

근사함수방법을 이용한 실시간 다물체 차량 동역학 모델

김성수^{*1)} · 이창호²⁾ · 정완희³⁾ · 이선호³⁾

충남대학교 메카트로닉스공학과¹⁾ · 넥센타이어 중앙연구소²⁾ · 충남대학교 메카트로닉스공학과 대학원³⁾

Approximate Function Method for Real Time Multibody Vehicle Dynamics Model

Sung-Soo Kim^{*1)} · Changho Lee²⁾ · Wanhee Jeong³⁾ · Sunho Lee³⁾

¹⁾Department of Mechatronics Engineering, Chungnam National University, Daejeon 305-764, Korea

²⁾R & D Center, Nexen Tire Co., 30 Yusan-dong, Yangsan-si, Gyeongnam 626-230, Korea

³⁾Graduate School of Mechatronics Engineering, Chungnam National University, Daejeon 305-764, Korea

(Received 6 February 2006 / Accepted 10 May 2006)

Abstract : An approximate function approach has been developed using the subsystem synthesis method for real-time multibody vehicle dynamics models. In this approach, instead of solving loop closure constraint equations of the suspension linkage, approximate functions are used. The approximate function represents the functional relationship between dependent coordinates and independent coordinates of the suspension subsystem. This kinematic relationship is also included in the suspension subsystem equations of motion. Different order of polynomial functions are tried to find out the best candidate functions. The proposed method is also compared with the conventional subsystem synthesis method to verify its efficiency and accuracy.

Key words : Subsystem synthesis method(부분 시스템 합성법), Approximate function method(근사함수방법), Real time multibody vehicle dynamics(실시간 다물체 차량 동역학)

1. 서론

실시간 차량 동역학 모델은 HILS (Hardware In the Loop Simulation)나 차량 시뮬레이터 (Driving Simulator)의 OILS (Operator In the Loop Simulation) 에 반드시 필요한 요소이다.

현재까지 개발된 실시간 차량 동역학 해석 모델은 lumped parameter 차량 모델과 기구의 비선형적인 운동을 반영하는 정교한 다물체 동역학 차량 모델로 나뉜다. Lumped parameter 가상 차량모델은 차량의 현가장치, 조향장치 등을 구성하는 각종 링크 등을 바퀴의 수직운동과 단순 스프링과 댐퍼로 간략화

한 모델을 사용하기 때문에 현가장치의 정적 기구학 특성 실험 데이터를 이용한다. 하지만 실험적으로 구한 정적 기구 특성은 실제 각 부품 사이에서 일어나는 차량현가 장치의 동적 특성 반영이 어렵다. 또한 실제 차량에서는 차량의 운동에 따라 스프링 힘과 댐핑 힘의 작용 방향이 변화되나, 이 모델에서는 실제 스프링과 댐퍼의 부착위치를 고려하지 않고 수직방향 힘만 고려하므로 실제 시스템과 차이가 있다. 그러나 운동방정식의 구성이 매우 간단하므로, 차량 거동 해석 정확도가 떨어지는 문제점이 있으나 짧은 적분 간격 내에서 실시간 해석이 가능하여 국외에서 상용 HILS용으로 개발된 차량 동역학 프로그램인 CarSim,¹⁾ Vedyne²⁾등에서 쓰이고 있다.

*Corresponding author, E-mail: sookim@cnu.ac.kr

다물체 동역학 가상 차량모델은 차량을 구성하는 현가장치, 조향장치 등을 실제 각 구성품 그대로 모델링한 가상 차량모델을 사용하기 때문에 보다 정확한 차량의 거동 해석이 가능하다. 하지만 차량을 구성하고 있는 개개의 현가 링크의 운동을 반영하고 링크간의 구속조건들을 반영하므로, 미분-대수 방정식 형태의 복잡하고 변수의 개수가 많은 운동 방정식을 다루어야 한다. 또한 이러한 복잡한 운동 방정식은 연산시간이 길어지는 단점이 있다. 이러한 어려움을 극복하기 위해서, 차량의 현가장치를 무질량 링크로 취급하여 시스템 변수의 개수를 줄여서 해를 구하는 방법³⁾과 무질량 링크개념을 이용하면서 동시에 바퀴의 거동을 기구 정역학 실험을 통한 수직변위에 대한 함수형태로 만들어 계산량을 줄이는 방법⁴⁾ 등이 개발되었다. 그러나 이러한 무질량의 링크 방법은 스프링과 댐퍼의 작용점에 해당하는 물체가 없기 때문에 그 효과를 너클에 부가할 수 있도록 특별히 고려해야 하는 단점이 있다.⁵⁾

최근 무질량 기법과는 달리, 현가 부분시스템의 운동방정식과 차체의 6자유도 운동방정식을 분리해서 처리하는 부분시스템 합성에 의한 효율적인 실시간 차량 동역학 기법이 개발되었다.^{6,7)} 부분 시스템 합성방법은 분리된 운동방정식을 사용하기 때문에, 현가부분시스템의 정교한 모델로부터 단순한 모델까지 다양한 모델을 수용할 수 있으며, 또한 좌표계의 선택에 따라서도 다양한 공식을 적용할 수 있다.⁸⁾

본 논문에서는 부분 시스템 합성 방법⁷⁾의 보다 빠른 실시간 정확도를 위하여 근사함수를 이용하여 현가 링크의 기구학적 관계를 표현하고, 그것을 운동방정식에 적용하는 새로운 방법을 제시하였다. 제안한 방법의 타당성을 검증하기 위해서, 맥퍼슨 스트럿 현가장치를 갖춘 1/4차량에 대해 방법을 적용하였다. 또한 적절한 근사함수를 얻기 위해서, 다양한 차수의 다항식을 적용하여 해의 정확성에 대해서 비교 조사를 하였고, 실제 CPU 해석 시간 측정 을 통하여 실시간 성능을 비교 검증하였다.

