료된다. Fig. 12에서 주파수에 따른 에러는 10 Hz일 때 가장 작은 값을 보이고, 저주파수와 고주파수에서는 비교적 큰 값을 나타낸다. 마찬가지로 입력 주파수로 10 Hz를 사용한 결과로 사료된다. 오차 해석의 결과, 제안된 부상 모델의 에러값은 실험에서 측정된 변위의 전 구간에서 8% 이하를 만족한다. 고무제품 모델의 오차해석의 경우 일반적으로 10%이하이면 만족할만한 결과로 여겨지므로 본 연구의 부상모델 파라미터 규명 결과에 대한 신뢰성을 확보했다고 판단된다.

5. 1/2 차량 시뮬레이션

개발된 부상모델을 1/2 차량(half car) 모델에 적용하여 유용성을 보이고자 한다. 해석에 사용된 모델은 SUV(sports utility vehicle) 차량의 후륜 현가장이며 5-링크 타입이다. 타이어는 ADAMS에서 제공하는 UA 타이어모델을 사용하였으며, 모델의 전체 자유도는 부싱을 포함하여 47 자유도이다. 본 연구에서 사용된 차량 모델을 Fig. 13에 나타내었다. 차량이 30 km/h의 속도로 높이 150 mm, 길이 1200 mm인 Fig. 14와 같은 범프를 통과할 때, 로워 링크(lower link)와 차체를 연결하는 Fig. 13의 A 지점의 부싱에 작용하는 반력을 Kelvin-Voight 모델과 제안된 부상 모델을 비교하여 시간과 변위에 따른 힘을 Fig. 15, Fig. 16에 각각 나타내었다.

Fig. 16에서 Kelvin-Voight 모델의 부상력이 선형

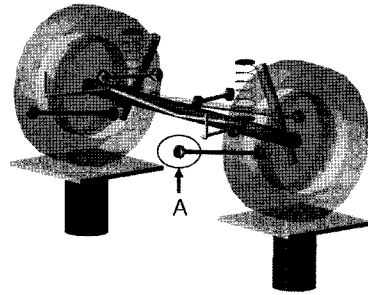


Fig. 13 Half car model

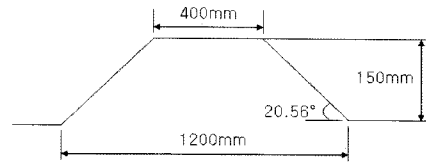


Fig. 14 Bump shape

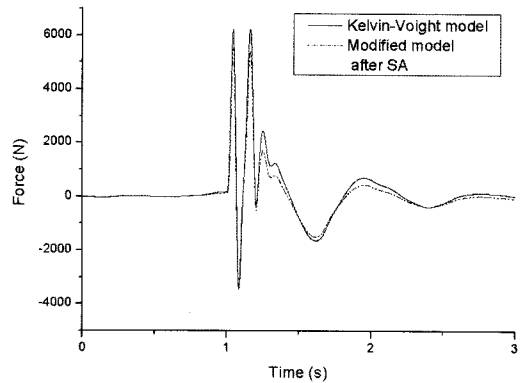


Fig. 15 Bushing force vs time for 2 different type bushing model, Kelvin-Voight and proposed bushing model

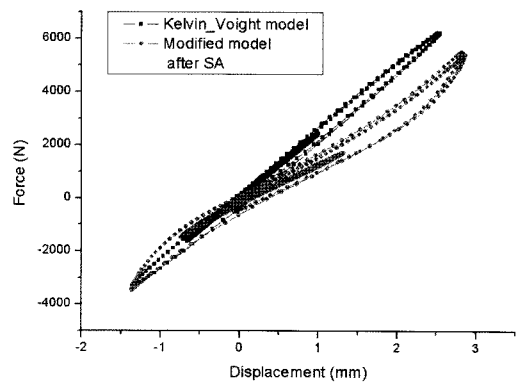


Fig. 16 Bushing force vs displacement for 2 different type bushing model, Kelvin-Voight and proposed bushing model

적인 특성을 보인 반면 제안된 부상 모델은 히스테리시스 특성을 잘 나타내고 있다. 이러한 결과는 Kelvin-Voight 모델을 대체하여 부상의 비선형성을 잘 표현할 수 있는 대안으로 받아들여질 수 있다고 사료되며, 차후 실험과의 검증을 통해 이를 확인할 수 있을 것으로 판단된다.