2. 일반 좌표 분할법을 이용한 부분 시스템 차량 운동 방정식

Fig. 1은 맥퍼슨 전륜 현가장치와 멀티링크 후륜

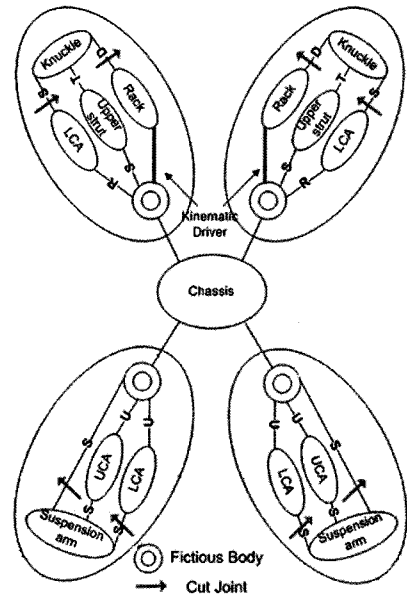


Fig. 1 Topology of multibody vehicle model

현가장치로 구성된 다물체 차량 모델을 나타내고 있다.

Fig. 1의 차량에 기존의 순환 다물체 공식⁹⁾을 적용하면, 식 (1)과 같이 크기가 50×50인 상대적으로 큰 크기의 운동방정식이 얻어진다.

$$\begin{bmatrix} \bar{M}_{00} & \bar{M}_{01} & \bar{M}_{02} & \bar{M}_{03} & \bar{M}_{04} \\ & \bar{M}_{11} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ & & \bar{M}_{22} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \text{symm} & & & \bar{M}_{33} & \mathbf{0} \\ & & & & \bar{M}_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{Y}_0 \\ \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \\ \ddot{q}_3 \\ \ddot{q}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{P}_0 \\ \bar{P}_1 \\ \bar{P}_2 \\ \bar{P}_3 \\ \bar{P}_4 \end{bmatrix} \quad (1)$$

여기서, $\bar{M}_{00} = M_{0(6 \times 6)} + \sum_{i=1}^4 (M_{yy})_{i(6 \times 6)}$ 는 차체의 관성 행렬과 현가 부분 시스템이 차체에 미치는 관

성 행렬을 합한 행렬, $\bar{M}_{ii} = \begin{bmatrix} M_{qq(5 \times 5)} & \Phi_q^T(5 \times 4) \\ \Phi_q(4 \times 5) & \mathbf{0}_{(4 \times 4)} \end{bmatrix}_{9 \times 9}$ (맥 퍼슨 스트럿 현가장치 경우)와

$$M_{ii} = \begin{bmatrix} M_{qqi(7 \times 7)} & \Phi_{qi}^T(7 \times 6) \\ \Phi_{qi}(6 \times 7) & \mathbf{0}_{(6 \times 6)} \end{bmatrix}_{(13 \times 13)}$$

(멀티링크 현가장치 경우)는 독립적인 부분 시스템의 관성 행렬과 구속 조건식의 확장 행렬,

$\ddot{\mathbf{q}}_i = [\ddot{\mathbf{q}}_i^T \lambda_i^T]^T$ 는 부분 시스템의 일반좌표에 대한 가속도 벡터와 절단 조인트의 구속력을 나타내는 라그랑지 승수 벡터, $\bar{\mathbf{P}}_i = [\mathbf{P}_{qi}^T \gamma_i^T]^T$ 는 부분 시스템의 힘 행렬과 가속도 구속방정식에 의해 생기는 행렬이고, $\bar{\mathbf{M}}_{0i} \equiv [\mathbf{M}_{yqi} \mathbf{0}_i]_{0i}$ 은 차체와 각 부분 시

스템이 연성효과를 나타낸 관성 행렬이고 $\dot{\mathbf{Y}}_0$ 은 차체의 상태 가속도를 나타낸다.

위의 자동차 모델에 부분 시스템을 적용하여 차량을 해석하는 경우, 먼저 각각의 독립적인 부분 시스템이 차체에 미치는 효과를 효과 관성 행렬과 효과 힘 벡터를 통하여 구하고 그 효과를 차체의 운동방정식에 합성하여 차체의 운동방정식을 식 (2)와 같이 구한다.⁷⁾

$$(\hat{\mathbf{M}}_0 + \sum_{i=1}^4 \bar{\mathbf{M}}_i) \dot{\mathbf{Y}}_0 = (\hat{\mathbf{Q}}_0 + \sum_{i=1}^4 \bar{\mathbf{P}}_i) \quad (2)$$

여기서, $\bar{\mathbf{M}}_i, \bar{\mathbf{P}}_i (i=1 \sim 4)$ 는 각 부분 시스템이 차체에 미치는 관성 효과를 나타내는 효과 관성 행렬과 효과 힘 행렬을 나타내고 있다. 식 (2)을 이용하여 차체의 운동 $\dot{\mathbf{Y}}_0(t)$ 를 독립적으로 구할 수 있다.

차체 가속도의 상태 벡터인 $\dot{\mathbf{Y}}_0(t)$ 를 구하면 순환 공식에 의하여 아래와 같은 독립적인 부분 시스템에 대한 운동방정식을 얻을 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \bar{\mathbf{M}}_{qq} & \Phi_q^T \\ \Phi_q & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{q}} \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{P}}_q \\ \bar{\gamma} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{M}}_{yq}^T \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \dot{\mathbf{Y}}_0(t) \quad (3)$$

차량에서 부분 시스템 합성법을 적용할 경우 차체 운동방정식(6×6) 1번, 맥퍼슨 스트럿 현가 운동방정식(9×9) 2번, 멀티링크 현가 운동방정식(13×13) 2번을 풀게 되므로 기존의 순환 다물체 공식(50×50)에 비하여 상대적으로 작은 크기의 운동방정식을 풀게 된다. 또한, 식 (3)의 부분 시스템 운동 방정식에 일반좌표 분할법(Generalized Coordinate Partitioning Method)을 적용하면 식 (4)를 얻을 수 있다. 일반 좌표분할법은 시스템에 사용된 좌표를 독립좌표(independent coordinate) $\bar{\mathbf{v}}$ 와 종속좌표(dependent

coordinate) $\bar{\mathbf{u}}$ 로 분할하고 독립 좌표에 대한 위치, 속도의 함수로 나타낸 운동방정식을 생성하여 해를 구하는 방법이다.

$$\begin{bmatrix} \bar{\mathbf{M}}_{uu} & \bar{\mathbf{M}}_{uv} & \Phi_u^T \\ \bar{\mathbf{M}}_{vu} & \bar{\mathbf{M}}_{vv} & \Phi_v^T \\ \Phi_u & \Phi_v & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{u}} \\ \ddot{\mathbf{v}} \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{P}}_u \\ \bar{\mathbf{P}}_v \\ \bar{\gamma} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{M}}_{yqu}^T \\ \bar{\mathbf{M}}_{yqv}^T \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \dot{\mathbf{Y}}_0(t) \quad (4)$$

식 (4)를 수학적인 조작에 의해 다음과 같이 독립 좌표의 가속도에 대한 운동방정식으로 변환할 수 있다.

$$\mathbf{M}^* \ddot{\mathbf{v}} = \mathbf{Q}_q^* - \mathbf{Q}_y^* \dot{\mathbf{Y}}_0 \quad (5)$$

여기서,

$$\begin{aligned} \mathbf{M}^* &= \bar{\mathbf{M}}_{vv} - \bar{\mathbf{M}}_{vu} (\Phi_u^{-1} \Phi_v) - (\Phi_u^{-1} \Phi_v)^T \bar{\mathbf{M}}_{vu}^T \\ &\quad + (\Phi_u^{-1} \Phi_v)^T \bar{\mathbf{M}}_{uu} (\Phi_u^{-1} \Phi_v) \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{Q}_q^* &= \bar{\mathbf{P}}_v - (\Phi_u^{-1} \Phi_v)^T \bar{\mathbf{P}}_u \\ &\quad - [\bar{\mathbf{M}}_{vu} - (\Phi_u^{-1} \Phi_v)^T \bar{\mathbf{M}}_{uu}] (\Phi_u^{-1} \bar{\gamma}) \end{aligned} \quad (7)$$

$$\mathbf{Q}_y^* = (\bar{\mathbf{M}}_{yqu} - \bar{\mathbf{M}}_{yqv} \Phi_u^{-1} \Phi_v)^T \quad (8)$$

이다. 종속좌표에 대한 가속도와 라그랑지 승수는 식 (9)의 가속도 구속 방정식과 식 (10)에 의해 구해진다.

$$\ddot{\mathbf{u}} = \Phi_u^{-1} \bar{\gamma} - \Phi_u^{-1} \Phi_v \ddot{\mathbf{v}} \quad (9)$$

$$\lambda = (\Phi_u^{-1})^T (\bar{\mathbf{P}}_u - \bar{\mathbf{M}}_{uu} \ddot{\mathbf{u}} - \bar{\mathbf{M}}_{uv} \ddot{\mathbf{v}}) \quad (10)$$

식 (2)에서 필요로 하는 각 부분 시스템 별로 차체에 미치는 효과 관성 행렬과 효과 힘 벡터를 구하기 위하여 식 (5)와 (9)를 식 (1)에 대입하여 차체의 상태 가속도 $\dot{\mathbf{Y}}_0$ 에 관하여 정리하면, 식 (11)과 (12)와 같이 일반좌표 분할법을 이용한 부분 시스템 합성법의 효과 관성 행렬 $\bar{\mathbf{M}}^c$ 과 힘 벡터 $\bar{\mathbf{P}}^c$ 를 구할 수 있다.

$$\bar{\mathbf{M}}^c = \bar{\mathbf{M}}_{yy} - \mathbf{Q}_y^{*T} (\mathbf{M}^*)^{-1} \mathbf{Q}_y^* \quad (11)$$

$$\bar{\mathbf{P}}^c = \bar{\mathbf{P}}_y - \bar{\mathbf{M}}_{yqu} (\Phi_u^{-1} \bar{\gamma}) - \mathbf{Q}_y^{*T} (\mathbf{M}^*)^{-1} \mathbf{Q}_q^* \quad (12)$$

3. 근사함수방법에 의한 부분 시스템 차랑 운동 방정식

순환공식을 이용한 부분 시스템 합성법은 상대 조인트 좌표를 사용한다. 이때 현가 부분시스템을 기술하는 좌표를 $\bar{\mathbf{q}}$ 라 하면 현가의 링크가 페루프를 이루는 구속 조건식은 다음과 같다.