6. 결론

본 논문에서는 차량 동역학 해석에 적용되는 새로운 부상 모델을 제안하였다. MTS 3축시험기를 이용하여 부상의 반경방향의 힘과 변위와의 관계를 주파수 및 진폭별로 시험하였다. 실험으로 측정된 부상력과 변위는 파라미터 선정 과정에서 입력 가진으로 사용되었다. ADAMS에서의 부상 모델은 프로그램내의 사용자 정의 루틴을 이용하여 구현하였다. ADAMS와 VisualDOC를 연계하여 부상 모델의 최적의 파라미터를 찾도록 모델을 구성하였으며, 목적함수는 실험으로 측정된 부상력과 시뮬레이션으로 예측된 부상력의 오차를 줄이기 위해 RMS 오차를 이용하였다. 입력 가진은 시간 영역에서 사인 파를 사용하였다.

수치적인 민감도 해석을 이용하여 각각의 파라미터가 시스템에 미치는 영향을 분석하였다. 제안된 부상 모델의 비선형적인 히스테리시스 특성과 선형 강성 특성에 영향을 미치는 파라미터를 민감도 해석을 통하여 알 수 있었다. 제안된 부상 모델을 민감도 해석 후 민감도 영향 지수가 큰 파라미터들을 새로이 선정함으로써 실험값에 더 근접한 부상력을 예측할 수 있었고, 이러한 과정은 유효한 것으로 판단된다. 제안한 부상 모델을 1/2 차량 모델에 적용하여 Kelvin-Voight 모델과 비교하였고, 부상 모델로서 적합성과 유용성을 확인하였다. 본 연구에서 제안한 부상 모델은 차량 동역학 해석에서 Kelvin-Voight 부상 모델을 대체하여 유용하게 적용될 수 있을 것으로 사료된다.

후 기

이 논문은 2005년도 부경대학교 기성회 학술연구비 (PK2005-060) 지원에 의해 연구되었음.

References

- 1) ADAMS User's Guide, MSC Software Corporation, 2003.
- 2) Y. K. Wen, "Approximate Method for Non-linear Random Vibration," Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol.101, No.EM4, pp.389-401, 1975.
- 3) P. M. Sain, M. K. Sain, B. F. Spencer and J. D. Dain, "The Bouc Hysteresis Model : An Initial Study of Qualitative Characteristics," Proceedings of the American Control Conference, pp.2559-2563, 1998.
- 4) B. F. Spencer Jr., S. J. Dyke, M. K. Sain and J. D. Carlson, "Phenomenological Model of a Magnetorheological Damper," ASCE Journal of Engineering Mechanics, 1996.
- 5) F. Ma, H. Zhang, A. Bockstedte, G. C. Foliente and P. Paevere, "Parameter Analysis of the Differential Model of Hysteresis," Journal of Applied Mechanics, ASME, Vol.71, No.3, pp.342-349, 2004.
- 6) VisualDOC 5.0 Users Manual, Vanderplaats Research & Development, Inc., U.S.A, 2005.
- 7) E. Y. Kuo, "Testing and Characterization of Elastomeric Bushing for Large Deflection Behavior," SAE 970099, 1997.
- 8) C. W. Wong, Y. Q. Ni and S. L. Lau, "Steady-State Oscillation of Hysteretic Differential Model. I: Response Analysis," Journal of Engineering Mechanics, Vol.120, No.11, pp. 2271-2298, 1994.
- 9) K. E. Atkinson and W. Han, Elementary Numerical Analysis, John Wiley & Sons, Inc. pp.178-185, 2004.
- 10) J. K. Ok, W. K. Baek and J. H. Sohn, "Kinematic Optimum Design of a Torsion-Beam Suspension Using Genetic Algorithms," Transactions of KSAE, Vol.14, No.1, pp.25-30, 2006.