$$\Phi(\bar{\mathbf{q}}) = \mathbf{0} \quad (13)$$

현가 부분 시스템 좌표 $\bar{\mathbf{q}}$ 는 시스템의 구속조건이 있을 때는 모두 독립적이지 않기 때문에 종속 변수 $\bar{\mathbf{u}}$ 와 부분 시스템의 자유도 숫자만큼의 독립 변수 $\bar{\mathbf{v}}$ 로 나눌 수 있다.

$$\bar{\mathbf{q}} = [\bar{\mathbf{u}} \quad \bar{\mathbf{v}}]^T \quad (14)$$

식 (13)의 구속조건식의 변분을 취하고 정리하면 다음과 같다.

$$\delta\Phi = \Phi_{\bar{\mathbf{u}}}\delta\bar{\mathbf{u}} + \Phi_{\bar{\mathbf{v}}}\delta\bar{\mathbf{v}} = \mathbf{0} \quad (15)$$

$$\delta\bar{\mathbf{u}} = -\Phi_{\bar{\mathbf{u}}}^{-1}\Phi_{\bar{\mathbf{v}}}\delta\bar{\mathbf{v}} \quad (16)$$

식 (16)의 $\Phi_{\bar{\mathbf{u}}}$ 가 singular 행렬이 아닌 조건 하에서 implicit function theorem에 의해서 $\bar{\mathbf{u}}$ 는 다음과 같이 $\bar{\mathbf{v}}$ 에 대한 함수로 나타낼 수 있다.⁽¹⁰⁾

$$\bar{\mathbf{u}} = \mathbf{f}(\bar{\mathbf{v}}) \quad (17)$$

속도 해석을 위해 식 (13)을 미분하면 다음과 같다.

$$\dot{\Phi} = \Phi_{\bar{\mathbf{u}}}\dot{\bar{\mathbf{u}}} + \Phi_{\bar{\mathbf{v}}}\dot{\bar{\mathbf{v}}} = \mathbf{0} \quad (18)$$

$$\dot{\bar{\mathbf{u}}} = -\Phi_{\bar{\mathbf{u}}}^{-1}\Phi_{\bar{\mathbf{v}}}\dot{\bar{\mathbf{v}}} \quad (19)$$

식 (19)에서와 같이 $\dot{\bar{\mathbf{u}}}$ 는 $\dot{\bar{\mathbf{v}}}$ 에 대한 함수로 나타낼 수 있다. 만약 식 (17)의 함수 $\mathbf{f}(\bar{\mathbf{v}})$ 를 해석적인 형태 (analytic form)로 구할 수 있다면, 아래와 같이 한번 미분한 식을 통해서도 종속변수와 독립변수와의 속도 관계를 알 수 있다.

$$\dot{\bar{\mathbf{u}}} = \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \bar{\mathbf{v}}}\dot{\bar{\mathbf{v}}} \quad (20)$$

그리고 식 (19)와 식 (20)을 비교하면, 다음 관계가 성립함을 알 수 있다.

$$-\Phi_{\bar{\mathbf{u}}}^{-1}\Phi_{\bar{\mathbf{v}}} = \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \bar{\mathbf{v}}} \equiv \mathbf{g}(\bar{\mathbf{v}}) = -\mathbf{N} \quad (21)$$

또한 가속도 해석을 위해 식 (18)을 시간에 대해 미분을 하면 다음의 식과 같다.

$$\Phi_{\bar{\mathbf{u}}}\ddot{\bar{\mathbf{u}}} + \Phi_{\bar{\mathbf{v}}}\ddot{\bar{\mathbf{v}}} - \dot{\gamma} = \mathbf{0} \quad (22)$$

$$\ddot{\bar{\mathbf{u}}} = -\Phi_{\bar{\mathbf{u}}}^{-1}\Phi_{\bar{\mathbf{v}}}\ddot{\bar{\mathbf{v}}} + \Phi_{\bar{\mathbf{u}}}^{-1}\dot{\gamma} \quad (23)$$

식 (20)을 한 번 더 미분하여 가속도를 구하면

$$\ddot{\bar{\mathbf{u}}} = \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \bar{\mathbf{v}}}\ddot{\bar{\mathbf{v}}} + \frac{\partial}{\partial \bar{\mathbf{v}}}\left(\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \bar{\mathbf{v}}}\dot{\bar{\mathbf{v}}}\right) \quad (24)$$

가 된다. 그리고 식 (23)와 식 (24)을 비교하면 다음과 같은 관계를 알 수 있다.

$$\Phi_{\bar{\mathbf{u}}}^{-1}\dot{\gamma} = \frac{\partial}{\partial \bar{\mathbf{v}}}\left(\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \bar{\mathbf{v}}}\dot{\bar{\mathbf{v}}}\right) \equiv \mathbf{h}(\bar{\mathbf{v}}, \dot{\bar{\mathbf{v}}}) = \mathbf{R} \quad (25)$$

따라서 식 (17)에서 현가 부분 시스템의 종속변수를 독립변수의 해석적인 함수형태(analytic form)로 구할 수 있다면, 복잡한 Jacobian 식의 역행렬을 구하지 않고도, 위치, 속도, 그리고 식 (5)의 현가 부분 시스템의 운동방정식을 독립변수의 함수로 나타낼 수 있다.

근사함수방법을 이용한 현가 부분 시스템의 운동 방정식은 식 (5)와 동일하다. 하지만, 식 (5)의 관성 행렬과 힘 벡터는 식 (21)과 식 (25)의 근사함수의 일차와 이차 도함수에 의해서 Jacobian의 역행렬 $\Phi_{\bar{\mathbf{u}}}$ 과 가속도 구속방정식의 오른쪽 항 $\dot{\gamma}$ 를 구하지 않고도 아래의 식에 의해서 구할 수 있다.

$$\mathbf{M}^* = \bar{\mathbf{M}}_{vv} - \bar{\mathbf{M}}_{vu}\mathbf{N} - \mathbf{N}^T\bar{\mathbf{M}}_{vu}^T + \mathbf{N}^T\bar{\mathbf{M}}_{uu}\mathbf{N} \quad (26)$$

$$\mathbf{Q}_g^* = \bar{\mathbf{P}}_v - \mathbf{N}^T\bar{\mathbf{P}}_u - (\bar{\mathbf{M}}_{vu} - \mathbf{N}^T\bar{\mathbf{M}}_{uu})\mathbf{R} \quad (27)$$

$$\mathbf{Q}_y^* = (\bar{\mathbf{M}}_{yv} - \bar{\mathbf{M}}_{yv}\mathbf{N})^T \quad (28)$$

또한 위의 식 (25)-(28)를 이용해서, 식 (2)에 필요한 효과 관성행렬과 효과 힘 벡터는 다음과 같이 구한다.

$$\tilde{M}^c = \bar{M}_{yy} - Q_y^{*T} (M^*)^{-1} Q_y^* \quad (29)$$

$$\tilde{P}^c = \bar{P}_y - \bar{M}_{yq_u} R - Q_y^{*T} (M^*)^{-1} Q_q^* \quad (30)$$

4. 맥퍼슨 현가의 1/4차량 시뮬레이션

4.1 다항식을 이용한 근사함수

실시간 차량 모델의 개발에서는 모델의 비교검증을 위해 기본적으로 ADAMS와 같은 범용 다물체 동역학 프로그램을 이용한 정교한 자동차 모델이 필요하다. 이는 실시간 차량 모델은 하드웨어와의 연결 등을 고려해서, 일정한 적분 간격(constant step size)의 수치 적분기를 사용하기 때문에, 범용프로그램의 모델과 그 해의 정확성을 먼저 맞추어 보지 않으면 안 된다. 따라서 ADAMS와 같은 범용 프로그램으로부터 독립좌표 변화에 대한 종속좌표 데이터를 얻을 수 있으며, 이 데이터로부터 해석적인 근사함수를 구할 수 있다.

Fig. 2는 2장에서 설명한 차량의 맥퍼슨 현가 장치의 ADAMS 모델을 나타내고 있다. LCA(Lower Control Arm), US(Upper Strut), 너클, 타이로드, 샤시 프레임으로 구성되어 있으며, 구면조인트(spherical joint), 병진조인트(translational joint), 회전조인트(revolute joint)로 구성 되었다.

US와 너클 사이의 병진조인트의 좌표를 독립좌표로 선택을 하였다. 이 좌표는 범퍼 스톱퍼와 리바운드 스톱퍼에 의해서 상하 0.15 m를 움직일 수 있기 때문에 $-0.15+0.3t$ 의 함수로 1초 동안 움직일 때 다른 종속좌표의 운동을 구하였다. Fig. 3은 독립좌

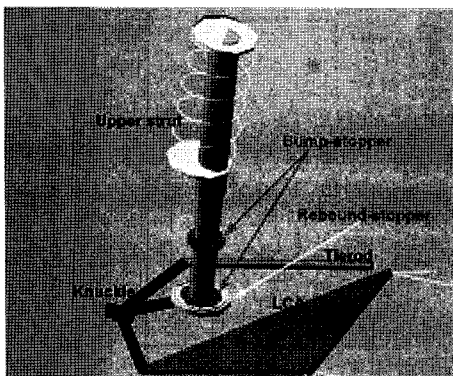


Fig. 2 McPherson Strut suspension model

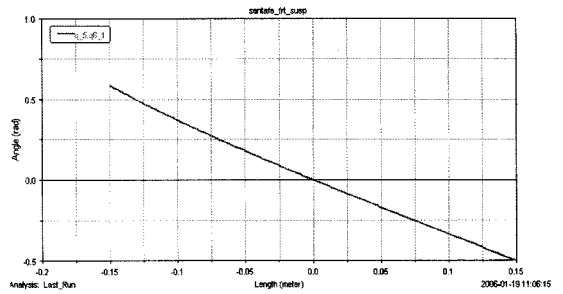


Fig. 3 Revolute joint angle vs translational joint displacement

표인 병진조인트 변위에 대한, LCA에 연결된 회전조인트의 각도를 예로 나타내고 있다. 나머지 종속좌표에 대한 관계도 ADAMS에 의해 용이하게 구할 수 있다.

Fig. 3의 데이터로부터 가장 구하기 쉬운 다항식을 이용하여 근사식을 추출하였다. 해석적인 다항식 함수를 추출하기 위해서는 식 (25)에서 보는 바와 같이, 함수식을 두 번을 미분하기 때문에 적어도 2차이상의 다항식을 사용하여야 한다.

적합한 다항식을 찾기 위해서 2차부터 6차의 다항식을 최소자승법을 통한 근사화 방법에 의해 구하였다.¹¹⁾ Table 1-5는 서로 다른 sampling time에 따른 LCA 회전조인트 좌표에 대한 2차부터 6차 다항식의 계수를 각각 나타내고 있다.

Table 1 Coefficients of 2nd order polynomials with different sampling time

Case	S.T	Coefficients of 2nd order polynomials		
		c ₁	c ₂	c ₃
1	5ms	1.9385	-3.5786	0
2	10ms	1.9385	-3.5786	0
3	20ms	1.8368	-3.5697	0
4	40ms	1.8452	-3.5738	0
5	80ms	1.7840	-3.5888	0

Table 2 Coefficients of 3rd order Polynomials with different sampling time

Case	S.T	Coefficients of 3rd order polynomials			
		c ₁	c ₂	c ₃	c ₄
1	5ms	-7.5862	1.9385	-3.4505	0
2	10ms	-7.5862	1.9385	-3.4505	0
3	20ms	-7.4320	1.8293	-3.4662	0
4	40ms	-7.4860	1.8376	-3.4654	0
5	80ms	-7.3067	1.8633	-3.4679	0

Table 3 Coefficients of 4th order Polynomials with different sampling time

Case	S.T	Coefficients of 4th order polynomials				
		c ₁	c ₂	c ₃	c ₄	c ₅
1	5ms	11.729	-7.5862	1.7186	-3.4505	0
2	10ms	11.729	-7.5862	1.7186	-3.4505	0
3	20ms	13.196	-7.4020	1.6107	-3.4665	0
4	40ms	13.317	-7.4554	1.6091	-3.4660	0
5	80ms	12.225	-7.6404	1.6258	-3.4640	0

Table 4 Coefficients of 5th order Polynomials with different sampling time

Case	S.T	Coefficients of 5th order polynomials		
		c ₁	c ₂	c ₃
1	5ms	-51.0819	11.9720	-6.1494
2	10ms	-51.1007	11.9721	-6.1494
3	20ms	-51.0738	12.1625	-6.1521
4	40ms	-51.0802	12.4133	-6.1514
5	80ms	-50.9829	11.8693	-6.1486

Case	S.T	Coefficients of 5th order polynomials		
		c ₄	c ₅	c ₆
1	5ms	1.7117	-3.4586	0
2	10ms	1.7111	-3.4580	0
3	20ms	1.7321	-3.4581	0
4	40ms	1.7200	-3.4584	0
5	80ms	1.7109	-3.4586	0

Table 5 Coefficients of 6th order Polynomials with different sampling time

Case	S.T	Coefficients of 6th order polynomials		
		c ₁	c ₂	c ₃
1	5ms	114.8506	-51.2818	8.0917
2	10ms	112.9901	-51.1718	8.0827
3	20ms	114.4516	-50.8318	8.1947
4	40ms	113.1203	-51.4418	8.0817
5	80ms	114.1101	-52.0918	8.0797

Case	S.T	Coefficients of 6th order polynomials			
		c ₄	c ₅	c ₆	c ₇
1	5ms	-6.1494	1.7444	-3.4586	0
2	10ms	-5.8414	1.6324	-3.4587	0
3	20ms	-6.0291	1.7103	-3.4546	0
4	40ms	-6.2074	1.5993	-3.4587	0
5	80ms	-6.1171	1.8112	-3.4586	0

위에서 구한 다항식들은 측정된 데이터의 추세를 따르는 최적의 다항식을 근사함수로 구한 것이기 때문에 ADAMS로부터 얻어진 데이터를 모두 만족

Table 6 RMS error of polynomials with different sampling time & different order of polynomials

Case	S.T	Order of polynomials				
		2	3	4	5	6
1	5ms	4.57e-03	5.65e-04	1.74e-04	3.04e-05	9.11e-06
2	10ms	4.58e-03	5.67e-04	1.75e-04	3.11e-05	9.06e-06
3	20ms	3.76e-03	5.15e-04	1.74e-04	3.09e-05	8.92e-06
4	40ms	3.76e-03	3.76e-04	1.70e-04	3.05e-05	9.04e-06
5	80ms	4.10e-03	4.31e-04	1.83e-04	3.08e-05	8.97e-06

시키지 않는다. Table 6은 sampling time과 다항식의 차수에 따른 실제 측정데이터에 대한 RMS(Root Mean Square) 에러 값을 나타내고 있다. 다항식의 RMS 에러가 sampling time보다는 차수의 변화에 더 큰 영향을 받고 있음을 확인할 수 있다.

4.2 다항식 차수에 따른 근사함수 정확도 비교

4.1절에서 구한 다항식의 차수에 따른 근사함수의 정확도를 알아보기 위해서, 범프 통과 시뮬레이션 실험을 수행하였다. 높이 0.1 m 폭이 0.2 m인 반사인(half sine) 범프를 사용하였고, 차속은 3.6 km/h이다. Adams Bashforth 3rd 수치적분 알고리즘을 사용하여 1ms로 적분하였다. Fig. 4는 차체의 무게 중심의 수직 위치, 속도, 가속도를 나타내고 있다. 일반좌표 분할법에 의한 해와 제안한 근사함수법의 해가 기본적으로 동일하게 나타남을 알 수 있다.

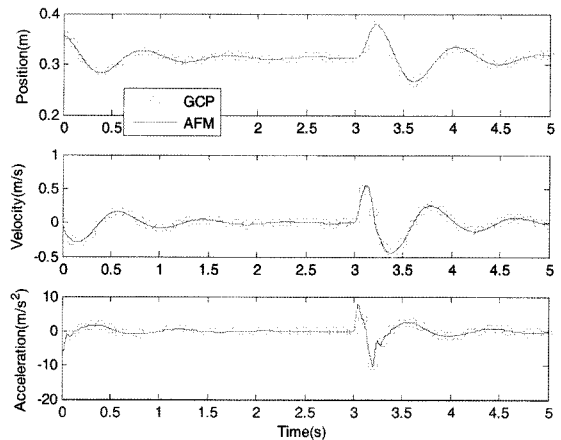


Fig. 4 1/4 car simulation results

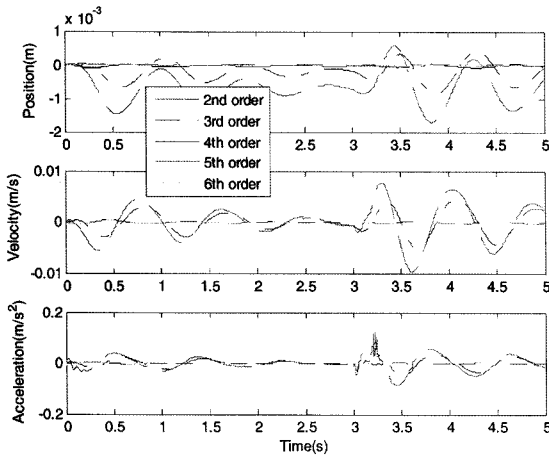


Fig. 5 Error analysis with different polynomial orders (2nd~6th order, 5ms sampling time)

일반좌표 분할법에 의한 해를 기준 값으로 정하고, 그에 대한 근사함수법의 상대적인 에러를 조사하였다. Fig. 5는 5ms의 sampling time에 의한 서로 다른 차수의 근사함수 사용하였을 경우의 에러를 나타내고 있다.

보다 자세한 에러분석을 위해서, Table 7에 5ms sampling time에서의 일반좌표 분할법에 대한 RMS 에러를 위치, 속도, 가속도에 대하여 나타내었다. 또한 가시화를 위해서, Table 7을 도식화 하여 Fig. 6에 나타내었다. Fig. 6에서 보는 바와 같이, 4차 다항식 부터 현격히 RMS에러가 줄어드는 것을 알 수 있다. 그러나 Table 7에서 4차, 5차, 6차 다항식을 쓴 경우, 전체적으로 에러의 범위는 비슷하지만 4차에 비해 5차 다항식을 쓴 경우가 작게 나타난 반면, 6차 다항식을 쓴 경우 오히려 4차 다항식을 쓴 경우보다도 에러가 크게 발생함을 확인 할 수 있다.

4.3 Sampling time에 따른 근사함수의 정확도

다양한 sampling time에 따른 근사함수의 정확도를 알아보기 위해서, 각각 5ms, 10ms, 20ms, 40ms, 80ms의 sampling time에 의한 다항식을 쓴 경우의 시뮬레이션 결과를 비교하였다.

Fig. 7은 여러 다항식 중 한 예로 4차 다항식을 사용하였을 때 서로 다른 sampling time에 따른 에러의 비교이다. 데이터 개수가 적은 경우 에러가 더 커지는 경향을 갖지만, Table 1-5에서 보는 바와 같이

Table 7 RMS error of polynomials with different order of polynomials (5 ms sampling time)

order	position	velocity	acceleration
2nd	8.3024e-004	3.5318e-003	2.8757e-002
3rd	3.5668e-004	2.1850e-003	1.7914e-002
4th	3.8e-005	1.8421e-004	1.6841e-003
5th	1.8534e-005	8.3979e-005	6.8149e-004
6th	1.9027e-005	1.6955e-004	2.2060e-003

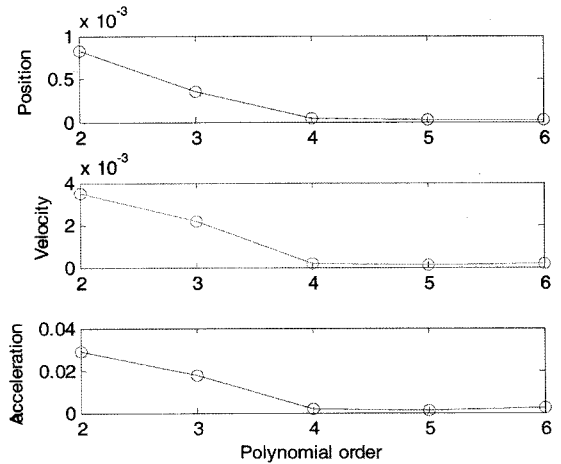


Fig. 6 RMS error analysis with different polynomial orders (5ms sampling time)

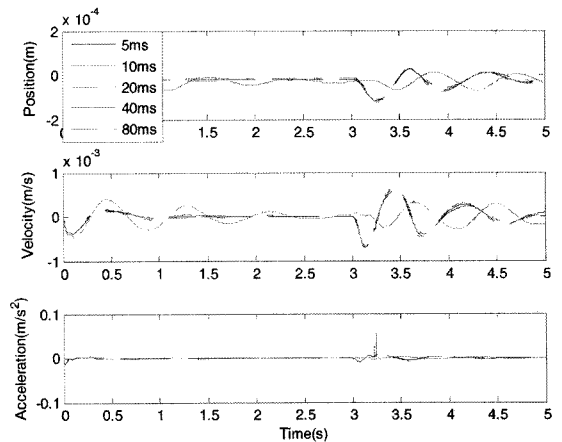


Fig. 7 Error of 4th order polynomial with different sampling time

sampling time에 따른 함수의 계수 차이가 많이 나지 않기 때문에, 에러의 범위는 같은 범위에 있는 것을 알 수 있다. 다른 차수의 다항식도 마찬가지로의 현상을 나타낸다.

4.4 일반좌표 분할법과 근사함수법의 CPU Time 비교

제안한 근사함수 방법의 효율성을 조사하기 위해서, 근사함수 방법과 일반좌표 분할법의 계산시간을 비교하였다. 여기서는 다항식의 차수가 증가 할수록 계산량도 선형적으로 증가하지만 증가율은 크지 않으므로, 일반좌표 분할법과 비교하여 가장 에러가 작은 5ms의 sampling time에서 구한 5차 다항식을 사용하였다. 프로그램은 C 언어로 구성되었으며, Intel Pentium4 2 GHz CPU, 512 MB Memory의 PC를 사용하였다. Table 8은 각기 다른 적분간격에 따른 근사함수 방법과 일반좌표 분할법의 CPU time 비교를 나타내고 있다.

Table 8에서 나타난 바와 같이, 1ms의 적분 간격을 사용하였을 때, 근사함수법이 일반 좌표 분할법에 비교해서 약 19% 정도의 CPU time의 감소를 나타내고 있다. 적분간격이 2ms 이상의 경우는 일반좌표 분할법에서는 Newton-Raphson방법에 의한 반복적인 계산이 수행되므로, 근사함수법의 효율성이 더욱 커짐을 알 수 있다.

하지만 두 방법 모두 실시간 시뮬레이션이 가능함을 알 수가 있었다. 전차량 모델에서 각 부분시스템이 비슷한 실행시간을 갖는다고 가정하면, 현재의 1/4차량 모델에 대해서 4-5배의 시간이 더 걸린다고 생각할 수 있다. 따라서 전차량 모델의 경우도 실시간 해석이 가능하다고 미루어 짐작할 수 있다.

Table 8 CPU time comparison

Step size	Method	Function count	Total time	Average	Total CPU time to real time(%)	Ratio
1ms	GCP	5004	0.2105	0.000042	4.21	1
	AFM		0.1710	0.000034	3.42	0.812
2ms	GCP	2505	0.1247	0.000050	2.494	1
	AFM		0.0855	0.000034	1.71	0.686
4ms	GCP	1255	0.0620	0.000049	1.24	1
	AFM		0.0385	0.000031	0.77	0.62
8ms	GCP	629	0.0385	0.000061	0.77	1
	AFM		0.0224	0.000036	0.448	0.582

5. 결론

이상의 연구를 통해서 다음과 같은 결론을 내릴 수 있다.

- 1) 근사함수에 의한 부분 시스템 합성 방법 기반의 새로운 실시간 차량 동역학 해석 모델을 제시하였다. 일반 저가형 PC에서 실시간 해석이 가능함을 알 수 있었다.
- 2) 제안한 근사함수에 의한 차량 모델링 방법은 일반좌표 분할법에 비해서 자코비안의 역행렬 등을 계산하지 않기 때문에 맥퍼슨 현가의 1/4차량 모델에서 약 19% 정도의 효율성이 증가함을 알 수 있었다.
- 3) 최소자승법에 의한 다항식의 근사함수를 생성하였고, 다양한 차수의 다항식의 에리분석을 통하여, 적합한 다항식을 선택하는 과정을 제안하였다.
- 4) 다항식을 추출하기 위한 sampling time의 변화는 다항식의 차수에 비해서 정확도에 큰 영향을 주지 않았다.
- 5) 추후 연구로는 조향 자유도가 있는 현가시스템에 대해서 제안한 방법의 확장이 필요하다.

References

- 1) CarSim User Manual Mechanical Simulation Corporation, USA, 2005.
- 2) Vedyna 3.7 User Manual, TESIS, Germany, 2003.
- 3) G. J. Choi, Y. M. Yoo, K. P. Lee and Y. S. Yoon, "A Real-time Multibody Vehicle Dynamic Analysis Method Using Suspension Composite Joint," International Journal of Vehicle Design, Vol.24, Nos.2/3, pp.259-273, 2000.
- 4) S. S. Kim and H. K. Jung, "An Efficient Modeling Method of Suspensions for Vehicle Dynamic Simulation," Spring Conference Proceedings, KSME, Vol. II, pp.674-679, 1998.
- 5) J. Sohn, S. Choi, K. Kim, W. Yoo and J. Lee, "Development of Massless Link Model including External Force and Bushing Deformation," Transactions of KSAE, Vol.9, No.1, pp.163-170, 2001.

- 6) S.-S. Kim and Y.S. Oh, "A Real-Time Multibody Vehicle Dynamics Model using Subsystem Synthesis Method," Proceedings of ASME DETC01, DETC2001/VIB21311, 2001.
- 7) S.-S. Kim, "A Subsystem Synthesis Method for Efficient Vehicle Multibody Dynamics," Multibody System Dynamics, Vol.7, pp.189-207, 2002.
- 8) S.-S. Kim and J.-H. Wang, "Subsystem Synthesis Methods with Independent Coordinates for Real-Time Multibody Dynamics," Journal of Mechanical Science and Technology, Vol.19, No.1, pp.312-319, 2005.
- 9) F. F. Tsai and E. J. Haug, "Automated Methods for High Speed Simulation of Multibody Dynamic Systems," Technical Report R-47, Center for Computer Aided Design, The University of Iowa, 1989.
- 10) E. J. Haug, Intermediate Dynamics, Prentice Hall, Englewood Cliffs, 1992.
- 11) K. E. Atkinson, An Introduction to Numerical Analysis, John Wiley & Sons, pp.168-185, 1978.